

MATEMATICAS Y LUZ UN ENCUENTRO EN EL MEDIEVO

J. RAFAEL MARTINEZ-E.
CONCEPCION RUIZ R.-F.

Facultad de Ciencias. UNAM (México)

RESUMEN

En los albores del siglo XII un pequeño grupo de personas sembró una idea revolucionaria: la investigación sistemática y racional de la naturaleza y sus mecanismos. Este movimiento cristalizó en una reformulación del esquema educativo, desplazándose el estudio de las palabras hacia el estudio de las cosas, de las res que eran el objeto del cuadrivio. En este trabajo se revisan algunos de los cambios en la importancia relativa de las disciplinas y se muestra el papel que en ellos desempeñó la matemática. Colocada en el centro del debate, la matemática se presenta como modelo del razonamiento preciso y atinado. Esta línea de pensamiento se fusiona con el surgiente naturalismo y las demandas que plantea acerca de las relaciones entre los productos de la mente y los hechos de la naturaleza.

ABSTRACT

During the early years of the twelfth century a small group of persons wrestled with a revolutionary idea: the systematic, rational investigation of nature and its inner workings. This movement crystalized in a new educational scheme, shifting the emphasis from the study of words to that of things, the res, the subjects under the quadrivium's scrutiny. In this essay we start with a review of some of the changes taking place among the main disciplines of the twelfth and thirteenth century and conclude stating the important role played by mathematics during this process. Placed at the heart of the debate, mathematics became the model for a reasoning that was both accurate and clear. This line of thought merged with the rising naturalism and the demands posed on the relationships between the products of the intellect and the facts of nature.

Un tercer elemento, la religión, nos permite establecer vínculos entre aspectos metafísicos de la luz y su contrapartida matemática. Analizando los opúsculos sobre luz y geometría de Grosseteste, planteamos que la representación de la creación en el Génesis sugiere la idea intuitiva de los elementos geométricos básicos, haciendo de la luz una fuente de imágenes que apoyan una visión de la geometría, una representación de lo real y un modelo de la armonía del universo.

A third element, religion, enables us to discuss the existing links between the metaphysical aspects of light and its mathematical counterparts. Through a brief analysis of Grosseteste's tracts on light and geometry, we argue that the narrative of creation agrees very closely with the accounts given by Grosseteste concerning light's behaviour, which in turn suggests the intuitive ideas underlying the basic geometrical tenets. Thus, light becomes a source of images supporting a new way of looking at geometry, of representing reality and of modelling the harmony of the universe.

Palabras clave: Matemática, Filosofía escolástica, Luz, Edad Media, Óptica, Grosseteste, Clasificación de las Ciencias, Geometría, Primer día de la Creación.

Introducción

Feliz quien participa del conocimiento científico... contemplando el orden de la Naturaleza inmortal: cómo llegó a ser, su estilo, su camino. Palabras de Eurípides que volvieron a resonar iniciado el siglo XII, cuando por primera vez desde la Antigüedad, el mundo se perfiló como objeto legítimo de la curiosidad humana.

El estudio del pensamiento en el medievo nos muestra un complejo telar donde la trama son los signos y las voces de lo sensorial, aunados a la idea de que existe un creador cuyos actos en ocasiones escapan a la percepción. La noción de lo real abarcaba lo que hoy llamaríamos lo imaginario, y hechos o pensamientos que actualmente se perciben como distintos -y aun contradictorios- a sus ojos eran partes concurrentes de un todo en armonía.

Para dar cabida a este entendimiento muchos pensadores de la época observaban el mundo visible y discurrían sobre el invisible, con la convicción de que de vez en vez les sería dado penetrar en este último. Las consecuencias de este proceso no se limitaron a cuestiones de carácter místico, abarcaron los ámbitos donde se discutían el conocimiento, los productos del saber humano y

las formas del ser de la naturaleza. Un punto de unión de estos afanes es el conjunto de disciplinas que las universidades cultivaban, y en donde las matemáticas ocuparon un sitio destacado.

La emergente cultura urbana, enriquecida por el comercio y el intercambio de ideas, produjo un dramático viraje en cuanto a cuestiones del intelecto. La sed de conocimiento fue el fermento para que pensadores como Adelardo de Bath, Guillermo de Conches y Thierry de Chartres cayeran cautivados por el espíritu de la razón. Su propósito llegó a ser entender en forma objetiva todo tipo de experiencia, dando también cabida a la paradoja y la incertidumbre. El nuevo impulso racionalista volvió la vista hacia Roma y su sistema legal, buscando modelos para el pensamiento formal; la poesía satírica inició un análisis crítico de la sociedad, y los talladores de piedra, al concebir un nuevo tipo de catedral, hubieron de revolucionar la ingeniería. Por encima de estas empresas, el tema central que dominaba la actividad intelectual en los grandes centros de enseñanza del siglo XII fue el relacionado con el uso preciso y crítico del pensamiento analítico para penetrar en el entendimiento de los fenómenos naturales¹.

