



---

### Resumen

En este artículo se estudia, mediante el uso de la estadística Bayesiana, la existencia de reversión a la media en el índice de valores de Puerto Rico (*Puerto Rico Stock Index*, PRSI), para horizontes de inversión de corto y largo plazo. Se utiliza el rendimiento mensual de este índice desde diciembre de 1995 a agosto de 2006. Se implanta una modificación del Muestreo de Gibbs para generar las varianzas de los rendimientos del PRSI y determinar mediante una prueba del "Variance Ratio" (VR) si existe reversión a la media. Se encontró que existe evidencia estadística de reversión a la media para algunos de los horizontes estudiados de corto plazo (3 y 12 meses), implicando que para estos horizontes los rendimientos mensuales del PRSI exhiben autocorrelaciones negativas y cierto grado de predictibilidad. Este resultado contrasta con otros estudios donde se demuestra, mediante el uso de la estadística clásica, que los rendimientos mensuales del PRSI para el periodo entre el 1995 y 1998 exhiben paso aleatorio.

Palabras claves: Puerto Rico Stock Index, Gibbs sampler, reversión a la media, Variance ratio test

### Abstract

We study the existence of mean reversion in the Puerto Rico Stock Index (PRSI) for short and long term difference in lags, using Bayesian techniques. The monthly closing price of this index from December 1995 to August 2006 is used. A modified version of the Gibbs sampler is used to generate the variances of the PRSI returns, and a variance ratio test is used to see if mean reversion exists in the data. Statistical evidence of mean reversion was found for short term lags (3 and 12 months). This finding implies that for these lags, the monthly returns of PRSI are negatively autocorrelated and as such, display some degree of predictability. This result contrasts with previous studies done, using classical statistical methods, where monthly returns of the PRSI for the 1995-1998 periods behave as a random walk.

Key words: Puerto Rico Stock Index, Gibbs sampler, mean reversion, Variance ratio test

---

Agradecimiento: Las autoras agradecen la colaboración de los doctores Javier Rodríguez y Luis Raúl Pericchi en este proyecto.

*Dra. Marta Álvarez\**  
*Zulyn Rodríguez\*\**

---

## **¿Existe reversión a la media en el *Puerto Rico Stock Index*?: Un enfoque Bayesiano**

\* Marta Álvarez es Catedrática en el Instituto de Estadística de la Facultad de Administración de Empresas del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico, correo electrónico: maralvarez@uprrp.edu

\*\*Zulyn Rodríguez trabaja en la División de Tecnología Académica y Administración del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico, correo electrónico: rp955158@uprrp.edu

Recibido: 26 de abril de 2006

Aceptado: 16 de agosto de 2006

Disponible en línea: 11 de diciembre de 2006

---

### **Introducción**

**E**l análisis financiero ha experimentado y seguirá experimentando cambios que modificarán la manera en que se estudian sus variables. Los cambios tecnológicos han fomentado la proliferación del uso del Enfoque Bayesiano en el área de las finanzas. Por esto, la Inferencia Bayesiana está comenzando a vislumbrarse como una alternativa al Enfoque Clásico o Frecuentista para modelar el comportamiento de diferentes variables financieras. Esto se debe a que, bajo el Enfoque Bayesiano, los datos se tratan como observaciones fijas y los parámetros como variables aleatorias. En esencia, la Estadística Bayesiana trata de encontrar la distribución para un

parámetro  $q$  dado las observaciones, mientras que la Estadística Frecuentista o clásica establece que sólo los datos proveen información para hacer inferencia sobre  $q$ . Después de todo, se ha comprobado que algunos supuestos, inherentes de la inferencia clásica, no son adecuados para el modelaje de las variables financieras.

Existen muy pocas investigaciones sobre los valores financieros y la actividad económica en Puerto Rico. Aunque los avances tecnológicos han facilitado y mejorado la recopilación y el análisis de datos, muchos de éstos, necesarios para este tipo de investigaciones son difíciles de conseguir, están incompletos o no están disponibles al público. Una de las pocas investigaciones sobre la actividad económica local publicada fue realizada por el economista José I. Alameda (1999). En uno de los apéndices, Alameda establece mediante la prueba de Dickey-Fuller aumentada (1979) la presencia de paso aleatorio ("random walk"), y consecuentemente la ausencia de reversión a la media, en el rendimiento mensual del Puerto Rico Stock Index (PRSI) para el periodo del 1995 al 1998. La existencia de patrones con reversión a la media, o sea, que la serie cuenta con un componente estacionario o de predicción, permitiría la implementación de estrategias de inversión que podrían generar rendimientos en exceso a índices del mercado.

