Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Vicerrectorado de Investigación y Postgrado
Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara"
Subdirección de Investigación y Postgrado

UN MODELO AXIOMÁTICAMENTE VALIOSO Y AFECTIVO

Autor: Rolando Antonio García
rolandoantoniogarciahernandez@gmail.com
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL)
Maracay – Venezuela

PP. 171-207

UN MODELO AXIOMÁTICAMENTE VALIOSO Y AFECTIVO

Rolando Antonio García
rolandoantoniogarciahernandez@gmail.com
Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL)
Maracay – Venezuela

Recibido: 09/09/2016 **Aceptado:** 13/04/2017

RESUMEN

Con el propósito de valorar no sólo los conocimientos sino también los sentimientos que se manifiestan en el aprendizaje del Cálculo, se pretende generar aproximaciones teóricas sobre la Didáctica del Cálculo en educación universitaria basadas en los aspectos afectivo, axiológico y cognitivo, con la ayuda de las teorías: a) Antropológica de lo didáctico, b) APOE, y c) Reconceptualización del dominio afectivo. El estudio se llevó a cabo con estudiantes y docentes del Departamento de Matemática de la UPEL – Maracay. En la investigación se empleó el paradigma post – positivista, el enfoque cualitativo, el diseño de la misma es no experimental, se utilizó el método hermenéutico, y en la indagación de campo se realizaron entrevistas tanto a estudiantes como a docentes y se observaron algunas clases de los docentes entrevistados. Para el Análisis de la información se contó con los aportes de la Teoría Fundamentada, obteniéndose así tres categorías relacionadas con cada uno de los aspectos mencionados anteriormente. Producto del proceso de triangulación (Informantes clave –Teorías de entrada– Investigador) se delinearon algunos obstáculos epistemológicos, conocimientos, valores, creencias, actitudes, y emociones presentes en el aprendizaje de los estudiantes y en la enseñanza de los docentes, así como las competencias afectivas, axiológicas y cognitivas que constituyen el modelo y por último una explicación axiomática de su funcionamiento.

Palabras clave: Afectividad, Axiología, Cognición, Didáctica del Cálculo.

AN AXIOMATICALLY VALUABLE AND AFFECTIVE MODEL

ABSTRACT

In order to evaluate not only the knowledge but also the feelings that are manifested in the learning of the Calculus, it is intended to generate theoretical approaches on the Didactics of Calculus in university education based on the affective, axiological and cognitive aspects, with the help of the Theories: (a) Anthropological of the didactic, (b) APOE, and (c) Reconceptualization of the affective domain. The study was carried out with students and teachers of the Department of Mathematics of

UPEL - Maracay. The research used the post - positivist paradigm, the qualitative approach, the design of the same is non - experimental, the hermeneutic method was used, and in the field investigation interviews were conducted both students and teachers and some classes were observed Of the teachers interviewed. For the Analysis of the information was counted on the contributions of the Grounded Theory, obtaining in this way three categories related to each one of the aspects mentioned previously. Product of the process of triangulation (Key Informants - Input Theories - Researcher) outlined some epistemological obstacles, knowledge, values, beliefs, attitudes, and emotions present in students' learning and teaching of teachers, as well as competences Affective, axiological and cognitive that constitute the model and finally an axiomatic explanation of its functioning.

Keywords: Affectivity, Axiología, Cognition, Teaching Calculus.

INTRODUCCIÓN

La Matemática para algunos es ciencia natural porque la naturaleza está escrita en lenguaje Matemático y además creen que ese lenguaje es exacto, universal, formal, general y unívoco, y para otros es ciencia social ya que es construida por grupos de personas que pretenden resolver problemas de su cotidianidad. Además la Matemática como ciencia, con sus sistemas axiomáticos rigurosos y aparentemente perfectos que algunas veces no permiten la reflexión sino el acatamiento de unas reglas de juego inquebrantables, la hace totalmente diferente a las ciencias naturales o del cuerpo y a las ciencias sociales o del espíritu.

Sin embargo, la Educación Matemática reúne ciencias tanto naturales como sociales con el fin de explicar cómo aprendemos Matemática y como la enseñamos a las nuevas generaciones. Según Godino (1991), la Educación Matemática es concebida por Higginson a través de un modelo tetraédrico en el que se pretenden dar respuesta a cuatro (4) preguntas básicas con la ayuda de algunas disciplinas, estas son: ¿Qué enseñar? (Matemáticas), ¿Por qué? (Filosofía), ¿A quién y dónde? (Sociología), y ¿Cuándo y cómo? (Psicología). Además Godino (ob.cit.) aclara el Sistema de Enseñanza de la Matemática de Steiner en el que intervienen subsistemas como: la clase de Matemáticas, la formación de profesores, el desarrollo del currículo, la propia Educación Matemática, además de las ciencias referenciales: Matemática, Epistemología y Filosofía de las Matemáticas, Historia de las Matemáticas, Psicología, Sociología, Pedagogía, Lingüística.

En esta misma línea de ideas la Didáctica de la Matemática como lo afirma Mora (2001), "se ha de concebir entonces como un cuerpo interdisciplinar" (p. 22), en el que no sólo interviene la Matemática como disciplina para intentar comprender las situaciones en las que se aborda el estudio del conocimiento Matemático, si no también es indispensable los aportes de otras disciplinas como la Pedagogía, la Psicología, la Sociología, la Filosofía, la Lingüística, la Antropología, la Didáctica General, las Ciencias Naturales, la Historia y Epistemología de las Ciencias, la Historia de la Matemática y la Informática.

Además afirma Beyer (2001), que la Educación Matemática en Venezuela es entendida como un campo de creación de saberes, el cual se nutre, desarrolla y evoluciona gracias a las relaciones que se pueden establecer entre cuatro (4) componentes básicos como lo son: los Postgrados (Especializaciones, Maestrías o Doctorados), las Publicaciones (libros, Trabajos de Grado de Maestría, Tesis Doctorales, publicaciones periódicas, artículos en memorias de eventos), los Eventos (locales, regionales, nacionales e internacionales) y la Investigación (creación de núcleos o centros de investigación, investigaciones libres, investigaciones que conducen a la obtención de algún grado académico). Estos componentes conforman el Sistema de la Educación Matemática Venezolana (SEMV).

Según D´Amore (2008), la Educación Matemática "es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo" (p.89).Se percibe entonces que la Educación Matemática, como área de investigación, se ocupa principalmente de comprender y explicar los problemas asociados con la enseñanza y aprendizaje de la Matemática en el contexto escolar y fuera de él.

Con el propósito de generar aproximaciones teóricas sobre la Didáctica del Cálculo en educación universitaria basadas en los aspectos afectivo, axiológico y cognitivo, se crea el modelo tetraédrico denominado: Afectividad, Axiología y Cognición en la Didáctica del Cálculo (AAC – DC). En el presente artículo se explicará cómo se diseñó el modelo y cómo funciona.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

MARCO TEÓRICO

En este apartado se describirán las teorías de entrada tomadas en cuenta en cada uno de los aspectos del modelo (Afectivo, Axiológico, Cognitivo, y Didáctico).

Afectividad

La Afectividad según Dorsch (1991), es la "capacidad de reacción ante el sentimiento" (p.15). Este término está íntimamente relacionado con todo el acontecer emocional, es decir, sentimientos y pasiones. La emoción según Goleman (1995), es "un sentimiento y sus pensamientos característicos, a estados psicológicos y biológicos y a una variedad de tendencias a actuar" (p. 331). Además propone las siguientes emociones primarias: Ira, Tristeza, Temor, Placer, Amor, Sorpresa, Disgusto y Vergüenza (estas emociones primarias son los pilares del aspecto afectivo del modelo). Sin embargo, reconoce que esta lista no es exhaustiva porque pueden existir emociones que se alimentan de otras, por ejemplo los celos pueden ser una mezcla entre Ira, Tristeza y Temor, y también aclara que el debate científico acerca de cómo clasificar las emociones continúa.

El Dominio Afectivo en Matemática está constituido por creencias, actitudes y emociones de los aprendices, este constructo teórico fue desarrollado por McLeod (1988). En cuanto a las creencias se distinguen cuatro tipos: (a) Acerca de las Matemáticas y de su enseñanza y de su aprendizaje, (b) Acerca de uno mismo como aprendiz de Matemáticas, (c) Sobre la enseñanza de la Matemática, y (d) Las suscitadas por el contexto social (familiares y amigos).

Las actitudes pueden ser hacia: (a) la Matemática como asignatura, (b) el trabajo científico realizado por los Matemáticos, (c) determinadas partes o ramas de la Matemática, y (d) los métodos de enseñanza.

Por su parte, Gómez – Chacón (2002) sostiene que la razón y la emoción no pueden existir la una sin la otra y que, además, en todas las situaciones de aprendizaje, se debe considerar lo que el estudiante piensa y lo que siente, aunque lo que esté aprendiendo sea Matemática, ciencia en la que, por años, se ha privilegiado o enfatizado en la dimensión cognitiva del aprendiz.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

Además, Blanco, Gil y Guerrero (2005) afirman que esta relación entre afectos y aprendizaje es cíclica; es decir, el conjunto de experiencias que adquiere el estudiante al aprender Matemáticas le provoca distintas emociones que a su vez propician la formación de creencias, estas últimas modifican su comportamiento en nuevas situaciones de aprendizaje que le dejarán un nuevo cúmulo de experiencias.

Axiología

La axiología es la rama de la filosofía que se encarga de estudiar la naturaleza de los valores. Según Ferrater (1969), los valores son irreales porque no poseen cuerpo o materia, pero, "su estructura difiere de la de los objetos ideales, asimismo irreales, pues mientras estos últimos pertenecen propiamente a la esfera del ser, sólo de cierto modo y habida cuenta de la pobreza del lenguaje pueden admitirse que los valores son" (p.868). Los valores son términos no definidos, no se pueden definir o limitar simplemente se ponen en práctica en las relaciones que se establecen entre grupos humanos.