El asunto que nos ocupa, a saber, el juego de ideas que en el Medioevo enlaza a la matemática con la luz -esa sustancia, categoría o especie, motivo de toda una gama de usos simbólicos y estudios enciclopédicos- tiene su origen en esta evolución del intelecto. No siendo madeja de un solo hilo, se ha escogido como elemento organizativo el sitio que esta temática ocupó en las discusiones acerca de la unidad de las ciencias, problema que a su vez guardó una relación íntima con las estructuras educativas de la época, especialmente las disciplinas que integraban la enseñanza universitaria. Con el fin de ilustrar relaciones existentes entre la física, la matemática y la concepción del mundo, presentamos algunas de las clasificaciones de las ciencias que se introdujeron entre los siglos XI y XIII, analizando de paso la situación de la matemática en dicho contexto. Acto seguido estudiamos, en el caso de Grosseteste, el carácter de la luz como fuente de imágenes que apoyaron una visión de la geometría, una concepción de la representación de lo real y un modelo de la armonía del universo.

La clasificación de las Ciencias

La simple presentación de las disciplinas o artes liberales que integraron el cuadro de la enseñanza medieval no ilustra la riqueza ni la variedad de sus contribuciones para el desarrollo del intelecto y la cultura. En el siglo VII Isidoro de Sevilla señalaba, a propósito de la ya clásica sistematización del saber, que las artes liberales se componían de siete disciplinas²: Gramática, Retórica y Dialéctica o Lógica (las artes), que integraban el *trivium*, y

Aritmética, Música, Geometría y Astronomía, que componían el *cuadrivio* (las disciplinas)^(3,4).

Thierry de Charles ilustra en su *Heptateucon* (s. XII) la función que a dichas ramas del saber se atribuyen:

"...dos son los instrumentos principales del filosofar: el entendimiento y la expresión; el cuadrivio ilumina el intelecto; el trivio le da una expresión elegante, racional, adorna... [Juntos] constituyen el instrumento propio y único de toda la filosofía..."⁵.

Esta nos lleva a la sabiduría, la comprensión integral de las cosas que son, comprensión a la que no llega quien no la ame.

El *Heptateucon*, compendio del saber, nos da hechos y palabras, contenido y forma, y nos dice que el saber verdadero se mide, en rigor, con las nociones de número, espacio, esferas celestes y armonía (artes *reales*), ordenadas y expuestas con lógica y elegancia en el estilo (artes *sermocinales*). Resulta interesante que esta clasificación de las ciencias no sufre alteraciones radicales a lo largo de cinco siglos. Más interesante aún es encontrar sus cimientos en autores tan antiguos como Heráclides del Ponto, y ser capaces de rastrear⁶ las variantes -esencialmente exclusiones de algunas- hasta bien entrada la Edad Media. Al hacerlo se reconoce que lo realmente relevante es la variación en la supremacía que unas ciencias tienen sobre otras, dictada en general por el objetivo final que se plantea la educación en las distintas épocas. Así, para Alcuino, los estudios están diseñados para ordenar la educación como un camino que, ascendiendo desde las artes liberales, llega hasta una cumbre religiosa. Citando a Garin, diremos que *lo sumo, el saber que corona todo progreso, es el conocimiento de los textos sagrados*. Siguiendo otro camino, Hugo de San Víctor en su *Didascalicon*⁷ (s. XII) favorece las pretensiones hegemónicas tanto de la gramática como de la dialéctica y las matemáticas. Resuenan en sus argumentos las ideas de Juan de Salisbury (s. XII), quien defendía un funcionamiento solidario entre las ciencias (artes) *reales* y la dialéctica y la lógica:

"Yo no hablo en contra de la lógica, que es ciencia bella y útil... [pero quienes la cultivan en abstracto]... envejecen, discutiendo cada sílaba, cada letra que leen o escuchan, dudando en todo, siempre buscando y nunca alcanzando la ciencia. Y finalmente concluyen en el vaniloquio, sin saber de qué están hablando"⁸.

Al referirse a la dialéctica la califica también de útil, pero sólo para aquéllos que dominan muchos temas. Reclama, por tanto, una solidaridad entre lógica y ciencias *reales*, entre forma y contenido, entre teoría y práctica.

Esta situación, teniendo lugar a finales del siglo XII y los albores del XIII, refleja el enfrentamiento provocado por el florecimiento del aristotelismo y el interés que éste provocó por las ciencias naturales. Es, además, una llamada a desconfiar del formalismo lógico y una condena de algunos elementos esenciales a lo que vendría a ser la escolástica. La batalla entre las ciencias produjo, entre otras cosas, una especialización de las universidades establecidas en las distintas ciudades. A finales del siglo XIII, y por fortuna, esta especialización cedió terreno a una enseñanza más integral, tal y como lo demandó la semejanza de necesidades educativas en toda Europa.

En este contexto, el problema del conocimiento y el método de su adquisición se pueden contemplar desde el punto de vista de la unidad de las ciencias⁹, unidad que en tiempos de Roger Bacon se consideraba determinada en su esencia por la religión; es decir, la directriz consistía en someter las ciencias al servicio de Dios. Sin embargo, muchos pensadores de la Edad Media, en particular los interesados en el estudio de la naturaleza, si bien no rechazaban la opinión general, sí se interesaban por objetivos más particulares y concretos que pudieran ser útiles a los individuos y a la sociedad. Una creciente demanda de un método científico, válido para todas las ciencias, y que además aportara una segunda evidencia de la unidad de dicho conjunto, colocó a la matemática en el centro del debate. Siendo la más perfecta de las ciencias, en tanto que recurría a [y se constituía mediante] demostraciones formales, las cuales eran utilizadas también en otras disciplinas, la matemática aportaba un modo de razonamiento preciso y atinado.

