

UN EJEMPLO DE LA GEOMETRIA PRACTICA DEL GOTICO: EL *BÜCHLEIN DER FIALEN GERECHTIGKEIT* Y LA *GEOMETRIA DEUTSCH DE MATTHÄUS RORICZER*

ALBERT PRESAS I PUIG

Max Planck Institut für Wissenschaftsgeschichte

RESUMEN

El Quadrivium medieval y posteriores clasificaciones del saber distinguían entre una geometría teórica y una práctica. La geometría teórica que obtenía sus conocimientos sola mentis speculatione, consistía exclusivamente en el estudio de los Elementos de Euclides, accesibles en latín con sus demostraciones desde el siglo XII. La geometría práctica se entendía como ars bene metiendi y se identificaba con la agrimensura y el uso de determinados instrumentos. Algunos textos dedicados a la geometría práctica eran concebidos como una serie de reglas para el correcto uso de tales instrumentos. En este artículo se presenta la geometría utilizada por los maestros albañiles del gótico tardío. Para ello se comentan dos cuadernos de Matthäus Roriczer, mostrando sus características esenciales comparándolas con la tradición teórica.

ABSTRACT

The medieval Quadrivium and later classifications of branches of knowledge distinguished between theoretical and practical geometry. Theoretical geometry, which attained its knowledge sola mentis speculatione, consisted exclusively of the study of the Euclidean Elements available in Latin with proofs since the 12th century. Practical geometry was considered as ars bene metiendi and was identified with surveying and the use of particular instruments. Some texts dedicated to practical geometry were seen as a series of rules for the use of these instruments. This article presents the geometry of the late Gothic masons, commenting on two booklets by Matthäus Roriczer and their essential characteristics and comparing them with the theoretical tradition.

Palabras clave: Geometría, Matemáticas, Técnica, Alemania, Siglo XV.

Matthäus Roriczer (Regensburg o Eichstätt, 1430/40-1492/95) nació en el seno de una familia en la que el oficio de la albañilería, la escultura y la imaginería tenían una antigua tradición. Los Roriczer estuvieron presentes en la catedral de Regensburg durante varias generaciones como maestros principales de obra¹. La influencia del gremio de Regensbürg no se limitaba a la región del Haustein del Sureste (Eichstätt, Nürnberg, así como Passau y Viena) sino también a las regiones suavia y bávara. A su vez, este gremio estaba estrechamente relacionado con los de Estrasburgo y de Praga².

Siguiendo la tradición familiar, el joven Matthäus aprendió el oficio de la albañilería y desde 1462 aparece en los registros de la construcción de la catedral de Eichstätt. A ésta siguieron otros encargos: Nürnberg, Esslingen, Regensburg, etc., ganándose un gran prestigio y reconocimiento hasta llegar a ser considerado como el constructor de palacios y fortificaciones más importante de su tiempo [DIETHAUER, 1976, p. 115]. Junto a su actividad en la arquitectura, que frecuentemente iba unida a largos viajes y estancias en el extranjero, Roriczer fue también (y éste es un dato relevante) el primer editor de Regensburg y junto a los tratados que aquí presentamos editó por encargo del Ayuntamiento diversos edictos y bandos municipales.

Tanto el *Puechlen der Fialen Gerechtigkeit*, que podemos traducir como *Cuaderno de la justa proporción de los pináculos*³ (1ª ed. 1485, ed. ampliada 1486) como la *Geometria deutsch* o *Geometría alemana* (1488)⁴, cuyo título no proviene del autor mismo sino que se le dio posteriormente, editados en Regensburg, son junto al Cuaderno de Villard de Honnecourt (aprox. 1230)⁵, una de las pocas fuentes originales que tenemos sobre los métodos utilizados en la arquitectura del gótico tardío⁶. Otras fuentes impresas importantes son el libro sobre la construcción de pináculos de Hans Schmuttermayer (aprox. 1486) [ESSENWEIN, 1881] y el cuaderno de Lorenz Lacher [1516]. Hay que decir que son pocos los tratados verdaderamente técnicos que se conocen anteriores al siglo XV y su interpretación suele presentar grandes dificultades. A ello se añade el que algunas investigaciones han mostrado que los métodos geométricos utilizados en la construcción no tenían porqué corresponder exactamente a los métodos que se enseñaban, lo que complica mucho la tarea de discernir cuáles eran las características y peculiaridades de esta geometría⁷.

Aquí vamos a limitarnos a la forma de exposición de los dos textos de Roriczer y a la concepción de la geometría que allí se presenta. Finalmente, intentaremos comparar la actividad práctica de nuestro maestro de obras con la tradición teórica. En el caso de Roriczer los conceptos *práctico* y *teórico* deben entenderse de manera diferente a los de la tradición teórica. El estudio de los

métodos geométricos utilizados en la arquitectura gótica nos proporcionará un ejemplo claro de lo que en esa época se entendía por *geometría*.

La tradición de la geometría práctica en el gótico tardío

El nuevo estilo de construcción que desde el siglo XII dominaría la arquitectura ya no se basaba únicamente en formas geométricas simples. Los croquis para los pináculos, la tracería gótica y la ornamentación de los tableros de las puertas ya no eran posibles con simples figuras, requiriéndose formas de mayor complejidad [REUSCH, 1854]. Estas nuevas construcciones venían parejas con la exigencia de nuevos procedimientos cada más complejos que, no obstante, seguirían manteniéndose dentro de la misma tradición en la que se originaron.

Un ejemplo de la continuación de la tradición proveniente de los artesanos de la Antigüedad es el hecho de que la construcción del pentágono regular utilizada por Albrecht Dürer en el libro II de su *Überweisung*, que a su vez pertenecía a la tradición de la albañilería, se encuentra en el primer libro del *Almagesto* de Ptolomeo [I, ix]⁸. Igualmente, en la construcción de un octógono los maestros de obras se servían de un método ya conocido y utilizado por Heron [CANTOR, 1907, pp. 377s]. No debe olvidarse que algunos de los problemas tratados por Villard corresponden a problemas y soluciones de la geometría práctica que pueden retrotraerse hasta Vitruvio y los agrimensores romanos⁹. A esta tradición pertenecen precisamente los textos aquí presentados.

Los cuadernos de Matthäus Roriczer

A pesar de limitarse a ejercicios muy determinados, los escritos de Roriczer nos dan una información más clara sobre los métodos góticos que el cuaderno de Villard, pero al contrario de lo que sucede en este último, en ellos no encontramos ninguna información directa sobre métodos de construcción aplicables a todo el conjunto de un edificio¹⁰.



(Escudo de Matthäus Roriczer)

Dem hochwürdigem künsten vnd heü bü wilhelm bischouew erstet
 geborn aus dem geslecht Reichenaw meinem geneigü heü entbeute
 ich Darbes Roriczer die eynt Zumbmaister zu Regenspurg Ein
 geborsam vntertanig dinst Znuozan willig vnd bereit Benediger ber
 nach de ewer künstlich gnaden der freyen künst geometrien Dit allaw
 bis bere ein liebhaber vnd linder Sunder auch das die in der beizegen
 veynust vnd verstantnus komē die sich d gebrauchü vñ neren müssen
 beator damit dy mangel vnd gebrechen durch die So sich d annemen
 vnd mit guntlich versteen aufgeruter verkommen vnd solebe künst ge
 meinem nucz zuegut aufgepruter vnd offenware an das liecht gebracht
 werde ye vñ obbegü beglich zu meynung willen vñ sunemē gewesen
 vñ noch sein Alsoann ewer gnaden verhalben meermalü mit mir rede
 gehabt haben Ewer gnaden guctü willü zubeferigü vñ gemcinē nucz
 zutunem So doch ein yre künst materien form vnd masse Das ich
 mit der hilf godes et was beunter künst d geometrey zuelcuten Glü
 am eistü dasmale den anfang des ausgezogens straimwechs wie vñ
 in welcher mafs das auß dem funde d geometrey mit aufstellung des
 zueckels herfinkomen vnd in die rechten maffe gebracht werden solle
 Zuteilem furgenomen vnd in disen bezaehbeuten form mit einer
 clainen anlegung gezoen vnd nit allein aus mir selbo suud vor auch
 durch die alieu der künste wissende vnd niemlichen dy unght zu von
 prage erclaret ist Ewer künstlich gnad vnd die Die solbe künst versteet
 Bittende solb mein furnemen Dit das ich es auß besunderen rome
 Dür allein gemeinem nucz zuegut furgenomen hab wegckenen vñ wo
 das ye pesserü waire Zu pesserü wann wo das frucht bringü verret
 die künste leuteü vnd ercleren wille

(Fil. Iv del Cuaderno)

El *Cuaderno de la justa proporción de los pináculos* está dedicado al amante y protector del libre arte de la geometría¹¹ Wilhelm de Reichenau (1464-96), obispo de Eichstätt, con el que al parecer Roriczer tenía una relación personal y habría discutido frecuentemente sobre los diferentes aspectos que hacen el contenido del texto¹². De él sabemos que fue el iniciador de muchas construcciones en Ulm, Ingolstadt, Regensburg, Eichstätt y otras ciudades¹³. De ello puede derivarse que muy probablemente conociera la práctica de la arquitectura.

¿A qué se refiere Roriczer cuando habla del *libre arte de la geometría*? El oficio de los arquitectos tiene sus raíces en los agrimensores de la Antigüedad, quienes pertenecían a una de las primeras profesiones libres, siendo el de la agrimensura, además, el primer oficio técnico que hubo. Todos los agrimensores que se ocupaban de la construcción y de sus actividades accesorias eran denominados por los griegos con el término de *Arcitectwn* (*architekton*). Los mismos romanos también denominaban *architectus* a los civiles y especialmente a los técnicos militares [LUCIANI, 1978, pp. 19ss]. Si partimos de la base de que Wilhelm de Reichenau era una persona interesada en el arte de la construcción, tal y como puede derivarse de sus conversaciones con Roriczer, si a esto añadimos que el trabajo del maestro de obras pertenecía a una de las primeras profesiones ejercidas por ciudadanos libres y que la geometría era considerada por los contemporáneos de Roriczer como *el arte de medir*, es decir, como el ejercicio de la agrimensura [KNOBLOCH, 1989, p. 125], entonces, en su dedicatoria Roriczer habla a Wilhelm del *arte libre de la geometría*, refiriéndose a una actividad práctica¹⁴. Su dedicatoria se dirigía, por tanto, a un protector del oficio de la arquitectura, pudiendo deducirse de ello que su *Cuaderno* y su concepción de la geometría no deben entenderse dentro de la tradición teórico euclídea, sino más bien en un sentido práctico y pedagógico¹⁵. El concepto de geometría de Roriczer era, por lo demás, característico de su época. De esta manera, el contenido de sus dos libros es eminentemente práctico¹⁶. Roriczer nos muestra la geometría como herramienta en su uso en la arquitectura. Teorizaciones sobre la arquitectura quedaban relegadas a construcciones auxiliares de figuras geométricas y reglas para mediciones. La misma estática tardaría todavía tres siglos en reposar sobre una base teórica. Tal concepción de la geometría aparece mucho más clara en la introducción que Schmuttermayer, otro de los famosos maestros de la época, hace a su *Cuaderno*:

"primero una instrucción a nuestro próximo y a todos los maestros y compañeros que se sirven de este honorable y libre arte de la geometría, someten su especulación e imaginación al verdadero fundamento de la obra de tracería [...] Y no en mi propio honor sino más en gloria y alabanza de los antiguos gremios [...] este elevado arte de la albañilería que tiene sus originales fundamentos verdaderos en el nivel, la escuadra, el triángulo, el compás y la regla. Y con la perspicacia,

sutiles y elevados sentidos y profundo cálculo que ahora se investiga" [ESSENWEIN, 1881, p. 73].