El objetivo de esta investigación es ver si existe reversión a la media en el PRSI durante el periodo de diciembre de 1995 a agosto de 2006. Para lograr este objetivo se utilizará una modificación al algoritmo de Muestreo de Gibbs (Kim et al., 1998). Este es el primer estudio donde se aplica la metodología y Teoría Bayesiana a variables financieras de Puerto Rico. Se utilizan métodos *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), específicamente el Muestreo de Gibbs, para simular la distribución de muestreo de los parámetros. Éstos se utilizan para determinar la varianza de cada rendimiento del PRSI para los horizontes de inversión de corto plazo (2, 3, 6 y 12 meses) y de largo plazo (24 y 36 meses). Con estas varianzas se calcula una tasa de varianzas ("Variance Ratio", VR) para probar la existencia de reversión a la media en los seis horizontes de inversión a ser estudiados. Conocer si una serie de tiempo, como lo es el PRSI, exhibe reversión a la media puede ser de utilidad para los inversionistas al momento de establecer sus estrategias de inversión.

## Revisión de la literatura

El concepto de reversión a la media puede definirse como el proceso mediante el cual los rendimientos tienden a “regresar” a su valor promedio en el largo plazo. Los valores financieros que muestran evidencia de reversión a la media tienen rendimientos con autocorrelación negativa. Esto implica que puede existir un componente de predicción en la serie. Estos rendimientos también son menos volátiles en comparación con los que muestran evidencia de paso aleatorio – cuando el precio de un valor financiero aumenta o disminuye sin que exista la influencia de los precios pasados. La presencia de paso aleatorio imposibilita que se pueda predecir la dirección en que el mercado se moverá en cualquier punto en el futuro. Por esto, bajo el modelo de paso aleatorio, el rendimiento de un valor financiero no es predecible ni sufre de reversión a la media (Tsay, 2002).

Existe una gran variedad de artículos publicados y artículos en progreso en los cuales se utiliza el método de “Variance Ratio” propuesto por Lo y MacKinlay (1988) para probar el fenómeno de reversión a la media en el ámbito mundial. Dockery y Vergary (1997) constataron la existencia de paso aleatorio en el mercado de valores de Budapest (Budapest Stock Exchange) utilizando el precio semanal del índice para el periodo de enero 1991 a mayo 1995. Urrutia (1995) determinó que no existe paso aleatorio para los mercados de valores latinoamericanos en Argentina, Brasil, Chile y México. Risager (1997) probó la existencia de reversión a la media para el mercado de Dinamarca con los rendimientos anuales entre 1922 y 1995.

Sin embargo, como bien establece Balvers, Wu y Gilliland (2000), la existencia de este fenómeno es un tema controversial. Esto se debe a que se puede llegar a conclusiones contradictorias utilizando la misma serie dependiendo del método que el investigador utilice para hacer la prueba y el tamaño y/o periodo comprendido de la serie. Frennberg y Hansson (1993) utilizaron el “Variance Ratio” y el “Test of Autoregression of Multiperiod Returns” para demostrar que hay evidencia de paso aleatorio para los rendimientos mensuales a corto plazo del mercado de valores de Suecia del 1919 al 1990 y reversión a la media para el largo plazo. Esto contradice lo encontrado por

Graflund (2001 y 2002) quien utilizó Inferencia Bayesiana para probar que no existe reversión a la media en el mercado de valores suecos para los datos mensuales entre 1918 y 1998. Lo y MacKinlay (1988) utilizaron el “Variance Ratio” para rechazar la existencia de paso aleatorio para los rendimientos semanales del NYSE durante el periodo de 1962 al 1985. Sin embargo, ellos establecen que la ausencia de paso aleatorio no es necesariamente un indicador de reversión a la media. Por otro lado, Kim, Nelson y Startz (1991) demostraron la existencia de reversión a la media para el periodo comprendido antes de la Segunda Guerra Mundial (1926-1946) con los rendimientos mensuales de ese mismo índice estadounidense.

### Tasa de varianzas (“Variance Ratio”, VR)

La estadística VR es una medida utilizada para probar, entre otras cosas, paso aleatorio y reversión a la media. Si se determina que, en efecto, existe reversión a la media, se puede concluir que el cambio en el precio del valor financiero no es independiente. Para poder realizar esta prueba se necesita calcular los rendimientos continuos del índice a ser utilizado (en nuestro caso el de Puerto Rico). Se presume que estos rendimientos siguen un paso aleatorio con incrementos normales independientemente distribuidos. Por lo tanto, se puede suponer lo siguiente:

$$y_{q,t} = y_{q,t-1} + \mu + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \text{Normal}(0, \sigma^2)$$

$$E(y_{q,t}) = y_{q,t-1} + q\mu \quad \text{Var}(y_{q,t}) = q\sigma^2$$

La estadística para la prueba de VR se define de la siguiente manera:

$$VR(q) = \frac{\text{Var}[y_{q,t}]}{q\text{Var}[y_{1,t}]},$$

donde:

$\text{Var}[y_{q,t}]$  = varianza del rendimiento  $t$  en el horizonte de inversión  $q$ ,

$\text{Var}[y_{1,t}]$  = varianza del rendimiento  $t$  en el periodo 1 y

$q$  = horizonte de inversión.

Si la estadística  $VR(q)$  es menor de 1, se puede concluir que existe reversión a la media para el horizonte de inversión  $q$ .

