



Modelación de Distribuciones Compuestas Relacionadas a Clutter Marino de Ángulo Rasante Medio y Alto

José Raúl Machado Fernández, Raiko Israel Pupo Hondal, Jesús de la Concepción Bacallao Vidal

RESUMEN / ABSTRACT

La complejidad creciente de los dispositivos de radar, y la variedad de escenarios navales y costeros en los que los mismos necesitan ser desplegados, hacen necesaria la modelación estocástica del *clutter* marino para la evaluación de la respuesta de los sistemas antes de la implementación. Específicamente, cuando se colocan radares en aeronaves o locaciones de elevación considerable, la distribución estadística de los ecos del fondo se modifica con respecto a aquella comúnmente supuesta para ángulos rasantes bajos. Para la representación precisa del *clutter* marino de ángulos rasantes medios y altos, los autores modelaron en MATLAB las distribuciones compuestas Weibull-Weibull y K-K, reconocidas por su amplia aplicación. Las funciones informáticas implementadas brindan un acceso fácil a la manipulación de funciones de densidad, distribución y supervivencia, a la generación de variables aleatorias y a la estimación de momentos centrados y algebraicos. Además, fueron incorporados mecanismos complementarios que permitieron validar el código por comparación con los resultados de otros autores y mediante la interacción de las propias funciones. El código creado modela distribuciones que no están en la mayoría de las aplicaciones informáticas disponibles, debido a su aplicación específica en entornos de radares. Por tanto, se espera que la presente investigación lleve a la creación de soluciones de detección adaptadas a diferentes ambientes de operación y que contribuya a la formación de una biblioteca informática especializada en radar.

Palabras claves: distribución Weibull-Weibull, distribución K-K, *clutter* marino, función de densidad de probabilidad, distribuciones compuestas

*The increasing complexity of radar devices, and the variety of naval and coastal scenarios in which they need to be deployed, motivates the need for the stochastic **modelling** of the sea clutter, **which will contribute to the assessment of the system before the implementation**. Specifically, when radars are placed on aircrafts or elevated locations, the statistical distribution of the background echoes gets modified and therefore differs from the **one** commonly assumed for low grazing angles. For the accurate representation of the sea clutter observed at medium and high grazing angles, the authors **modelled** in MATLAB the Weibull-Weibull and K-K mixed distributions, which are frequently used in the literature. The implemented functions provide an easy access to the handling of density, cumulative distribution and survival functions, as well as the generation of random variables and the estimation of central and algebraic moments of the addressed distributions. Besides, additional functions were included, enabling the validation of the code by comparison with the results provided by other investigations and through the interaction of the functions. The created code models distributions which **are commonly ignore by most software** for statistical simulation, due to their specific application **in** radar related studies. Therefore, the current **research** is expected to lead to the conception of enhanced detection solutions adapted to different operation scenarios, also contributing to the creation of a framework specialized in radar clutter.*

Key words: Weibull-Weibull distribution, K-K distribution, sea clutter, probability density function, mixed distributions

Modeling Mixed Distributions related to Sea Clutter observed at Medium and High Grazing Angles

1. -INTRODUCCIÓN

Los radares son dispositivos dedicados a la teledetección o detección remota de objetivos de interés [1]. Uno de los principales problemas que enfrentan los diseñadores de radares de alta resolución es la discriminación entre blancos y *clutter* [2].

El *clutter* es una señal interferente causada por el rebote de la emisión primaria sobre superficies reflectoras ajenas al blanco. De forma particular, la influencia de la señal interferente se acrecienta cuando se opera en superficies reflectoras variables como es el caso de la exploración costera o en alta mar. El rebote de la superficie marina o *clutter* marino interfiere con la detección, provocando que las falsas alarmas y las omisiones de blancos ocurran con una frecuencia mayor de la esperada [2].

Precisamente, una de las líneas de investigación más difundidas en relación a los radares consiste en la modelación de la señal de *clutter* marino [3-5]. De esta manera, se busca concebir diseños adaptados a ciertas condiciones electromagnéticas, lo que lleva a implementar soluciones finales más robustas a los cambios de los parámetros del radar y las condiciones ambientales. En Cuba, la modelación de las condiciones de operación cobra importancia dada la necesidad de modernizar el parque de radares para enfrentar ambientes heterogéneos como los que rodean al archipiélago nacional que incluyen mangles, aguas salobres y alternancia entre bajas y altas profundidades. También contribuye a esta necesidad la variedad de los dispositivos disponibles, teniendo en cuenta que cada modelo percibe el *clutter* de una manera diferente.

El grupo de radares de la Universidad Tecnológica de la Habana “José Antonio Echeverría” (CUJAE) ha completado con éxito la modelación informática de varias distribuciones vinculadas al *clutter* marino [6-8]. Conjuntamente, varias soluciones de detección han sido presentadas utilizando estos modelos como base [9-14]. Los esquemas son funcionales para ángulos rasantes bajos, que aparecen cuando se sitúan los radares en embarcaciones o en edificaciones cercanas a la costa.

En cambio, cuando los dispositivos son instalados en aeronaves o en locaciones de elevación considerable, la distribución del *clutter* se modifica de manera significativa. En [15] se demostró que, utilizando las distribuciones compuestas Weibull-Weibull y K-K para *clutter* marino de ángulo rasante alto y medio (por encima de 10 grados), se lograba una representación más fidedigna del fenómeno que con los contrapartes Weibull y K, que habían sido aplicados anteriormente para ángulos rasantes bajos.

Las crestas de las olas del mar y la espuma blanca que se genera cuando estas rompen, distorsionan los retornos electromagnéticos cuando se explora desde posiciones lejanas de la horizontal [16]. Por tanto, puede interpretarse que el eco recibido es la mezcla de dos contribuciones independientes: la de la superficie marina y la de las crestas. Esta interpretación lleva a modelar el fenómeno como la mezcla de dos distribuciones. La aplicación de la K-K y la Weibull-Weibull ha continuado más allá de su introducción en [15], dando lugar a múltiples estudios [17-21], por lo que puede asegurarse que su uso está difundido en la actualidad.

Entonces, para contar con una representación fiel del *clutter* marino observado para ángulos rasantes medios y altos, y lograr el posterior diseño de esquemas de detección adaptados a estas condiciones, los autores del presente artículo se trazaron el objetivo de modelar las distribuciones Weibull-Weibull y K-K en MATLAB. Partiendo de la modelación previa de las distribuciones Weibull y K [8, 22], se lograron implementar funciones informáticas que facilitan la manipulación de la PDF (*Probability Density Function*, Función de Densidad de Probabilidad), la CDF (*Cumulative Distribution Function*, Función de Distribución Acumulativa), la Función de Supervivencia (*Survival Function*) la generación de variables aleatorias, y la estimación de los momentos de las distribuciones Weibull-Weibull y K-K. Esta última fue modelada según las dos versiones que existen de ella: la de la amplitud y la de la intensidad. Adicionalmente, los resultados fueron validados por comparación con gráficas proporcionadas por otros autores y mediante la interacción de las funciones informáticas creadas.

El artículo se desarrolla como sigue. La próxima sección, bajo el nombre de “Materiales y Métodos”, introduce los fundamentos de las distribuciones Weibull y K, para luego presentar las expresiones utilizadas en la modelación de la Weibull-Weibull y la K-K. Conjuntamente, se muestran las funciones informáticas implementadas. La sección subsiguiente denominada “Resultados” ofrece evidencia del correcto funcionamiento del código mostrando ejemplos de la labor realizada. Por último, en “Conclusiones e Investigaciones Futuras”, se resumen los logros fundamentales del estudio, a la vez que se discuten las líneas futuras de investigación.