Roriczer, al igual que otros maestros como el mismo Schmuttermayer¹⁷, remarca que la geometría aquí presentada tiene sus raíces en *los grandes maestros del arte, concretamente en los hidalgos de Praga*¹⁸. Esto nos muestra que los maestros del gótico tardío eran conscientes de pertenecer a una antigua tradición común. Les era, por tanto, también muy clara la importancia del principio de autoridad, principio ligado directamente al del reconocimiento del saber por la experiencia y de la tradición.

Maestro albañil como Roriczer y autor también, como ya se ha dicho, de un cuaderno sobre geometría, Schmuttermayer fue también orfebre, lo que nos confronta con la pregunta de la interdisciplinaredad. Las fronteras entre los trabajos de artesanía no eran tan claras como lo pueden ser hoy en día. Estos individuos eran personas que dominaban más de una especialidad [BEN-DAVID, 1971, p. 55]. Los métodos utilizados por los orfebres para construir y montar cofres, custodias y otros objetos de culto eran los mismos utilizados en la albañilería para dibujar una proyección horizontal o una vertical [RATHE, 1926, p. 682]. Los diseños de orfebrería de la famosa colección de Basilea, formada por esbozos y croquis tanto de carácter arquitectónico como para objetos de culto religioso, aportan el testimonio de la proximidad de ambos oficios. Otra vez tenemos en Dürer un ejemplo de ello, ya que aprendió el oficio de orfebre y mereció el respeto de la tradición secreta de los antiguos gremios de los albañiles.

El carácter pedagógico y práctico del *Cuaderno* y de la *Geometria deutsch*

Si bien no es fácil establecer cuál es la relación que hay entre los dos textos, podría pensarse que Roriczer hubiera anunciado a la *Geometria deutsch* en la misma dedicatoria del *Cuaderno*¹⁹. No vamos a considerar aquí la pregunta respecto a los motivos que indujeron a Roriczer a la publicación de sus textos, pero hay que decir que esto aconteció en una época en la que la arquitectura gótica estaba concluyendo²⁰.

En el *Cuaderno* Roriczer muestra, dentro de un proceso deductivo, las reglas prácticas necesarias para construir un pináculo con sus medidas proporcionadas, mientras que en la *Geometría* se ocupa de preguntas más concretas: de la construcción de un ángulo recto, de la de una superficie de cinco, seis, siete y ocho lados, de la de un círculo en el que la longitud del radio corresponda a la de un arco circular, la determinación del punto medio de

una superficie, la construcción de un cuadrado y de un rectángulo de igual superficie, etc. Además, se añaden esbozos de los detalles decorativos del pináculo que no responden en su concepción a una longitud básica o módulo²¹, sino que son proyectadas en una escala más reducida.

Tanto en el *Cuaderno* como en la *Geometría* el texto viene acompañado de sencillas ilustraciones con las que Roriczer intenta ayudar al lector en su comprensión. Estas ilustraciones, que siempre corresponden a claros y simples esbozos, tenían más bien la intención de visualizar una receta de construcción que aparecía siempre desligada de cualquier tipo de demostración. Algunas de estas figuras utilizadas en la tradición práctica eran fórmulas visualizadas sin demostración alguna y coinciden con figuras de los *Elementos* de Euclides. Estas figuras tenían nombres francamente curiosos que, dentro de una especie de argot, facilitaban el aprendizaje y la transmisión oral de los métodos utilizados: *pont aux ânes* (*Elem.* I, 5), *tunica de François* (*Elem.* I, 47), *patte d'oie* (*Elem.* III, 7) o *queue de paon* (*Elem.* III, 8) son sólo algunos de ellos²².

Del nombre y uso de las ilustraciones que acompañaban al texto e ilustraban el proceder práctico en la construcción de las figuras geométricas podemos deducir que en la formación técnica de los aprendices se tenían muy en cuenta la percepción visual y la transmisión oral, características definitorias de una enseñanza práctica²³.

En los dos casos que nos ocupan, tanto en el *Cuaderno* como en la *Geometria deutsch*, Roriczer nos muestra el uso de la regla y del compás como puras herramientas, de la misma manera que podrían utilizarse el nivel o la plomada²⁴. Los ejemplos de esbozos de los dos textos no pueden entenderse geoméricamente en un sentido moderno, ya que únicamente ofrecen indicaciones para construir algo muy concreto o para solucionar un problema práctico determinado. En lugar de reflexiones teóricas, Roriczer nos ofrece indicaciones sobre el uso de la regla y el compás para la construcción de determinadas figuras geométricas²⁵.

Dentro del espíritu de la enseñanza operativa, Roriczer pretende instruir con la ayuda de ejemplos [REINLE, 1981, p. 213]. Con el uso correcto de las herramientas e instrumentos adecuados se enseñaba al maestro de obras

"cómo y a partir de qué medidas basadas en la geometría de la división del círculo y en la proporción correcta debe procederse"²⁶.

Todas las construcciones comentadas por Roriczer pueden ser realizadas con la ayuda exclusiva de la regla y el compás. Las figuras consideradas están

relacionadas con los procedimientos utilizados en la construcción de pináculos. Las más comunes eran las utilizadas para construir un ángulo recto, polígonos regulares, para volver a encontrar el punto central de un círculo, para determinar su perímetro y la superficie de un triángulo, etc.

En el *Cuaderno Roriczer* enumera y describe los pasos que debe seguir el maestro albañil para la construcción de un pináculo. En primer lugar, Roriczer delimita claramente el ejercicio para pasar después a explicar el procedimiento.

"Después coloca el cuerpo del pináculo sobre el fuste y aparta todos los trazos, de manera que queden sólo las líneas rectas necesarias para el pináculo. Después, esta figura se llama un pináculo proporcionado levantado desde la base" [Fol. 10r].

Otro ejemplo podría ser:

"quieres dibujar la base de un pináculo según el arte de la albañilería²⁷ partiendo de la geometría de la correcta proporción²⁸, levanta y haz un cuadrado :a :b tal como se indica aquí y (de manera) que de :a hasta :b y de :b hasta :d y de :d= hasta :c y de :c hasta :a sea una abertura²⁹, como en la figura siguiente" [Fol. 3r].

Uno tras otro Roriczer presenta todos los pasos que deben seguirse en su correcto orden para conseguir la figura deseada. La indicación de *una abertura* se refiere al procedimiento basado en la utilización de una sola abertura constante del compás, fundamento de los métodos utilizados por los maestros de obras y a su vez una de las principales características del sistema para poder ser operativamente exitoso y comprensible³⁰.

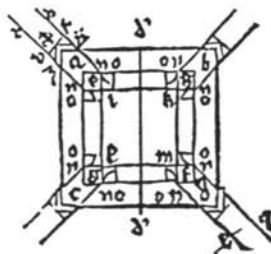
La cuadratura al pie de obra

La construcción del pináculo se realizaba a partir de la *Vierung über Ort*, una construcción geométrica auxiliar que podemos traducir como *cuadratura al pie de obra*. La indicación *al pie de obra* indica claramente su realización en el lugar mismo de la construcción. Esta *cuadratura* consistía en encajar cuadrados de manera que los puntos medios de los lados de cada uno de ellos formaran los ángulos del siguiente³¹. De esta manera, la longitud de los lados de los cuadrados correspondía a una proporción de 1:2. Las longitudes resultantes constituían las referencias básicas de las longitudes posteriores necesarias para la construcción del pináculo³². Este principio fundamental de la geometría práctica aparece ya en Platón, en Vitruvio y posteriormente en el libro de Villard de Honnecourt y en Albrecht Dürer como cuadratura en la construcción de bóvedas³³.

La *cuadratura* no sólo era utilizada en la construcción de elementos pequeños, como podían ser los pináculos, sino también en componentes de mayor tamaño. Ejemplo de ello es la torre norte de la catedral vienesa de San Esteban (2ª mitad del siglo XV) y en el Berner de Münster (S-XV-16), donde se puede observar una secuencia de cuadrados en las proporciones de la base a partir de la que se derivan las demás medidas del edificio³⁴.

A partir de esta técnica de proporcionalización, Roriczer traza la base del pináculo, partiendo de la cuadratura (*a, b, c, d*) y uniendo sus puntos medios (*e, f, g, h*) con los de una segunda, cuyos puntos medios (*i, k, l, m*) unirá a un tercer cuadrado. Posteriormente fija la cuadratura segunda y tercera respecto de la primera y consigue de esta manera, con algunos pasos intermedios, la base del pináculo en la que están unificados varios cortes horizontales³⁵.