El término valor se ha usado en algunos casos para determinar o estimar el costo de bienes materiales, como por ejemplo, el precio de una casa, un carro o cualquier otro objeto que se puede comprar. En este sentido la palabra valor se encuentra en un contexto económico o material. En el contexto espiritual, una persona valiosa es aquella que reúne un conjunto de cualidades que son socialmente aceptadas y que sus prácticas benefician al grupo al cual pertenece este individuo.

Existen dos grandes corrientes filosóficas del pensamiento en cuanto a valores se refiere: (a) la corriente objetivista que propone a los valores como "objetos" y estos deben ser descubiertos por los sujetos; es decir, existen independientemente de los sujetos; (b)la otra corriente la subjetivista totalmente opuesta a la primera propone que los valores son creados por el sujeto y dependen totalmente de él.

Además Ferrater (ob.cit.), señala las siguientes características que poseen los valores, (a) El valer, los valores no pueden definirse, simplemente valen, (b) La objetividad, los valores son objetivos y no obedecen a preferencias individuales, al contrario mantienen su valía más allá de toda apreciación o valorización, (c) La No Independencia Ontológica, los valores se relacionan y se nutren unos de otros, (d) La Polaridad, separación de cada cosa Valente en un aspecto positivo y uno negativo; por ejemplo, la verdad se opone a la mentira; el aspecto negativo se llama disvalor o antivalor, (e) La Cualidad, no se pueden establecer relaciones cuantitativas entre las cosas valiosas, (f) La Jerarquía, la clasificación más usual de los valores comprende los valores lógicos, los éticos y los estéticos. Existen valores vitales como la paz y la libertad.

Al hablar de valores es necesario resaltar las contribuciones de algunos filósofos que pretendieron explicarlos y establecerlos en sus sociedades. Comenzaremos con Sócrates-filósofo griego nacido en Atenas y que vivió aproximadamente entre 470 – 399 a.C; según Gaarder (1991), Sócrates pensaba que tenía por dentro una voz divina llamada conciencia y que le decía lo que estaba bien; es decir, “conocimientos correctos conducen a acciones correctas. Y sólo el que hace esto se convierte en un ser correcto” (p.83).

El más grande de los filósofos de todos los tiempos fue Jesús de Nazaret, su mensaje se basaba en el amor al prójimo, se preocupaba por los más débiles y pobres, y predicaba el perdón para todos incluso para las personas más rechazadas por la sociedad. Entre los valores que practicaba Jesús con sus acciones se encuentran principalmente la justicia, el amor, la paz, la honestidad, la verdad, la reconciliación, el bien y la solidaridad.

Según Gaarder (ob.cit), en el sermón de la montaña, Jesús expone su doctrina moral, así (Matheo 5, 3 – 10) nos narra este discurso en donde se declaran las bienaventuranzas en primer lugar; son bienaventurados los pobres de espíritu, los mansos y humildes, los que lloran, los que tienen hambre y sed de justicia, los misericordiosos, los que tienen puro su corazón, los pacíficos, y los que padecen persecución por la justicia. En estas bienaventuranzas se resaltan los valores más universales como: la paz, la humildad, la justicia, la misericordia o piedad y la honestidad (La Santa Biblia. tr.1988). En este discurso también nos enseña a orar, a establecer una relación más íntima con Dios, y pronuncia la famosa oración del Padre nuestro.

Para Immanuel Kant, según Gaarder (ob.cit), todos debemos tener acceso a la misma ley moral universal, que posee la misma validez que las leyes de las ciencias naturales. Es decir, es válida para todas las personas, sociedades y épocas, la concibió como un “imperativo categórico” (p.404), válida en todas las situaciones y completamente obligatoria. La ley moral es como la conciencia del hombre; para este pensador nunca es moralmente correcto actuar conforme a sentimientos y emociones.

En oposición a Kant, Scheler describe la importancia que posee la ética en la vida emocional del hombre, así lo afirma Remolina (2005). Los valores según Scheler se presentan objetivamente con dos rasgos fundamentales la polaridad y la jerarquía. Esta jerarquía ordena en una escala los valores de menor a mayor en cuatro grupos: (a) los valores del agrado: dulce – amargo, (b) los valores vitales: sano – enfermo, (c) los valores espirituales, estos se dividen en: estéticos (bello – feo), jurídicos (justo – injusto), intelectuales (verdadero – falso), y (d) los valores religiosos: santo – profano. Los valores morales no constituyen una categoría de valores porque se consideran valores puros.

Uno de los filósofos venezolanos que ha escrito sobre los valores es Manuel Antonio Carreño Muñoz, nació en Caracas en el año 1812, fue músico, pedagogo y diplomático, y también padre de Teresa Carreño famosa pianista, muere en París en 1874. En 1853 publica su Manual de Urbanidad y Buenas Costumbres que luego sería llamado Manual de Carreño (2005), en este se resaltan en primer lugar los deberes morales del hombre, entre estos: las obligaciones para con Dios, la sociedad, los padres, la patria, nuestros semejantes y para con nosotros mismos. En este se describen una serie de normas a seguir relacionadas con las actividades cotidianas que se llevan a cabo en la sociedad. Aunque para algunos este Manual lo relacionan con etiqueta y protocolo promueve valores como el respeto, la solidaridad, la paz, la obediencia, el bien para todos, entre otros.

Por otro lado, Pérez Esclarín (1998), en su obra Educar valores y el valor de educar presenta 51 parábolas (cuentos o historias), algunas le son propias y otras adaptaciones nuevas de las ya existentes, con el fin de ilustrar algunos valores universales, luego de cada vivencia presentada el autor nos regala sus reflexiones pedagógicas y lo que él llama “sorbos de sabiduría” (p.165).

Graterol (2009) nos presenta la relación entre Matemática y Valores, afirma: “Quien estudia Matemática buscando un aprendizaje debe comprometerse con la Matemática y con el mismo. En otras palabras, adquiere una responsabilidad con la Matemática” (p.88). Así ilustra la responsabilidad el mencionado autor, pero este no es el único valor que relaciona con el estudio de la Matemática, también propone la creatividad para relacionar los contenidos matemáticos y ofrecer múltiples respuestas a un mismo problema.

Además afirma que la paciencia, la constancia y la perseverancia son valores que se practican con el estudio de la Matemática, ya que por lo general el conocimiento matemático no se adquiere de manera inmediata, y hace falta mucho trabajo, dedicación y tiempo para consolidar y apropiarse de cualquier concepto.

Para la selección de los valores del modelo se consultó las políticas de docencia, investigación y extensión de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), además de las políticas de Secretaría y los valores considerados en el Plan de Desarrollo 2007 – 2011. Finalmente los valores seleccionados son: (a) Paz, (b) Democracia, (c) Solidaridad, (d) Justicia Social, (e) Honestidad, (f) Responsabilidad, y (g) Libertad.

Cognición

La Cognición como lo plantea Dorsch (ob.cit.), es un término común para designar todos los procesos que se relacionan con la conciencia y el conocimiento, como la percepción, la remembranza, la representación, el concepto, el pensamiento, la conjetura o suposición, la curiosidad y el plan.

Por su parte, León (2011), señala que en todo conocimiento se pueden diferenciar cuatro componentes: "el sujeto que conoce, el objeto conocido, la operación misma de conocer y el resultado obtenido, que es la información recabada acerca del objeto" (p.20). También acuerda que los cinco problemas principales de la teoría del conocimiento son los siguientes:

> (a) La posibilidad del conocimiento humano ¿puede realmente el sujeto aprehender el objeto?, (b) El origen del conocimiento ¿es la razón o la experiencia la fuente del conocimiento humano, (c) La esencia del conocimiento humano ¿es el objeto quien determina al sujeto a es al revés?, (d) Las formas del conocimiento humano ¿el conocimiento es racional o puede ser intuitivo?, (e) El criterio de verdad ¿cómo sabemos que nuestro conocimiento es verdadero? (p.21).

En ocasiones, la operación misma de conocer la información recabada acerca del objeto es errada o produce confusiones, esto se debe a la presencia de obstáculos que entorpecen el aprendizaje; a continuación se describen estos.

Obstáculos Epistemológicos

Los obstáculos epistemológicos según Bachelard (1948), son los entorpecimientos, las confusiones, las causas de estancamiento y de retroceso,

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

en resumen las causas de inercia que se presentan en el acto de conocer. Estos poseen las siguientes características: (a) Son confusos y poliformos, (b) Cada superación de algún obstáculo epistemológico conlleva necesariamente a otro obstáculo más complejo, (c) Se incrustan en el conocimiento no formulado, (d) Se presentan por pares, al tratar de evadir un obstáculo se manifiesta un obstáculo opuesto.

Existen distintos tipos de obstáculos epistemológicos: el primero es la experiencia básica colocada por delante de la crítica, y sustentada en las imágenes; el segundo es el conocimiento general que detiene las experiencias y es totalmente vago e impreciso; el tercero es el conocimiento unitario y pragmático que satisface la necesidad de explicar hasta el extremo todos los fenómenos a veces mediante un solo concepto y, por último y no menos importante, los obstáculos del conocimiento cuantitativo como lo son: la magnitud, el principio de despreciabilidad y la realidad de las escalas.

Además, Georges Jean, citado por Camilloni (1997), enumera los obstáculos pedagógicos que surgen de la obra de Bachelard, ellos son: (a) El maestro que pretende saber, (b) El dato inmediato, (c) Lo demasiado interesante, (d) Los sentidos, (e) La experiencia inmediata, (f) La simplicidad y la claridad, (g) La ciencia enseñada y los manuales, (h) El haber sabido, (i) Las imágenes muertas, (j) El lenguaje, (k) Los padres y los maestros como modelos, (l) Una educación "muelle", (m) Una sociedad donde no hay nada que hacer, (n) Uno mismo.