Ya desde Pitágoras flotaba la idea de que la matemática es el medio de aprehender la esencia de lo real¹⁰. En la Edad Media esta noción se justificaba, siguiendo a Platón, argumentando que la mente es de la misma naturaleza que la esencia de lo que existe en el universo y, por ello, mente y número resuenan en armonía. Esta naturaleza matemática del universo sugiere postular un método único de acceso al conocimiento: el matemático.

La forma más clara de establecer el lugar que ocupó la matemática como disciplina que permitía alcanzar el conocimiento de manera fiable es a través de un análisis de las clasificaciones medievales de las ciencias. El trabajo de clasificar surge generalmente de la necesidad de una recomposición del saber cuando éste ha crecido y desbordado los viejos moldes que lo contienen, o cuando las modas intelectuales así lo exigen. Tal fue el caso en el periodo que nos interesa, con la matemática ocupando un lugar destacado en las diferentes formas organizativas del saber. A manera de ejemplo citaremos las ideas de Hugo de San Víctor (1096-114) y de Dominicus Gundissalinus¹¹ (quien trabajó hacia finales del siglo XII). El primero dividió la totalidad del

conocimiento en teoría, práctica, mecánica y lógica. La teoría, a su vez, se subdividía en teología, matemáticas y física. Aristotélica en su concepción, esta clasificación presenta a las ciencias teóricas conforme aumenta su grado de abstracción, iniciando con la física, la menos abstracta de todas. Las matemáticas se dividen, según Hugo de San Víctor, en lo que ya mencionamos como cuádrivio, y cada una de sus integrantes admite, a su vez, más divisiones. De mayor importancia en este momento es su declaración de que las matemáticas deben ser aprendidas antes de iniciar el estudio de las ciencias físicas, ya que tanto ellas como la lógica son instrumentales para el conocimiento de la realidad.

Por su parte, el trabajo de Gundissalinus revela la influencia que sobre él ejercieron las fuentes arábigas que tuvo a su disposición¹² (*De ortu scientiarum* y *De scientiis*), sobre todo en la forma en que distingue a las disciplinas matemáticas. Juzga que existen dos ramas del saber: la teórica y la práctica. Lógica, gramática y retórica deben ser consideradas como disciplinas preparatorias para el estudio de la filosofía. La filosofía teórica incluía a la física, las matemáticas y la teología. La matemática, según él, es una ciencia abstracta cuyo tema de estudio consistía en la cantidad abstraída de los objetos corpóreos. Si bien en la realidad no existían líneas, superficies, figuras, etc., separadas de los cuerpos, las matemáticas las examina en tanto que entes abstraídos a partir de la materia, suponiendo convencionalmente su existencia objetiva. A las ciencias del cuádrivio añade la óptica matemática, la ciencia de los pesos y la de la invención, añadiendo que todas ellas deberían ser estudiadas después de las ciencias físicas; esta tarea de clasificación coincide con cuestiones doctrinales, en tanto que nuestros sentidos perciben primero la forma y la materia, y sólo en una etapa posterior puede nuestra mente percibir la forma abstraída de la materia.

Analizando a otros pensadores encontramos también la irrupción del debate acerca de la prioridad entre las ciencias físicas y la matemática (Miguel Escoto, Roger Bacon, entre los más importantes), fortaleciéndose la idea de que la matemática poseía una especie de ubicuidad en las disputas medievales acerca del saber y temas afines, considerándosele no sólo indispensable en el proceso de adquisición del conocimiento y en el de su manejo, sino también capaz de invadir ámbitos tan separados -en apariencia- como lo podrían ser las artes, la literatura y todo aquello cuya belleza pudiera verse reflejada en la matemática. En este contexto el problema de la luz es uno de los capítulos de la cultura medieval donde más elocuentemente surge esta búsqueda de la unidad -establecida en términos que aludían a la matemática- entre ciencia, literatura, arte y religión.

In Principio... según Grosseteste

En el siglo XIII los estudios ópticos¹³ fueron objeto de un nuevo interés -se diría que vivieron un renacimiento- debido en gran medida a la influencia del neoplatonismo agustiniano. Esta corriente, además de establecer una analogía entre la luz y la iluminación del intelecto humano por la verdad divina, consideraba a la luz como reducible a tratamiento matemático. Sin duda el más interesante de los pensadores medievales asociados a este movimiento fue Roberto Grosseteste¹⁴ (1175-1253), maestro en Oxford, y, desde 1235 hasta su muerte, obispo de Lincoln. Más que teólogo, se le considera filósofo y profundo investigador del mundo que le rodeó. Con él revivió el interés por una teoría de la luz que hunde sus raíces en tiempos muy lejanos, en el seno de religiones orientales y mitos solares.