2. –MATERIALES Y MÉTODOS

Las distribuciones K y Weibull son dos de las más utilizadas en la representación del *clutter* marino. La distribución Weibull es reconocida por su gran versatilidad para adaptarse a diferentes tipos de *clutter* como el terrestre [23], el atmosférico [24], el de hielo [25] y el marino [26]. Su PDF se da a continuación, donde α es el parámetro de escala y β el de forma [27].

$$f_W(x) = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (1)$$

El modelo Weibull no cuenta con una justificación física que avale su relación con el *clutter* marino, estando respaldado su uso mayormente por ensayos empíricos. En cambio, la distribución K, aunque con una definición matemática más complicada, representa las dos contribuciones que componen el *clutter* de mar: una componente de variación rápida conocida como *speckle* (capilaridad) y otra de variación lenta conocida como textura, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$|\tilde{X}| = Y \times |\tilde{S}| \quad (2)$$

Donde la media local (Y) obedece a una distribución Raíz-Gamma, también conocida como Generalizada-Chi, y la amplitud del componente de capilaridad $|\tilde{S}|$ sigue una distribución Rayleigh. Por tanto, la PDF global de la distribución K está dada por [28]:

$$f_K(x) = \frac{4c}{\Gamma(v)} (cx)^v K_{v-1}(2cx) \quad (3)$$

Donde c es el parámetro de escala, v es el parámetro de forma que depende de las condiciones del mar y de los parámetros del radar, $\Gamma(\cdot)$ es la función gamma y $K(\cdot)$ es la función modificada de Bessel de segunda especie y de orden $v - 1$. La función de Bessel es la que hace más complicada la definición de la función de densidad ya que no tiene una forma cerrada, lo que retrasa la ejecución de simulaciones computacionales y dificulta la aplicación de métodos como el de máxima verosimilitud para la estimación de los parámetros. Estas limitaciones no están presentes para el caso Weibull.

Existe otra variante de la distribución K que resulta de las mediciones de intensidad del *clutter* y utiliza una distribución Exponencial para la capilaridad y una Gamma para la textura. Su PDF es [28]:

$$f_k(x) = \frac{2c^{v+1}}{\Gamma(v)} x^{\frac{v-1}{2}} K_{v-1}(2c\sqrt{x}) \quad (4)$$

La distribución K de la intensidad o potencia no tiene ninguna ventaja con respecto a su contraparte de la amplitud porque en realidad estos dos modelos no compiten entre sí. La elección de uno u otro depende del mecanismo aplicado al eco recibido. Si se utiliza un detector lineal se debe aplicar la K de la amplitud. En cambio, el detector cuadrático, que eleva la magnitud de cada muestra al cuadrado, convierte la distribución del fondo a la K de la potencia. Los detectores lineales y cuadráticos son usados con igual frecuencia en las implementaciones.

Los cambios de la distribución K del *clutter* se originan producto de la definición compuesta del modelo. Para la potencia se combinan una Exponencial y una Gamma, que son las versiones cuadráticas de la Rayleigh y la Raíz-Gamma de la K de la amplitud. Dado su origen empírico, la distribución Weibull se utiliza de manera invariable para la amplitud y la potencia, con cambios en el intervalo aplicable del parámetro de forma.

2.1.- DISTRIBUCIÓN WEIBULL-WEIBULL

La distribución Weibull-Weibull, también conocida como Bi-Weibull o *2-Fold Mixed Weibull Distribution* (Distribución Mezcla de dos Weibull) [29], se define como la suma de dos distribuciones Weibull. En consecuencia, la PDF de la distribución es [30]:

$$f_{WW}(x) = (1 - k)f_{W1}(x; \alpha_1, \beta_1) + kf_{W2}(x; \alpha_2, \beta_2) \quad (5)$$

Donde f_{W1} y f_{W2} son dos distribuciones Weibull independientes, α_1 y α_2 son los parámetros de escala, β_1 y β_2 son los parámetros de forma y k es el parámetro de mezcla. La distribución cuenta entonces con cinco parámetros y también puede expresarse de la forma:

$$f_{WW}(x) = (1 - k) \frac{\beta_1 x^{\beta_1-1}}{\alpha_1^{\beta_1}} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha_1}\right)^{\beta_1}\right] + (k) \frac{\beta_2 x^{\beta_2-1}}{\alpha_2^{\beta_2}} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha_2}\right)^{\beta_2}\right] \quad (6)$$

De manera similar, la CDF Weibull-Weibull está dada por [20]:

$$F_{WW}(x) = (1 - k)F_{W1}(x; \alpha_1, \beta_1) + kF_{W2}(x; \alpha_2, \beta_2) \quad (7)$$

Donde F_{W1} y F_{W2} son dos distribuciones Weibull. Luego de reemplazar las expresiones de la CDF Weibull en (7), se obtiene:

$$F_{WW}(x) = (1 - k) \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha_1}\right)^{\beta_1}\right)\right] + (k) \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha_2}\right)^{\beta_2}\right)\right] \quad (8)$$

Conociendo que los momentos algebraicos de la distribución Weibull están dados por la siguiente fórmula donde n indica el orden del momento [31].

$$E_W\{x^n\} = \alpha^n \Gamma(1 + n/\beta) \quad (9)$$

Gracias a la linealidad del operador, puede deducirse que los momentos algebraicos Weibull-Weibull serán [29]:

$$E_{WW}\{X^n\} = (1 - k)\alpha_1^n \Gamma(1 + n/\beta_1) + (k)\alpha_2^n \Gamma(1 + n/\beta_2) \quad (10)$$

La generación de variables aleatorias Weibull-Weibull puede realizarse de acuerdo al algoritmo sugerido en [32] para distribuciones compuestas. Para cada nueva muestra se genera un número aleatorio uniforme entre 0 y 1 que se se compara con el parámetro de mezcla k . Si el número uniforme es mayor, se genera una muestra de la primera distribución Weibull usando los parámetros α_1 y β_1 . En caso contrario, se genera una muestra de la segunda distribución Weibull con los parámetros α_2 y β_2 . En ambos casos se utiliza la ecuación de generación de muestras Weibull por el método de inversión:

$$F^{-1}(u) = [-2\alpha^2 \ln(1 - u)]^{1/\beta} \quad (11)$$

Donde u es una nueva variable distribuida uniformemente en el intervalo entre 0 y 1, y $F^{-1}(u)$ es el valor de la distribución acumulativa invertida y evaluada en u que es en definitiva la magnitud que tomará la muestra. Existe otra variante de generación que se comprobó también funciona correctamente empleando como base la función de supervivencia. Descrita en [33], esta alternativa fue descartada por ser más costosa computacionalmente.

2.2.- DISTRIBUCIÓN K-K

La formulación matemática de las distribución K-K es muy parecida a la de la Weibull-Weibull. La función de densidad de probabilidad resulta de la suma de dos variables distribuidas K [34]:

$$f_{KK}(x) = (1 - k)f_{K1}(x; c_1, v_1) + kf_{K2}(x; c_2, v_2) \quad (12)$$

Donde f_{K1} y f_{K2} son las funciones de densidad de dos distribuciones K independientes, k es el parámetro de mezcla, (c_1, v_1) son los parámetros de escala y de forma respectivamente de la primera distribución K y (c_2, v_2) son los parámetros de escala y forma de la segunda distribución K. Reemplazando las expresiones (3) y (4) en 12 se obtienen las PDFs respectivas de las distribuciones K-K de la amplitud y K-K de la potencia (denotada por f_{KK2}):

$$f_{KK}(x) = (1 - k) \frac{4c_1}{\Gamma(v_1)} (c_1)^{v_1} K_{v_1-1}(2c_1x) + (k) \frac{4c_2}{\Gamma(v_2)} (c_2)^{v_2} K_{v_2-1}(2c_2x) \quad (13)$$

$$f_{KK2}(x) = (1 - k) \frac{2c_1^{v_1+1}}{\Gamma(v_1)} x^{\frac{v_1-1}{2}} K_{v_1-1}(2c_1\sqrt{x}) + (k) \frac{2c_2^{v_2+1}}{\Gamma(v_2)} x^{\frac{v_2-1}{2}} K_{v_2-1}(2c_2\sqrt{x}) \quad (14)$$

De forma similar al caso Weibull-Weibull, en [15] se comprobó que para *clutter* marino puede suponerse que ambos parámetros de forma son iguales entre sí ($v_1 = v_2$) y aproximables a la estimación del parámetro de forma del modelo K original. También, el parámetro de escala c_1 se considera igual al de la primera distribución K, mientras que c_2 debe ser determinado a través del nuevo parámetro $\rho = \alpha_2/\alpha_1$. De esta manera, si $k = 0$ o $\rho = 1$ la distribución se reduce a la K tradicional.