Teoría Antropológica de lo Didáctico

El enfoque antropológico, propuesto por Chevallard (1997) y sus colaboradores, establece la actividad matemática como una actividad humana, y no una simple construcción de conceptos, utilización de un lenguaje o un proceso cognitivo. Plantea que un objeto matemático existe si una persona o un grupo consideran que existe. La actividad matemática está basada en la construcción de organizaciones matemáticas compuestas por los siguientes elementos: tipos de tareas o problemas, tipos de técnicas que permiten resolver los problemas, tecnologías que describen y explican las técnicas, y la teoría que sustenta finalmente la tecnología. El papel del docente se dirige hacia la construcción de organizaciones matemáticas, y el papel del alumno se encamina hacia la reconstrucción de dicha organización.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

A continuación se describe a manera de ejemplo una Organización Matemática en torno al objeto Límite de una Función Real de una Variable Real. Si se considera la función $h: R \to R$ definida de la siguiente forma $h(x) = \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$, no se podría responder la pregunta: ¿A qué valor se aproximan las imágenes *h(x)* cuando x se acerca a 4?, porque este número no pertenece al dominio de dicha función. Cuando se intenta hallar la imagen del número 4 a través de la función h, se presenta una indeterminación cero entre cero: $\frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} = \frac{3-\sqrt{5+4}}{1-\sqrt{5-4}} = \frac{3-3}{1-1} = \frac{0}{0}$.

Esta indeterminación se resuelve con la técnica que recibe el nombre de la conjugada de raíces cuadradas multiplicando por los siguientes factores: $\frac{3+\sqrt{5+x}}{3+\sqrt{5+x}} = 1$ y $\frac{1+\sqrt{5-x}}{1+\sqrt{5-x}} = 1$

El elemento tecnológico – teórico que explica esta técnica es el producto notable diferencia de cuadrados. Véase en el siguiente caso:

$$\underset{x \to 4}{Lím}\ h(x) = \underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} = \underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}\left(\frac{3+\sqrt{5+x}}{3+\sqrt{5+x}}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5-x}}{1+\sqrt{5-x}}\right)$$

$$= \underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{\left[(3)^2-\left(\sqrt{5+x}\right)^2\right]\left(1+\sqrt{5-x}\right)}{\left[(1)^2-\left(\sqrt{5-x}\right)^2\right]\left(3+\sqrt{5+x}\right)} = \underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{[9-(5+x)]\left(1+\sqrt{5-x}\right)}{[1-(5-x)]\left(3+\sqrt{5+x}\right)}$$

$$= \underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{4-x\left(1+\sqrt{5-x}\right)}{-4+x\left(3+\sqrt{5+x}\right)} = -\underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{x-4\left(1+\sqrt{5-x}\right)}{x-4\left(3+\sqrt{5+x}\right)} = -\underset{x \to 4}{Lím}\ \frac{1+\sqrt{5-x}}{3+\sqrt{5+x}}$$

$$= -\frac{1+\sqrt{5-4}}{3+\sqrt{5+4}} = -\frac{1+1}{3+3} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

Teoría APOE

La Teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto y Esquema) propuesta por Dubinsky (1991), afirma que la comprensión de un concepto matemático comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales para formar acciones, las acciones se internalizan para formar procesos, los procesos se encapsulan para formar objetos, luego los objetos se pueden desencapsular y formar acciones que determinaran nuevos procesos y objetos ó estos objetos se pueden organizar en esquemas, que es el fin de esta teoría agrupar procesos y objetos en esquemas. Un ejemplo lo proporciona Gascón (2002), en donde considera la construcción de la función compuesta de dos funciones dadas.

> Se parte de dos funciones – objetos f y g, se desencapsulan f y g para obtener dos funciones – proceso f(y) y g(x), se coordinan ambos procesos, para obtener una nueva función – proceso f(g(x)), por fin, se encapsula este nuevo proceso para obtener la función – objeto (f o g) (p.11).

Por ejemplo, para la derivada de $F(x)=\sqrt{x^2+2}$ se parte de dos funciones $f(u)=\sqrt{u}$ y $g(x)=x^2+2$, se comienza el proceso de derivación de ambas funciones $f'(u)=\dfrac{1}{2\sqrt{u}}$ y $g'(x)=2x$ para encapsularse en el objeto $F'(x)=f'(g(x))g'(x)$, es decir: $\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+2}}.2x=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$.

Didáctica

La Didáctica es una disciplina supeditada a la Pedagogía, estudia los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje y cuyo fin último es la formación intelectual de los individuos, perfeccionando sus aprendizajes.

El padre de la Didáctica Juan Amós Comenio nació en Niewniz (Moravia) en marzo de 1592; según Rabecq (1957), Comenio sugería lugares agradables tanto en el exterior como en el interior para la experiencia de la enseñanza, “Sería preciso decía disponer de un lugar de recreo para los juegos infantiles y de un jardín en el que los niños puedan gozar de la belleza de las flores” (p. 7).

A este filósofo y pedagogo le debemos la masificación de la educación ya que uno de sus planteamientos era enseñar todo a todos, esta uniformidad se nota en la actualidad incluso en la vestimenta de los niños en la escuela, el recreo y el acercamiento a la naturaleza también son proyectos ideados por Comenio. La asociación de la palabra y la imagen es otra de las premisas que Comenio desarrolla en su obra OrbisPictus, esta idea se aplica hasta nuestros días en las cartillas para reconocer las letras del abecedario, por ejemplo: a de avión, c de casa; también se emplea en los modelos anatómicos o maniquíes de plástico que simulan los órganos del cuerpo humano presentes en los laboratorios de Biología de nuestros liceos.

Comenio (1998), en su obra Didáctica Magna establece que el hombre debe ser: “Conocedor de todas las cosas (erudición), Dueño de ellas y de sí mismo (Virtud o costumbres honestas), Encaminarse él y todas las cosas hacia Dios, origen de todo (Religión o Piedad)” (p.7). Toda la obra Didáctica Magna se rige por estos principios Religiosidad, Conocimiento y finalmente Valores.

En su idea de la escuela materna esboza las disciplinas que debe estudiar cualquier individuo, entre estas tenemos: Metafísica, Física, Óptica, Astronomía, Geografía, Cronología, Historia, Aritmética, Geometría, Estática, Mecánica, Dialéctica, Gramática, Retórica, Poesía, Música, Economía, Política y Ética.

Dentro de la Ética se deben promover las siguientes virtudes: (a) Templanza, (b) Limpieza, (c) Veneración, (d) Obediencia, (e) Veracidad, (f) Justicia, (h) Caridad, (i) Trabajo, (j) Silencio, (k) Paciencia, (l) Cortesía, y (m) Urbanidad.

Sin embargo, años más tarde las distintas disciplinas construyen sus Didácticas Específicas, la Educación Matemática no es la excepción a esta regla. Para la construcción de la Didáctica de la Matemática según Gascón (ob.cit) hubo una doble ruptura con la Pedagogía y con la Matemática formal apoyada en sistemas axiomáticos.

Competencias

Una competencia es una habilidad o destreza que debe poseer un individuo para enfrentar y resolver una situación. Se dice también que un individuo competente es capaz, apto, idóneo, oportuno, hábil y justo.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

Según Garduño y Guerra (2008), las competencias están formadas por la unión de: (a) conocimientos y conceptos, (b) intuiciones y percepciones, (c) saberes y creencias, (d) habilidades y destrezas, (e) estrategias y procedimientos, (f) actitudes y valores. Además proponen 5 ejes de competencias: Comprensión del medio natural, social y cultural, Comunicación, Lógica – Matemática, Actitudes y valores para la convivencia, Aprender a aprender.

Por otro lado, una competencia según Beneitone, Esquetini, González, Maletá, Siufi y Wagenaar (2007), son las "capacidades que todo ser humano necesita para resolver, de manera eficaz y autónoma, las situaciones de la vida" (p.35).

Esta última definición de competencia surge en el marco de la elaboración del Proyecto Tuning de América Latina, en el que participaron diecinueve países (Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana, Uruguay y Venezuela). En inglés "tune" significa sintonizar una frecuencia en la radio, así este proyecto busca puntos de acuerdo o de convergencia para facilitar la comprensión de la Educación a nivel Superior en los países mencionados anteriormente. Es importante resaltar que este proyecto había sido una experiencia exclusiva de Europa desde el año 2001.

Este proyecto se llevó a cabo en Latinoamérica desde el año 2004 hasta el año 2007, y según Beneitone y otros (ob.cit) fue concebido como: "Un espacio de reflexión de actores comprometidos con la educación superior, que a través de la búsqueda de consensos, contribuye para avanzar en el desarrollo de titulaciones fácilmente comparables y comprensibles, de forma articulada, en América Latina". (p.13). Tuning Latinoamérica estableció cuatro líneas de trabajo: (a) Competencias genéricas y específicas de las áreas temáticas, (b) Enfoques de enseñanza, aprendizaje y evaluación de estas competencias, (c) Créditos académicos, y (d) Calidad de los programas.

Para la construcción de las competencias (afectivas, axiológicas y cognitivas del modelo) se tomaron en consideración lo sugerido por los informantes clave, la opinión del investigador y las siguientes competencias señaladas por Beneitone y otros (ob.cit), en el proyecto Tuning de América Latina: (a) Genéricas. Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión, Responsabilidad social y compromiso ciudadano, y Compromiso ético, (b) Específicas. Domina los saberes de las disciplinas del área de conocimiento de su especialidad, Educa en valores, y Formación ciudadana y democracia, (c) Matemáticas. Dominio de los conceptos básicos de la Matemática Superior, Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas, con una identificación clara de hipótesis y conclusiones, Capacidad para expresarse correctamente, utilizando el lenguaje de la Matemática, y Dominio de la Matemática elemental, es decir, la que se debe incluir en la enseñanza preuniversitaria.

Afectivas

Las competencias afectivas del modelo (AAC – DC) se construyeron gracias al aporte de las teorías mencionadas anteriormente y a las entrevistas realizadas a los informantes. Estas competencias son: (a) Identifica sus sentimientos y emociones cuando aprende algún tópico del Cálculo (Primer nivel Conocimiento), (b) Comprende y acepta sus sentimientos y emociones cuando aprende algún tópico del Cálculo (Segundo nivel Comprensión), y (c) Es capaz de predecir la aparición de un sentimiento relacionado con el aprendizaje del Cálculo (Tercer nivel Puesta en Práctica).