Su pensamiento une la tradición bíblica¹⁵ -en particular lo referente a la luz- con el pensamiento platónico y neoplatónico, que en el caso de la luz simboliza el movimiento de aquello que rebasa a los sentidos en su difusión y expansión, hasta que, de grado en grado, se dispersa en lo sensible de la materia¹⁶. Física y metafísica. La corporeidad de la luz, etérea y simple, semeja un estado intermedio entre lo inteligible del pensamiento y lo material del mundo corpóreo terrestre¹⁷. Educado en un ambiente platónico, conocedor de algunos elementos de la óptica arábiga¹⁸, con amplia experiencia en el estudio de Aristóteles, de quien comentó su *Analítica Posterior* y la *Física*, logró, con lo que podría describirse como una genialidad medieval, unir fuentes dispares -y opuestas en primera instancia- para iniciar sobre bases nuevas el estudio 'científico' de la naturaleza. Desbordando los paradigmas de su tiempo, afirmó¹⁹ que puede existir un saber demostrativo, una ciencia de lo que ocurre en el mundo, y que este saber debe construirse sobre un método inductivo, experimental y que se vista de ropajes matemáticos.

*De Luce y De lineis*²⁰ ... Dos son las obras que permiten establecer en forma transparente la filiación que Grosseteste establecía entre teología, cosmología, física y matemáticas, con esta última aportando el entramado sobre el que se articula el discurso de las restantes disciplinas. En el *De Luce* intenta presentar una síntesis entre la cosmogonía del Génesis y la cosmología del *De Caelo* aristotélico. Partiendo de la luz producida por la primera palabra de Yahweh y de la materia amorfa, Grosseteste buscó, citando la famosa frase de Kepler, *pensar los pensamientos de Dios como lo haría El mismo*, y así imaginó el Matemático Supremo planeando el proceso que daría lugar a un sistema del mundo concebido en modelos aristotélicos, moldes que, inevitablemente, se vieron decorados con tintes aritméticos. Esta irrupción del platonismo contrasta con el papel central que juega en el *De Lineis...*, texto donde se proclama el Credo de la verdad matemática:

"Hay una inmensa utilidad en la consideración de líneas, ángulos y figuras, ya que sin ellas no se puede entender la filosofía natural. Son utilizables en todo lo que toca al universo y a sus partes... ya que todas las causas de los efectos naturales pueden ser descubiertas mediante líneas, ángulos y figuras, y de ninguna otra forma puede ser descubierta la razón de su acción"²¹.

Pero no sólo la geometría se beneficia de ser capaz de explicar el mundo, también la aritmética es invocada, y se atribuye el conocimiento de algunos hechos acerca del infinito para con ello justificar que... *la luz, simple en sí, mediante un proceso de multiplicación infinita, hace que la materia, a su vez simple, adquiera las dimensiones de una magnitud finita*²². Con este fin apela a enunciados que un matemático moderno puede traducir de forma inmediata a la notación actual, aun cuando los infinitos que el texto maneja no guarden relación con los definidos en términos cantorianos.

Para entender mejor la argumentación de Grosseteste se puede esbozar el proceso cosmológico que el autor tienen en mente²³: el universo crece a partir de un punto de luz que se expande llevando consigo a la materia prima; al principio ambas son sustancias simples, sin dimensiones. De ellas no se puede derivar ninguna dimensión si no es mediante la propagación. El universo con forma de esfera se genera a partir de la instantánea propagación o la infinita multiplicación de la luz. La distribución desigual de la materia es causada por dos movimientos: el de disgregación y el de agregación, que dan lugar al enrarecimiento y a la condensación de la materia. La disgregación primordial de la luz da lugar a la primera esfera, que corresponde al máximo grado de enrarecimiento de la materia. Desde esta esfera la luz se refleja dirigiéndose a su centro, y en el movimiento alterno hacia el centro y de nuevo hacia la circunferencia, la luz genera a las otras esferas, cada vez más densas, menos *espirituales*, hasta llegar a la última de las nueve, la de la Luna. Dentro de ésta se concentra una masa compuesta de cuatro elementos (fuego, aire, agua, tierra), los cuales quedan separados sólo parcialmente en vista de que el proceso de enrarecimiento y condensación producido por la luz no se ha completado²⁴.

Concluida esta disgresión retornamos a los enunciados de Grosseteste relacionados con magnitudes infinitas. A manera de ilustración podemos mencionar los siguientes, que parafraseados dicen:

i) La proporción entre dos series infinitas de números puede ser expresada por un número racional o por uno irracional.

ii) La suma de todos los números, sean pares o impares, es infinita y mayor que la de todos los números pares.

iii) La suma de los números de la unidad al finito es el doble de la suma de los números que son la mitad de los anteriores²⁵.

Estos enunciados encuentran su realización más adelante, en el *De Luce*, de donde se toma el siguiente extracto:

"Estando así las cosas, es claro que la luz en la multiplicación infinita de sí misma extiende la materia en dimensiones finitas menores y mayores bajo los términos de las proporciones que se determinan entre ellas, sean [estas expresadas mediante números] racionales o irracionales. De hecho, si la luz en su infinita multiplicación extiende la materia en dos codos, duplicada aquella infinita multiplicación la extenderá en cuatro codos, y reducida a la mitad la extenderá en un codo; y así se continúa según las demás proporciones racionales e irracionales. Este, creo, fue el entendimiento de aquellos filósofos que afirmaron que todas las cosas están integradas por átomos, y que sostuvieron que los cuerpos están formados por superficies, las superficies por líneas y las líneas por puntos"²⁶.