Darnach mach dy vryug vñ pvebstabñ gleich wie icvñ gemacht ist vñ leg sin rechtscheit od linial avf das . n . bei dem . e . avf der lini . c . b . vñ avf das . n : per dem . f . avf d linj . f . b . vñ mach ain lini vñ u . gegen dem . a . ds mach ain . p . desgleichen von dem andern . u . gegñ dem . v . da secz ain . q . Darnach mach ain lini von dem . n . per dem . e . ueben dem . s . ds secz ain . r . Desgleichñ vñ dem . u . gegen dem . v . ds secz ain . s . solcher lini cway mach bei dem . b . c . Darnach vñ den cirkel avf von d lini . p . pis cym . r . darnach secz dñ cirkel avf das . n . vñ mach cway rail gegen dem . p . da secz ain . t . desgleichñ von dem . n . gegen dem . r . da secz ain . v . darnach cwich ain lini vñ . r . ju das . v . darnach rail vñ . r . pis cym . v . ju cway gleiche rail da secz ain . r . darnach secz deu selbeu cirkel mit ainem ort avf das t . vñ mach ain pñcht avf d lin gegen dem . n . da secz ain . y . darnach vñ v . gegen dem . u . da secz ain . z . Darnach cwich ain lini vñ . r . ju das . y . vñ vñ . r . ju das . z . das mach gleich avf den andern orten also So ist der geynot betait: Darnach rail vñ . s . ju das . b . ju cway gleiche rail da secz ain solich . d . desgleichñ vñtñ cwayschñ dem . c . vñ . v . da secz ayeb ain solich . d . vñ cwich ain lini von dem . d : ju das auß Dy selwign linj mach wan ju dem avfcyvg wut sy geuēt der mittelnis Also ist der geynot cñ der valñ gar gemacht Des ain exempel ju der uachgemachtñ figvr



(Büchlein, Fol. 4v)

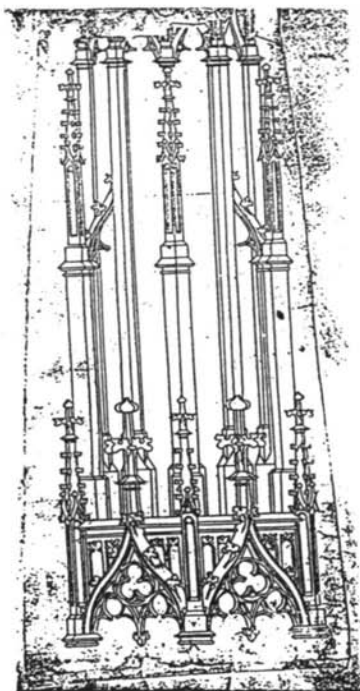
El cuerpo del pináculo tiene una altura que corresponde a un múltiplo de la longitud básica, es decir, al módulo de la primera cuadratura.

El método de la *Vierung über Ort* se denominaba también *aus der rechten Geometrie*, traducible por la *geometría de la proporción* o según *el arte de la albanilería, nach steinmetzischer Art*. Este era un procedimiento para establecer las medidas de un edificio a partir de una figura geométrica de lados iguales. El maestro albañil trabajaba al pie de obra sin esbozos geométricos en un sentido moderno, de manera que en nuestros dos tratados debemos considerar las formas del edificio o de la parte arquitectónica a construir lejos de una interpretación teórico geométrica³⁶.

Ninguno de los esbozos que nos son conocidos viene acompañado ni por una escala ni por una referencia que pudiera ayudar a la comprensión de los planos. De ello se desprende que este método tenía que ser muy simple en su concepción para poder entenderse y transmitirse oralmente. Parece ser que los métodos de construcción eran tan simples precisamente para que -por razones de la tradición del secreto gremial- pudieran ser transmitidos oralmente³⁷. Por otra parte, los métodos geométricos tenían una larga tradición en la arquitectura, tal y como se desprende de los protocolos de la construcción de la catedral de Milán [BUCHER, 1979, p. 7], y a pesar de que algunas veces se utilizaban métodos aritméticos, podemos asegurar que los métodos utilizados en la arquitectura tenían un carácter preferentemente geométrico³⁸.

Una vez había determinado el maestro de obra el cuadrado de la figura básica podía, a partir de ahí, derivar todas las demás proporciones. Dada esta figura básica sólo tenían que establecerse los otros elementos, ya que todas las medidas eran dependientes entre sí³⁹. El cuadrado interior *i, k, l, m*, constituía el pináculo interior, el cuadrado *a, h, g, f*, muestra la línea del contorno del primer estrechamiento y el cuadrado de la base *a, b, c, d*, señalaba el contorno del pedestal del pináculo.

Después de terminar el croquis de la planta o proyección horizontal, a partir de éste se pasaba a construir directamente el croquis alzado. En la proyección horizontal de una torre gótica el dibujo de la planta solía aparecer junto al de la elevación, tal y como se puede ver en la proyección de la planta de la torre de la iglesia de Freiburg [VELTE, 1951, p. 24].



(Grabado de un baldaquín según Wentel de Olmütz) [RATHE, 1926, p. 683]

Frecuentemente se ha planteado la pregunta de si el principio básico de la construcción del gótico corresponde a un método basado en una triangulación *-ad triangulum-* o en una cuadratura *-ad quadratum-*⁴⁰. También se ha llegado a pensar en la posibilidad de una combinación de los dos, de manera que es difícil poder determinar cuál fue el método verdaderamente utilizado. Pero a pesar de ello, todos los métodos tienen en común el partir de una figura geométrica como base⁴¹.

Esta figura era considerada como norma para la proporcionalización de las iglesias góticas⁴². Con la ayuda de combinaciones de triángulos, cuadrados y círculos el maestro de obra podía determinar la disposición general del edificio. Las relaciones y proporciones generales venían determinadas a través de proyecciones de sistemas geométricos de construcción (cuadraturas o triangulaciones). Las medidas de partes concretas del edificio o de determinados

componentes, de no desprenderse de precisas instrucciones prácticas, venían establecidas a partir de estas figuras⁴³.

La proporcionalización geométrica a partir de la figura clave

Para jalonar el plano en el lugar deseado, el maestro de obra se servía de una vara para transportar las longitudes. Después de determinar la orientación del edificio pasaba a marcar la figura principal de tal manera que coincidiera con las proporciones del plano de la obra⁴⁴. Sobre el lugar escogido se trazaban las medidas y se distribuían éstas con ayuda de correderas de alza y jalones, escuadras, cuerdas y compases, instrumentos con los que se realizaba la distribución del edificio [WYEN, 1988, p. 1]. A esto seguía la proporcionalización geométrica atendiendo a las reglas y métodos de la geometría práctica, tal y como aparecen en la obra de Roriczer.

En el esbozo realizado en el mismo suelo y a una escala original se determinaban, pieza a pieza, los diversos elementos del edificio tanto en su forma como en sus medidas. El cálculo de las fuerzas estáticas y de las masas era determinado a través de reglas recogidas por la experiencia artesanal y la tradición.

Una vez dada una determinada longitud de la base o módulo podía desarrollarse esa figura geométrica clave en la que se recogía toda la esencia del arte práctico de la construcción⁴⁵.

Los esbozos conocidos realizados por los maestros albañiles coinciden con los planos reales de la construcción, siendo diferentes únicamente las escalas. Si seguimos los esbozos con el auxilio del compás podemos ver que en gran parte reflejan las líneas geométricas de construcción de donde se derivan las relaciones determinadas geométricamente [DURACH, 1933, p. 17s]. Con ello se da una coincidencia en el principio geométrico de construcción, tanto en el esbozo como en la práctica. Para el maestro de obra medieval todo se reducía a trasladar al lugar de la construcción todo aquel sistema basado en determinadas longitudes básicas. De ello se desprende que si bien la escala era decisiva para determinar la base, posteriormente sólo tenía un papel secundario en la construcción. Se ve claramente que las unidades de proporcionalización, tanto al dibujar los planos como en la realización de la construcción, se relacionaban de una manera clara y determinada [DURACH, 1933, p. 23].

En el *Cuaderno* vemos que Roriczer aplica un método que no explica de manera detallada, pero que sirve para determinar las medidas de la proyección

mostrar las circunstancias necesarias para su existencia. Para él, la aplicación práctica se presentaba como desposeída de todo interés [FOLKERTS, 1989, p. 46]. En el caso de un práctico como Roriczer la intención es totalmente distinta. Lo que a él le interesa es precisamente la posibilidad de su realización práctica, el método para construir la figura o, mejor dicho, la posibilidad de reproducirla en el lugar de la obra. Este sería además el problema principal para el maestro albañil.

A pesar de no corresponder a ningún manual de arquitectura, la *Geometria deutsch* de Roriczer presenta ejercicios de geometría básicos en la práctica de este oficio. Su valor reside en que nos da información sobre las características y sobre el nivel de conocimiento de la geometría del siglo XV. En el prólogo, Roriczer no se dirige a un grupo en especial, sino que se conforma con una corta introducción y pasa a ocuparse rápidamente de la primera construcción.

"De la geometría provechosos consejos que aquí escritos se presentan".

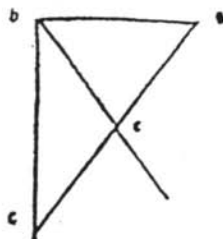
El texto termina de manera igualmente abrupta después de la presentación de la séptima y última construcción. A pesar de ello, contiene una base lo suficientemente amplia como para permitir construir la mayoría de los polígonos que se requieren en la albañilería.

Tanto en la *Geometria deutsch* como en el *Cuaderno* Roriczer describe nueve problemas de construcción geométrica desde la perspectiva del albañil que, como ya hemos dicho, no respondía ni a los conceptos ni a las intenciones de la tradición euclídea. El carácter técnico del texto refiere siempre una solución operativamente exitosa partiendo siempre de la perspectiva del maestro albañil.

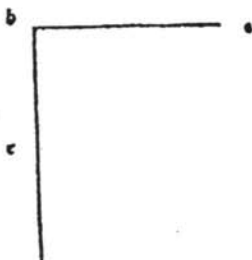
Los nueve ejercicios se ocupan de problemas típicos de la construcción en el arte gótico. También en la *Geometria deutsch* la forma de exposición se asemeja a la del *Cuaderno*: primero se presenta el ejercicio y después su solución práctica. Para el ejercicio de construir un ángulo recto respecto al que pudieran determinarse los puntos de referencia posteriores, y cuya ejecución exacta era una de las tareas más importantes en el oficio de la albañilería, Roriczer presenta una solución que se retrotrae a un método citado por Proclo en el siglo V⁴⁶.

"primero hacer rápidamente⁴⁷ un ángulo recto. Haz dos rectas una sobre la otra sin limitación, como tú quieras, y allí donde las rectas se cortan colocas una :e. Después coloca un compás con su punta en el punto :e y ábrelo cuanto tú quieras, y haz en cada línea un punto, son las letras :a, :b, :c; todo esto es una abertura. Después haz una línea de :a en la :b y de :b. De esta manera tienes un ángulo recto"⁴⁸.

De der geometry etliche nuerpere stucke die her
 nach geschriben sijn. **L**ynn erstu beuuo ein gerecht
 winkelmalz eye machu. **S**o mach eywen riss vber
 ein and an geferd wie du wilt vnd w. die riss vber
 ein and geen da sey ein :e: **D**arnach sey ein eykel
 mit ainem ort auf den punct :e: vñ eyueh in auf
 als weit dy wilt vñ mach auf yede luy ein pücket
Das seyn die puchstabbñ :a: :b: :c: das alles ein wei
 ten sey **D**arnach mach ein linj vö: a: in das :b: vñ
 vom :b: in das :c: **S**o hastu ein gerecht winkelmalz **D**es ein exempel
 beuach stet



So dy die riss nober tuock der män nit beuach den nur ey der aufstellung
So hat das ein solbe gestalt als beuach gemacht stet



(Geometria, Fol. 1)

Como vemos, también aquí se trata de puras instrucciones prácticas y, lo que es más importante, el compás es utilizado como una simple herramienta y no como un instrumento de diseño geométrico⁴⁹.