Axiológicas

Las competencias axiológicas del modelo (AAC – DC) son: (a) Identifica los valores y antivalores presentes en las distintas relaciones humanas (Primer nivel Conocimiento), (b) Comprende los distintos valores humanos y sociales (Segundo nivel Comprensión), y (c) Practica los diferentes valores humanos en la vida diaria Tercer nivel Puesta en Práctica).

Cognitivas

Las competencias cognitivas se clasificaron en: Sistemas de Representación, Operaciones Básicas en el Cálculo y Uso del lenguaje matemático. Para la selección de estos conocimientos clave en el Cálculo se tomaron las sugerencias hechas por los informantes, además de considerar la experiencia del investigador como docente en esta área.

En primer lugar se hizo referencia a los Sistemas de Representación, específicamente con su identificación, comprensión, utilización y evaluación en cualquier tópico del Cálculo. Según Rico y Segovia (2001), “Un sistema de representación

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

lo constituyen los símbolos y gráficos mediante los que se expresan los diferentes conceptos y procedimientos matemáticos"(p.7).

En segundo lugar se establecieron las Operaciones Básicas en el Cálculo, esos conocimientos que como su nombre lo indica son base para el desarrollo de conocimientos avanzados del mismo Cálculo, estos son: (a) Operaciones aritméticas en los distintos conjuntos numéricos, (b) Factorización de polinomios empleando distintas técnicas (Ruffini, propiedad distributiva, resolvente de la ecuación de segundo grado, etc), (c) Productos Notables, (d) Algoritmos, fórmulas y reglas empleadas en el Cálculo, (e) Graficación de Funciones, (f) Resolución de ecuaciones en los distintos conjuntos numéricos, (g) Geometría del Plano, (h) Propiedades de los conjuntos numéricos, (i) Uso de distintas notaciones.

Por último el uso del lenguaje matemático que tiene que ver con llamar las conceptos matemáticos por su nombre respectivo, y con el uso de las notaciones aceptadas por la comunidad de matemáticos en la resolución de ejercicios o problemas, así como en las demostraciones.

Modelo Tetraédrico: Afectividad, Axiología y Cognición en la Didáctica del Cálculo (AAC – DC)

Seguidamente se presentan las relaciones o conexiones que se pueden establecer entre los elementos: Afectividad, Axiología, Cognición y Didáctica del Cálculo, que conforman esta didáctica alternativa para el aprendizaje del Cálculo en Educación Universitaria. En los gráficos que se presentan inmediatamente se ilustra el modelo en el espacio (tetraedro) y en el plano (triángulo).

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

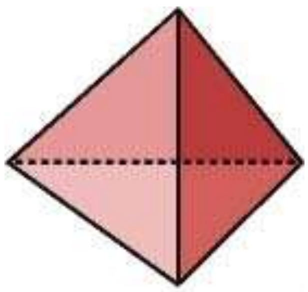

Gráfico 1.**Modelo (AAC – DC) en el espacio**

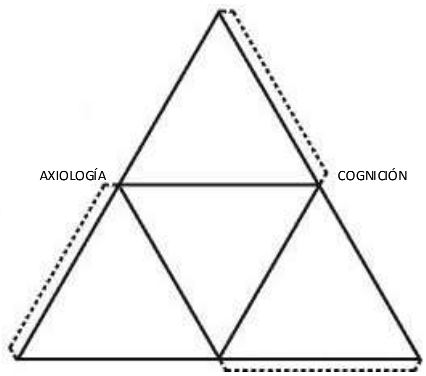

Gráfico 2. **Modelo (AAC – DC) en el plano**

El modelo tetraédrico AAC – DC consta de cuatro (4) elementos: (a)Afectividad, (b)Axiología, (c) Cognición y (d) Didáctica del Cálculo, un equilibrio entre estos 4 elementos, a juicio de García (2013), forma en el espacio un tetraedro como se muestra en el gráfico 1 y un triángulo equilátero en el plano como se representa en el gráfico 2, pero ¿Qué pasaría si uno de estos elementos no está presente en una clase de Cálculo de Educación Universitaria? Analicemos el gráfico 2.

Si en una clase de Cálculo de educación universitaria nos falta el aspecto cognitivo, tendríamos un primer triángulo formado por axiología, afectividad y didáctica del Cálculo, aquí los estudiantes se sentirían muy bien porque el profesor los respeta se practican valores en el aula como por ejemplo: justicia, paz, democracia, los trata bien y les da unos consejos sobre cómo abordar un tópico del Cálculo con estrategias innovadoras,
pero la Matemática como ciencia y en particular el Cálculo estarían sacrificadas,

error fatal para un grupo de personas que en un futuro serán multiplicadores de ese conocimiento en su carrera docente.

Por otro lado si en una clase de Cálculo de educación universitaria nos falta el aspecto didáctico, tendríamos un segundo triángulo formado por axiología, afectividad y cognición, quizás sería una clase de Matemática pura, llena de antivalores y los estudiantes no se sentirían tan bien sobre todo si ya están identificados con la labor docente que practicarán en un futuro.

Además si en una clase de Cálculo de educación universitaria nos falta el aspecto axiológico, tendríamos un tercer triángulo formado por cognición, afectividad y didáctica del Cálculo, quizás los estudiantes no se sentirían muy bien porque el profesor los irrespeta se practican antivalores en el aula hay injusticia en las evaluaciones, y aunque exista mucha Matemática y didáctica en esas clases, probablemente los estudiantes para profesor copien este modelo errado y se desquiten con los que mañana sean sus estudiantes. Quizás multipliquen estos patrones errados y utilicen la Matemática y en particular el Cálculo para torturar a los que aprenden.

Por último si en una clase de Cálculo de educación universitaria nos falta el aspecto afectivo, tendríamos un cuarto triángulo formado por cognición, axiología y didáctica del Cálculo, quizás los estudiantes no se sentirían muy bien y se obtendrían resultados parecidos al tercer triángulo.

METODOLOGÍA

En este apartado se presenta como se llevó a cabo la construcción del modelo, se describe: (a) paradigma, (b) enfoque, (c) método, (d) el diseño y tipo de investigación, (e) contexto de aplicación, (f) los requisitos que deben cumplir los informantes clave, (g) las técnicas e instrumentos de recolección de la información, y (h) el análisis de la información.

El paradigma según Alvarado y García (2008), “es un cuerpo de creencias, presupuestos, reglas y procedimientos que definen como hay que hacer ciencia; son los modelos de acción para la búsqueda del conocimiento”(p.190). A lo largo de la historia de la humanidad el conocimiento de todas las ciencias se ha producido bajo dos paradigmas: el positivista en primer lugar y el más reciente el post – positivista. El paradigma que dirigió la presente investigación es el post – positivista.

El enfoque cualitativo según Sandin (2003), se caracteriza por ser descriptivo, fenomenológico, holístico, dinámico, construido, divergente, humanista, de diseño flexible, destacando más la calidez que la replicabilidad de los resultados. El enfoque que se adoptó en la presente investigación es el cualitativo porque pretende "comprender e interpretar la realidad, los significados de los diversos roles de las personas, tomando en cuenta percepciones, intenciones, acciones, explicaciones ideográficas, inductivas, cualitativas" Martins y Palella (2010. p.44).

En la investigación se trató de comprender la realidad de la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en Educación Universitaria, a través de la evaluación del modelo tetraédrico (AAC – DC) interpretando los diversos roles, percepciones y acciones de algunos estudiantes y profesores de la especialidad de Matemática de la UPEL – Maracay.

En la investigación se empleó el método hermenéutico o arte de explicar e interpretar, este recibe el nombre del Dios griego Hermes hijo de Zeus y Maya encargado de negociar entre los dioses o entre éstos y los mortales. Dios mensajero, de las fronteras, de los viajeros y de los pastores, encargado de transmitir a los hombres los mensajes de los demás dioses para que éstos fueran comprendidos y de ser órdenes obedecidas correctamente. Este método fue empleado en la investigación para descifrar la información suministrada por los informantes clave durante las entrevistas, en primer lugar se hicieron marcas en las entrevistas para realizar una primera interpretación que se materializó en indicadores, luego en subcategorías y más tarde en las categorías: (a) Didáctica del Cálculo, (b) Emociones y sentimientos presentes en la Didáctica del Cálculo y (c) Valores presentes en la Didáctica del Cálculo.

El diseño de esta investigación es no experimental, este tipo de diseño es descrito por Martins y Palella (ob.cit), de la siguiente manera, "Se observan los hechos tal y como se presentan en su contexto real y en un tiempo determinado o no, para luego analizarlos" (p. 81). Además señalan que no se construye una situación específica, y como las variables independientes ya ocurrieron no se pueden manipular ni influir sobre ellas para cambiarlas. En esta investigación se observaron los hechos tal y como ocurrieron en las clases de Cálculo del departamento de Matemática de la UPEL

- Maracay, y en las entrevistas no se construyeron situaciones específicas los informantes se sintieron libres al expresarse.

La investigación que se presenta a continuación es de campo que según Martins y Palella (ob.cit), "consiste en la recolección de datos directamente de la realidad donde ocurren los hechos, sin manipular o controlar variables. Estudia los fenómenos sociales en su ambiente natural"(p. 88). Los datos de esta investigación se obtuvieron directamente de la realidad de los espacios de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (s.f), (núcleo Maracay), en el artículo 1 de su reglamento general define su naturaleza como "una comunidad de intereses espirituales, que reúne profesores y estudiantes en la tarea de buscar la verdad y afianzar los valores trascendentales del hombre" (p. 1). Además en el artículo 2 del mencionado reglamento se destaca el espíritu de la institución, basado en la democracia, la justicia social y la solidaridad humana, y abierta a todas las corrientes del pensamiento universal. Esta institución universitaria venezolana dedicada a formar docentes en todos los niveles y modalidades del sistema educativo, guía todas sus acciones con los valores antes mencionados, estos mismos valores son los que se consideraron para desarrollar la parte axiológica del modelo.

