



# Inventory planning with dynamic demand. A state of art review

Marisol Valencia-Cárdenas <sup>a</sup>, Francisco Javier Díaz-Serna <sup>b</sup> & Juan Carlos Correa-Morales <sup>c</sup>

<sup>a</sup> Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. [mvalencia@unal.edu.co](mailto:mvalencia@unal.edu.co)

<sup>b</sup> Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. [javidiaz@unal.edu.co](mailto:javidiaz@unal.edu.co)

<sup>c</sup> Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. [jccorrea@unal.edu.co](mailto:jccorrea@unal.edu.co)

Received: March 27<sup>th</sup>, de 2014. Received in revised form: November 30<sup>th</sup>, 2014. Accepted: March 6<sup>th</sup>, 2015

## Abstract

Proper inventory planning should incorporate factors changing over time, since static factors are not robust to this apparent variability. In models of inventories is necessary to recognize the great demand uncertainty. This paper reviews the state of the art of the most significant developments related to inventory models, especially those who consider dynamic demands in time. In addition, demand forecasting models and some techniques for optimizing inventories are analyzed, considering costs and service levels, among others. In the literature review, gaps have been identified related to the treatment of multivariate inventories as well as the use of Bayesian statistics for the purpose of optimization and the development of demand forecasts.

*Keywords:* Dynamic Linear Models, Inventory Models, Forecasts.

# Planeación de inventarios con demanda dinámica. Una revisión del estado del arte

## Resumen

Una adecuada planeación de inventarios debe incorporar factores cambiantes en el tiempo, ya que los estáticos no son robustos ante esta evidente variabilidad. Además, en los modelos de inventarios es necesario reconocer la gran incertidumbre de la demanda. En este trabajo se revisa el Estado del Arte de los desarrollos más significativos relacionados con modelos de inventarios, especialmente los que consideran demanda dinámica. Se analizan métodos de pronóstico de demanda y algunas técnicas utilizadas para la optimización de inventarios, considerando costos y niveles de servicio, entre otros aspectos. En la revisión de literatura, se han detectado vacíos relacionados con el tratamiento de inventarios multiproducto, así como en el uso de la estadística bayesiana con el propósito de su optimización y del desarrollo de pronósticos de demanda.

*Palabras clave:* Modelos Dinámicos Lineales, Modelos de Inventarios, Pronósticos.

## 1. Introducción

La planeación, evaluación y control de los inventarios son actividades de trascendental importancia para el cumplimiento de los objetivos de una empresa, especialmente en la industria de la manufactura. Por lo tanto, estas actividades deben estar soportadas por adecuados modelos de optimización y simulación que permitan la obtención de los mejores resultados. El futuro de una organización puede estar ligado a algunos problemas que se derivan de un manejo inadecuado de sus inventarios. Dichos problemas podrían perjudicar la rentabilidad, el buen servicio y los costos, entre otros aspectos, por malas prácticas o prácticas conflictivas como el sobre-ordenamiento o la disminución de existencias, quedando la organización poco preparada para responder a cambios abruptos externos, tales como alteraciones

en la demanda y los precios [1-3].

Actualmente los mercados son cada vez más exigentes con relación a procesos de alta calidad y buenos niveles de servicio, exigiendo a las empresas afrontar mejores estándares de calidad, tecnologías y competitividad. Un aporte en este sentido lo proporciona la existencia de métodos para la planificación operativa relacionados con la logística interna de una empresa. La optimización de inventarios ha tomado gran importancia durante los últimos años, dadas las tendencias del comportamiento del mercado, las ventas y la competitividad. La planificación de éstos es esencial, ya que puede ocasionar excesivas cantidades y costos, o por el contrario, inexistencias, lo que puede acarrear inesperados impactos operacionales [4].

El entorno dinámico en estos modelos de inventarios se

refiere a que algunos cambios en la variabilidad, de manera inesperada en el tiempo, pueden deberse a la incertidumbre de factores como la demanda, tiempos de suministro, precios y costos, entre otros, asociados a la administración de dichos inventarios.