En los tres ejercicios siguientes se construyen polígonos regulares de 5, 7 y 8 lados. En el gótico estos polígonos eran utilizados para la construcción de las proyecciones horizontales, tracerías, rosetones, etc. La construcción de estos polígonos era de gran importancia para el maestro de obra, pues la construcción del presbiterio de las iglesias suponía el conocimiento de estas figuras.

Alejado de la tradición teórica, Roriczer da para cada uno de los ejercicios instrucciones concretas en forma de recetas, manteniéndose dentro de la tradición práctica. La construcción del polígono de 7 lados (ejercicio 3) ya se encuentra, por ejemplo, en la *Métrica* de Heron (I, 29, teorema 54), datable en unos 100 años antes de Cristo.

En su último ejercicio Roriczer muestra cómo encontrar el origen del radio de un segmento circular cuando se ha perdido el punto donde se aplicaba el compás, siendo ésta una de las situaciones más corrientes en la práctica de la arquitectura. Este tipo de ejercicio, que intentaba solventar una situación muy frecuente, evidencia claramente la relación que hay entre el ejercicio de buscar el centro perdido de un círculo con la práctica del diseño arquitectónico realizado directamente sobre la piedra a trabajar. La trascendencia del ejercicio viene ilustrada en una cuartilla medieval iniciática de los maestros talladores de piedra, en la que se combinan el uso del compás y la construcción de figuras geométricas, donde se dice:

Un punto que va por el círculo/
que está en el cuadrado y en el triángulo,
conoces el punto, todo está bien,
no lo conoces,
entonces todo es en vano [DURACH, 1933, p. 28].

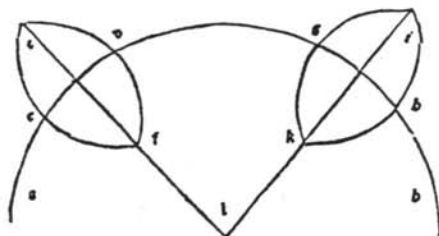
Una muestra de la importancia de este ejercicio la tenemos en el hecho que ya aparece en Villard de Honnecourt (dibujo 39):

"De esta manera se encuentra el centro con un compás"⁵⁰.

presentando de nuevo el sentido práctico de la geometría.

La solución que Roriczer expone consiste en construir 2 secantes sobre el segmento circular.

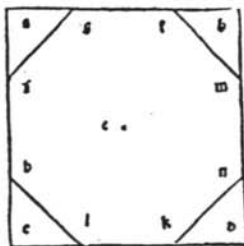
Er pzo dē punctk wil fundē d ad getā jft vñ mit weft
 wo der jukel gefantē jft ein anem gepogen ruff So ru
 jm also jch fecz das sey d gedogē rif .a. .b. mach cwen
 pūckr auf den ril wie du wilo an gefen mit dē puchfta
 bñ :c: r: fecz den cyckel jn das .c. vno ru jn auf ju p: s
 r: mach ein rñ des gleichē fecz den cyckel jn das .d.
 mach ein rif von dem :c. wo die cwen rñ vber ein aner gen da fecz obñ
 ein .e. vñ vntē ein :f: also mach gleich ein folbe figur nebñ d wie weyt du
 dar von wilo mit den puchftabñ veyzeichnet .g. :d: :r: .k. Darnach mach
 ein rñ durch vñ .e. vñ .f. vñ des gleichē durch vñ .j. vñ .k. wo die cwen
 rñ vnten vñ ein anē gen da fecz ein .l. jn dem selbñ pūckr jft d jukel ge
 ftanoven des ein figur bezeich gemacht lter



(Geometria, Fol. 4)

De querer dibujarse un octógono (ejercicio 4), deberá trazarse un círculo sobre las esquinas de un cuadrado cuyo radio sea la mitad de la diagonal⁵¹.

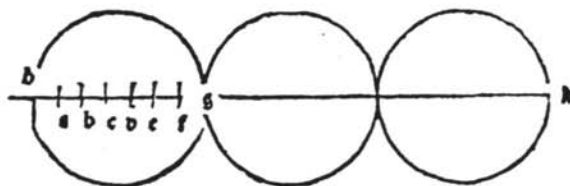
Er wül ein gerechte achte eck machen So mach ein
 gerechte fuüg mit den puchftabñ veyzeichnet :a: :b: :c:
 :d: vñ fecz jn die mit ein :e: Darn fecz ein jukel mit
 einem ort jn das :e: vñ dñ jn auf jn das :a: dñ selbñ
 weiten mach von dem :a: gegen dem :b: ein pūckr da
 fecz ein :f: des gleichē vñ dem :b: gegē dem :a: da fecz
 ein :g: vom :a: gegen dē :c: da fecz ein :h: vom :c: gegen :a: da fecz ein :i:
 vom :c: gegen :d: da fecz ein :k: vom :d: gegen :c: da fecz ein :l: vom :d:
 gegen dem :b: da fecz ein :m: vñ :b: gegen :d: da fecz ein :n: Darnach puz
 ein linj vom :f: jn das :m: vom :n: in das :h: vom :l: jn das :b: vom :i: jn
 das :g: des ein figur bezeich gemacht jft



(Geometria, Fol. 2v)

Para determinar la longitud de una circunferencia cuyo diámetro nos es conocido Roriczer utiliza un valor aproximado de $22/7$ para π -propuesta que ya se encuentra en Arquímedes⁵²-. También aquí se procede de manera geométrica y no aritméticamente.

W Er ain gerunden riss sebeitgerecht machē wil das der
 sebeitgerecht ril vñ das gerunde ain leng sey So mach
 drem gerunde neben ain and vñ tail dy ast tūo in sibñ
 gleiche tail mit den puchstaben verzeichnet .b: .a: .b
 .c. .d. .e. .f. .g. Darnach als weit vñ .b. in das .a.
 ist da sey hindsieb ain pūcht da sey ain :: Darnach als weit von dem .i
 pis ey dem .k: ist gleich so lanck ist d̄ runden riss einer in seiner ründig
 d̄ diez nebē ain ander kēu des ain figur beinach gemacht itet



(*Geometria, Fol. 3v*)

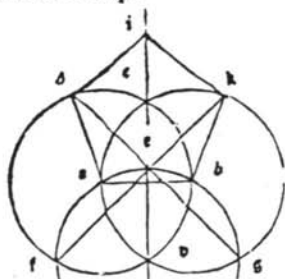
Al final de los ejercicios 2 y 3, en los que se trata la construcción de una superficie de 5 y 7 lados, se denominan las construcciones resultantes *figuras* de 5 ó 7 caras, lo que no es necesario para poder dar con la solución adecuada al ejercicio. También en este caso el ejercicio se soluciona con la aplicación del compás y de la regla sin referencia alguna a figuras geométricas.

Uno de los principales ejercicios de la geometría práctica y al mismo tiempo de los que más dificultad presentaban era la construcción del pentágono. En el medioevo el pentágono regular suponía para el arquitecto una seria dificultad y, por ello, el conocimiento de su construcción era uno de los saberes más preciados en el oficio. Tal como se puede ver en la geometría práctica de Roriczer, esta construcción se basaba en la aplicación del principio de la abertura de compás constante, construcción que no puede considerarse matemáticamente exacta, sino sólo aproximativa. Consistía en tres círculos colocados uno al lado del otro y cortándose entre ellos por el punto central. En la intersección de los tres círculos se consigue la longitud del lado del pentágono. Este método fue utilizado también por Dürer⁵³. Esta forma de proceder se refleja claramente en Roriczer al trabajar con una sola abertura de

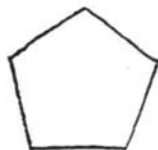
compás, en el que parte de dos círculos iguales y en los que cada uno corta al otro por su punto medio. La construcción es matemáticamente incorrecta, aunque presenta una gran aproximación⁵⁴.

"Quien quiera dividir [construir] un pentágono con un compás fijo..."

Da mach sech den eyckel mit ainem ort auf den pſtck: ad: vñ mach ein runden ruff douch das .a. .b. vñ wo 8 rundo ruff vñ den ruff: e: .c: .d: get da sech ain: .e: Da mach sechaw wo der selb rundo ruff vber den rundo ruff: .b: .c: .d: get da sech ain: .f: des gleichn̄ auf der andern seiten da sech ain: .g: Da mach leg ein richtscheit auf dē punct: .f: vñ auf das .e: vñ mach ein ruff douch die punct: gar bin auß: pñ an den runden ruff: .d: .e: .c: .g: da sech ain: .k: Des gleichn̄ auf der andern seiten da sech ain: .b: Da mach sech den eyckel auf den punct: .k: vñ mach ein ruffen vber di linj: .b: .c: .e: vñ wo 8 vñ ein äder get da sech ain: .l: Da mach mach ein ruff vñ: .l: in das .k: vñ: .k: in das .b: vom: .b: in das .a: vom: .a: in das .b: vom: .b: in das .l: So batia ein gezecht funff eck des ain exempel



So 87 ruff auß: geten werden der mau nit bedarf den nur 37 der auß: aulig so belabt nur das recht funff ort des ain figur be nach gemacht het



(Geometria, Fol. 2)

La abertura de compás es ab , con la que se traza un círculo alrededor de a y b , siendo los puntos de corte c, d . Después se unen los puntos c, d con una recta. Ahora se traza un círculo alrededor de d que pase por a y b con a, b como abertura constante, teniéndose como puntos de corte f, g y e . Las rectas fe y ge cortan los círculos en k y l , puntos que corresponden a 2 puntos del pentágono a construir. Ahora se trazan dos círculos siempre con ab como abertura de compás, alrededor de k y l , con lo que se consigue el punto i . Roriczer no da ningun tipo de explicación para su proceder.

Sólo cuando compara dos superficies (ejercicio VII) Roriczer habla de un rectángulo y de un triángulo sin referencias a componentes arquitectónicos o prácticos.

En los ejercicios 4, 8 y 9 se habla de la construcción de figuras geométricas sin relación directa con la praxis. La solución de tales ejercicios se consigue, no obstante, sólo con métodos prácticos.

Teoría versus practica

A pesar de que el texto estaba probablemente pensado para la enseñanza y formación del maestro albañil, la *Geometria deutsch* presenta algunas semejanzas (aunque muchas diferencias) con un tratado en latín, *De inquisitione Capacitatis Figurarum*, de autor desconocido, pero que fue compilado en la primera mitad del siglo XV por un tal Magister Reinhard de Wurm⁵⁵. El autor anónimo conocía a Euclides y algunos textos de Arquímedes⁵⁶. Importante para nosotros es que, en contraste con Roriczer, las figuras geométricas allí dibujadas presentan una gran exactitud. Roriczer ni cita ni nombra este tratado, pero el método de la geometría práctica utilizado por los dos autores para la construcción del octógono es el mismo.