Finalmente la investigación se llevó a cabo con ocho (8) informantes (de la institución universitaria mencionada), de los cuales cinco (5) son estudiantes del octavo, noveno o décimo período académico de la Especialidad de Matemática, y tres (3) profesores de Matemática con un mínimo de cinco (5) años de experiencia como profesor de Cálculo en educación universitaria, poseer título de Magíster en Educación mención Enseñanza de la Matemática y algunas destrezas investigativas en el área Educación Matemática.

Con la finalidad de recoger la información inequívoca en la investigación, el investigador empleó en primer lugar la entrevista no estructurada como técnica tanto para los estudiantes como para los docentes, según Ander – Egg (1982):

> La entrevista consiste en una conversación entre dos personas por lo menos, en la cual uno es el entrevistador y otro u otros son los entrevistados; estas personas dialogan con arreglo a ciertos esquemas o pautas acerca de un problema o cuestión determinada, teniendo un propósito profesional. Presupone, pues, la existencia de personas y la posibilidad de interacción verbal dentro de un proceso de acción recíproca. (p. 226).

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

Esta conversación con los estudiantes se inició con la siguiente frase: Hablemos sobre su experiencia de aprendizaje del Cálculo en Educación Universitaria. Con respecto a los docentes la entrevista se dividió en partes, en la primera se inició la conversación con la frase: Hablemos sobre su experiencia de aprendizaje del Cálculo en Educación Universitaria, en la segunda parte se conversó sobre su experiencia de enseñanza del Cálculo en el mismo nivel educativo, y por último sobre su experiencia investigativa en el área de Cálculo.

Otra técnica de recolección de información que se empleó es la observación de las clases de Cálculo de los docentes informantes, con el fin de aguzar los sentidos, o como lo expresa Ander – Egg (ob.cit) "observar hechos y realidades sociales presentes y a la gente en el contexto real en donde desarrolla normalmente sus actividades". (p. 197), y además constatar la teoría en uso de estos informantes.

El Análisis de la información se llevó a cabo con la ayuda de los aportes que proporciona la Teoría Fundamentada desarrollada por Glaser y Strauss en 1967, la cual constituye uno de los principales enfoques de la metodología cualitativa que permite crear nuevas teorías a partir de los datos que se encuentran en la realidad investigada, o como lo afirman Campo – Redondo y Labarca (2009):

> La teoría fundamentada se convierte entonces en un método inductivo, que permite crear una formulación teórica basada en la realidad tal y como se presenta, usando con fidelidad lo expresado por los informantes, buscando mantener la significación que estas palabras tenían para sus protagonistas. Este enfoque se basa en cuatro pasos diferenciados claramente: codificación abierta de los datos o información, codificación axial de la información, codificación selectiva y delimitación de la teoría emergente (p. 47).

Según Ramallo y Roussos (2008), la teoría fundamentada "es un método que se refiere al desarrollo inductivo mediante el soporte de un cuerpo de datos. Comprende comparaciones permanentes a los efectos de generar teoría a partir de los datos empíricos" (p. 4). Además señalan que esta teoría posee dos estrategias principales (a) El método comparativo constante en donde se codifican y se analizan los datos para desarrollar conceptos, es decir, esta comparación constante permite mayor precisión de los conceptos, establecimiento de sus propiedades y relaciones con el fin de concretar una teoría, (b) El muestreo teórico, en donde se eligen nuevos casos con el propósito de refinar y delimitar los conceptos.

Lo anterior indica que este enfoque facilitó el manejo de los datos recopilados mediante la aplicación de las técnicas de recolección de

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

información cumpliendo al mismo tiempo con los objetivos de la investigación por lo que permitió la aplicación de las técnicas esencialmente basadas en el manejo e interpretación de la misma como son la categorización y la triangulación, los cuales según la cita anterior se cumple en cuatro pasos que va desde la codificación de la información hasta la representación por medio de figuras que ilustran los aportes de los informantes claves involucrados en esta investigación, de manera que se empleó con la finalidad de localizar informaciones referentes al tema en estudio o similar desde las perspectivas de otros, donde se presenten situaciones características semejantes a las generadas con la misma.

La Categorización es un técnica propia de la investigación cualitativa, que puede ser utilizada para reflejar la información aportada por quienes sirven de informantes clave; algunos autores como Martínez (1998), lo denominan categorización de los contenidos, este proceso parte del hecho de que la información recogida sea lo más completa y detallada posible para luego hacer "el esfuerzo de sumergirse mentalmente, del modo más intenso posible, en la realidad ahí expresada" (p. 69). Con el fin de revivir esa realidad y reflexionar sobre ella para comprender el fenómeno.

La triangulación es un proceso que permite enfrentar tres posturas sobre un tema determinado, donde se coteja la teoría referente al mismo, las ideas de los informantes clave sobre el mismo tema en estudio y lo que interpreta el investigador al respecto. Según Bisquerra (2000), "consiste en recoger y analizar datos desde distintos ángulos para compararlos y contrastarlos entre sí" (p. 264). Este autor menciona cuatro tipos básicos de triangulación y una combinación entre ellos, el primero la triangulación de datos que pueden ser recogidos en distintos tiempos o lugares, o con distintas personas, el segundo la triangulación de investigadores en donde 3 investigadores observan la misma realidad y luego se compara estas observaciones, el tercero la triangulación teórica en donde se toma en consideración los aportes de 3 teorías afines o contrapuestas, el cuarto la triangulación metodológica en la cual se aplican 3 métodos distintos, y por último la triangulación múltiple en la que se pueden combinar datos, observadores, teorías y metodologías. En esta investigación el proceso de triangulación fue múltiple porque se consideraron las contribuciones de las teorías de entrada, los datos que suministraron los informantes clave, y la opinión del investigador.

Con los insumos proporcionados por las teorías de entrada, los datos recopilados durante toda la investigación en las actividades planificadas con los informantes clave y la experiencia Investigativa, Matemática y Docente del investigador se generó constructos (competencias) o lineamientos teóricos aplicables a la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en Educación Universitaria.

Resultados, Análisis e Interpretación

Tomando en consideración las características que señala Ferrater (ob.cit), que poseen los valores, y la organización y disposición que poseen los sistemas axiomáticos en Matemática, y después de haber aclarado como se formó el modelo el autor intenta explicar el funcionamiento del mismo.

Según Rojo (2001), un sistema axiomático en Matemática consiste en los siguientes objetos:

> i) Términos primitivos constituidos por elementos, conjuntos o relaciones, cuya naturaleza no queda especificada de antemano, ii) Axiomas, que son funciones proposicionales cuantificadas, relativas a las variables que representan a los términos primitivos; es decir, son propiedades a las que deben satisfacer dichos términos primitivos. Los axiomas definen implícitamente a éstos, iii) Definiciones de todos los términos no primitivos, iv) Teoremas, es decir, propiedades que se deducen de los axiomas. Anexada al sistema axiomático se admite la lógica bivalente, con cuyas leyes es posible demostrar los teoremas de la teoría. Cuando se sustituyen las variables o términos primitivos por significados concretos, se tiene una interpretación del sistema axiomático; si esta interpretación es tal que los axiomas se convierten en proposiciones verdaderas, entonces se tiene un modelo del sistema axiomático. En este caso, todo lo demostrado en abstracto en el sistema es válido para el modelo, y nada hay que probar en particular. (pp 208 – 209).

Un sistema axiomático está conformado entonces por: términos no definidos o primitivos, axiomas o proposiciones que se aceptan como verdaderas, definiciones de los términos que no son primitivos, teoremas o propiedades que se deducen o demuestran de los axiomas, y una lógica que por lo general es la Aristotélica bivalente, es decir con dos valores de verdad (verdadero y falso). Además para poder interpretar los sistemas axiomáticos se construyen modelos. Según Rojo (ob.cit), un modelo es una interpretación de los términos primitivos en la cual todos los postulados son proposiciones verdaderas.

A continuación se presenta un ejemplo de sistema axiomático (Tomado de una prueba del Curso: Geometría Finita de fecha 06/06/2002, elaborada por la Profesora Fabiola Czwienczek, los modelos que representan el sistema axiomático son creación del autor de este artículo). Sea Σ el sistema axiomático cuyos términos primitivos son un conjunto no vacío y finito A de números enteros y un conjunto no vacío R contenido en AxA. Los axiomas de Σ son:A_1: A tiene por lo menos 3 elementos, A_2: $\forall a \in A: -a \in A$, A_3: $\forall a, b \in A: si\,(a,b) \in R,$ entonces $a + b \neq 0$ y A_4: para cada $a \in A,$ existe al menos un elemento $b \in A,$ tal que $(a, b) \in R$. Un modelo para Σ es el siguiente: Sean $A = \{1{,}0, -1\}$ y $R = \{(1{,}0), (0{,}1), (-1, -1)\}$ los términos primitivos de Σ, verifiquemos que estos cumplen con los axiomas mencionados.

El conjunto A es no vacío porque posee 3 elementos: $1{,}0, -1 \in Z$ y el axioma A_1 establece que el conjunto A debe tener por lo menos 3 elementos, así se cumple A_1. En el conjunto A cada elemento posee su opuesto, para 1 existe -1, para -1 existe 1 y para el cero existe el cero, así se cumple A_2. En cuanto al conjunto R es no vacío y subconjunto de AxA, estos son sus elementos: $(1{,}0), (0{,}1), (-1, -1) \in R$, así $(1{,}0) \in R$ se cumple que: $1 + 0 \neq 0$, $(0{,}1) \in R$ se cumple que: $0 + 1 \neq 0$, y para $(-1, -1) \in R$ se cumple que: $(-1) + (-1) \neq 0$, en consecuencia se cumple A_3.