Además, en la actualidad, las organizaciones enfrentan muchas dinámicas donde los modelos de inventarios estáticos parecen insuficientes para representar adecuadamente el sistema. Estos modelos que contemplan todos los factores fijos en el tiempo son poco robustos por su incapacidad de incorporar una gran variedad de fluctuaciones en la logística interna empresarial, así como por la falta de precisión en los pronósticos, el efecto látigo, que indica variaciones fuertes debidas a cambios drásticos o al supuesto de independencia de la demanda en relación a otras variables de estos procesos, o en políticas de inventario con pedidos constantes [2,3,5,6]. Por lo tanto, se considera que para el manejo de inventarios de esta naturaleza, la demanda fija para todos los períodos, o simplemente, un valor esperado constante, no es lo más adecuado.

Uno de los aspectos más importantes de los modelos de inventarios es el tratamiento dado a la demanda [1,3], [6-11]. Precisamente, frente a la incertidumbre de la demanda, los pronósticos de ésta se han utilizado como: Insumos o entradas para optimizar los inventarios; o como parte del proceso de optimización, dentro del cual se estiman estocásticamente.

En [3] se realiza una revisión de literatura resaltando la importancia de los modelos basados en la variabilidad de la demanda y los tiempos de suministro, y se afirma que no son muchos los trabajos en Colombia que lo hacen. En [2] se presenta una revisión de 187 referencias sobre modelos dinámicos alrededor de cadenas de suministro. En especial, se señalan diversos factores incluidos en modelos de optimización de inventarios, como la demanda aleatoria.

A lo largo de este trabajo podrá verse que el tema de aleatoriedad de la demanda, su predicción o su dinamismo en el tiempo, no se encuentra desligado de la optimización de los inventarios, [11-15]. Varias son las referencias que muestran cómo se generan pronósticos en la demanda y luego, o simultáneamente, se utilizan para la optimización de inventarios.

En este trabajo se presenta una revisión crítica de literatura existente sobre estas temáticas, buscando responder a las preguntas citadas a continuación.

1. Cuáles son las características generales existentes de los modelos de optimización de inventarios que usan demandas dinámicas?
2. Cuáles son las principales técnicas estadísticas utilizadas para enfrentar la dinámica de la demanda dentro del análisis de los inventarios?
3. Qué alternativas son útiles y poco exploradas para predecir la incertidumbre de la demanda en dichos modelos?

## **2. Modelos de optimización de inventarios con demanda dinámica**

### **2.1. Características de los modelos de inventarios**

La logística que involucra el suministro de una industria, integra algunas de sus actividades tanto internas como

externas [16]. Como parte integral de dicha logística, los inventarios pueden ser administrados en una cadena productiva tanto a nivel interno como externo; además, se puede considerar la gestión de uno o múltiples productos con demanda dinámica. En este trabajo, se muestran las principales características de los modelos para la gestión de inventarios, a nivel interno de la empresa. Se hace referencia a diferentes tipos de funciones objetivo y metodologías de solución, entre otros aspectos, para dar respuesta a las hipótesis propuestas.

A partir de una clara definición del problema a resolver, en la formulación del modelo matemático es necesario considerar unos criterios apropiados de optimización para su inclusión en la función objetivo, de tal manera que se pueda generar una solución que suministre información adecuada para la implementación de una política pertinente con los objetivos y metas de la empresa.

Uno de los propósitos en la industria es sin duda minimizar el costo total de producción e inventarios durante todo el horizonte de programación, lo cual ha sido considerado en trabajos como [1,6,7,10,12,14], [17-23]. Los costos pueden ser considerados fijos o variables, según sean los procesos de la empresa, o los factores externos que la puedan afectar. En [24] se busca implementar un modelo de reducción de costos variables y determinar una política óptima de inventario que coordina la transferencia de materiales entre las etapas consecutivas de la cadena de un periodo a otro. En [12] la minimización de los costos incluyen tanto los del productor como los del distribuidor y del detallista.

El nivel de inventario, medido como la cantidad de unidades de uno o múltiples productos, es otra posible función objetivo que se desea minimizar [2, 25-27]. En otros casos relacionados, se busca lo contrario; por ejemplo, en [28] se maximiza el nivel de inventarios permitido, en [29] se busca el máximo cumplimiento de pedidos, y en [30-32] se maximiza la ganancia esperada.

Estas funciones objetivo no son los únicos aspectos que componen un modelo de inventarios; existen otros que deben considerarse. En [12] se resaltan varios aspectos importantes, que en general debe tener un modelo de inventario, tales como la cantidad a almacenar, el tiempo de re-orden, la cantidad de reaprovisionamiento y por supuesto, el comportamiento de la demanda, que en dicho trabajo se considera estocástica no estacionaria.