De forma totalmente diferente actúan Roriczer y el autor de *De Inquisitione* en la determinación de la longitud de una circunferencia con un diámetro dado. Utilizando como siempre sólo compás y regla, Roriczer interpreta el perímetro del círculo como una recta [ejercicio 5]. Su ejercicio consistía, por tanto, en la construcción de una recta con la misma longitud de la circunferencia.

En la versión latina de Gerardo de Cremona de la medición de la circunferencia de Arquímedes podemos leer:

"Omnis linea continens circulum addit super triplum diametri ipisius minus septima et plus 10 partibus 71 partium diametri" [CLAGETT, 1964, pp. 48s.].

mientras que en Roriczer leemos:

"Entonces haz tres círculos uno al lado del otro y divide [el diámetro] del primer círculo en siete partes iguales y desígnalos con las letras .h. a :b.c.:d:e.f.g:. Después coloca un punto fuera a una distancia como de .h. a :a.; allí coloca una :l:. Tan lejos como es desde l: hasta :k:, igual de largo es el perímetro de un círculo, de los que hay tres uno junto al otro"⁵⁷.

Está claro que Roriczer actúa de forma totalmente independiente de la tradición de Arquímedes. En la *Geometria deutsch* tampoco encontramos ninguna demostración de esta regla. Se trata de una técnica puramente práctica y operativa. En el texto de *De Inquisicione* [párrafo 2] aparece, en cambio, un tratamiento aritmético de la regla de Arquímedes. Más importante es aún el hecho de que el autor se refiere a la tradición teórica: *Patet per 7am. geometriae trium fratrum*. Con ello se remite al lector a la demostración del teorema que se encuentra en la *Geometria trium fratrum*, obra de tres matemáticos árabes hijos del prominente astrólogo Musa ibn Shakir (aprox. siglo IX). La referencia a esta geometría es una muestra de que, al contrario de Roriczer, el autor era consciente de la necesidad de la demostración del teorema. En el ejercicio 38 del texto *De Inquisicione*, por ejemplo, aparece el nombre de Euclides. Se trata aquí de la construcción de dos figuras: de un triángulo y de un rectángulo con la misma superficie, típico problema de planimetría con una antigua tradición.

"Dalo trigono aequum quadratum describere. Sit trigonus abc . Ducam lineam de aequalem et aequo distantem be et coniungam bd et ec ; ergo per quadragesimam primam primi Euclidis⁵⁸ parallelogrammum $bced$ est duplum ad trigonum abc , ergo medietas parallelogrammi $bcbf$ est aequalis trigono abc . Huius ergo parallelogrammi $bcbf$ quaeratur latus tetragonum sic. Lateri bc adiungam in continuum et directum lineam ch aequalem ge , et facta dyametro bh et centro in medio eius circinabo semicirculum bkh et producam ck : dico igitur, quod linea ck est latus tetragonum parallelogrammi $bcbf$, et per consequens triangulum abc "⁵⁹.

En el caso de Roriczer sólo se nos indica cómo debe procederse. También el autor de *De Inquisicione* actúa de manera práctica, pero se refiere a Euclides, mientras que en el caso de Roriczer no encontramos ninguna referencia a conocimiento o a la tradición teórica. Además, Roriczer presenta otra vez sólo valores aproximativos.

En el caso de Roriczer hay que añadir la renuncia a la aritmética. La geometría por él considerada no es una geometría teórica, sino puramente constructiva, en la que la reflexión teórica o el cálculo aritmético son sustituidos por reglas y procedimientos prácticos muy determinados. Los mismos conocimientos básicos previos, como la división de una recta en un número determinado de partes, presenta un carácter totalmente operativo.

Supuestamente se trata de instrucciones operativas para los prácticos y artesanos, quienes o bien desconocían o no estaban interesados en su base teórica, que por otra parte no necesitaban. Con ello la *Geometria deutsch* se nos aparece en clara contradicción con la tradición teórica antigua y alineada con otros libros de geometría como la *Underweisung der Messung* de Dürer.

La comparación entre los dos textos de Roriczer con la *De Inquisitione Capacitatis Figurarum* nos permite sacar las siguientes conclusiones: como maestro de obra, Roriczer escribe desde la perspectiva de un práctico interesado sólo en la construcción de determinadas figuras geométricas entendidas siempre operativamente y que quería reproducir en la obra, estando la demostración geométrica lejos de su interés. Incluso en el caso de haber conocido las obras de Euclides, Arquímedes o de otros autores de la tradición teórica, como puede suponerse del autor de *De Inquisitione*, Roriczer se ocupó única y exclusivamente de la geometría práctica, dejando al margen todos los aspectos referentes a una demostración en el sentido de Euclides o de Arquímedes. Su primer y único objetivo era la traducción de los diseños geométricos en su forma arquitectónica al pie de obra. Seguramente, para él lo único que contaba y era relevante como demostración de la corrección de su proceder era la estabilidad del mismo edificio construido.

NOTAS

1 THIEME-BECKER KÜNSTLER LEXIKON [1934, XXVIII, p. 591ss.].

2 Sobre esta relación véase DIETHEUER [1976, p. 118] y SHELBY [1977, pp. 7ss.]. Sobre los gremios de albañiles véase JANNER [1876]; sobre otros maestros véase SEELIGER-ZEISS [1967], SHELBY & MARK [1979] y REHFUSS [1922].

3 En adelante *Cuaderno*. Los pináculos son decoraciones que aparecen con frecuencia en los pilares y contrafuertes del gótico con forma de torre delgada y esbelta, siguiendo las tendencias de la época y del estilo hacia acentos verticales, y que se presentaban como coronación de la obra. La parte inferior de los pináculos se compone de un fuste con una base generalmente cuadrada u octogonal.

4 Parece tratarse de la primera geometría escrita en lengua alemana [GÜNTHER, 1887, p. 347].

5 Sobre Villard véase HAHNLOSER [1972], BUCHER [1979] y ERLANDE-BRANDENBURG *et al.* [1986]. Sobre el sentido práctico de los libros escritos por los maestros albañiles véase BUCHER [1979, p. 7].

6 Ya que los conocimientos de la tradición práctica sólo se transmitían oralmente resulta difícil, partiendo de los pocos testimonios escritos de que disponemos, hacerse una idea completa de los métodos aplicados. Estos métodos se mantenían en secreto. La tradición del secreto gremial tiene su origen en la Antigüedad y no era algo específico de la arquitectura, sino que también era común en otros ámbitos, como demuestran el *Corpus Hippocraticum* o la secta de los pitagóricos, quienes se regían por las mismas reglas y normas de las agrupaciones artesanales.

7 MÜLLER [1984, p. 94]. Los métodos prácticos presentados por Roriczer fueron utilizados en la construcción de la catedral de Regensburg [GELDNER, 1965, p. 72].

8 En la época de Dürer eran conocidos 3 métodos para la construcción del pentágono: la recogida en los *Elementos* de Euclides (IV, proposición 11), la de

Ptolomeo (*Almagesto*, I, ix), ambas construcciones exactas, y una tercera recogida en la *Geometria deutsch*, proveniente quizás de la tradición árabe [GÜNTHER, 1886, p. 5].

9 HANHLOSER [1972, pp. 255ss.]. Por lo que hace a los esbozos de caracter técnico, GILLE [1964, p. 28] cree poder establecer una cierta continuidad desde el Cuaderno de Villard de Honnecourt hasta el *Bellifortis* de Kyeser.

10 Sobre ello véase RATHE [1926, p. 673].

11 Dedicatoria.

12 "...como su Señoría ha discutido conmigo tantas veces (dedicatoria)". Después de que Roriczer acabara su formación, trabajó en Eichstätt por encargo del obispo Wilhelm de Reichenau [KÜHN-BUSSE, 1943, p. 1088 en LANGOSCH, 1933-55].

13 KUNSTDENKMALEN VON BAYERN [vol. 5.1, p. 16, 17, 40, 120, 121, 408, 417, 456, 474, 477, 522, 644; vol. 5.2, p. 110, 240, 270. Sobre la persona de Wilhelm véase especialmente vol. 5.1, pp. 16ss.], BINDING [1987], RAMME [1939, pp. 26s.] y CONRAD [1990, pp. 49s.].

14 Sobre la tradición de los doctos y eruditos ver MORTET [1905] y BARON [1955]. La mayoría de los historiadores no reconocen en la geometría de esta época una actividad práctica. El mismo SHELBY [1972], quien por otra parte se ha dedicado preferentemente a este tema, no se desliga de la interpretación tradicional que considera a esta geometría como un saber que puede separarse de la acción operativa.

15 Este tipo de textos se entendían frecuentemente como una colección de ejercicios y de ejemplos con los que introducirse en el oficio.

16 El arte de la albañilería solía presentarse como la geometría en sí. Ya que las proporciones y las leyes geométricas se entendían como principios estructurales del mundo natural, el del bañil era considerado como el más noble de los oficios y de las artes. Es evidente que bajo esta concepción se escondía la creencia de que la geometría abarcaba y regía el mundo. Sobre la tradición secreta y la cabalística ver JANNER [1876, pp. 230ss.]. GIMPEL [1975, p. 140] refleja con exactitud el papel reconocido a los maestros de obra de la época: "Les enlumineurs de manuscrits rendirent aux architectes médiévaux un hommage approprié en représentant Dieu le père comme un architecte-ingénieur, mesurant l'univers avec un compas géant. Comme si de nos jours, un film documentaire sur le Tout-Puissant montrait Dieu occupé à programmer un ordinateur".

17 Véase BÖHLER [1988]; ESSENWEIN [1881, pp. 65-78], SHELBY [1977]; SEELIGER-ZEISS [1967] y SHELBY & MARK [1979].

18 Dedicatoria. También Schmuttermayer se hace eco de esta tradición: "Y todo esto no lo he inventado yo sino otros muchos y grandes maestros famosos, como los hidalgos de Praga, Maestro Ruger, Niclas de Estrasburgo, quienes junto a otros sacaron a la luz este nuevo arte". Sobre los Parler véase KLETZL [1936].

19 "...con la ayuda de Dios tengo a bien mostrar el arte de la geometría y en primer lugar el arte de la albañilería...".

20 El mismo Alberti escribió su *De Re Aedificatoria* entre 1447 y 1452, aunque no vio la luz hasta 1485, es decir, 13 años después de su muerte. Cuando se empezaron a conocer los nuevos métodos de construcción del Renacimiento, que

aunque innovadores no reposaban todavía en los nuevos métodos de cálculo aparecidos en el siglo XVIII, la tradición antigua se perdió para siempre.