La CDF K-K está dada por [35]:

$$F_{WW}(x) = (1 - k)F_{K1}(x; \alpha_1, \beta_1) + kF_{K2}(x; \alpha_2, \beta_2) \quad (15)$$

Donde F_{W1} y F_{W2} son dos distribuciones K. Luego de reemplazar los valores de las CDFs K en (15), se obtienen las expresiones (16) y (17) que son las CDFs respectivas de las distribuciones K-K de la amplitud y la potencia.

$$F_{KK}(x) = (1 - k) \left[1 - \frac{2c_1^{v_1}}{\Gamma(v_1)} x^{v_1} K_{v_1}(2c_1x) \right] + (k) \left[1 - \frac{2c_2^{v_2}}{\Gamma(v_2)} x^{v_2} K_{v_2}(2c_2x) \right] \quad (16)$$

$$F_{KK2}(x) = (1 - k) \left[1 - \frac{2}{\Gamma(v_1)} (c_1^2 x)^{\frac{v_1}{2}} K_{v_1}(2c_1\sqrt{x}) \right] + (k) \left[1 - \frac{2}{\Gamma(v_2)} (c_2^2 x)^{\frac{v_2}{2}} K_{v_2}(2c_2\sqrt{x}) \right] \quad (17)$$

Conociendo que los momentos algebraicos de las distribuciones K de la amplitud y la potencia están dados por las siguientes fórmulas donde n indica el orden del momento [36].

$$E_{KK}\{x^n\} = \frac{1}{c^n} \frac{\Gamma\left(v + \frac{n}{2}\right)}{\Gamma(v)} \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \quad (18)$$

$$E_{KK2}\{x^n\} = \frac{1}{c^{2n}} \frac{\Gamma(v + n)}{\Gamma(v)} \Gamma(n + 1) \quad (19)$$

Puede deducirse que los momentos algebraicos K-K serán los siguientes para las versiones de la amplitud y la intensidad respectivamente [37].

$$E_{KK}\{X^n\} = (1-k) \frac{1}{c_1^n} \frac{\Gamma\left(v_1 + \frac{n}{2}\right)}{\Gamma(v_1)} \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) + (k) \frac{1}{c_2^n} \frac{\Gamma\left(v_2 + \frac{n}{2}\right)}{\Gamma(v_2)} \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \quad (20)$$

$$E_{KK2}\{X^n\} = (1-k) \frac{1}{c_1^{2n}} \frac{\Gamma(v_1 + n)}{\Gamma(v_1)} \Gamma(n + 1) + (k) \frac{1}{c_2^{2n}} \frac{\Gamma(v_2 + n)}{\Gamma(v_2)} \Gamma(n + 1) \quad (21)$$

Al igual que para el caso Weibull-Weibull, la generación de variables aleatorias K-K se realiza según el algoritmo sugerido en [32] para distribuciones compuestas. Se usa como base la generación de una variable K que fue abordada en detalle en [8]. Para la versión de la amplitud, es necesario generar una variable Rayleigh y una Raíz-Gamma, mientras que para la variante de la potencia se utilizan una Exponencial y una Gamma.

Por último, para obtener los momentos centrados, tanto de la Weibull-Weibull como de la K-K, se utilizaron las fórmulas de transformación de momentos algebraicos en centrados dadas en [38]:

$$\begin{pmatrix} \mu_0 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mu^2 & -2\mu & 1 & 0 & 0 \\ -\mu^3 & 3\mu^2 & -3\mu & 1 & 0 \\ \mu^4 & -4\mu^3 & 6\mu^2 & -4\mu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu'_0 \\ \mu'_1 \\ \mu'_2 \\ \mu'_3 \\ \mu'_4 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Donde μ'_n son los momentos algebraicos de orden n , μ es la media, y μ_n los momentos centrados de orden n . El proceso inverso también puede ejecutarse haciendo:

$$\begin{pmatrix} \mu'_0 \\ \mu'_1 \\ \mu'_2 \\ \mu'_3 \\ \mu'_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mu^2 & 2\mu & 1 & 0 & 0 \\ \mu^3 & 3\mu^2 & 3\mu & 1 & 0 \\ \mu^4 & 4\mu^3 & 6\mu^2 & 4\mu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{pmatrix} \quad (23)$$

2.3.- ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

El método más utilizado en la literatura [29, 39, 40] para la estimación de los parámetros Weibull-Weibull es el de [41] que sigue una aproximación gráfica a la solución del problema. Se implementó este método comprobándose que no proporcionaba estimaciones precisas cuando el parámetro de mezcla está cercano a $k = 0,01$, como ocurre para el *clutter* marino según fue estudiado por [15].

Se procedió entonces a implementar el método recomendado por [15] que se basa en la suposición de que el *clutter* marino está muy cercano a la distribución Weibull original y sólo requiere de una ligera contaminación de una segunda distribución Weibull para mejorar el ajuste en la cola.

De acuerdo a [15], se deben estimar los parámetros de escala y de forma del modelo Weibull bi-paramétrico que se ajustan a las mediciones y asumir que concuerdan con la primera Weibull de la mezcla. Para la segunda distribución Weibull se supone el mismo parámetro de forma ($\beta_1 = \beta_2 = \beta$) y un índice de mezcla de $k = 0,01$. De esta manera, la única incógnita restante es el parámetro de escala de la segunda distribución Weibull que se busca a través del coeficiente ρ que tabula la relación de proporcionalidad entre los dos parámetros de escala ($\rho = \alpha_2/\alpha_1 > 1$). Para encontrar ρ se debe realizar una comparación entre las funciones de supervivencia ($S(x) = 1 - F(x)$) de los datos de *clutter* marino y del modelo estimado Weibull.

Desafortunadamente, los autores de la presente encontraron que este segundo método tampoco aporta estimaciones precisas de los parámetros Weibull-Weibull. Además de que las suposiciones realizadas respecto a k pueden no cumplirse en escenarios reales de *clutter*, la estimación del parámetro de forma común y del parámetro de escala de la primera distribución Weibull no aportan resultados precisos.

Las simulaciones computacionales realizadas por los autores demostraron que la estimación del parámetro α_1 siempre está por encima del valor real ya que la segunda distribución Weibull de la mezcla eleva la media y la potencia de las muestras significativamente. Para el caso límite donde $\rho = 10$, el parámetro puede experimentar estimaciones hasta 3 veces superiores al valor original. Además, puede cuestionarse el uso de la variable ρ como un parámetro de la distribución. En realidad, la distancia en el eje de las abcisas de las funciones de supervivencia varía aún cuando ρ se mantiene constante; por ejemplo, existirán valores diferentes para las combinaciones de ($\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 5$) y ($\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 6$) aunque ambas sostienen $\rho = 4$.

En resumen, la comprobación mediante simulación de los métodos encontrados en la literatura fue insatisfactoria. Por tanto, los autores concluyen que no existen aún técnicas fiables para la estimación de los parámetros de la distribución Weibull-

Weibull en entornos de radares. Las alternativas existentes carecen de precisión por estar vinculadas a otras aplicaciones de la distribución o realizar aproximaciones inexactas.