### Métodos Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Besag y Green (1993) llamaron a los métodos Markov Chain Monte Carlo (MCMC) como las “máquinas de inferencia Bayesiana”. Éstos permiten la solución de las funciones que no tienen solución analítica definida y han revolucionado la aplicación de la Teoría Bayesiana. El propósito de este método es crear una cadena de Markov, cuya distribución estacionaria sea igual a la distribución posterior,  $p(\theta|y)$ .

Un “Hidden Markov Model” tiene un número finito  $k$  de estados no observados en el vector de estados  $\underline{S} = (s_1, \dots, s_k)$ . Estos estados están asociados con una distribución de probabilidad, así como la transición entre ellos. Las probabilidades de transición están expresadas en la matriz de transición  $P$ . Si el vector de estados  $\underline{S}$  contiene un número finito  $k$  de elementos se puede definir la matriz de transición de la siguiente forma:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix},$$

donde la suma de los elementos de cada fila totalizan 1 (Gammerman, 1997). En esta investigación se utiliza una matriz de transición con  $k = 2$  estados, donde  $p_{ij} = P(S_t = j | S_{t-1} = i)$ .

El “Hidden Markov Model” cuenta con los siguientes supuestos: el próximo estado no depende del estado actual; las probabilidades en la matriz de transición son independientes del momento en que ocurre la transición; y la observación generada es estadísticamente independiente de la anterior.

Los métodos MCMC se basan en generar muestras de la distribución posterior y promediarlas para aproximar los valores esperados. Estas cadenas pueden ser construidas utilizando el Muestreo de Gibbs, que se obtiene generando muchas iteraciones de las cadenas de Markov.

El algoritmo de muestreo de Gibbs (“Gibbs sampling”) es una técnica basada en el método MCMC. El mismo, a su vez, es un caso particular del algoritmo Metropolis-Hastings. Según Casella y George (1992), el algoritmo genera variables aleatorias de la distribución marginal sin tener que calcular su densidad. El propósito del Muestreo de Gibbs es simular cadenas de Markov con un número de iteraciones lo suficientemente grandes cuya distribución estacionaria sea igual a la distribución posterior,  $p(\theta|y)$ , y que las mismas converjan. Con la convergencia se obtienen muestras de la distribución posterior. Sin embargo, para poder usar el algoritmo, se necesita poder calcular las distribuciones condicionales de los parámetros.

## Metodología

Aunque los datos recopilados fueron el precio de cierre mensual del PRSI, para la prueba de reversión a la media se requieren los rendimientos mensuales del índice,  $y_{q,t}$ , los cuales se calcularon utilizando la siguiente ecuación:

$$y_{q,t} = \ln I_t - \ln I_{t-q},$$

donde:

$\ln I_t$  = logaritmo natural del precio mensual del PRSI en el periodo  $t$   
 $\ln I_{t-q}$  = logaritmo natural del precio mensual del PRSI en el periodo  $t - q$ , siendo  $q$  el rezago (“lag”) u horizonte de inversión.

El modelo que se utiliza es un “regime switching model” de dos estados donde  $y_t$  son los rendimientos mensuales menos su media y  $S_t$  es una variable de los estados no observada que sigue un proceso de Markov. El modelo es el siguiente:

$$y_t \sim N(0, \sigma_t^2), \text{ donde } \sigma_t^2 = \sigma_1^2 S_{1t} + \sigma_2^2 S_{2t}.$$

Este modelo está sujeto a las siguientes restricciones: (1)  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ , (2)  $p_{ij} = P(S_t = j | S_{t-1} = i)$ ,  $i, j = 1, 2$ , y (3)  $\sum_{j=1}^2 p_{ij} = 1$ , para  $i = 1, 2$ .



Esta investigación se basó en el artículo de Kim, Nelson y Startz publicado en 1998 y el trabajo en progreso de Graflund (2002), que utiliza dos estados ( $k=2$ ) en la cadena de Markov. Los datos empleados por Kim et al. fueron los rendimientos mensuales de todas las acciones listadas en el NYSE para el periodo de 1926 al 1986. En este proyecto, por su parte, se utiliza el rendimiento mensual del PRSI para el periodo de enero 1996 a agosto 2006 ( $t=127$ ) observaciones. El largo de la serie de tiempo varía entre los dos estudios por lo reciente de la creación del índice local.

Para programar el Muestreo de Gibbs y la prueba VR se utilizó la herramienta MATLAB 7.0 Release 14. Este algoritmo es uno computacionalmente intenso y se tarda aproximadamente ocho horas en hacer las 22,000 iteraciones para generar los estimados necesarios para realizar la prueba.

En general, el procedimiento de esta investigación es el siguiente: primero, se estima el vector de parámetros  $\theta = \{p_{11}, p_{22}, \underline{S}, \sigma_1^2, \sigma_2^2\}$  utilizando el método Bayesiano de Muestreo de Gibbs; segundo, se utilizan las varianzas estimadas,  $\sigma_t^2$ , de los rendimientos del PRSI para estandarizar nuestro vector de observaciones  $\underline{y} = \{y_t, t = 1, 2, \dots, 127\}$ , donde  $y_t$  es el rendimiento del PRSI menos su media; y por último, se hace la prueba de VR a los diferentes vectores de  $\underline{y}$  creados para los horizontes a ser estudiados (2, 3, 6, 12, 24 y 36 meses) para probar si hay reversión a la media en cada serie.