21 Roriczer habla de una abertura de compás como medida básica. Una exposición histórica sobre el tema aunque desde una perspectiva teórica se encuentra en KUTTA [1897].

22 En un manuscrito de Philippe Eléphant de mediados del siglo XIV aparecen los nombres de otras figuras referidas a los *Elementos* de Euclides: *victoria* (*Elem.* II, 11), *figura equatrix* (*Elem.* VI, 8), *figuras exemplaris* (*Elem.* VI, 20), *farata* (*Elem.* XIII, 18), mientras que otras no se refieren a figuras determinadas de los *Elementos* sino a ejercicios geométricos como la cuadratura del círculo: *figura mediatrix y pax et concordia*. También y en referencia a la construcción de un pentágono regular se habla de la *demonis sive intelligentis*. Una descripción de este manuscrito se encuentra en BEAUJOUAN [1962, pp. 101s.]. Sobre Philippe Eléphant véase WICKERSHEIMER [1936, II, p. 601]. En otro texto de la Biblioteca Nacional de París aparecen otras expresiones características: *dulkarnon* (*Elem.* I, 46) y *cauda pavonis* (*Elem.* III, 8). En la edición de los *Elementos* de Euclides de Luca Pacioli aparecen también las siguientes expresiones: *pes anseris y cauda pavonis* referidas a las figuras 7 y 8 del libro III. Que estas figuras de la geometría práctica no eran sólo conocidas por los prácticos lo demuestra el hecho de que Thomas Bradwardine (1290/1300-1349) las utiliza en su *Tractatus de continuo*: "Circulus habet multa centra; pes anseris infirmatur, de cauda pavonis pulcherrime penne cadunt et tota geometría de speris et circulis subventetur"; BEAUJOUAN [1975, p. 450]; MURDOCH [1982]. Sobre la transmisión de los *Elementos* de Euclides véase, entre otros, FOLKERTS [1989, p. 192].

23 Estas gentes de la práctica no necesitaban conocer a Euclides para entender la construcción aproximativa de un pentágono o para retener en la memoria las figuras mencionadas. A pesar de ello, en una ocupación esencialmente práctica como era la de la agrimensura, había dos tipos de formación técnica y con ello dos categorías de agrimensores: los llamados *mensores layei*, quienes no contaban con formación alguna y los *mensores litterari*, quienes tenían cierto grado de formación humanista [SCHMIDT, 1935, p. 26].

24 El compás era utilizado preferentemente para transportar medidas, aunque también para dibujar circunferencias o segmentos circulares.

25 No hace falta decir que la estática no se basaba en fundamentos teóricos, sino en el conocimiento acumulado por la experiencia y la tradición. La referencia a un saber que va más allá de la práctica aparece por primera vez en boca de Mignot, el arquitecto parisiense llamado a Milán para mediar en la controversia originada en la construcción de la catedral, donde afirmó que *ars sine scientia nihil est*, expresión que se hizo célebre y a la vez indicadora de una nueva forma de pensar. Sobre este tema véase ACKERMAN [1949]. El primer análisis estructural de un edificio se retrotrae a 1742 [MAINSTONE, 1968]. Hay que decir que en la *Practica Geometriae* de Fibonacci (1220) hay un primer intento de fundamentar determinadas reglas ya no en la experiencia, sino a través de una cierta reflexión teórica. Esta obra está publicada en LIBRI, G. (1841). *Histoire des Sciences Mathématiques en Italie*. París, vol. 2, pp. 305-479.

26 Dedicatoria del *Cuaderno*. Como ejemplo del grado de perfección y de fineza conseguidas por la tradición artesanal en la geometría del compás tenemos

las muestras de tracería tan características del gótico. Esta corresponde al nivel de desarrollo conseguido por la geometría y la práctica con regla y compás para construir según los requerimientos de la regularidad geométrica [ALSCHER *et. al.*, 1975, voz "Maßwerk"].

27 La formulación *según el arte de la albañilería (nach Steinmetz-Art)* nos muestra otra vez la distancia respecto de la geometría euclídea. Debido a su directa aplicación a la piedra, esta geometría era conocida también como *geometría petrificada (versteinert Geometría)* [ALSCHER *et al.*, 1975, voz "Maßwerk"].

28 Sobre la denominación *aus der rechten Geometrie* (partiendo de la geometría de la correcta proporción) véase FUNK [1955, p. 10]. El *arte de la correcta proporción* correspondería al *arte de la medida (Kunst der Messung)* de Albrecht Dürer.

29 En la historia del arte y su relación con la tradición filosófica se habla del principio de homogeneidad y unidad como determinantes de la concepción arquitectónica del gótico. Como ejemplo de ello tenemos a Panofsky, especialmente en su *Gothic architecture and scholasticism* [1974], quien influyó decisivamente en la interpretación posterior del arte y de la arquitectura góticos. Como tantos otros, Panofsky confunde un procedimiento técnico con una interpretación filosófica y cosmológica. También sucede lo mismo con el más reciente libro de Jesberg con el de por sí tan indicativo título de *Del construir: entre ley y libertad*. Braunschweig/Wiesbaden, Vieweg, 1987.

30 La abertura de compás constante aparece también en la *Underweysung der Messung* de Dürer. Este método fue descrito por primera vez por Abu'l Wafâ (940-997/998) ABU'L WEFA, [1922]. Consistía en determinar todos los elementos de una construcción geométrica a partir de una distancia invariable que se transportaba tantas veces como se necesitara con la ayuda de un compás con una abertura fija. Sobre el uso de ese método véase DURACH [1933, p. 28], GERICKE [1992, II, pp. 183s.]. Este tipo de construcciones disfrutaron de gran popularidad a finales del siglo XV y a principios del XVI, especialmente en Italia. Tartaglia, Cardano, Guidobaldo del Monte, Benedetti, Cataldi y Galileo se cuentan entre los autores que se ocuparon de ellas.

31 El método de la proporcionalización a partir del cuadrado es una constante en la historia de la arquitectura [Mc CABE, 1972, cap. V]. Testimonios del uso del compás, del cuadrado y del triángulo y de la utilización de relaciones establecidas geoméricamente los tenemos en la traducción y comentario al alemán que hace Walter Rivius de Vitruvio, folio XXX, 1 § 1. En el libro X de *Los Diez Libros de Arquitectura* de Vitruvio se dice que los griegos y romanos construían sus teatros a partir de la figura de una estrella de 12 puntas con tres cuadrados o 4 triángulos equiláteros. En el libro IX se describe la construcción de la diagonal de un rectángulo como medida básica para los patios interiores de las casas antiguas. Ya en el Renacimiento Leonardo da Vinci, especialmente en los Mss. B. (19, 24, 25, 35, 53), *Ashburnham* 2037 (3-5, 30) y en el *Codex Atlanticus* (271, 362) ofrece una serie de figuras geométricas concebidas como figuras básicas para la determinación de las partes restantes del edificio. En la mayoría de los casos se trata de una figura octogonal.

32 El uso de esta geometría práctica aparece en la división de la rosa de la nave transversal de la catedral de Lausanne [HANHLOSER, 1972, pp. 255ss.].

HASSE [1913, p. 129ss.] cree poder encontrar en la nave central de la catedral de Colonia determinadas construcciones reducibles a construcciones geométricas realizables según las indicaciones de otro de los maestros albañiles, Lorenz Lacher.

33 Una variante interesante de la cuadrícula es su aplicación a otros polígonos tal y como aparece en los esbozos de los orfebres de Basilea. Muchos de ellos se basan en un motivo ornamental puramente geométrico y a través de la división de las caras de los polígonos se construyen sucesivamente los polígonos más pequeños.

34 El principio de *la cuadrícula al pie de obra* se utiliza todavía en algunos lugares de Anatolia [AKIN, 1989, p. 2].

35 De esta manera los cuadrados presentaban una determinada relación entre ellos. La diagonal del segundo cuadrado es igual al lado del primero, de la misma manera que la diagonal del tercero es igual al lado del segundo cuadrado. De esta manera se obtenía esa tan ansiada armonía entre todos los elementos. El principio de *partir de la base adecuada (aus dem rechten Grund)* no fue el único método de proporcionalización. También se utilizaba la sección áurea como proporción determinante [REINLE, 1981, p. 214].

36 Mucho se ha discutido si a partir del método de *al pie de obra* podía derivarse una figura básica para todo el conjunto, proponiéndose opiniones diferentes y frecuentemente contradictorias. La dificultad de determinar cuál fue el método utilizado se encuentra claramente formulada en DURACH [1933, p. 4]: "la geometría desaparece cuando se ha conseguido el resultado perseguido, tal y como desaparecen todos los demás métodos auxiliares". Literatura sobre el tema la encontramos en HECHT [1979, p. 3-56].

37 Sobre la tradición del secreto gremial véase VELTE [1951, p. 9, 10, nota 1].

38 HECHT [1979] se ha dedicado a demostrar el uso de los métodos aritméticos y las unidades utilizadas.

39 El método de combinar y duplicar círculos y cuadrados inscribiendo unos en otros ayudaba a los arquitectos renacentistas a establecer las proporciones de los edificios. Este método, conocido como *ad quadratum*, tenía sus precedentes en la descripción de las proporciones del cuerpo humano que daba Vitruvio (*De Architectura*, III, 1, 3). En el Renacimiento se sabía que el método *ad quadratum* fue empleado por los arquitectos góticos. Fue, además, el reconocimiento de este método lo que hizo que Leonardo lo utilizara como base de algunos de sus diseños arquitectónicos. Esta construcción para duplicar círculos y cuadrados es referida en sus estudios como *figura geométrica clave*. Posteriores estudios han demostrado que esta figura fue también usada por otros arquitectos renacentistas [Mc CABE, 1972, p. 7]. Las proporciones de la arquitectura del Renacimiento se basaban en las relaciones establecidas entre el círculo, el cuadrado y los polígonos regulares que se pueden originar del círculo. La figura geométrica clave se derivaba de Vitruvio (III, 1, 3). El establecimiento de la relación de proporciones entre círculos y cuadrados dio lugar a un problema teórico, aunque no práctico, ya que el área del círculo es irracional. De todas formas, la figura geométrica clave proveía a los arquitectos renacentistas de un método para establecer proporcionalidades entre el círculo y el cuadrado. Hay que tener en cuenta que la aplicación de proporciones

geométricas en la arquitectura durante el Renacimiento fue más una cosa práctica que teórica [Mc CABE, 1972, pp. 200, 298].