Como resultado, se decidió no implementar ningún método de estimación de los parámetros de la distribución Weibull-Weibull. Un problema similar se encontró para el caso K-K. De hecho, en [35] se comentan los inconvenientes de la aproximación de [15] para la estimación de los parámetros Weibull-Weibull y K-K, proponiéndose una técnica basada en redes de enjambre que requiere de un análisis particular para su reproducción.

2.4.- FUNCIONES IMPLEMENTADAS

La tabla 1 muestra las funciones que fueron implementadas para la modelación de la distribución Weibull-Weibull, junto a una breve descripción de cada una. Como puede apreciarse, las funciones comienzan todas con el prefijo *ww_* que indica se corresponden a la distribución Weibull-Weibull. Funciones semejantes fueron implementadas para la K-K en sus variantes de la amplitud y la potencia aplicando los prefijos *kk_* y *kk2* respectivamente.

Tabla 1

Funciones de modelación de la distribución Weibull-Weibull implementadas.

Funciones	Objetivo
<i>ww_pdf</i>	Mostrar PDF Teórica
<i>ww_cdf</i>	Mostrar CDF Teórica
<i>ww_sur</i>	* Mostrar Función de Supervivencia
<i>ww_gen</i>	Generar muestras
<i>ww_gen_plot</i>	Generar y graficar muestras
<i>ww_gen_hist</i>	Generar muestras y organizarlas en un histograma
<i>ww_gen_compare</i>	Comparar el histograma con la curva PDF teórica
<i>ww_gen_compare_cdf</i>	* Comparar la CDF empírica con la curva CDF teórica
<i>ww_residual</i>	Calcular el residuo de muestras a partir de PDF teórica
<i>ww_chi_squared</i>	Ejecuta la prueba Chi-Cuadrado de bondad de ajuste
<i>ww_ks</i>	* Ejecuta la prueba Kolmogorov-Smirnov
<i>ww_alg_ideal_moments</i>	Calcular los momentos algebraicos ideales
<i>ww_alg_real_moments</i>	Calcular los momentos algebraicos reales
<i>ww_ideal_moments</i>	Calcula momentos centrados ideales
<i>ww_real_moments</i>	Calcula momentos centrados reales
<i>ww_gen_sets</i>	Genera conjuntos de muestras

Estas funciones son similares a las implementadas en [8, 22] para las distribuciones Weibull, Log-Normal y K, por lo que extienden la biblioteca de modelación de distribuciones estadísticas relacionadas con radar que viene desarrollando el grupo de investigación de radares de la Universidad Tecnológica de la Habana. Ahora se agregaron tres nuevas funciones señaladas con (*) en la tabla 1. La primera de ellas muestra la función de supervivencia que es frecuentemente aplicada para estudiar las diferencias en la cola de las distribuciones [15]. La segunda realiza una comparación entre las CDFs teóricas y empíricas que complementa la comparación antes disponible para las PDFs. La tercera ejecuta la prueba de ajuste Kolmogorov-Smirnov que es muy popular en radares y tiende a reemplazar a la Chi-Cuadrado [42, 43].

3. –RESULTADOS

La presente sección tiene como propósito mostrar los resultados que se obtienen al aplicar las funciones implementadas. Las mismas fueron validadas por comparación con gráficas dadas por otros autores y mediante la interacción entre las propias funciones. A continuación se comienza por mostrar gráficas de las funciones de PDF y CDF que son las básicas en la representación de variables aleatorias, para luego comprobar que los métodos de generación de variables aleatorias utilizados

producen PDFs y CDFs empíricos que concuerdan con las formas teóricas. Por último, se comprueba la estimación de los momentos algebraicos y centrados.

La figura 1 muestra dos gráficos correspondientes a la PDF Weibull-Weibull donde se observa el efecto de la modificación de los parámetros sobre el trazo. El gráfico (a) presenta un rango de variación del parámetro de forma de la segunda distribución Weibull de la Mezcla de $1 < \alpha_2 < 10$ a la vez que el (b) modifica el parámetro de escala en el intervalo $1 < \beta_2 < 6$ de acuerdo a los valores aceptados en entornos de radares [24, 44, 45].

Cuando se aumenta el parámetro de escala, el aporte de la segunda distribución de la mezcla comienza a desplazarse a la derecha y a tener una tendencia más plana. Por su parte, el aumento del parámetro de forma hace que sean más fácilmente distinguibles las dos distribuciones que componen la mezcla Weibull-Weibull. Los cambios introducidos en el parámetro de mezcla (k) afectan las curvas de manera similar al parámetro de forma. Las figuras dadas en [29] fueron comparadas exitosamente con gráficas semejantes a las de la figura 1, que fueron producidas con la función *ww_pdf*.

La figura 2 ilustra la modificación que ocurre en las curvas de la CDF cuando se alteran los parámetros de la distribución K-K en su versión de la potencia. Generadas con *kk2_cdf*, las gráficas siguen una lógica similar a la de la figura 1: en (a) se modificó el parámetro de escala de la segunda distribución K de la mezcla en el rango $2 < c_2 < 20$ y en (b) se modificó la escala en el intervalo $1 < v_2 < 20$ de acuerdo a los valores encontrados en varios estudios [46-48].

Como puede apreciarse en la figura 2 (b), la modificación del parámetro de forma es la que introduce los mayores cambios en las las curvas, que divergen luego en casi todo el recorrido. En cambio, al alterar el parámetro de escala (figura 2a), la CDF sufre solo ligeras modificaciones, manteniéndose la convergencia tanto en el inicio como en el fin de los trazos.

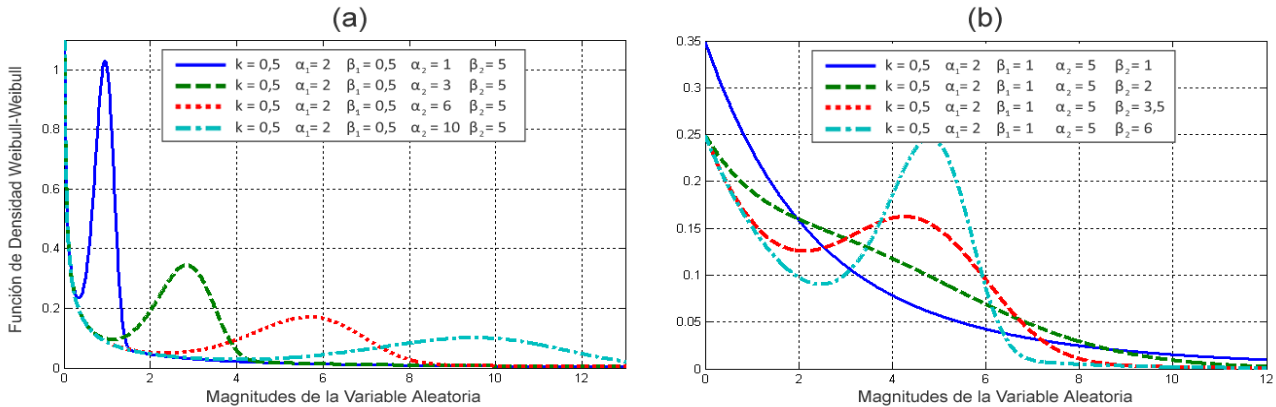


Figura 1

Efecto de la modificación de los parámetros de la distribución Weibull-Weibull sobre las curvas de la PDF.