Además para cada $a \in A,$ existe al menos un elemento $b \in A,$ tal que $(a, b) \in R$, es decir, $1 \in A,$ existe al menos un elemento $0 \in A,$ tal que $(1{,}0) \in R$, igualmente $0 \in A,$ existe al menos un elemento $1 \in A,$ tal que $(0{,}1) \in R$, también$-1 \in A,$ existe al menos un elemento $-1 \in A,$ tal que $(-1, -1) \in R$, de todo lo anterior se puede concluir que se cumple A_4. Como los conjuntos A y R cumplen con todo lo planteado en el sistema axiomático Σ, se puede afirmar que ambos constituyen un modelo para este sistema e igualmente se puede certificar que el sistema es compatible. Según Blumenthal (1965), la compatibilidad de un sistema axiomático Σ se define como: “Referiremos nuestra noción de compatibilidad de un sistema axiomático Σ a la de un modelo, definiendo Σ como compatible si y solo si existe un modelo para Σ” (p.49).

Otro modelo para Σ es el siguiente, sean A y R los conjuntos:

$$A = \left\{\begin{matrix} Paz, Guerra, Democracia, Dictadura, Solidaridad, Egoísmo, \\ Justicia\ Social, Injusticia, Responsabilidad, Irresponsabilidad, \\ Honestidad, Deshonestidad, Libertad, Control \end{matrix}\right\}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{c} (Paz, Libertad), (Democracia, Justicia\ Social), \\ (Solidaridad, Solidaridad), (Justicia\ Social, Democracia), \\ (Responsabilidad, Honestidad), (Honestidad, Responsabilidad), \\ (Libertad, Paz), (Guerra, Dictadura), (Dictadura, Guerra), \\ (Egoísmo, Egoísmo), (Injusticia, Control), \\ (Irresponsabilidad, Deshonestidad), \\ (Deshonestidad, Irresponsabilidad), \\ (Control, Injusticia) \end{array} \right\}$$

El Conjunto A es no vacío ya que $Paz \in A$ y es finito porque posee 14 elementos, si consideramos Paz como un entero positivo y Guerra como un entero negativo y se establece esas analogías con el resto de los elementos de A se podría asumir que los elementos de A son enteros. El conjunto A cumple con A_1 porque posee 14 elementos, también cumple con A_2 ya que para cada elemento de A existe su opuesto en el mismo conjunto, en el siguiente cuadro lo visualizamos.

Cuadro 1
Elementos del Conjunto A

$a \in A$	$-a \in A$
Paz	Guerra
Democracia	Dictadura
Solidaridad	Egoísmo
Justicia Social	Injusticia
Responsabilidad	Irresponsabilidad
Honestidad	Deshonestidad
Libertad	Control

El axioma A_3 también se cumple porque el conjunto R es no vacío y subconjunto de AxA, además sus elementos son pares que poseen las formas: (Valor, Valor) o (Antivalor, Antivalor), ejemplos: (Paz, Libertad), (Dictadura, Guerra). Si se diera el caso de tener en R el par (Paz, Guerra) por ejemplo tendría la forma (Valor, Antivalor) o *(a, –a)* y entonces contradice A_3 en lo siguiente: $\forall a, b \in A: si\,(a, b) \in R$, entonces $a + b \neq 0$. El axioma A_4 también se cumple ya que para cada $a \in A$, existe al menos un elemento $b \in A$, tal que $(a, b) \in R$.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

Según Ferrater (ob.cit) los valores poseen estas principales características: (a) El valer, los valores no pueden definirse, simplemente valen, (b) La objetividad, los valores son objetivos y no obedecen a preferencias individuales, al contrario mantienen su valía más allá de toda apreciación o valorización, (c) La No Independencia Ontológica, los valores se relacionan y se nutren unos de otros y (d) La Polaridad, separación de cada cosa Valente en un aspecto positivo y uno negativo, por ejemplo, la verdad se opone a la mentira, el aspecto negativo se llama disvalor o antivalor.

De estas características se puede concluir que los valores al no poder definirse pueden constituir los términos primitivos o no definidos de un sistema axiomático, además son objetivos mantienen su valor ante cualquier apreciación humana, en atención a la independencia ontológica podemos establecer los pares ordenados que pertenecen a R y otros pares que no se encuentran señalados ahí, por último la polaridad nos permite garantizar el cumplimiento del segundo axioma. De todo lo anterior A y R constituyen un modelo para Σ.

Supongamos que, en el desarrollo de una clase de Cálculo, se presentan los antivalores dictadura (el docente toma todas las decisiones y tiene la última palabra en cuanto aprendizaje y evaluación) e injusticia (el docente en una evaluación considera sólo un camino para resolver un problema planteado, porque es el que ha conocido durante años y el estudiante que no se ajuste a esa respuesta esperada reprueba), esto puede desencadenar la práctica de otro antivalor como la deshonestidad de los estudiantes en la evaluación, pues si hay un solo camino para resolver los problemas, tenerlo en un material de apoyo no permitido se convierte en una opción para aprobar, también puede generar en los estudiantes sentimientos negativos como la Ira.

De acuerdo al sistema axiomático descrito anteriormente es posible esta situación que $(-a,-b) \in R$ y el sistema sigue siendo compatible, al parecer es matemáticamente correcto, pero ¿Qué valoran y sienten los estudiantes ante esta situación?. De todo lo anterior se pueden plantear los siguientes teoremas: (a) Teorema 1. $(Antivalor, Antivalor) \in R \leftrightarrow Antivalor$, este teorema se puede convertir en un círculo vicioso de antivalores y se puede demostrar con la ayuda de los axiomas 3 y 4, (b) Propiedad 1. $(Antivalor, Antivalor) \in R \leftrightarrow Ira$, este teorema también se puede verificar al estar relacionados cualesquiera dos antivalores, es decir, la relación que se establece entre dos antivalores detona ese sentimiento tan negativo como la Ira y este a su vez incrementa los antivalores que la originaron, (c) Propiedad 2. $(Antivalor, Antivalor) \in R \leftrightarrow Tristeza$, si tenemos como antivalores dictadura y guerra en una evaluación, por ejemplo los problemas colocados ni siquiera el docente los resolvió antes de planteárselos a los estudiantes y estos intentan resolverlos y no consiguen ni siquiera respuestas parciales, y por supuesto obtienen una calificación mala, esto puede desanimar al aprendiz y generar una profunda tristeza o temor y este último sentimiento produce este teorema, (d) Propiedad 3. $(Antivalor, Antivalor) \in R \leftrightarrow Temor$, por con un excesivo control e innumerables injusticias en el desarrollo de las clases el estudiante teme ser ridiculizado delante de sus compañeros por parte de otro compañero o del docente mismo, es decir no pone de manifiesto su ignorancia y eso no le permite aprender verdaderamente.

En este mismo orden de ideas en el sistema axiomático establecido puede ocurrir lo siguiente: $(a, b) \in R$, es decir la relación entre dos valores positivos. Ahora podemos plantear los siguientes teoremas: (a) Teorema 2. $(Valor, Valor) \in R \leftrightarrow Valor$, por proponer un ejemplo si relacionamos Paz y Libertad eso implicaría Justicia Social y a su vez esta última sembraría más Paz y Libertad como en el teorema 1 esto se puede demostrar con los axiomas 3 y 4, (b) Propiedad 4. $(Valor, Valor) \in R \leftrightarrow Placer$, por ejemplo si el desarrollo de una clase de Cálculo se basa en los valores Responsabilidad y Honestidad para los estudiantes debe ser un placer estudiar y aprender y para el docente un placer también guiar ese aprendizaje, (c) Propiedad 5. $(Valor, Valor) \in R \leftrightarrow Amor$, la práctica del valor solidaridad puede implicar amor, amor por el conocimiento que se socializa en el aula de clases, y a su vez el amor por ese conocimiento nos hace solidarios al compartirlos con las siguientes generaciones, actividad para la cual se preparan los estudiantes de la carrera docente.

Otras propiedades que se pueden enunciar son las siguientes: (a) Propiedad 6. $(Valor, Valor) \in R \leftrightarrow Sorpresa$, la práctica de la democracia y la justicia social en el aula de Cálculo pareciera que aún en estos tiempos sorprende a los aprendices de Matemática, el docente no debería sorprenderse de los logros ni de los avances de sus estudiantes, el estudiante no debe sorprenderse en una evaluación, la evaluación debe ser lo más parecida a lo discutido en clase, tampoco puede sorprenderse de la valoración de sus aprendizajes, una buena o mala calificación no debe ser inesperada, (b) Propiedad 7. $(Antivalor, Antivalor) \in R \leftrightarrow Disgusto$, un docente egoísta y celoso con su conocimiento en el aula de Cálculo puede generar disgusto hacia la Matemática en general, muchos estudiantes aseguran que no les gusta la Matemática porque el docente no les explicaba bien, es decir este último era egoísta porque no compartía sus conocimientos o los compartía de manera parcial como que si lo que enseña es de su propiedad, (c) Propiedad 8. $(Antivalor, Antivalor) \in R \leftrightarrow Vergüenza$, a veces nos encontramos con actitudes deshonestas e irresponsables por parte de los estudiantes y quizás el problema de fondo es que el aprendiz siente vergüenza de su ignorancia yno la hace pública a través de una pregunta en clase y se lleva a su duda a la evaluación y entonces intenta hacer trampa en la misma, debemos aceptar que el desconocer también es parte del aprender.

Por otro lado según Blumenthal (ob.cit), un postulado P y un sistema axiomático Σ es independiente cuando, "Se dice que P es independiente en Σ si el sistema axiomático $[\Sigma - P] + {\sim}P$ es compatible. El sistema Σ se llama independiente si cada uno de sus postulados es independiente en Σ" (p.50). En los párrafos siguientes se ejemplificará esta definición con el sistema axiomático cuyo modelo está compuesto por los conjuntos A y R que contienen los valores que promueve la UPEL.

Recordemos a Σ el sistema axiomático cuyos términos primitivos son un conjunto no vacío y finito A y un conjunto no vacío R contenido en AxA. Los axiomas de Σ son; A_1: A tiene por lo menos 3 elementos, A_2: $\forall a \in A: -a \in A$, A_3: $\forall a, b \in A: si\,(a, b) \in R,$ entonces $a + b \neq 0$ y A_4: para cada $a \in A,$ existe al menos un elemento $b \in A,$ tal que $(a, b) \in R$.