El opúsculo sobre la luz prosigue con una explicación -ya esbozada en este artículo- sobre cómo las distintas proporciones entre multiplicaciones infinitas de la luz dan lugar a las distintas esferas celestes. Sin abundar en el pasaje, es evidente que ilustra la adecuación entre el comportamiento de la luz, su justificación matemática, y el acto de creación a que da lugar.

Siguiendo a J. McEvoy²⁷, y con el fin de esquematizar la grandiosa concepción de Grosseteste, diremos que en el *De Luce* resaltan tres elementos que apoyan a la matemática como eje explicativo del cosmos.

i) Hace coincidir el centro físico y el geométrico del universo. Sólo la certeza de que la realidad posee un carácter matemático podría hacer que se prefiriera el sistema aristotélico de esferas concéntricas por encima del de Ptolomeo, el cual recurría, para "salvar el fenómeno", a un sistema de esferas no concéntricas. Esta elección, aunque parece absurda, bien podría tener una justificación en el afán de Grosseteste de no romper el puente entre la realidad y la matemática.

ii) A partir de un espacio -compañero inseparable de una energía que llegado el momento se comportará en concordancia con leyes geométricas- Grosseteste usa a la matemática para justificar que la luz expande a la materia a partir de un punto primigenio. Esta línea de pensamiento presupone una identificación entre espacio y extensión, entre lo real y lo geométrico.

iii) Inspirado en una suerte de dialéctica, intenta deducir propiedades cualitativas de la cosmología aristotélica a partir de conceptos cuantitativos. Así lo hace cuando justifica el principio de la no existencia del vacío recurriendo a una descripción de la difusión de la materia a través de la

multiplicación infinita de la luz, proceso que se lleva a cabo obedeciendo a cualquier tipo de proporción. Por otra parte, el proceso de rarefacción y condensación se puede calificar en cierta medida de cuantitativo, pues se sustenta en la distribución de materia según los diversos grados de densidad.

Esta concepción no hace sino afirmar la necesidad de aplicar las matemáticas a la física, método que goza de validez en todo el universo y en cada una de sus partes. Es el triunfo de la óptica y la geometría.

¿Geometría o Luz?

Una vez constatado que las frecuentes referencias a la matemática como vía esencial para el entendimiento de la estructura del universo no se originan en argumentaciones aisladas, sino que obedecen a una concepción que coloca a Dios como el *Mensurator primus et certissimus* y a la matemática como su vara rectora, surge una pregunta: ¿Por qué, en última instancia, la luz, primera forma corpórea de la creación, se somete a la geometría? Dicho en otra forma: puntos, líneas y ángulos ¿existían antes del primer día?

Las respuestas ofrecidas por los pensadores del Medievo inevitablemente revelaban su actitud hacia la matemática²⁸. Para Grosseteste, en particular, esta búsqueda remite al Génesis²⁹:

"Y Dios dijo, 'Hágase la luz', y la luz se hizo. Y Dios vio que era buena. Y separó la luz de la oscuridad. Y a la luz la llamó día y a la oscuridad noche. Y la noche y la mañana fueron hechos día uno". (Gen. 1: 3-5).

Cuando Dios creó la luz lo hizo de la nada, *ex nihilo*. Es la primera forma corpórea de la creación³⁰, el agente natural que extiende su fuerza desde sí hasta su destino: *Esta fuerza es la especie o semejanza... no actúa por deliberación o preferencia*³¹.

Al iniciar el *De Luce* se señala que *...por su propia naturaleza se propaga en todas las direcciones,... a partir de un punto luminoso se genera instantáneamente una esfera de luz ilimitada*³². En tanto que agente natural, se propaga en línea recta. Sin entrar en los detalles referentes a la multiplicación de las especies -modelo de comportamiento de los agentes naturales- es obvio que éstas actúan de manera independiente respecto del lugar en que se encuentran, su forma de transmisión siendo siempre la misma, haciendo una y otra vez lo que es natural. Pensamientos que conducen a indagar sobre el origen de la vía natural de transmisión de las especies, pensamientos que entre los eruditos medievales se centraron en la exégesis. De esta interacción surge una respuesta que no hace sino recoger la experiencia de los antiguos: el camino que siguen los agentes naturales es el que originalmente definió la luz

al atender el *Fiat lux* del Matemático Supremo. Es el surco abierto por la propagación de luz primigenia. Es, por necesidad, la vía más corta entre dos objetos de este universo.

Desde esta perspectiva cabe decir que el punto se concibe como aquello que constituyó la semilla de la creación. La línea recta es la ruta que siguió la luz durante la gestación de la primera esfera celeste. De la desviación del rayo de luz al enfrentar un obstáculo surge el ángulo. La figura no es sino una combinación de líneas y ángulos. Así, la luz, además de constituir la primera forma corpórea de la creación, es el modelo de la geometría, de la *prisca geometría*. Sólo después de haber sistematizado las consecuencias de ello puede uno decir que la luz se somete a la geometría, como si lo real se sometiera a lo racional.