40 Sin sentido nos parece la pregunta planteada por HECHT [1979, p. 163] respecto a los métodos geométricos que los maestros de obra utilizaban, cuestionándose si se trataba de un método basado en proyecciones de perspectivas o de un método de proporcionalización. Tanto Roriczer como los otros maestros de obra estaban muy lejos de este tipo de cabilaciones, que aparecieron sólo posteriormente. La pregunta no tiene en cuenta la forma de pensar de la época. El sentido técnico de esta geometría y de su tradición ya lo vio MONTUCLA en su *Histoire des Mathématiques* cuando decía sobre los matemáticos alemanes de la época (vol. I, p. 580) que "la plúpart s'adonnèrent à des travaux plus utiles que brillans" o cuando consideraba esta geometría, pensando en la que se realizaba en Nürnberg, como una *geometrie d'atelier*. El contraste entre una solución mecánica (práctica) y una demostrativa (teórica) le fue por primera vez clara a Dürer, quien estaba impregnado él mismo por el espíritu geométrico de la albañilería.

41 BUCHER [1979, p. 7s.]. La triangulación y la cuadrícula en la cartografía tienen otra función diferente a la que desempeñan en la arquitectura; sobre ello véase MOLLET DU JOURDIN [1984] y LA RONCIERE [1984, p. 198].

42 Del presbiterio solían derivar el conjunto del edificio. De su anchura se derivaba el grosor de los muros, de los contrafuertes, la anchura de las ventanas, etc. [HAASE, 1913, p. 134]. En la historia del arte y su relación con la tradición filosófica, se habla del principio de homogeneidad y unidad como determinantes de la concepción arquitectónica del gótico. Como ejemplo de ello tenemos a Panofsky, especialmente en su *Gothic architecture and scholasticism* [1974], quien influyó decisivamente en la interpretación posterior del arte y de la arquitectura góticos. Como tantos otros, Panofsky confunde un procedimiento técnico con una interpretación filosófica y cosmológica. También sucede lo mismo con el más reciente libro de Jesberg con el de por sí tan indicativo título de *Del construir: entre ley y libertad*. Braunschweig/Wiesbaden, Vieweg, 1987.

43 WYEN [1988, pp. 3s.]. Los antiguos maestros utilizaban tales figuras en forma de figuras geométricas regulares, especialmente de estrellas cuadrículares. Estas podían contruirse a partir de triángulos equiláteros o a partir del cuadrado o del pentágono, es decir, en última instancia se obtenían a partir de la división regular del círculo o de la llamada geometría del círculo. De estas tres figuras principales pueden derivarse una gran variedad de figuras. Así, por ejemplo, a partir de un cuadrado podía llegarse al frecuentemente usado octógono, que a su vez podía duplicarse y originar con ello una estrella de 16 puntas. Otra de las figuras básicas, precisamente la *Vierung* considerada por Roriczer, se componía de una serie de cuadrados encajados y girados 45 grados unos respecto de otros y superpuestos entre sí. También existía la posibilidad de obtener una figura menor a partir de una mayor.

44 Se acepta que tanto la dirección de la obra como los representantes de la iglesia estaban en posesión de un plan, aunque fuera elemental, con lo que se podían referir siempre a una idea general. Seguimos la exposición de DURACH [1933, pp. 34s.] y BINDING [1985]. Sobre la relación entre el patrono y el maestro albañil véase BRANNER [1963, pp. 129ss.]. Una prueba de la existencia

del uso de esbozos puede ser el testimonio del mismo obispo Bernward [BINDING, 1987, pp. 5s., 25, 55s.].

45 Cuando el maestro de obra se encontraba ante el problema de que las medidas no venían dadas en los planos no le quedaba otra solución, si quería mantener la proporcionalización dentro de un sistema natural de longitudes, que la de determinar esta longitud de forma arbitraria.

46 Comentario de Proclo a Euclides I, 11.

47 La relación con la práctica es con ello evidente.

48 Fol. 1r. En su *Libro de las construcciones geométricas*, en el que se tratan construcciones con una abertura de compás constante, Abu'l Wafa (940-997/8) utiliza el mismo método que Roriczer [ABU'L WEFA, 1922, pp. 94ss.].

49 No se puede concebir la geometría práctica sin considerar sus instrumentos. Este hecho, que frecuentemente suele ignorarse, es de especial significación tanto en la historia de la geometría como en la de la arquitectura, desde el momento en que estos instrumentos hacen posible la construcción de las figuras geométricas requeridas. Sobre el tema véase SHELBY [1961; 1965].

50 (*Par chu trv'on le poin en mi on canpe a compas*. En el Cuaderno de Villard la lámina donde aparece este ejercicio concluye con la siguiente frase: *Totes ces figures sunt estraites de geometrie*.)

51 Este método era conocido también por los agrimensores del siglo X [GERBERTI, 1899, p. 553].

52 Arquímedes, *La medida del círculo*, teorema III.

53 [DÜRER, libro II]. En la tradición práctica, la construcción del pentágono regular puede remitirse al uso de la abertura de compás constante [GERICKE, 1992, II, p. 184] lo que implicaba el conocimiento práctico de la construcción de la sección áurea. La construcción del pentágono regular presentada por Roriczer pertenece muy probablemente a la tradición de la albañilería [GÜNTHER, 1875, p. 4]. Por otra parte, algunas construcciones de Euclides y de Ptolomeo parten también de la sección áurea. Si bien el método para obtener todas las medidas de un edificio partiendo de un cuadrado o *cuadratura* era muy conocido, existían otros cuya figura básica era el triángulo o el pentágono. Hay que decir también que dentro de las atribuciones que se han hecho a la sección áurea, frecuentemente se suele caer en la exageración, ya que tanto de la triangulación como de la cuadratura puede derivarse una unidad tan armónica como con la sección áurea. Las dos primeras figuras tuvieron incluso un mayor uso por parte de los arquitectos. Ya que la cuadratura se basa en el cuadrado, está contenida en ella la relación que se establece entre el lado y la diagonal, es decir, la relación irracional de $\sqrt{2}$. De la misma forma, en la triangulación se habla de $\sqrt{3}$ y tomando el pentágono como base se obtiene la $\sqrt{5}$. Estas relaciones irracionales son la causa de que en el sistema unitario aparezcan medidas irracionales.

54 Albrecht Dürer utilizó este método en su *Unterweysung...*, pero lo cierto es que Roriczer fue el primero en publicarlo. En el teorema 11, proposición 29 de su *Geometría práctica* Clavius se propone una construcción exacta con una abertura de compás constante. HAHNLOSEER [1972, p. 255] incluye en la geometría teórica a la construcción del pentágono partiendo de la base de un ángulo recto.

55 Ver la introducción de CURTZE [1898] a *De Inquisitione Capacitatis Figurarum*; SHELBY [1972, p. 412ss.]; BEAUJOUAN [1975, p. 446]. Podría ser que Roriczer hubiera conocido el texto, ya que utiliza procedimientos parecidos.

56 Será a partir del 1500 cuando todo aquél que escriba sobre temas de carácter geométrico de alguna manera tendrá conocimiento de la obra de Euclides [GÜNTHER, 1875, p. 3].

57 *Geometria deutsch*, ejercicio 5, Fol. 3v. La representación visualizada del valor de π como $3 \frac{1}{7}$ nos ofrece un ejemplo de aproximación.

58 Se refiere a la proposición 41 del primer libro de los *Elementos*.

59 *De Inquisitione Capacitatis Figurarum*, § 38.

BIBLIOGRAFIA

ABU'L WEFA (1922) "Das Buch der geometrischen Konstruktionen". Ed. H. SUTER, *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaft und der Medizin*, 4, 94-109.

ACKERMAN, J. S. (1949) "'Ars sine scientia nihil est'. Gothic Theory of Architecture at the Cathedral of Milan". *The Art Bulletin*, 31, 84-111.

AKIN, G. (1989) "Laternendeckenhäuser in Ostanatolien". *Architectura*, 19, 1-19.

ALSCHER, L. et al. (eds.) (1975) *Lexikon der Kunst*. Leipzig, A. Seemann.

ARCHIMEDES, *Werke*. Darmstadt, WBG, 1983.

BARON, R. (1955) "Sur l'introduction en Occident des termes 'geometria theorica et practica' ". *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs Applications*, VIII (4), 298-302.

BEAUJOUAN, G. (1962) *Manuscripts Scientifiques Médiévaux de l'Université de Salamanque et de ses Colegios Mayores*. Bordeaux, Féret & Fils.

BEAUJOUAN, G. (1975) "Réflexions sur les Rapports entre Théorie et Pratique au Moyen Age". En: J.E. Murdoch & E.D. Sylla (eds.), *The Cultural context of Medieval Learning*. Dordrecht, Reidel Publishing Company, 437-484.

BEN-DAVID, J. (1971) *The scientist's role in society: a comparative study*. Englewood Cliffs, Prentice - Hall.

BINDING, G. (1985) "'Geometricis et aritmeticis instrumentis'. Zur mittelalterlichen Bauvermessung". *Jahrbuch der Rheinischen Denkmalpflege*, 30/31, 9-24.

BINDING, G. (1987) *Bischof Bernward als Architekt der Michaeliskirche in Hildesheim*. Köln, Walter Kleikamp.

BÖHLER, S. (1988) "Hanns Schmuttermayer". En: H. Günther (ed.), *Deutsche Architekturtheorie zwischen Gotik und Renaissance*. Darmstadt, WBG, 36-39.

BRANNER, R. (1963) "Villard de Honnecourt, Reims and the Origins of the Gothic Architectural Drawing". *Gazette des Beaux Arts*, 61, 129-146.

BUCHER, F. (1979) *Architector. The Lodge Books and Sketchbooks of Medieval Architects*. New York, Abaris Books, vol. 1.

CANTOR, M. (1907) *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik (Bd. I, II)*. Leipzig, Teubner [Reimpresión: New York, Johnson; Stuttgart, Teubner, 1965].

CLAVIUS (1604) *Geometría practica*. Roma.

CLAGETT, M. (1964) *Archimedes in the Middle Ages. The Arabo-Latin Tradition*. Madison, The University of Wisconsin Presss.

CONRAD, D. (1990) *Kirchenbau im Mittelalter. Bauplanung und Bauausführung*. Leipzig, Edition Leipzig.

CURTZE, M. (ed.) (1898) "De Inquisicione Capacitatis Figurarum". *Zeitschrift für Mathematik und Physik. Supplement zum zweiundvierzigsten Jahrgang*, 29-68.

DIETHEUER, F. (1976) "Die Roritzer als Dombaumeister zu Regensburg". En: G. Schwaiger (ed.), *Der Regensburger Dom. Beiträge zu seiner Geschichte*. Regensburg, Verlag des Vereins für Regensburg Bistumsgeschichte, 111-118.

DURACH, F. (1933) *Mittelalterliche Bauhütten und Geometrie*. Stuttgart, Julius Hoffmann.