Para la independencia de A_1 necesitamos probar que el sistema $[\Sigma - A_1] + {\sim}A_1$ es compatible, es decir que posee un modelo, para ello es necesario en primer lugar negar el postulado mencionado anteriormente. ${\sim}A_1$: A tiene a lo más 2 elementos. Ahora bien sean los conjuntos: $A = \{Paz, Guerra\}$ y $R = \{(Paz, Paz), (Guerra, Guerra)\}$ los términos primitivos del sistema Σ, nótese que se cumple la ${\sim}A_1$ porque A posee dos elementos, A_2 también se cumple porque Paz y Guerra son elementos opuestos y pertenecen a A, además A_3 se cumple ya que para el par (Paz, Paz) se tiene que $Paz + Paz \neq 0$ igualmente para el par (Guerra, Guerra), por último A_4 de igual forma se cumple ya que para $Paz \in A,$ existe al menos un elemento $Paz \in A,$ tal que $(Paz, Paz) \in R$. Y para $Guerra \in A,$ existe al menos un elemento $Guerra \in A,$ tal que $(Guerra, Guerra) \in R$. Así se cumplen todos los axiomas $\sim A_1, A_2, A_3, A_4$, en consecuencia A_1 es independiente.

Para la independencia de A_2 necesitamos probar que el sistema $[\Sigma - A_2] + \sim A_2$ es compatible, es decir que posee un modelo, para ello es necesario negar el postulado. $\sim A_2$: $\exists a \in A: -a \notin A$. Ahora bien sean los conjuntos: $A = \{Paz, Guerra, Solidaridad\}$ y $R = \{(Paz, Paz), (Guerra, Guerra), (Paz, Solidaridad)\}$ los términos primitivos del sistema Σ, nótese que se cumple el postulado A_1 porque A posee tres elementos, $\sim A_2$ también se cumple porque para el elemento *Solidaridad* en A no existe su opuesto en A, además A_3 se cumple ya que para el par (Paz, Paz) se tiene que $Paz + Paz \neq 0$ igualmente para el par (Guerra, Guerra) y para el par (Paz, Solidaridad), por último A_4 de igual forma se cumple ya que para $Paz \in A,$ existe al menos un elemento $Paz \in A,$ tal que $(Paz, Paz) \in R$, para $Guerra \in A,$ existe al menos un elemento $Guerra \in A,$ tal que $(Guerra, Guerra) \in R$ y para $Paz \in A,$ existe al menos un elemento $Solidaridad \in A,$ tal que $(Paz, Solidaridad) \in R$. Así se cumplen todos los axiomas $\sim A_2, A_1, A_3, A_4$, en consecuencia A_2 es independiente.

Para la independencia de A_3 necesitamos probar que el sistema $[\Sigma - A_3] + \sim A_3$ es compatible, es decir que posee un modelo, para ello es necesario negar el postulado. $\sim A_3: \exists a, b \in A: (a, b) \in R \wedge a + b = 0$. Ahora bien sean los conjuntos: $A = \begin{Bmatrix} Paz, Guerra, \\ Solidaridad, Egoísmo \end{Bmatrix}$ y $R = \begin{Bmatrix} (Paz, Guerra), (Guerra, Egoísmo), \\ (Solidaridad, Paz), (Egoísmo, Guerra) \end{Bmatrix}$ los términos primitivos del sistema Σ, nótese que se cumple el postulado A_1 porque A posee cuatro elementos, A_2 también se cumple porque para cada elemento en A existe

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

su opuesto en A, además $\sim A_3$ se cumple ya que para el par (Paz, Guerra) se tiene que $Paz + Guerra = 0$, por último A$_4$ de igual forma se cumple ya que para $Paz \in A$, existe al menos un elemento $Guerra \in A$, tal que $(Paz, Guerra) \in R$, para $Guerra \in A$, existe al menos un elemento $Egoísmo \in A$, tal que $(Guerra, Egoísmo) \in R$, para $Solidaridad \in A$, existe al menos un elemento $Paz \in A$, tal que $(Solidaridad, Paz) \in R$ y para $Egoísmo \in A$, existe al menos un elemento $Guerra \in A$, tal que $(Egoísmo, Guerra) \in R$. Así se cumplen todos los axiomas $\sim A_3, A_1, A_2, A_4$, en consecuenciaA$_3$ es independiente.

Para la independencia de A$_4$ necesitamos probar que el sistema $[\Sigma - A_4] + \sim A_4$ es compatible, es decir que posee un modelo, para ello es necesario negar el postulado. $\sim A_4$:para algún $a \in A$, no existe un elemento $b \in A$, tal que $(a, b) \in R$. Ahora bien sean los conjuntos: $A = \begin{Bmatrix} Paz, Guerra, \\ Solidaridad, Egoísmo \end{Bmatrix}$ y $R = \begin{Bmatrix} (Guerra, Egoísmo), \\ (Solidaridad, Paz), (Egoísmo, Guerra) \end{Bmatrix}$ los términos primitivos del sistema Σ, nótese que se cumple el postulado A_1 porque A posee cuatro elementos, A_2también se cumple porque para cada elemento en A existe su opuesto en A, además A_3 se cumple ya que para el par (Guerra, Egoísmo) se tiene que $Guerra + Egoísmo \neq 0$, para el par (Solidaridad, Paz) se tiene que $Solidaridad + Paz \neq 0$, y para el par (Egoísmo, Guerra) se tiene que $Egoísmo + Guerra \neq 0$, por último $\sim A_4$ de igual forma se cumple ya que para $Paz \in A$, no existe elemento en A tal que se forme un par ordenado en R. Así se cumplen todos los axiomas $\sim A_4, A_1, A_2, A_3$, en consecuencia A$_4$ es independiente.De todo lo anterior se concluye que Σ es independiente.

Publicación en Línea (Semestral) UPEL-Maracay (Venezuela)
DL: PPL201102AR3941
ISSN: 2244-7662
Enero-Junio 2017. Vol 14, N° 1
REVISTA MULTIDISCIPLINARIA Dialógica

CONCLUSIONES

En esta parte del artículo se presentan las reflexiones finales de acuerdo al propósito y a las teorías de entrada consideradas en el marco teórico.

Este grupo de estudiantes que colaboraron con la investigación como informantes clave manifestaron experimentar los siguientes obstáculos epistemológicos: (a) La experiencia básica se convirtió en obstáculo, cuando el estudiante en otras universidades utilizaba una determinada notación y en la UPEL – Maracay el docente de Cálculo le exigía en las evaluaciones otra distinta a la que él conocía, (b) El uso excesivo de manuales para aprender, (c) El dato inmediato, es decir, ejercicios de Cálculo que se resuelven rápidamente con el uso de una fórmula o un algoritmo, (d) Lo demasiado interesante, el uso de tecnología para aprender derivadas también se convirtió en un obstáculo epistemológico, superado por el estudiante años después cuando trabajó el mismo tema pero en Cálculo de Varias Variables sin esa tecnología, (e) La lógica como conocimiento unitario y pragmático que pretende explicar todo el conocimiento del Cálculo, (f) Las falsas generalizaciones, (g) La Historia del Cálculo como imagen muerta, (h) Los profesores como modelos, (i) La concepción de sí mismo como estudiante, (j) La sociedad, cuando otros compañeros los desanimaban con respecto a los cursos de la especialidad que les faltaban para obtener el grado de profesor de Matemática.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico juega un papel importante en esta didáctica alternativa, específicamente en la planificación de los aprendizajes del Cálculo, se recomienda construir y reconstruir el conocimiento en organizaciones matemáticas y ser absolutamente conscientes del tiempo que le llevó a la humanidad concretar un tópico matemático para no trivializar su comprensión o su aplicación en las aulas de clase actuales.

La Teoría APOE comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales para formar acciones, pero para accionar se necesita un individuo capacitado en los aspectos cognitivos, afectivos y axiológicos, esta didáctica alternativa pudiera ayudar a internalizar procesos, formar objetos y esquemas.

Los informantes clave que participaron en esta investigación tanto estudiantes como docentes expresaron sus creencias, actitudes y emociones componentes básicos de la Teoría de la Reconceptualización del Dominio Afectivo en Matemática.

En cuanto a las creencias del docente se tiene: (a) La necesidad de demostrar de una manera semi – formal o formal algunas propiedades utilizadas en el cálculo incluso desde introducción al Cálculo, (b) En los primeros semestres hay que ser muy estrictos y duros para que el estudiante que no tenga vocación para la docencia o para la Matemática se retire, (c) El aprendizaje es inmediato, una vez que el docente comunica o presenta un tema ya todos los estudiantes lo deben manejar con la misma experiencia que él, (d) Simplificar los procesos de aprendizaje.

En relación a las creencias del estudiante se tiene: (a) Sólo se demuestra en las áreas de Álgebra y Geometría, (b) El docente debe ser muy detallista a la hora de explicar y resolver un ejercicio o un problema, (c) El Cálculo no es tan abstracto como el Álgebra, (d) Aplicación de la Lógica en el Cálculo, (e) El Cálculo es sólo algoritmos, fórmulas, reglas y métodos que conducen a una respuesta única, (f) Las orientaciones por parte del docente deben estar presentes en las clases y no en las evaluaciones, (g) En los primeros semestres estos estudiantes creen que si no les explica un docente detalladamente no son capaces de entender, es decir, no practican el estudio independiente, (h) Grado de dificultad de las áreas de la Matemática, (i) La Historia del Cálculo como estrategia de aprendizaje en esta área, (j) Si el bachiller que ingresa a la especialidad de Matemática posee una buena base de niveles anteriores entonces se puede desenvolver satisfactoriamente en Educación Universitaria y en particular en el área de Cálculo, (k) El uso de reglas nemotécnicas ayuda en las evaluaciones, (l) El docente es en gran medida responsable del aprendizaje de sus estudiantes y (m) El curso Análisis Matemático I es el más difícil del área de Cálculo si el estudiante lo aprueba se gradúa rápido.