Esta inversión de los papales de la luz y la geometría se pierde en el pasado, en los tiempos de las sistematizaciones no documentadas³³. Corresponde a una fase preparatoria de observación, reflexión y ordenamiento del saber, y una de sus primeras aportaciones fue el principio de propagación rectilínea de la luz. Este principio, bien pensado, es una tautología. Baste recordar a Platón, quien, en la definición de una línea recta, hace referencia al camino seguido por un rayo de luz, delatando así con ello la participación de la experiencia visual en la generación del concepto³⁴. Así, la óptica deviene geometría de la naturaleza, geometría de lo sensible y de la acción óptima.

Reconocido en el siglo XIII que los sentidos son la puerta de la experiencia y, por lo tanto, necesarios para el entendimiento de la naturaleza, y que la matemática es depositaria de métodos y metáforas para hablar acerca del mundo, la óptica, la matemática y las ciencias afines fueron objeto de un desarrollo que sólo se repetiría con tal vitalidad bien entrado el Renacimiento.

NOTAS

1 Sobre este tema se puede consultar las excelentes exposiciones de GOLDSTEIN (1984), caps. 3 y 4, y STIEFEL (1977, 1985).

2 El *ars* (τέχνη) es *habituado operatrix contingentium*; la *disciplina* (ἐπιτήμη) de *his agit quae aliter evenire non possant*. Ver COURCELLE (1943), pp. 4-36.

3 Acerca de los orígenes y usos de los vocablos *trivium* y *cuadrivium* resulta interesante leer a RAINA (1928), pp. 4-36. Para una revisión del contenido y significado de las siete artes liberales conviene consultar la edición de A. DICK (1925), del *Matrimonio de Mercurio y la Filología*, y los comentarios a este texto de STAHL et al (1991), donde se analizan de manera elemental cada una de las artes.

Textos breves y sustanciosos sobre este tema se encuentran en MARROU (1938), pp. 211-275, KRISTELLER (1979), cap. 12, MARTIN (1930), y NARDI (1957).

4 "...Siete son las disciplinas de las artes liberales. La primera es la Gramática, es decir, la pericia del decir; la segunda la Retórica, que se considera sumamente necesaria... por la riqueza de la elocuencia;... la Dialéctica, llamada también Lógica, que con sutilísimas disputas distingue lo verdadero de lo falso;... la Aritmética, que comprende las causas de los números y sus divisiones; la Música, que consiste en los cantos y cármenes;... Geometría, que abarca las medidas y dimensiones de la Tierra;... la Astronomía, que contiene las leyes de los astros". Citado en GARIN E. (1987), p. 40.

5 JEAUNEAU, E. (1954), p. 172. (Traducción de los autores).

6 GARIN, E. (1987), nota 12, p. 39.

7 TAYLOR, J. (1961).

8 McGARRY, D. D. (1955) y GARINE (1987), p. 47.

9 STIEFEL, T. (1985).

10 En la colección de textos pitagóricos editada por GUTHRIE (1987), se pueden consultar las secciones "Number, Kosmos, Harmonia", "The Tetraktys: Number as paradigm" y "The Pythagorean tradition and its developments". Algunas referencias clásicas al pitagorismo se encuentran en MONDOLFO (1969), pp. 63-73. Para abundar sobre el tema véase VOGEL (1966) y GORMAN (1988), caps. 7 y 8.

11 También conocido como Gundisalvo. GUNDISALVO (1903).

12 La literatura de corte científico disponible hasta antes del siglo XII se reducía esencialmente a los escritos de los comentaristas de los autores clásicos y a los afanes enciclopedistas de personajes como Boecio, Isidoro de Sevilla y Marciano Capella. Esta situación cambió en la primera mitad del siglo XII debido en gran medida a los trabajos de traducción que se iniciaron en España y en Sicilia. En la escuela de traductores fundada por el arzobispo de Toledo, Raymundo de Sauvetat, se vertieron al latín obras de Aristóteles, Alfarabí, Avicena y Algazel. Uno de sus directores fue precisamente Domingo Gundisalvo, quien tradujo trabajos de Alkindi (m. 873), Alfarabí (m. 950) y Avicena (m. 1037). Sobre estas cuestiones léase ALONSO (1953), y GILSON (1929). La difusión de las obras árabes y su influencia en los medios académicos de Oxford y París es analizada en SARRON (1948). Para una discusión más especializada se puede consultar WULF. La ciencia islámica es discutida en QADIR (1988).

13 En LINDBERG (1978), se encuentra un ensayo acerca de la óptica medieval. Si se desea profundizar en el tema se puede leer LINDBERG (1976) y VESCOVINI (1965), en particular el cap. I de este último texto.

14 El primer capítulo de McEVOY (1982) contiene una excelente revisión de la vida de Grosseteste. Sobre ella CROMBIE (1972) hace un resumen en el *Dictionary of Scientific Biography*. Para una versión recomendable de la obra de este personaje véase THOMSON (1940) y CALLUS (1955). La referencia estándar al trabajo de Grosseteste es BAUR (1912); en cuanto al problema de la luz se puede ver BAUR (1913). También es ampliamente reconocido el trabajo de CROMBIE (1953).