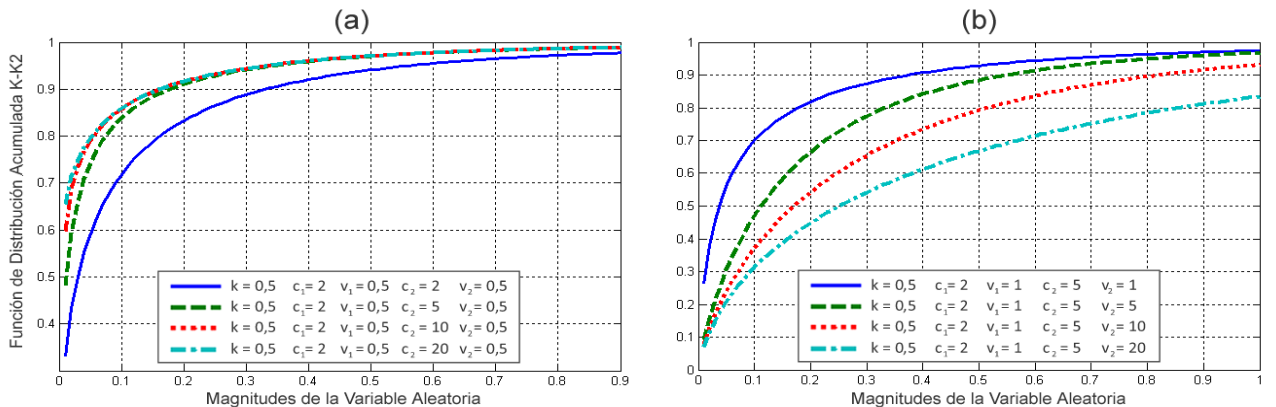


Figura 2

Efecto de la modificación de los parámetros de la distribución K-K de la potencia sobre las curvas de la CDF.

La figura 3 despliega resultados obtenidos con la función *kk_sur* que brinda un acceso fácil a la reproducción de curvas de la función de supervivencia de la distribución K en su versión de la amplitud. Según fue verificado en [15], llevando a escala logarítmica tanto el eje de las abscisas como el de las ordenadas, puede apreciarse cómo la modificación de los parámetros provoca un desplazamiento de la parte posterior de las curvas, mientras que su origen permanece invariable.

En este caso, la modificación del parámetro de escala, ilustrada en la figura 3 (a), preserva la forma del trazo e introduce modificaciones en la distancia entre las curvas. Al cambiar el parámetro de forma, figura 3 (b), no solo se modifica la distancia entre las curvas, sino también la razón de cambio de sus pendientes.

Las funciones *ww_gen* y *ww_gen_plot* generan y grafican, respectivamente, muestras Weibull-Weibull en una serie de tiempo. Por su parte, *ww_gen_hist* arregla las muestras generadas en un histograma, mientras que *ww_gen_compare* compara el histograma con la forma teórica de la curva de PDF. Un ejemplo de una salida de *ww_gen_compare* se muestra en la figura 4, verificándose que la generación de las muestras Weibull-Weibull sigue la forma esperada para la función de densidad de probabilidad. Comprobaciones semejantes se ejecutaron para la distribución K-K en sus variantes de la amplitud y la intensidad, arrojando resultados favorables. Lo mismo se hizo con la función *ww_gen_compare_cdf* que ejecuta un procedimiento parecido con la CDF.

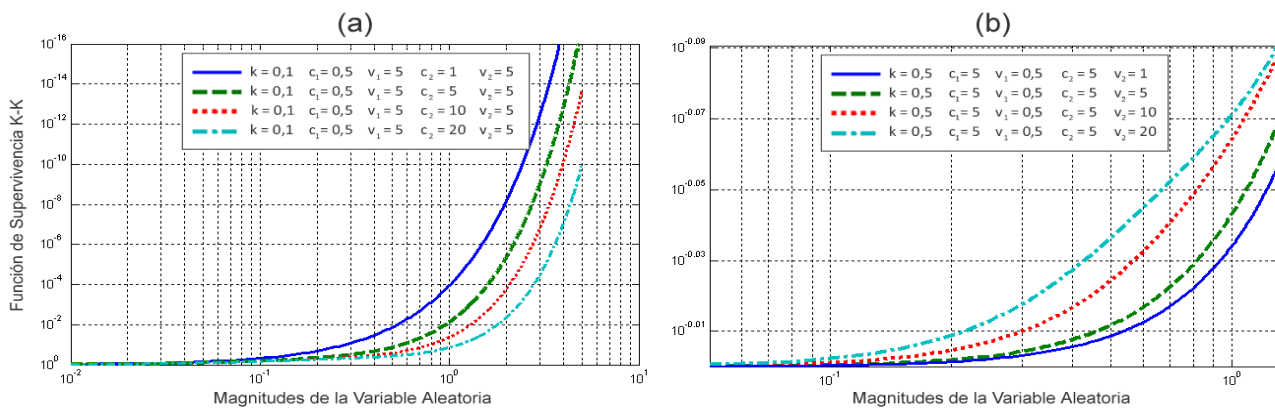


Figura 3

Cambios en la función de supervivencia con la variación de los parámetros de la distribución K-K de la amplitud.

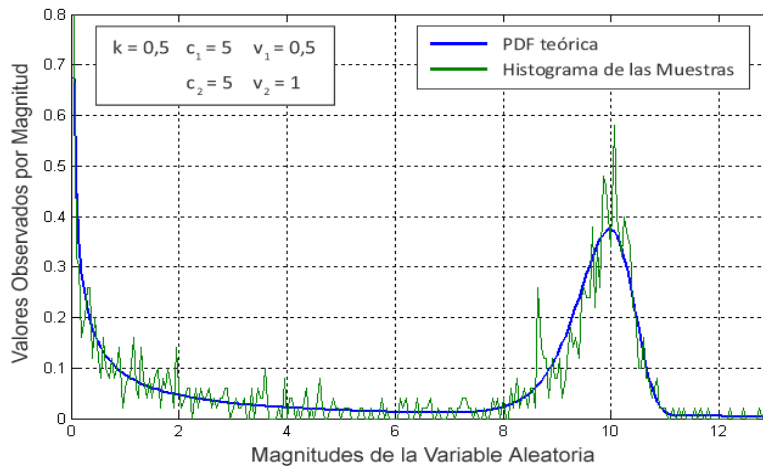


Figura 4

Comparación entre la PDF teórica y un histograma obtenido a partir de muestras generadas de la distribución Weibull-Weibull.

La función *kk2_residuals* mide los residuos o diferencias entre las formas teóricas y empíricas de las curvas de la PDF y grafica los resultados, permitiendo evaluar si un grupo de datos pertenece a una distribución, o si se distancia de ella en la zona de la cola, en el cuerpo o en el comienzo del trazo. Aunque efectiva para una grupo de datos, generalmente se prefieren pruebas que sintetizan el resultado en un único número que indica la probabilidad de que las muestras pertenezcan a una

distribución. En este sentido, la función *kk2_chi_squared* ejecuta la conocida prueba de bondad de ajuste Chi-Cuadrado que resulta en un valor p que verifica la correspondencia entre datos y distribución teórica siempre y cuando $p > 0,05$.

Además de la Chi-Cuadrado, los autores implementaron la prueba Kolmogorov-Smirnov que es más utilizada en ambientes de radares y produce igualmente un valor p . Obtenida con la función *kk2_ks*, la figura 5 ilustra el resultado de aplicar la prueba Kolmogorov-Smirnov sobre 100 conjuntos de 1000 muestras distribuidas según la ley K-K de la potencia. El lector podrá observar como la hipótesis de pertenencia se rechaza con una frecuencia relativamente baja, por lo que puede asegurarse que el mecanismo de generación utilizado es correcto y las muestras pertenecen a la distribución teórica.