A continuación se mencionan algunas actitudes de estos docentes entrevistados: (a) Poca responsabilidad en el aprendizaje de sus estudiantes, (b) Uso excesivo de libros, guías y manuales para trabajar en clase, (c) Plantear ejercicios fáciles para comenzar el estudio de un tema y luego ir aumentando el grado de dificultad, (d) Rapidez en la explicación con el propósito de cubrir todo el contenido que propone el programa y en algunos casos para no quedar mal con el resto de sus colegas, (e) Cerrados en cuanto a relaciones interpersonales con los estudiantes a tal punto de no ofrecer asesorías fuera del aula de clases, (f) No practicar lo suficiente los conocimientos recién planteados a los estudiantes.

En cuanto a las actitudes manifestadas por los estudiantes entrevistados se tiene: (a) Los conocimientos no adquiridos por completo en un curso se maduran y se alcanzan en el curso siguiente, (b) Leer la teoría y hacer inmediatamente los ejercicios sin comprenderla, (c) Estudiar una hora diaria es suficiente para aprobar, (d) Confiar todo a la memoria, (e) Responsabilidad en el aprendizaje, (f) Responder la mayor cantidad de preguntas en una evaluación, (g) No preguntar en clase ni fuera de ella por vergüenza, (h) Sólo se estudia en el salón de clases, e (i) Copiar en el cuaderno todo exactamente como el docente lo hizo en el pizarrón.

En relación a las emociones experimentadas por los estudiantes entrevistados cuando aprenden Cálculo, se tienen las siguientes: (a) Falta contenido por desarrollar en el área de Cálculo, (b) Si se hacen más demostraciones que ejercicios en la clase de Cálculo es más emocionante, (c) Seguridad en el área de Cálculo más que en el área de Álgebra por su relación con niveles previos a la educación universitaria, (d) La formalidad en el Cálculo de los límites les motivó a seguir estudiando Matemática, (e) Decepción, rabia, impotencia, frustración y desagrado cuando no comprenden un tópico del Cálculo o cuando reprueban un curso de ésta área y alegría cuando obtienen una buena calificación, (f) Sentir que el docente habla en otro idioma cuando no se comprende el tema que se está trabajando en clase, (g) Excesiva confianza en sí mismo, y (h) Gusto por el Cálculo, el Álgebra o la Geometría. En cuanto a los docentes entrevistados solo P1 expresó lo siguiente desde la línea 1935 hasta la línea 1938: "entonces uno siente como una satisfacción cuando le dicen mire como me lo explicó yo lo hice así en otra parte y oye me dijeron que también estaba bien".

Las competencias cognitivas en el área de Cálculo que se revelaron de la investigación son: (a) Operaciones básicas en el Cálculo, (b) Sistemas de Representación, y (c) Uso del lenguaje Matemático.

Las competencias afectivas se basaron en las emociones sugeridas por Goleman (ob.cit),: (a) Ira, (b) Tristeza, (c) Temor, (d) Placer, (e) Amor, (f) Sorpresa, (g) Disgusto y (h) Vergüenza. Además de las sugeridas por los informantes clave: esperanza, indiferencia, alegría y Gusto por el Cálculo, el Álgebra o la Geometría.

Las competencias axiológicas se basaron en los valores privilegiados por la UPEL: (a) Paz,

(b) Democracia, (c) Solidaridad, (d) Justicia Social, (e) Honestidad, (f) Responsabilidad, y (g) Libertad. Además de los sugeridos por los informantes clave: Creatividad en el cálculo, Respeto y Curiosidad.

REFERENCIAS

Alvarado, L y García M. (2008).*Características más relevantes del paradigma socio – crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas*. [Documento en línea]. Disponible: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011837011[Consulta: 2014, Abril 15].

Ander – Egg, E. (1982).*Técnicas de investigación social*. Buenos Aires: Humanitas.

Bachelard, G. (1948).*La formación del espíritu científico*. Buenos Aires: Argos.

Beneitone, P, Esquetini, C, González, J, Maletá, M, Siufi, G y Wagenaar, R. (2007).*Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina. Informe Final Proyecto Tuning América Latina 2004 – 2007*. [Documento en línea]. Disponible: http://www.slideshare.net/guest2dc52d/libro-tuning-america-latina-version-final-espanol. [Consulta: 2012, Junio 1].

Beyer, W. (2001).*Pasado, Presente y Futuro de la Educación Matemática en Venezuela. Parte I.* Enseñanza de la Matemática10(1), 23-36.

Bisquerra, R. (2000).*Métodos de Investigación Educativa. Guía práctica*. España: Ceac.

Blanco, L, Gil, N y Guerrero, E. (2005).*El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos.* Disponible: http://www.fisem.org/web/union/revistas/2/Union_002_004.pdf [Consulta: 2012, Junio 2].

Blumenthal, L. (1965).*Geometría Axiomática*. Missouri: Aguilar.

Camilloni, A. de .(1997).*Los obstáculos epistemológicos en la enseñanza.* España: Gedisa.

Campo – Redondo, M. y Labarca, C. (2009).*La teoría fundamentada en el estudio empírico de las representaciones sociales: un caso sobre el rol orientador del docente*. Disponible: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1012-15872009000300004&script=sci_arttext[Consulta: 2012, Septiembre 8].

Carreño, M. (2005). *Manual de Carreño. Urbanidad y buenas maneras.* Disponible: http://es.scribd.com/doc/9278799/Manual-de-Carreno.[Consulta: 2012, Mayo 21].

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires: Aique.

Comenio, J. (1998). *Didáctica Magna*. Disponible: http://es.scribd.com/doc/17326162/Amos-Comenio-j-Didactica-Magna [Consulta: 2012, Junio 3].

D´Amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Enseñanza de la Matemática*, 17(1), 87 – 105.

Dorsch, F. (1991). *Diccionario de Psicología.* Barcelona: Herder.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. En D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking*. (pp. 95-123). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Ferrater, J. (1969). *Diccionario de Filosofía.* Buenos Aires: Sudamericana.

Gaarder, J. (1991). *El Mundo de Sofía*. Oslo: Siruela.

García, R. (2013).*Afectividad, Axiología y Cognición en la Didáctica del Cálculo*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Maracay.

Garduño, T y Guerra M. (2008). *Una educación basada en competencias.* México: Ediciones SM.

Gascón, J. (2002). *El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de la Didáctica de las Matemáticas.* [Documento en línea]. Disponible: http://diegoiz.files.wordpress.com/2011/06/gascondobleruptura.pdf [Consulta: 2012, Abril 3].

Godino, J. (1991). *Hacia una Teoría de la Didáctica de la Matemática.*[Documento en línea]. Disponible: http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/conocimiento/Hacia%20una%20teor%c3%ada%20de%20la%20did%c3%a1ctica%20de%20la%20matem%c3%a1tica.*Godino,%20Juan%20D.%20*Godino,%20J.%20Hacia%20una%20teor%c3%ada%20de%20la%20did%c3%a1ctica%20de%20la%20matem%c3%a1tica.pdf.[Consulta: 2011, Agosto 11] .

Goleman, D. (1995).*La Inteligencia Emocional*. Buenos Aires: Javier Vergara.

Gómez – Chacón, I. (2002).*Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional.* Disponible: http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/vieja/igomez-chacon-huelva.pdf[Consulta: 2012, Junio 2].

Graterol, J. (2009).*Una Fogata Matemática*. Maracay: José Servelión Graterol.

La Santa Biblia, tr. 1988.

León, F. (2011).*Teoría del conocimiento*. Valencia: Dirección de Medios y Publicaciones de la Universidad de Carabobo.

Martínez, M. (1998).*La investigación cualitativa etnográfica en Educación. Manual teórico – práctico*. México: Trillas.

Martins, F, y Palella, S. (2010).*Metodología de la Investigación Cuantitativa*. Caracas: Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

McLeod, D.B. (1988).Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134 – 141.

Mora, D. (2001). *Didáctica de las Matemáticas*. Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Pérez Esclarín, A. (1998).*Educar valores y el valor de educar. Parábolas*. Caracas: San Pablo.

Rabecq, M. (1957).*Juan Amos Comenius. Apóstol de la Educación Moderna y de la comprensión internacional*. Disponible: http://unesdoc.unesco.org/images/0006/000679/067956so.pdf[Consulta: 2012, Junio 3].

Ramallo, M y Roussos, A. (2008).*Lo cualitativo, un modelo para la comprensión de los métodos de investigación*. Disponible: http://www.ub.edu.ar/investigaciones/dt_nuevos/216_ramallo.pdf[Consulta: 2012, Junio 3].

Remolina, G. (2005).*La formación en valores.* Disponible: http://www3.ucn.cl/ofec/VALORES.pdf.[Consulta: 2012, Mayo 21].

Rico, L, y Segovia, I. (2001).*Unidades Didácticas. Organizadores.* Disponible: http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/SegoviaI01-2675.PDF.[Consulta: 2011, Abril 7].

Rojo, A. (2001). *Álgebra I*. Buenos Aires: El Ateneo.

Sandín, M. (2003).*Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y tradiciones*. Barcelona: Mac Graw Hill.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). (s.f).[Página web en línea]. Disponible: www.upel.edu.ve[Consulta: 2012, Septiembre 1].

RESÚMENES CURRICULARES

Rolando Antonio García Hernández

Profesor del Departamento de Matemática de la UPEL–Maracay, ha trabajado con los cursos de las áreas de: Álgebra, Análisis y Geometría. También trabaja con Enseñanza de la Matemática en la Maestría de la UPEL–Maracay y el Doctorado en Educación Matemática de la UPEL Maracay. Profesor de Matemática, Magister en Enseñanza de la Matemática y Doctor en Educación egresado de la UPEL -Maracay. Ha sido tutor y jurado de trabajos de investigación a nivel de maestría y doctorado. En el Departamento de Matemática se ha desempeñado en los cargos administrativos: Coordinador del Programa de Asesoría Académica, Miembro de la Comisión de Equivalencia por el área de Análisis, Jefe del Área de Análisis y a nivel institucional se ha desempeñado como Jefe del Área de Asistencia Técnica de la Unidad de Evaluación Estudiantil de la UPEL – Maracay.