Para implementar el Muestreo de Gibbs, se establecieron los valores iniciales para cada elemento ( $p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}$ ), de la matriz de transición  $P$  a 0.50 para que exista una misma probabilidad de “moverse” entre los dos estados. Se estableció el número de iteraciones del algoritmo en  $N=22,000$ . De éstas, ( $B=2,000$ ) serán descartadas como “burn in”.

Como cada parámetro en el vector de parámetros  $\theta$  se trata como una variable aleatoria, su simulación se describe a continuación. El elemento  $p_{11}$  de la matriz de transición  $p_{11}$  se genera de la distribución Beta ( $u_{11} + n_{11}, u_{12} + n_{12}$ ) donde  $u_{11}$  y  $u_{12}$  son “non informative priors” y

$n_{11}$  = número de veces que el rendimiento del PRSI en la transición del tiempo  $t$  al tiempo  $t + 1$  permaneció en el Estado 1, y

$n_{12}$  = número de veces que el rendimiento del PRSI en la transición del tiempo  $t$  al  $t + 1$  tiempo pasó del Estado 1 en  $t$  al Estado 2 en  $t + 1$ .

Para la probabilidad de transición  $p_{22}$  también se utilizó una Beta ( $u_{21} + n_{21}, u_{22} + n_{22}$ ) donde  $u_{21}$  y  $u_{22}$  son “non informative priors” y  $n_{21}$  = número de veces que el rendimiento del PRSI en la transición del tiempo  $t$  al tiempo  $t + 1$  pasó del Estado 2 en  $t$  al Estado 1 en  $t + 1$ , y

$n_{22}$  = número de veces que el rendimiento del PRSI en la transición del tiempo  $t$  al  $t + 1$  permaneció en el Estado 2.

Los elementos del vector de estados  $\underline{S}$  condicionados en los otros parámetros se determinan con la siguiente condición:

$$S_t = \begin{cases} 1 & \text{d < Uniforme (0,1)} \\ 2 & \text{en otros casos} \end{cases} \quad t = 1, 2, \dots, 127,$$

donde:

$d = \frac{\rho_{11}}{\rho_{11} + \rho_{12}}$ ,  $\rho_{11} = \frac{\rho_{22}}{\rho_{12} + \rho_{21}}$  y  $\rho_{12} = \frac{\rho_{12}}{\rho_{12} + \rho_{21}}$  son elementos de la matriz estacionaria. El valor de  $\sigma_1^2$  se genera utilizando la distribución Gamma Inversa ( $\alpha_1, \beta_1$ ) donde:

$\alpha_1 = \frac{v_1 + T}{2}$  : hiperparámetro de la distribución Gamma Inversa donde  $v_1 = 1$  representa un “non informative prior” Uniforme (0, 1) y  $T$  es el número de elementos en el vector de observaciones  $\underline{y} = \{y_t = 1, 2, \dots, 127\}$ ,

$\beta_1 = \frac{\delta_1 + \sum_{t=1}^T \left( \frac{y_t}{\sqrt{(1 + S_{2t}, h)}} \right)^2}{2}$  : hiperparámetro de la distribución Gamma Inversa donde:  $\delta_1 = 1$  (“non informative prior” Uniforme (0,1)),  $y_t$  es el rendimiento en el tiempo  $t$ ,  $S_{2t}$  es una variable indicadora de que el rendimiento  $y_t$  pertenece al estado 2 y  $h = \bar{h} + 1$ .

Para generar  $\sigma_2^2$ , ésta se condiciona con respecto a  $\sigma_1^2$  con la siguiente relación:

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 \bar{h},$$

donde:

$$\sigma_1^2 \sim \text{Gamma Inversa}(\alpha_1, \beta_1),$$

$\underline{h} \sim \text{Gamma Inversa}(\alpha_1, \beta_1)$  generada con los siguientes hyperparámetros:  $\alpha_2 \frac{\nu_2 + T_2}{2}$  donde  $\nu_2 = 1$  representa un “non informative prior” Uniforme(0,1) y  $T_2$  es la cantidad de elementos en el estado 2,

$$\beta_2 = \frac{\delta_2 + \sum_{t=1}^{T_2} \left( \frac{y_t}{\sqrt{\sigma_1^2}} \right)^2}{2} \quad \text{donde } \delta_2 = 1 \text{ (“non informative prior” Uniforme (0,1) , } N_2 \text{ es el número de veces que ocurre el estado 2, } y_t \text{ es el rendimiento en el tiempo } t \text{ y } \sigma_1^2 \sim \text{Gamma Inversa}(\alpha_1, \beta_1).$$

La varianza del rendimiento mensual,  $\sigma_t^2$ , se genera con la ecuación:

$$\sigma_t^2 = \sigma_t^2 S_{1t} + \sigma_2^2 S_{2t},$$

donde:

$$\sigma_1^2 \sim \text{Gamma Inversa}(\alpha_1, \beta_1),$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_1 \bar{h},$$

$S_{1t}$  = Variable indicadora de que el rendimiento  $y_t$  pertenece al estado 1 y

$S_{2t}$  = Variable indicadora de que el rendimiento  $y_t$  pertenece al estado 2.