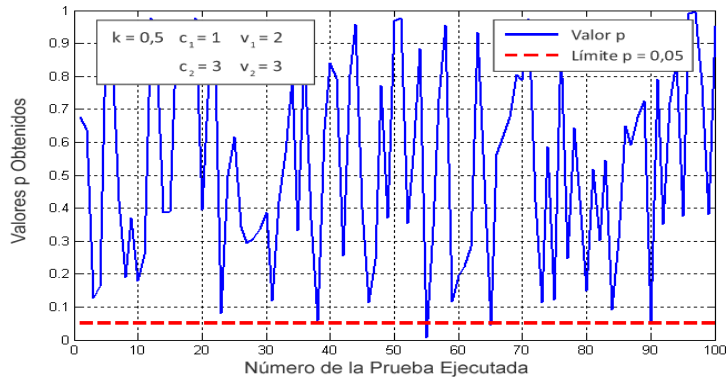


Figura 5

Resultados de la prueba Kolmogorov-Smirnov sobre 100 conjuntos distribuidos según la ley K-K de la potencia.

La figura 6 fue preparada para revelar la correcta ejecución de las funciones *kk_alg_ideal_moments* y *kk_alg_real_moments*, y contiene los resultados obtenidos sobre 100 conjuntos de 1000 muestras distribuidas K-K. En el gráfico (a) se muestra una comparación entre el primer momento algebraico (media) teórico y el empírico. El gráfico (b) hace lo mismo para el segundo momento algebraico (intensidad). Obsérvese como en ambos casos las estimaciones oscilan alrededor del valor teórico, ocurriendo errores reducidos tanto por exceso como por defecto. Este es el comportamiento esperado para un estimador.

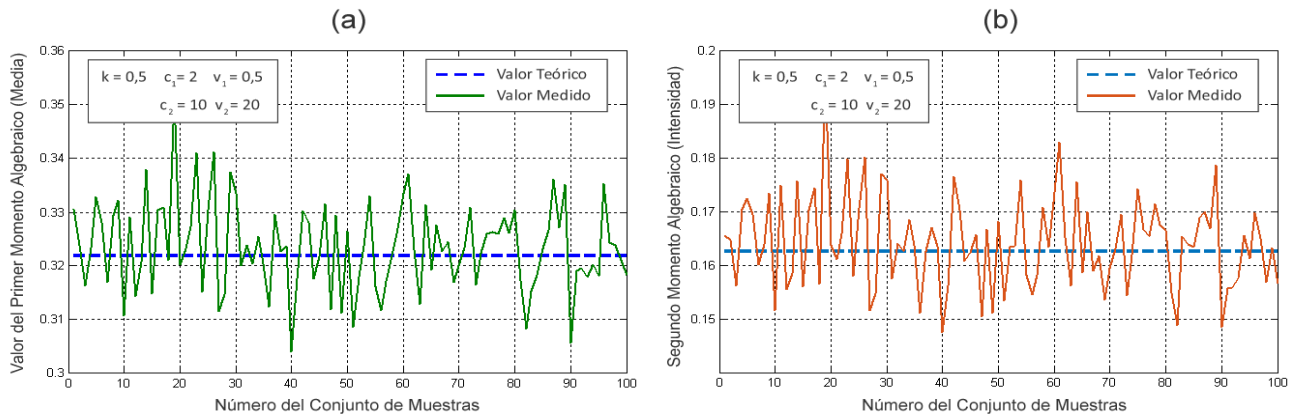


Figura 6

Media e intensidad calculadas sobre 100 conjuntos de 1000 muestras distribuidas K-K de la amplitud.

La figura 7 ofrece el cálculo de la Asimetría (*Skewness*) y la Curtosis (*Kurtosis*) sobre 100 conjuntos de 1000 muestras que siguen la distribución K-K en su versión de la potencia. La Asimetría y la Curtosis se obtienen a partir de los momentos centrados y son estimadas por las funciones *kk_ideal_moments* y *kk_real_moments* que hallan los valores teóricos y empíricos, respectivamente.

En este caso, los estimadores no producen errores distribuidos igualmente por exceso y por defecto sino que las estimaciones por defecto son preponderantes y las por exceso suelen tener valores muy superiores al esperado. Es importante notar que este

es el comportamiento esperado tanto para la asimetría como para la curtosis que aplican potencias de tercero y cuarto orden sobre los datos, provocando una elevación importante en los máximos.

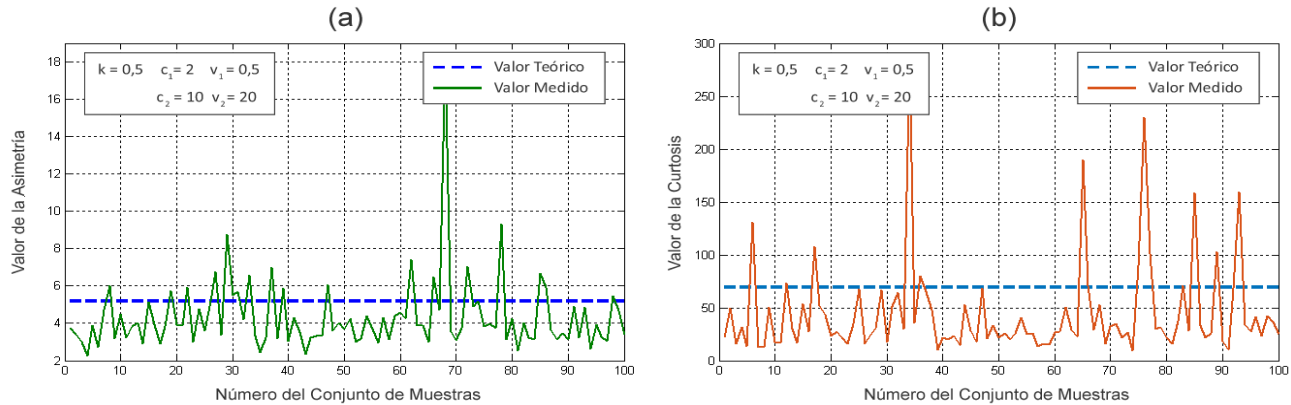


Figura 7

Asimetría y Curtosis calculadas sobre 100 conjuntos de 1000 muestras distribuidas K-K de la potencia.

Por último, para generar las muestras que permitieron crear las figuras 5, 6 y 7, se utilizaron las funciones *ww_gen_sets*, *kk_gen_sets* y *kk2_gen_sets* que brindan un acceso fácil a la generación de múltiples conjuntos. Las funciones son especialmente útiles cuando se necesitan generar grandes volúmenes de datos para el entrenamiento de clasificadores inteligentes como son las redes neuronales.

4. –DISCUSIÓN

Luego de realizar una profunda investigación sobre la literatura relacionada, los autores del presente artículo lograron reunir en un solo documento las definiciones matemáticas correspondientes a la modelación del *clutter* marino, de ángulo rasante medio y alto, a través de las distribuciones Weibull-Weibull y K-K, esta última en sus variantes de la amplitud y de la potencia. Las expresiones matemáticas encontradas fueron implementadas en MATLAB a través de 48 funciones informáticas. Así, se proporciona un acceso fácil a las funciones de densidad, distribución y supervivencia, así como a la generación de variables aleatorias y a la estimación de momentos centrados y algebraicos. Además, varias funciones estuvieron dedicadas a la validación de la implementación que se realizó por comparación con los resultados dados por otros autores, y mediante técnicas de reconocida aplicación como ajustes visuales, cálculos de residuos y pruebas de bondad de ajuste.

Las funciones creadas para las distribuciones Weibull-Weibull y K-K no tienen contraparte en el *Toolbox* Estadístico de MATLAB, o la mayoría de las aplicaciones existentes para la simulación estocástica, dado su uso específico en temas de radares, si bien la distribución Weibull-Weibull se aplica también en estudios relacionados con la durabilidad del acero [49], en predicciones de precipitaciones [50], y el análisis de accidentes automovilísticos [51]. Por tanto, la implementación realizada tiene múltiples aplicaciones, dentro y fuera del alcance de los radares. Consecuentemente, el código escrito tiene valor como producto informático, estando planeada su inclusión en la biblioteca MATE-CFAR 2, que unida a los aportes de [7, 8, 13, 22, 52], incluirá varios modelos de *clutter* y detectores de radar.