15 Las metáforas visuales que conciben la luz como una manifestación de la divinidad se remontan a los primeros tiempos del cristianismo. En San Juan, 8, 12,

encontramos: "Yo soy la luz del mundo, el que me sigue no anda en tinieblas, sino que tendrá luz de vida".

16 Tanto la concepción de la naturaleza sustancial de la luz, como la teoría de la visión inteligible y la idea de la causalidad sustentada en la luz, se encuentran en el *Liber de causis* del pseudo-Avidena (s. XII) y en el *Liber de intelligentiis* del pseudo-Vitello (s. XII).

17 Ver SELDMAYR (1989).

18 Ver los caps. III, V, y VII de VESCOVINI (1965), el cap. VII de AFNAN (1958) y los caps. 3 y 5 de LINDBERG (1982).

19 Para la cuestión del uso de las matemáticas ver WIEDEMANN (1881), pp. 219-255.

20 Traducidas al italiano en GROSSATESTA (1986).

21 GROSSATESTA (1986), p. 129. (Aquí, y en las referencias posteriores a esta obra, las traducciones son de los autores).

22 *Ibíd.*, p. 114-115.

23 El proceso que se describe a continuación sigue las ideas sobre la multiplicación de las especies que ya Roger Bacon había esbozado, influenciado a su vez por el pensamiento de Alkindi. Ver CROMBIE (1953), pp. 145-147 y BRIDGES (1964). Vol. II, pp. 405-552.

24 GROSSATESTA (1986), p. 117-119.

25 *Ibíd.*, p. 115.

26 *Ibíd.*, p. 116.

27 McEVOY (1982), p. 172-175.

28 La aparición en el siglo XII de las traducciones al latín de los *Elementos* de Euclides influyó sin duda en el pensamiento de las nuevas escuelas naturalistas. Sus implicaciones se pueden ver en BUSSARD (1983, 1984) y CLAGETT (1953). Para un tratamiento más amplio sobre la problemática medieval se puede consultar a KNORR (1989).

29 Imágenes y alegorías sobre la creación gozaron de un particular atractivo entre quienes cultivaban nuevos enfoques en la búsqueda del conocimiento. Para darse una idea de estos argumentos se puede leer a MACCAGNOLO (1980), donde se discute la creación *secundum physicam*. STENECK (1976) nos ofrece sus comentarios a la visión del Génesis debida al genio de Enrico de Langenstein. El Día Uno nos remite a la luz y la geometría.

30 GROSSATESTA (1986), p. 113.

31 *Ibíd.*, p. 129-130.

32 *Ibíd.*, p. 113.

33 Platón, en sus diálogos *Menón* y *Parménides*, nos ilustra sobre voces griegas que representan conceptos geométricos abstractos, pero que, en el contexto de los diálogos, resulta patente que hacen alusión a una práctica de trabajo común en la época.

34 En DAUBEN (1991) se ilustra cómo los orígenes prácticos del teorema de Pitágoras y los conocimientos empíricos de quienes trabajan la tierra, después de un proceso de abstracción, dejaron su huella en el lenguaje matemático.

BIBLIOGRAFIA

- AFNAN, S.F. (1958) *Avicenna. His Life and Works*. London, George, Allen & Unwin.
- ALONSO, M. (1947) "Las traducciones del arcediano Domingo Gundisalvo". *Al-Andalus*, 12, 295-338.
- BATTISTI SACCARO, G. (1976). "Il Grossatesta e la luce". *Medioevo*, 2, 21-75.
- BAUR, L. (1912) "Die philosophischen Werke des Robert Grosseteste, Bischofs von Lincoln". *Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters*. Münster, Aschendorff.
- BRIDGES, J.H. (1964) "De multiplicatione specierum". En: *The Opus Majus of Roger Bacon*, 3 Vols. Frankfurt, Minerva G. M. B. H..
- BUSSARD, H.L.L. (1983) *The First Latin Translations of Euclids Elements Commonly Adscribed to Adelard of Bath*. "Studies and Texts", 64. Toronto, Pontifical Institut of Mediaeval Studies.
- BUSSARD, H.L.L. (1984) *The Latin Translation of the Arabic Version of Euclids Elements Commonly Adscribed to Gerard of Cremona*. Leiden, Brill.
- CALLUS, P.A. (1955) *Robert Grosseteste, Scholar and Bishop*. Oxford, Clarendon Press.
- CLAGETT, M. (1953) "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the Elements of Euclid". *Isis*, 44, 16-42.
- COURCELLE, P. (1943) *Les Lettres Grecques en Occident. De Macrobe à Cassiodore*. Paris, E. de Boccard.
- CROMBIE, A.C. (1953) *Robert Grosseteste and the Origins of Experimental Science, 1100-1700*. Oxford, Clarendon Press.
- CROMBIE, A.C. (1972) "Robert Grosseteste". En: Gillispie, C. C., *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. V. New York, Scribner, 548-554.
- DAUBEN, J.W. (1991) "El teorema pitagórico y las matemáticas chinas. Comentarios de Liu Hui Zhang Suan Shu". *Mathesis*, 7, (3), 279-301.
- DICK, A. (ed.) (1925) *Martiani Minnei Felicis Capellae De Nuptiis Philologiae et Mercuri libri VIII*. Leipzig, B. G. Teubner.
- GARIN, E. (1987) *La educación en Europa, 1400-1600*. Barcelona, Editorial Crítica, Grupo Ed. Grijalbo.
- GILSON, E. (1929) "Les sources greco-arabes de l'Augustinisme avicennisant". *Archives d'histoire doctrinale et littéraire du moyen âge*, IV, 5-107.
- GILSON, E. (1985) *La Filosofía en la Edad Media*. Madrid, Ed. Gredos.
- GOLDSTEIN, T. (1984) *Los albores de la ciencia*. México, Fondo Educativo Interamericano.
- GORMAN, P. (1988) *Pitágoras*. Barcelona, Ed. Crítica, Grijalbo.
- GROSSATESTA, R. (1986) "La luce", y "Le linee, gli angoli e le figure". In: P. Rossi (ed.), *Metafisica della luce. Opuscoli filosofici e scientifici*. Milano, Rusconi, pp. 113-123 y 129-137.
- GUNDISALVO (1903) "De divisione philosophiae". En: L. Baur (ed.), *Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters*, vol. 4. Münster, Aschendorff.