Las 20,000 iteraciones que resulten de este algoritmo, luego de descartar las 2,000 que no convergieron, serán utilizadas como una aproximación a la distribución marginal para el vector de parámetros  $\theta = (p_{11}, p_{22}, \underline{S}, \sigma_1^2, \sigma_2^2)$ . Al final de las iteraciones, se tendrá un conjunto de 20,000 varianzas para cada rendimiento,  $\sigma^2 = \{\sigma_t^2, t = 1, \dots, 127\}$ . Con estas varianzas se calcularán 20,000 conjuntos de las siguientes series:

$$y^* = \frac{y_t}{\sigma_t} = \text{Rendimientos estandarizados}$$

$y_t^{**}$  = Rendimientos aleatorizados estandarizados

A estas dos nuevas series, y al vector de observaciones  $\underline{y} = \{y_t, t = 1, \dots, 127\}$  se les calcula los rendimientos a 2, 3, 6, 12, 24 y 36 meses utilizando la ecuación propuesta por Campell et al. (1997):

$$y_t(q) = y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-q+1}.$$

Luego, se procede a calcular las varianzas de cada serie para los seis horizontes de inversión estudiados y así calcular la estadística VR. En el caso de los rendimientos estandarizados y los rendimientos aleatorizados estandarizados se cuenta con la distribución de este estadístico, dado que estas dos series fueron generadas por el algoritmo de Muestreo de Gibbs. El aleatorizar los rendimientos estandarizados destruye la propiedad de serie de tiempo. Por lo tanto, cuando se calcule el VR para estas series “se tendrá la distribución de la hipótesis nula dado a la aleatorización” (Graflund, 2002). Cuando ya se cuente con los valores del estadístico VR para los rendimientos estandarizados y los no estandarizados, se procede a llevar a cabo la prueba del estadístico VR como fue realizada por Graflund (2002). Ésta tiene las siguientes hipótesis:

$H_0$ : No existe evidencia de reversión a la media en el rendimiento del PRSI (paso aleatorio).

$H_1$ : Existe evidencia de reversión a la media en el rendimiento del PRSI (no hay paso aleatorio).

Para los rendimientos no estandarizados, se calcula el valor-p con la fórmula que se presenta a continuación:

$$\text{valor} - p = \frac{\#[VR(q) < VR^{***}(q)]}{\text{iteraciones}},$$

donde:

$\#[VR(q) < VR^{***}(q)]$  = Número de veces que el estadístico VR para el rendimiento original es menor que el estadístico VR para el rendimiento aleatorizado no estandarizado e

$\text{iteraciones}$  = Número de iteraciones del algoritmo menos el “burn-in” = 20,000.

En el caso de los rendimientos estandarizados se calcula la probabilidad de la siguiente forma:

$$\text{valor} - p = \frac{\#[VR^*(q) < VR^{**}(q)]}{\text{iteraciones}},$$

donde:

$\#[VR^*(q) < VR^{**}(q)]$  = número de veces que el estadístico VR para el rendimiento estandarizado es menor que el estadístico VR para el rendimiento aleatorizado estandarizado e *iteraciones* = número de iteraciones del algoritmo menos el “burn-in” = 20,000.

## Resultados Empíricos

### Puerto Rico Stock Index, PRSI

El propósito fundamental de un índice de acciones es medir el desempeño del mercado de valores al que representa. Aunque Puerto Rico no cuenta con un mercado de valores, el Banco Gubernamental de Fomento de Puerto Rico (BGF) comenzó a calcular en octubre 1995 el Índice de Acciones de Puerto Rico (Puerto Rico Stock Index, PRSI). Con este índice, el BGF esperaba monitorear el desempeño de los valores locales y medir las fluctuaciones del sistema financiero local (Alameda, 1999). Las empresas que pueden pertenecer a este índice son las que tienen su compañía matriz en la isla o que su principal fuente de negocios sea en Puerto Rico y que trafican sus acciones en los mercados de valores de los Estados Unidos. El mismo está construido a base de la ponderación de la capitalización de activos. Este cómputo es similar al utilizado para calcular el “Standard and Poors Composite Index”. Aunque las instituciones financieras siempre han predominado en la composición del PRSI, el número total de organizaciones ha variado a través de los años. Como se puede observar en la Tabla 1, para diciembre 1995 el índice estaba compuesto de diez empresas, de las cuales siete eran instituciones financieras que comprendía un 98.53% del mismo. Para diciembre de 2005, el PRSI contaba con nueve organizaciones de las cuales ocho eran instituciones financieras para un 99.83%.