Con respecto a la modelación previa realizada de las distribuciones Weibull y K [8, 22], la implementación actual agregó tres nuevas funciones relacionadas con la obtención de la función de supervivencia, la comparación de curvas de distribución acumulativa teóricas y empíricas y la ejecución de la prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov. Estas tres funciones complementan la modelación y agregan métodos adicionales de validación. De hecho, dada la gran variedad de métodos incluidos, se espera que MATE-CFAR 2 sirva también como herramienta educativa para introducir a los estudiantes en muchos de los principios fundamentales del análisis estadístico dentro del procesamiento de señal.

La investigación realizada también identificó que no existen métodos robustos de estimación de los parámetros de las distribuciones Weibull-Weibull y K-K cuando el índice de mezcla es $k = 0,01$ y los parámetros de forma son comunes. Por tanto, se prevé el diseño de sistemas de inteligencia artificial que permitan crear soluciones de estimación paramétrica que lleven a su vez a la concepción de algoritmos de detección estables. Soluciones similares han sido presentadas para las distribuciones Weibull, K y Pareto [9-12].

5. –CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se modelaron las distribuciones Weibull-Weibull y K-K en 48 funciones **informáticas** para la representación de *clutter* marino observado desde radares emplazados en aeronaves o locaciones de altura considerable.. La modelación adquiere un carácter novedoso pues la mayoría de las aplicaciones de simulación estocástica no cuentan con ninguna herramienta similar, a diferencia de lo que sucede con otras distribuciones. Las funciones implementadas incluyen la modelación de la PDF, la CDF, la función generadora de variables aleatorias, algoritmos de bondad de ajuste y estimación de momentos, entre otras. La validez de la solución fue comprobada mediante la comparación con curvas de PDF y CDF dadas por otros autores, y mediante la interacción entre las diferentes funciones implementadas. El código creado viabiliza la prueba del desempeño de detectores ante variadas condiciones de operación y la creación de soluciones robustas de detección. Se recomienda la inclusión de las funciones en una biblioteca unificada de modelación de *clutter* y detectores de radar y su reproducción en lenguajes populares de programación como Python o C#.

REFERENCIAS

1. Richards M.A. Scheer J.A. Holm W.A. Principles of Modern Radar, Vol I Basic Principles. Scitech Publishing; 2010.
2. Ward K, Tough R. Watts S. Sea Clutter Scattering, the K Distribution and Radar Performance. 2da ed. The Institution of Engineering and Technology; 2013.
3. Wang J. Xu X. Simulation of Correlated Low-Grazing-Angle Sea Clutter Based on Phase Retrieval. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2015; 53(7): 3917-3930. doi: 10.1109/TGRS.2014.2388211
4. Wang J. Xu, X. Simulation of Pareto Distributed Temporally and Spatially Correlated Low Grazing Angle Sea Clutter. Proceedings of the 2014 International Radar Conference. 1-6; 2014. doi: 10.1109/RADAR.2014.7060342
5. Yi L. Yan L. Han N. Simulation of Inverse Gaussian Compound Gaussian distribution Sea Clutter Based on SIRP. Proceedings of the 2014 IEEE Workshop on Advanced Research and Technology in Industry Applications (WARTIA). 1026-1029; 2014. doi: 10.1109/WARTIA.2014.6976451
6. Machado Fernández J.R. Modelación de las Distribuciones Rayleigh y Exponencial en MATLAB para Aplicaciones de Radar. Revista Telem@tica. 2015; 15(2): 1-15.
7. Machado Fernández J.R. Modelación de la Distribución Gamma en MATLAB para Aplicaciones de Radar. Revista Ciencias Holguín. 2016; 22(4):. 1-17.
8. Machado Fernández J.R. Bacallao Vidal J.C. Modelación de la Distribución K en MATLAB para Aplicaciones de Radar. Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones (RIELAC). 2016; 37(2): 54-66.
9. Machado Fernández J.R. Estimation of the Relation between Weibull Distributed Sea clutter and the CA-CFAR Scale Factor. Journal of Tropical Engineering. 2015; 25(2): 19-28. doi: 10.15517/jte.v25i2.18209
10. Machado Fernández J.R. Bacallao Vidal J.C. Chávez Ferry, N. A Neural Network Approach to Weibull Distributed Sea Clutter Parameter's Estimation. Inteligencia Artificial. 2015; 18(56): 3-13. doi: 10.4114/ia.v18i56.1090
11. Machado Fernández J.R. Bacallao Vidal J.C. Improved Shape Parameter Estimation in K Clutter with Neural Networks and Deep Learning. International Journal of Interactive Multimedia and Artificial Intelligence. 2016; 3(7): 96-103. doi: 10.9781/ijimai.2016.3714
12. Machado Fernández J.R. Bacallao Vidal J.C. Improved Shape Parameter Estimation in Pareto Distributed Clutter with Neural Networks. International Journal of Artificial Intelligence and Interactive Multimedia. 2016; 4(8): 7-11. doi: 10.9781/ijimai.2016.421
13. Machado Fernández J.R. Sánchez Rams R.C. Implementación de un Detector de Promediación de Clutter usando VHDL. Revista Telem@tica. 2016; 15(2): 1-15.
14. González Padilla A. Bravo Quintana B. Machado Fernández J.R. Bueno González A. Clasificación del Clutter Marino utilizando Redes Neuronales Artificiales. Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones (RIELAC). 2013; 34(1): 1-11.
15. Dong Y. Distribution of X-Band High Resolution and High Grazing Angle Sea Clutter. Technical Report DSTO-RR-0316. Electronic Warfare and Radar Division, Defence Science and Technology Organization, Australia; 2006. Accesible en: <http://cradpdf.drdc-rddc.gc.ca/PDFS/unc56/p527164.pdf>