DÜRER, A. (1525) *Underweysung der Messung, mit dem Zirkel und Richtscheit...* Ed. A. Jaeggli, Dietikon/Zürich, Josef Stocker-Schmid, 1966.

ERLANDE-BRANDENBURG, A.; PÉRON, R.; GIMPEL, J. & BECHMANN, R. (eds.) (1986) *Carnet de Villard de Honnecourt*. Paris, Editions Stock.

ESSENWEIN, H. (1881) "Einleitung zu dem Schmuttermayers Fialenbüchlein". *Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit*, 3 (März) 1881, 65-78.

EUCLID, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. Translated with introduction and commentary by Th.L. Heath. New York, Dover Publications, Inc., 1956.

FOLKERTS, M. (1989) "Euklid". En: J. Folkerts *et. al. Maß, Zahl und Gewicht: Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung*. Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel, 43-72.

FOLKERTS, M.; KNOBLOCH, E. & REICH, K. (1989) *Maß, Zahl und Gewicht: Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung*. Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel.

FUNK, W. (1955) *Das Rechte Maß hie Albrecht Dürer und bei den alten Meistern*. Nürnberg, Glock und Lutz.

GERBERTI *Opera Mathematica. Appendix VII. De Corporis gromaticorum libellis mathematicis*. Ed. N. Bubnov, Berlin, 1899. [Reimpresión: Hildesheim, Olms, 1963].

GERICKE, H. (1992) *Mathematik im Abendland. Von den römischen Feldmessern bis zu Descartes*. Wiesbaden, Fourier.

GELDNER, F. (1965) Textübertragung und Nachwort von *Matthias Roriczer 'Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit' und 'Geometrie Deutsch'*. Wiesbaden, Guido Pressler.

GILLE, B. (1964) *Les ingénieurs de la Renaissance*. Paris, Hermann.

GIMPEL, J. (1975) *La révolution industrielle du Moyen Age*. Paris, Editions du Seuil.

GÜNTHER, S. (1875) "Zur Geschichte der deutschen Mathematik im fünfzehnten Jahrhundert". *Zeitschrift für Mathematik und Physik, Hist.-liter. Abthlg.* 20, 1-14, 113-119.

GÜNTHER, S. (1886) "Die geometrischen Näherungskonstruktionen Albrecht Dürers". *Beilage zum Jahresbericht der Königl. Studienanstalt Ansbach für 1885-1886*. Ansbach.

GÜNTHER, S. (1887) *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525*. Berlín, A. Hofmann.

GÜNTHER, H. (ed.) (1988) *Deutsche Architekturtheorie zwischen Gotik und Renaissance*. Darmstadt, WBG.

HAHNLOSER, H. R. (1972) *Villard de Honnecourt. Kritische Gesamtausgabe des Bauhüttenbuches ms. fr. 19093 der Pariser Nationalbibliothek*. Graz, Akademische Druck- u. Verlagsanstalt.

HASSE, J. (1913) "Der Dom zu Köln a. Rh. in seinen Hauptmaßverhältnissen, auf Grund der Siebenzahl und der Triangulatur". *Zeitschrift für Geschichte der Architektur*, 7, 128-148.

HECHT, K. (1979) *Maß und Zahl in der gotischen Baukunst*. Hildesheim/New York, Georg Olms.

JANNER, F. (1876) *Die Bauhütten des Deutschen Mittelalters*. Leipzig, Seemann.

KLETZL, O. (1936) *Die Junker von Prag in Straßburg*. Frankfurt am Main, Diesterweg.

KNOBLOCH, E. (1989) *Praktische Geometrie*. En: M. Folkerts et al. *Maß, Zahl und Gewicht: Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung*. Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel, 125-154.

KUNSTDENKMALEN VON BAYERN (1924/28) *Stadt Eichstätt (vol. 5.1, 5.2)*. F. Mader (ed.). München, R. Oldenbourg.

KUTTA, M. (1897) "Zur Geschichte der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung". *Nova Acta. Abh. der Kaiserl. Leop.- Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher*, LXXI (3).

LACHER, L. (1516) "Underweysungen und rechnungen sein Handwer beste bass und künstlicher zu volbringen". En: A. Reichensperger (1860) *Die Christlich-germanische Baukunst und ihre Verhaeltnis zur Gegenwart*. Trier, Lintz.

LANGOSCH, K. (ed.) (1933-55) *Die deutsche Literatur des Mittelalters: Verfasserlexikon, I-V*. Berlín/Leipzig, de Gruyter.

LA RONCIERE, M. DE & MOLLET DU JOURDIN, M. (1984) *Les portuns. Cartes marines du XIII^e aue XVII^e*. Freiburg, Nathan.

LUCIANI, E. (1978) *Geschichte der Agrimensoren und Geometer von ihren Anfängen bis 1900*. Roma, Consiglio Naz. Geometri.

MAINSTONE, R. (1968) "Structural theory and design before 1742". *The Architectural Review*, 303-310.

Mc CABE, J. E. (1972) *Leonardo de Vinci's De Ludo Geometrico*. Ann Arbor, Michigan, University Microfilms, A Xerox Company.

MOLLET DU JOURDIN, M. (1984) "Ein neues Bild der Welt: die Portulankarte". En: M. de La Roncière & M. Mollet du Jourdin (eds.) *Les portuns. Cartes marines du XIII^e aue XVII^e*. Freiburg, Nathan, 12-13.

MONTUCLA, J.F. (1758) *Histoire des Mathématiques*, vol. 1. [Reimpresión: París, Albert Blanchard, 1968].

MORTET, M. V. (1905) "Note Historique sur l'Emploi de Procédés Matériels et d'Instruments usités dans la Géométrie Pratique au Moyen Age (Xe.-XIIIe. Sciècles)". *Proceedings of the International Congress of Philosophy. 2nd*.

Congress, Geneva, 1904. Geneve (Reprint: Nendeln/Liechtenstein, 1968), 925-942.

MÜLLER, W. (1984) "Architektur und Mathematik". En: U. Schütte & H. Neumann (eds.) *Architektur & Ingenieur. Baumeister in Krieg & Frieden. Ausstellungskatalog der Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel*. Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek, 94-109.

MURDOCH, J.E. & SYLLA, E.D. (eds.) (1975) *The Cultural context of Medieval Learning*. Dordrecht, Reidel Publishing Company.

MURDOCH, J.E. (ed.) (1982) *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century. A Philosophical Analysis of Bradwardine's Tractatus de Continuo*. Ann Arbor, Michigan, Univ. Microfilms International.

PANOFSKY, E. (1974) *Gothic architecture and scholasticism*. New York, Meridian.

PRESAS I PUIG, A. (1997) *Praktische Geometrie und Kosmologien am Beispiel der Architektur*. Stuttgart, Steiner Verlag.

PROCLI *Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii*. Ed. G. Friedlein,. Leipzig, Teubner, 1873.

PROCLO *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Trans. by MORROW, G. Princeton, Princeton Univ. Press, 1970.

PTOLEMAEUS, C. (1984) *Ptolemy's almagest*. Ed. G.J. Toomer, London, Duckworth.

RAMME, W. (1939) *Über die geschichtliche Entwicklung der Statik in ihren Beziehungen zur Bauwesen*. Braunschweig, Waisenhaus Buch.

RATHE, K. (1926) "Ein Architektur-Musterbuch der Spätgotik mit graphischen Einklebungen". En: *Festschrift der Nationalbibliothek in Wien zur Feier des 200jährigen Bestehens des Gebäudes*, 667-692.

REHFUSS, E.O. (1922) *Hans Felder: ein spätgotischer Baumeister*. Innsbruck, Universitätsverlag Wagner.

REINLE, A. (1981) "Architekturlehre". En: Weimar (ed.) *Die Renaissance der Wissenschaften im 12. Jahrhundert*. Zürich, Artemis Verlag, 211-231.

REUSCH, F.E. (1854) *Der Spitzbogen und die Grundlinien seines Maßwerkes. Ein geometrischen Beitrag zur Ornamentistik des Mittelalters*. Stuttgart, J. B. Müller.

RORICZER, M. (1486-88) *Das 'Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit' und 'Die Geometrie Deutsch'*. Textübertragung und Herausgabe von F. Geldner. Wiesbaden, Guido Pressler, 1965.

SCHMIDT, F. (1935) *Geschichte der Geodätischen Instrumente und Verfahren im Altertum und Mittelalter*. Neustadt an der-Haardt, N. S. Z. Verlag.

SCHÜTTE, U. & NEUMANN, H. (eds.) (1984) *Architektur & Ingenieur. Baumeister in Krieg & Frieden. Ausstellungskatalog der Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel*. Wolfenbüttel, Herzog August Bibliothek.

SCHWAIGER, G. (ed.) (1976) *Der Regensburger Dom. Beiträge zu seiner Geschichte*. Regensburg, Verlag des Vereins für Regensburg Bistumsgeschichte.

SEELIGER-ZEISS, A. (1967) *Lorenz Lechler von Heidelberg und sein Umkreis*. Heidelberg, Carl Winter.

SHELBY, L.R. (1961) "Medieval Masons' Tools, I: The Level and the Plumb Rule". *Technology and Culture*, 2, 127-130.

SHELBY, L. R. (1965) "Medieval Masons' Tools, II. Compass and Square". *Technology and Culture*, 6, 2, 236-248.

SHELBY, L.R. (1972) "The Geometrical Knowledge of Mediaeval Master Masons". *Speculum*, 47, 395-421.

SHELBY, L.R. (1977) *Gothic Design Techniques. The Fifteenth-century Design Booklets of Mathes Roriczer and Hanns Schmuttermayer*. London/Amsterdam, Southern Illinois Univ. Press.

SHELBY, L.R. & MARK, R. (1979) "Late Gothic Structural Design in the 'Instructions' of Lorenz Lechler". *Architectura*, 9, 113-131.

THIEME-BECKER KÜNSTLER LEXIKON (1903ss.). Leipzig, E. A. Seemann.

VELTE, M. (1951) *Die Anwendung der Quadratur und Triangulatur bei der Grund- und Aufrißgestaltung der gotischen Kirchen*. Basel, Birkhäuser.

VITRUVIO (1995) *Los diez libros de Arquitectura*. Madrid, Alianza.

VITRUVIUS POLLIO, MARCUS (1987) *Zehn Bücher über Architektur*. Darmstadt, WBG.

WEIMAR, P. (ed.) (1981) *Die Renaissance der Wissenschaften im 12. Jahrhundert*. Zürich, Artemis Verlag.

WICKERSHEIMER, E. (1936) *Dictionnaire Biographique des Médecins en France au Moyen Age*. Paris, Droz.

WYEN, F.-J. (1988) *Baumeister der Gotik*. En: H. Günther (ed.) (1988), *Deutsche Architekturtheorie zwischen Gotik und Renaissance*. Darmstadt, WBG, 1-4.