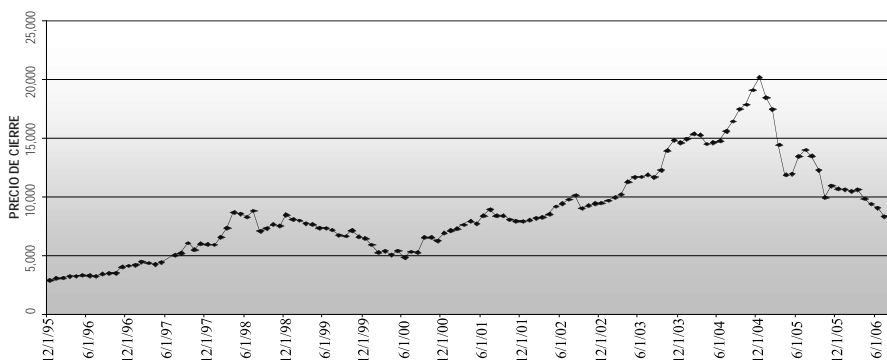
**Tabla 1**  
**Composición del Puerto Rico Stock Index en diciembre 1995 y 2005**

Ticker	Nombre	Diciembre 1995		Diciembre 2005	
		Peso en el Índice %	Acciones en Circulación	Peso en el Índice %	Acciones en Circulación
DRL	Doral Financial Group	15.115	40.429	10.111	107.922
EUBK	EuroBancshares, Inc.			2.436	19.449
FBP	First Bancorp Puerto Rico	10.135	29.597	8.864	80.814
IGC	Interstate General Co -LP	0.135	2.066		
MRGO	Margo Caribe Inc.	0.076	1.875	0.17	2.786
OFG	Oriental Financial Group	2.26	10.154	2.686	24.582
BPOP	Popular, Inc.	46.978	135.556	49.993	267.427
PRNC	Puerto Rican Cement Co Inc.	1.257	5.379		
RGF	R&G Financial Corp	5.84	28.29	3.45	29.572
SBP	Santander BanCorp	9.931	42.485	10.355	46.639
WHI	W Holding Co Inc.	8.273	42.08	11.935	164.066

Fuente: Sistema Bloomberg

Los precios de cierre mensuales del PRSI fueron recopilados utilizando el Sistema Bloomberg. Los mismos cubren el periodo de 31 de diciembre de 1995 al 31 de agosto de 2006 para un total de 128 observaciones. En la Gráfica 1 se puede apreciar que el precio de cierre mensual del PRSI tuvo un crecimiento casi exponencial hasta diciembre de 2004; luego tuvo una de sus más grandes caídas hasta abril de 2005.

**Gráfica 1**  
**Precio de cierre mensual del PRSI de diciembre 1995 a agosto 2006**



Después de esta fecha, aunque ha habido aumentos, la tendencia general ha sido una disminución del precio de cierre mensual del PRSI. Las estadísticas descriptivas para el precio mensual se encuentran en la Tabla 2.

**Tabla 2**  
**Estadísticas descriptivas del precio de cierre mensual del PRSI**

Estadísticas	Precio PRSI
Observaciones	128
Media	8,831.48
Mediana	8,156.40
Máximo	20,207.80
Mínimo	2,915.90
Desv. Estándar:	3,903.21

En el Apéndice I se presenta una tabla con las estadísticas descriptivas de los precios mensuales de las acciones de las ocho instituciones financieras que componen el PRSI y en el Apéndice II una gráfica que describe este comportamiento a través del tiempo.

## Resultados

Como hemos mencionado anteriormente, el algoritmo de Muestreo de Gibbs se utilizó para generar los estimados de los parámetros de la matriz de transición  $p_{11}$  y  $p_{22}$  y para estimar las varianzas  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$ , que se utilizan para calcular las varianzas de los rendimientos del PRSI,  $\sigma_t^2$ . A continuación se presentan los resultados más significativos de esta investigación. La Tabla 3 muestra las estadísticas de la distribución posterior para las probabilidades de transición  $p_{11}$  y  $p_{22}$ .

**Tabla 3**  
**Probabilidades de transición generadas por el algoritmo de Gibbs**  
**Iteraciones totales: 22,000 “Burn in”: primeras 2,000**

Parámetro	Distribución Posterior			Duración
	Media	Mediana	Desviación estándar	
$p_{11}$	0.50294	0.50577	0.20755	2.0118
$p_{22}$	0.50082	0.49892	0.20775	2.0033

Se puede observar que ambos parámetros tienen una media y una desviación estándar muy similar, y que se mantuvieron cerca de los valores que se les asignó al comienzo de la simulación (0.50 para ambas probabilidades). En la última columna de la tabla se calculó la duración esperada para cada estado según propuesta por Graflund (2002). En ambos casos, la duración de los estados es de dos meses.

En la Tabla 4 se encuentran las estadísticas de la distribución posterior para las volatilidades generadas.