16. Rosenberg L. Watts S. High Grazing Angle Sea-Clutter Literature Review. Technical Report DSTO-GD-0736. Electronic Warfare and Radar Division, Defence Science and Technology Organization, Australia; 2013. Accesible en: www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a587307.pdf
17. Rosenberg L. Crisp D.J. Stacy N.J. Analysis of High Grazing Angle Sea-Clutter with the KK-distribution. Technical Report DSTO-TR-2915. National Security and ISR Division, Defence Science and Technology Organisation, Australia; 2013. Accesible en: <http://dSPACE.dsto.defence.gov.au/dSPACE/handle/dsto/10477>
18. Rosenberg L. The effect of temporal correlation with K and KK distributed Sea-Clutter. Proceedings IEEE Radarcon Conference; 2012. doi: 10.1109/RADAR.2012.6212155
19. Rosenberg L. Sea-Spike Detection in High Grazing Angle X-Band Sea-Clutter. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2013; 51(8): 4556-4562. doi: 10.1109/TGRS.2013.2239112
20. Farshchian M. Posner F.L. The Pareto Distribution for Low Grazing Angle and High Resolution X-Band Sea Clutter. IEEE Radar Conference Proceedings. 789-793; 2010. doi: 10.1109/RADAR.2010.5494513
21. Rosenberg L. Crisp D.J. Stacy N.J. Analysis of the KK distribution with X-band Medium Grazing Angle Sea-Clutter. Proceedings IEEE International Radar Conference; 2009. doi: 10.1049/iet-rsn.2009.0096
22. Machado Fernández J.R. Modelación de las Distribuciones Weibull y Log-Normal para Aplicaciones de Radar (aceptado para publicación). Revista Ciencias Holguín; 2016.
23. Sayama S. Sekine M. Weibull, Log-Weibull and K-Distributed Ground Clutter Modelling Analyzed by AIC. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2001; 37(3): 1108-1113. doi: 10.1109/7.953262
24. Sayama S. Ishii S. Suppression of Log-Normal Distributed Weather Clutter Observed by an S-Band Radar. Wireless Engineering and Technology. 2013; 4(3): 125-133. doi: 10.4236/wet.2013.43019
25. Vicen Bueno R. Rosa Zurera M. Jarabo Amores M.P. de la Mata Moya D. Coherent Detection of Swerling 0 Targets in Sea-Ice Weibull-Distributed Clutter Using Neural Networks. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2010; 59(12): 3139 - 3151. doi: 10.1109/TIM.2010.2047579
26. Ishii S. Sayama S. Mizutani K. Effect of Changes in Sea-Surface State on Statistical Characteristics of Sea Clutter with X-band Radar. Wireless Engineering and Technology. 2011; 2(3): 175-183. doi: 10.4236/wet.2011.23025
27. Krishnamoorthy K. Handbook of statistical distributions with applications. Springer; 2016.
28. Cetin A. CFAR Detection in K-Distributed Sea Clutter. Master Thesis. The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University; 2008. Disponible en: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.634.617&rep=rep1&type=pdf>
29. O'Connor A.N. Probability Distributions Used in Reliability Engineering. University of Maryland; 2011.
30. Lakshmi S. Gomathi Sundari P. Mathematical Model by using Mixture Weibull Distribution for Finding the Combination of Gad65 and Gaba for Modulation of Spasticity. International Journal of Computational Engineering Research. 2013; 3(4): 190-195.
31. Kvarnström F. Statistical methods for lifetime verification and failure rate analysis. Master Thesis. Umeå, Sweden; 2013. Disponible en: <http://www.diva-portal.se/smash/get/.../FULLTEXT01.pdf>
32. Gentle J.E. Random number generation and Monte Carlo methods. 2da ed. Springer; 2003.
33. Forbes C. Hastings N. Peacock B. Statistical distributions. JohnWiley & Sons; 2011.
34. Prabhakar Murthy D.N. Xie M. Jiang R. Weibull Models. Wiley; 2004.
35. Lee P.H. Torng C.C. A Combined Self-organizing Map Neural Network with Analysis Graphical Approach for Mixed-Weibull Parameter Estimation. Proceedings of the 2008 IEEE IEEM. 1370-1374; 2008. doi: 10.1109/IEEM.2008.4738094
36. Jiang R. Murthy D.N. Modeling Failure-Data by Mixture of 2 Weibull Distributions: A Graphical Approach. IEEE Transactions on Reliability. 1995; 44(3): 477-488. doi: 10.1109/24.406588
37. Gao Y. Zhan R. Parameter Estimation of KK Distribution based on Particle Swarm Optimization Algorithm. Systems Engineering and Electronics. 2013; 35(12): 2495-2500.
38. Watts S. Rosenberg L. A Review of High Grazing Angle Sea Clutter. Proceedings of the IEEE 2013 International Conference on Radar. 240-245; 2013. doi: 10.1109/RADAR.2013.6651992

39. Nohara T.J. Haykin S. Canadian East Coast Radar Trials and the K-Distribution. IEE Proceedings on Radar and Signal Processing. 80-88; 1991. doi: 10.1049/ip-f-2.1991.0013
40. Weinberg, G.V.: 'Coherent Multilook Radar Detection for Targets in KK Distributed Clutter' (InTech, 2012. 2012)
41. Walck C. On Moments and their Estimation. Internal Note SUF-PFY/91-01. Particle Physics Group, Department of Physics, University of Stockholm, 1991. Accesible en: <http://www.fysik.su.se/~walck/suf9101.pdf>
42. Makhoul E. Zhan Y. Broquetas A. Ruiz Rodon J. Baumgartner S. Sea Clutter Statistical Characterization using TerraSAR-X Data. Proceedings of the IEEE '14 Radar Conference; 2014. doi: 10.1109/IGARSS.2014.6947652
43. Mandal S.K. Bhattacharya C. Validation of Stochastic Properties of High Resolution Clutter Data from IPIX Radar Data. International 13' Conference on Intelligent Systems and Signal Processing (ISSP). 251-255; 2013. doi: 10.1109/ISSP.2013.6526913
44. Sayama S. Ishii S. Amplitude Statistics of Sea Clutter by MDL Principle. IEEEJ Transactions Fundamentals and Materials. 2011; 132(10): 886-892. doi: 10.1541/ieejfms.132.886
45. Dong Y. Clutter Spatial Distribution and New Approaches of Parameter Estimation for Weibull and K-Distributions, Technical Report DSTO-RR-0274; 2004. Accesible en: <http://dSPACE.dsto.defence.gov.au/dSPACE/handle/1947/3335>
46. Greco M. Bordoni F. Gini F. X-Band Sea-Clutter nonstationarity: Influence of Long Waves. IEEE Journal of Oceanic Engineering. 2004; 29(2): 269-283.
47. Antipov I. Statistical Analysis of Northern Australian Coastline Sea Clutter Data. Surveillance Systems Division, Electronics and Surveillance Research Laboratory, Australia; 2001. Accesible en: https://www.researchgate.net/publication/27254246_Statistical_analysis_of_northern_Australian_coastline_sea_clutter_data
48. Sayama S. Ishii S. Sekine M. Amplitude Statistics of Sea Clutter Observed by L-band Radar. IEEE Transactions on Fundamentals and Material. 2006; 126(6): 438-442. doi: 10.1541/ieejfms.126.426
49. Yan C. Mai, Y. Effect of Crack Depth and Specimen Width on Fracture Toughness of a Carbon Steel in the Ductile-Brittle Transition Region. International journal of pressure vessels and piping. 2000; 77(6), 313-319.
50. Chapman, T.G. Stochastic models for daily rainfall in the Western Pacific. Mathematics and Computers in Simulation. 1997; 43(3), 351-358.
51. Chin, H.C. Quek, S.T. Cheu, R.L. Traffic Conflicts in Expressway Merging. Journal of Transportation Engineering. 1991; 117(6), 633-643.
52. Machado Fernández J.R. Bacallao Vidal J.C. MATE-CFAR: Ambiente de Pruebas para Detectores CFAR en MATLAB. Revista Telem@tica. 2014; 13(3): 86-98.

AUTORES

José Raúl Machado Fernández (josemf@tele.cujae.edu.cu), Ingeniero en Telecomunicaciones y Electrónica, Master en Telecomunicaciones y Telemática, Profesor e Investigador, Aspirante a Doctor, Grupo de Investigación de Radares, Departamento de Telecomunicaciones y Telemática, Facultad de Telecomunicaciones y Electrónica, Universidad Tecnológica de la Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE), La Habana, Cuba. Sus intereses de investigación incluyen la teledetección, el procesamiento digital de señales, el modelado del *clutter* marino y la aplicación de la inteligencia artificial a la resolución de diversos problemas de ingeniería.

Raiko Israel Pupo Hondal (watsulla@gmail.com), Ing. en Telecomunicaciones y Electrónica, Investigador Adjunto, Grupo de Investigación de Radares, Departamento de Telecomunicaciones y Telemática, Facultad de Telecomunicaciones y Electrónica, CUJAE, La Habana, Cuba. Sus intereses de investigación están relacionados a la modelación estocástica del *clutter* marino y la comprobación del desempeño de los detectores CFAR ante variadas condiciones de operación.

Jesús de la Concepción Bacallao Vidal (bacallao@tele.cujae.edu.cu), Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Titular e Investigador, 2do Jefe del Grupo de Investigación de Radares, Departamento de Telecomunicaciones y Telemática, Facultad de Telecomunicaciones y Electrónica, CUJAE, La Habana, Cuba. Sus intereses de investigación incluyen la teledetección, la evaluación del desempeño de procesadores CFAR y la creación de esquemas de detección alternativos basados en el procesamiento de la señal en el dominio de los momentos.