JEAUNEAU, E. (ed.) (1954) "Le prologus in Eptatheucon de Thierry de Chartres". *Medieval Studies*, XVI, 171-188.

KNORR, W.R. (1989) *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*. Boston, Birkhauser.

KRISTELLER, P. O. (1979) *Renaissance Thought and its Sources*. New York, Columbia University Press.

LINDBERG, D.C. (1976) "The Science of Optics". En: D. C. Lindberg (ed.), *Science in the Middle Ages*. Chicago, The University of Chicago Press, 338-368.

LINDBERG, D.C. (1978) *Theories of vision from Al-Kindi to Kepler*. Chicago, The University of Chicago Press.

MACCAGNOLO, E. (1980) *Il Divino e il Megacosmo. (Teodorico di Chartres, Guglielmo di Conches, Bernardo Silvestre)*. Milano, Rusconi.

MARROU, H.-I. (1985) *Historia de la Educación en la Antigüedad*. Madrid, Akal.

MARROU, H.-I. (1938) *Saint Agustin et la fin de la culture antique*. Paris, E. de Boccard.

MARTIN, R.M. (1930) "Arts Liberaux" (Sept). En: Baudrillart A. (ed.), *Dictionnaire d'histoire et de géographie ecclésiastiques*, IV. Paris, Letouzey, 827-843.

McGUIRE, M. (1964) *Introduction to Medieval Latin Studies*. Washington, D. C., Catholic University of America.

McEVOY, J. (1982) *The Philosophy of Robert Grosseteste*. Oxford, Clarendon Press.

McGARRY, D.D. (trad. y ed.) (1955) *Metalogicon: A Twelfth-Century Defense of the Verbal and Logical Arts of the Trivium*. Berkeley, The University of California Press.

MONDOLFO, R. (1969) *El Pensamiento Antiguo*, Vol. I. Buenos Aires, Ed. Losada.

NARDI, B. (1957) *Il Pensiero Pedagogico del Medioevo*. Florencia, Sansoni.

QADIR, C.A. (1988) *Philosophy and Science in the Islamic World*. New York, Routledge.

SARTON, G. (1948) "Scientific Literature transmitted through the Incunabula". *Osiris*, V, 41-245.

SELDMAYR, H. (1989) *La Luce nelle sue manifestazioni artistiche*. Palermo, Aesthetica.

STAHL, H., JOHNSON, R., BURGE, E. (1991) *Martianus Capella and the Seven Liberal Arts*, Vol I. New York, Columbia University Press.

STENECK, N. (1976) *Science and Creation in the Middle Age (Henry of Langenstein on Genesis)*. Notre Dame/ London, University of Notre Dame Press.

STIEFEL, T. (1977) "The Heresy of Science: A Twelfth-Century Conceptual Revolution". *Isis*. 68 (243), 347-362.

STIEFEL, T. (1985) *The Intellectual Revolution in Twelfth-Century Europe*. New York, St. Martin's Press.

TAYLOR, N. (ed.) (1968) *The Didascalicon of Hugh of St. Victor*. New York, Columbia University Press.

THOMSON, S.H. (1940) *The writings of Robert Grosseteste, Bishop of Lincoln, 1235-1253*. Cambridge, Cambridge University Press.

VESCOVINI, G.F. (1965) *Studi sulla prospettiva medievale*. Torino, Giappichelli Ed.

VOGEL, C.J. de (1966) *Pythagoras and Early Pythagoreanism: An Interpretation of Neglected Evidence on the Philosopher Pythagoras*. Assen, Van Gorcum.

WIEDEMANN, E. (1881) "Sull'ottica degli arabi". *Bullettino di bibliografia e di scienze delle matematiche* (pubblicato da B. Boncompagni), XIV, 219-225.

WULF, M. De (1924) *Histoire de la philosophie medievale*. Louvain, Institut Sup. de Philosophie. T. I, 64-71, T. II, 25-88.