**Tabla 4**  
**Volatilidades generadas por el algoritmo de Muestreo de Gibbs**  
**Iteraciones totales: 22,000 “Burn in”: primeras 2,000**

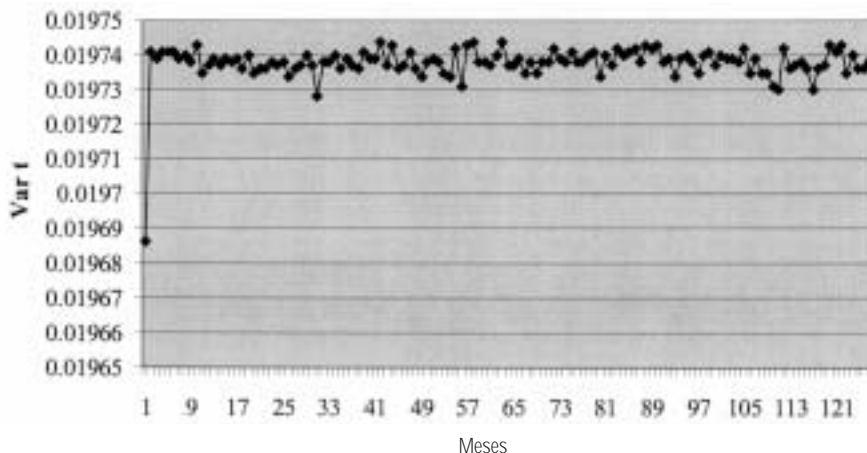
Parámetro	Distribución Posterior		
	Media	Mediana	Desviación estándar
$\sigma_1^2$	0.019686	0.01948	0.0025184
$\sigma_2^2$	0.020081	0.01967	0.021675

Al igual que para las probabilidades de transición, ambas tienen estadísticas descriptivas bien similares, aunque  $\sigma_2^2$  exhibe más variabilidad.

En la Gráfica 2 se presenta el promedio posterior para las varianzas generadas para el rendimiento del PRSI,  $\underline{\sigma}^2 = \{ \sigma_t^2 \ t = 1, \dots, 127 \}$ .



**Gráfica 2**  
**Promedio posterior para la varianza del rendimiento del PRSI  $s^2$**   
**Iteraciones totales: 22,000 “Burn in”: primeras 2,000**



De esta gráfica se desprende que existe poca variabilidad entre las varianzas generadas por el algoritmo, exceptuando el primer valor. Esto puede ser a consecuencia de que el primer rendimiento siempre pertenece al Estado 1 según la condición impuesta.

La Tabla 5 presenta la estadística VR calculada para los rendimientos no estandarizados y estandarizados del PRSI.

**Tabla 5**  
**Estadística VR para los rendimientos del PRSI**  
**Iteraciones totales: 22,000 “Burn in”: primeras 2,000**

Horizonte de inversión (q)	Rendimientos no estandarizados			Rendimientos estandarizados		
	Originales	Aleatorizados	Valor-p	Estandarizados	Aleatorizados	Valor-p
2	0.6676	0.99147	0.0927	1.1085	0.99146	0.0927
3	1.2429	0.98284	0.0275	1.2429	0.98283	0.0274
6	1.2805	0.95735	0.0766	1.2805	0.95733	0.0763
12	1.6534	0.90695	0.0231	1.6534	0.90693	0.0231
24	1.4344	0.79453	0.0829	1.4343	0.79449	0.0829
36	0.6821	0.66757	0.3697	0.6820	0.66751	0.3699

Para los rendimientos originales se calculó la estadística directamente de los rendimientos históricos, mientras que para los estandarizados, los aleatorizados estandarizados y los aleatorizados no estandarizados se calculó el promedio posterior, ya que la simulación provee una aproximación a la distribución posterior del estadístico VR. Los valores-p presentados en la Tabla 5 son estadísticamente significativos, a un nivel de significancia  $\alpha$  de 0.05, para los horizontes de inversión de 3 y 12 meses. A un nivel de significancia de 0.10 los resultados son estadísticamente significativos para horizontes de inversión de 3 a 24 meses. Estos resultados significativos implican que hay evidencia de ausencia de paso aleatorio y de posible reversión a la media en el rendimiento del PRSI, y por consiguiente, evidencia de predictibilidad en los rendimientos mensuales del PRSI para estos horizontes. Para el horizonte de inversión de largo plazo (36 meses) el valor-p no es significativo, lo que implica que no hay evidencia de reversión a la media en el rendimiento del PRSI para este horizonte de inversión.

## Conclusiones

El propósito principal de esta investigación fue aplicar conceptos de la Estadística Bayesiana para determinar si existe o no reversión a la media en los rendimientos del PRSI. En general, se encontró que para horizontes de inversión de 3 y 12 meses existe evidencia de que estos rendimientos revierten a su media. En términos prácticos, este resultado implica que para dichos horizontes, los rendimientos del PRSI tienen una autocorrelación negativa y por consiguiente cierto grado de predictibilidad. Este resultado contrasta con los resultados de Alameda (1999), quien utilizó la prueba de Dickey-Fuller aumentada para los años 1995 al 1998. Por otro lado, estos resultados concuerdan con lo encontrado para los índices estadounidenses Dow Jones y el NYSE, en los que existe evidencia de reversión a la media. Una diferencia fundamental entre todos estos estudios es el tamaño de las series utilizadas para realizar los mismos. Esto es un factor importante ya que el fenómeno de reversión a la media tiende a verse en series de tiempo extensas.

## Bibliografía

- Alameda, J. (1999) Do stock prices associate with the real economy? *Forum Empresarial*, 4, 33.
- Albert, J. H., & Chib, S. (1993) Bayes Inference Via Gibbs Sampling of Autoregressive Time Series Subject to Markov Mean and Variance Shifts. *Journal of Business and Economic Statistics*, 1, 1-15.
- Banco Gubernamental de Fomento para Puerto Rico. Portal Cibernético del Banco Gubernamental de Fomento para Puerto Rico. Consultado 15 de junio de 2005; en <http://www.gdb-pur.com/BGFEsp.htm>
- Balvers, R., Wu, Y., & Gilliland, E. (2000) Mean Reversion Across National Stock Markets and Parametric Contrarian Investment Strategies. *Journal of Finance*, 55, 745-772.
- Besag, J., & Green, P. J. (1993) Spatial Statistics and Bayesian Computation. *Journal of the Royal Statistical Society, Serie A* 154, 143-55.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1997) *The Econometrics of Financial Markets*. (pp. 31-49) New Jersey: Princeton University Press.
- Casella, G. & George, E. I. (1992) Explaining the Gibbs Sampler. *The American Statistician*, 46, 167-174.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979) Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dockery, E., & Vergari, P. (1997) Testing the Random Walk Hypothesis: Evidence for the Budapest Stock Exchange. *Applied Economic Letters*, 4, 627-629.
- Frennberg, P. & Hansson, B. (1993) Testing the Random Walk Hypothesis on Swedish Stock Prices: 1919-1990. *Journal of Banking and Finance*, 17, 175-191.
- Gamerman, D. (1997) *Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference*. (pp. 37-42, 93-116, 119-155) Florida: CRC Press.

- Graflund, A. (2002) A Bayesian Inference Approach to Testing Mean Reversion in the Swedish Stock Market. Accesado 5 de mayo de 2003; en [http://www.nek.lu.se/publications/workpap/Papers/WP00\\_8.pdf](http://www.nek.lu.se/publications/workpap/Papers/WP00_8.pdf)
- Graflund, A. (2001) Are the Nordic Stocks Markets Mean Reverting? Accesado 5 de mayo de 2003; en [http://swopec.hhs.se/lunewp/papers/lunewp2001\\_015.pdf](http://swopec.hhs.se/lunewp/papers/lunewp2001_015.pdf)
- Kim, C. J., Nelson, C. R., & Startz, R. (1998) Testing for Mean Reversion in Heteroskedastic Data Based on Gibbs-Sampling-Augmented Randomization. *Journal of Empirical Finance*, 5, 131-154.
- Kim, C. J., & Nelson, C. R. (1998) Testing for Mean Reversion in Heteroskedastic Data II: Autoregression Tests Based on Gibbs-Sampling-Augmented Randomization. *Journal of Empirical Finance*, 5, 385-396.
- Lo, A. W. & MacKinlay, A. C. (1988) Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test. *Review of Financial Studies*, 1, 41-66.
- Risager, O. (1997) Random Walk or Mean Reversion: The Danish Market Since World War I. Accesado 5 de mayo de 2003; en <http://www.cbs.dk/departments/econ/res/wpec0798.pdf>
- Robert, C. P., & Casella, G. (2004) *Monte Carlo Statistical Methods: Second Edition* (pp. 38-39, 205-247, 337-360) New York: Springer-Verlag.
- Robert, C. P., & Casella, G. (1999) *Monte Carlo Statistical Methods* (pp. 182) New York: Springer-Verlag.
- Urrutia, J. L. (1995) Tests of Random Walk and Market Efficiency for Latin American Emerging Markets. *Journal of Financial Research*. 299-309.

## Apéndice I

### Estadísticas descriptivas del precio de cierre mensual de las instituciones financieras que componen el PRSI, 1995 - 2006

Serie	DRL	EUBK	FBP	OFG	BPOP	RGF	SBP	WHI
Observaciones	140	25	140	140	140	121	94	140
Media	12.862	14.589	10.222	13.703	14.987	14.067	18.233	5.172
Mediana	8.056	14.170	8.627	13.294	15.063	11.853	16.083	4.275
Máximo	49.250	21.000	32.060	28.955	28.830	38.880	33.930	15.293
Mínimo	1.250	9.360	1.889	3.486	3.672	3.287	9.711	0.320
Desviación estándar	11.557	3.576	6.403	6.315	6.191	8.992	5.872	3.679

#### Leyenda

	Nombre
DRL	Doral Financial Group
EUBK	EuroBancshares, Inc.
FBP	First Bancorp Puerto Rico
OFG	Oriental Financial Group
BPOP	Popular, Inc.
RGF	R&G Financial Corp
SBP	Santander BanCorp
WHI	W Holding Co Inc.

## Apéndice II

**Precio de cierre mensual de los bancos que componen el Puerto Rico Stock Index desde el 31 de enero de 1995 al 31 de agosto de 2006**