### **2.2. Algunas técnicas de solución**

Existen métodos analíticos clásicos como la Programación Lineal [33], o algoritmos de variables acotadas, o Descomposición de Benders como se muestra en [2], Programación Dinámica, Programación Entera Mixta y técnicas de Teoría de Control [25,34]. Sin embargo, también existen técnicas heurísticas y metaheurísticas que se combinan entre sí, e incluso, pueden usar la simulación [35-37] para encontrar la mejor solución posible, no necesariamente el óptimo global. Algunas de estas se presentan a continuación.

### 2.2.1. Programación Entera Mixta

Para problemas de Programación Entera Mixta Estocástica, el procedimiento de solución del problema se puede proponer usando métodos como los de variables acotadas o Benders, entre otros. En [38] se propone un problema de Programación Entera Mixta Estocástica, pero se encuentra su solución aproximada mediante un algoritmo que resuelve un problema determinístico aproximado. El problema se caracteriza por una estructura de dos niveles jerárquicos definida por ítems y familias de productos. El procedimiento de solución que se propone es un algoritmo de tres etapas, así: primero se resuelve el dual por programación lineal generalizada, luego el problema de programación lineal basada en la información obtenida de la primera etapa, y finalmente, se determinan las soluciones a partir del segundo estado.

### 2.2.2. Teoría de Control

Las técnicas de la Teoría de Control pueden permitir el cumplimiento de un objetivo, como la minimización del nivel de inventarios, lo cual es mostrado en [25], donde la variable controlada  $y_m$  es el nivel de inventario medido, y se busca mantener un nivel de inventarios en un horizonte de planeación, en el cual se pronostica la demanda y se mide el error entre la anticipada y la real, acorde con la ecuación de balance de inventario evaluada para cada periodo  $t$ . Parece conveniente aclarar que en [25] puede apreciarse como este tipo de técnicas permiten hacer simultáneamente tanto pronósticos de variables con incertidumbre como optimización, lo cual resalta que puede explotarse aún más toda la línea de trabajo e investigación propuesta en el presente trabajo.

En [2] se resalta que los fines principales de estas técnicas de Teoría de Control aplicadas a la producción o gestión de inventarios son reducir las fluctuaciones en la demanda y controlar el nivel de inventarios, y además, se establece que los sistemas de producción e inventario pueden ser tratados como programas dinámicos, por su naturaleza incierta y cambiante.

Dentro de estas técnicas se encuentran los Modelos Predictivos de Control (MPC) [21,25,34,39]. En [34] se sostiene que los MPC han sido herramientas alternativas para controlar el inventario y la cadena de suministros, con menos complicaciones que otras técnicas de optimización estocástica donde se requiere la estimación de muchos casos condicionales.

### 2.2.3. Metodologías Heurísticas y Meta-heurísticas

Las heurísticas son “procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que se supone ofrecerán una buena solución (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido” [35]. Por lo tanto, es posible que se logren adaptar de manera adecuada a las condiciones de la empresa, y se puedan resolver de modo eficiente agilizando el proceso de toma de decisiones referentes a los niveles de inventarios óptimos. También, se cree que pueden permitir una menor necesidad de imponer

restricciones, facilitando soluciones a modelos más representativos de la realidad [36].

Estas técnicas han sido exploradas por numerosos autores en relación a la optimización de inventarios [17,23,27,35-37,40,41], así como en [36], sobre el uso de heurísticas, sus ventajas y desventajas y sus aplicaciones. En [20] se presenta un algoritmo híbrido meta-heurístico, indicando las ventajas de trabajar con una demanda estocástica, en especial, cuando se considera de dos formas: estimación del valor esperado robusto y fuzzy. En [23] se aplica un algoritmo de búsqueda tabú para encontrar el nivel óptimo de pedidos y en [17] se usan algoritmos genéticos. Por su parte, en [18] se optimizan los costos totales de inventarios usando algoritmos genéticos, con base en predicciones de demanda y precios. En [42] se usa un algoritmo de Colonia de Hormigas para realizar una programación de producción.

La simulación puede ser usada de diferentes maneras dentro de un modelo de optimización de inventarios, combinándola con técnicas meta-heurísticas, para ayudar a encontrar el punto o conjunto de puntos óptimos de una minimización de costos o de una maximización de beneficios [17,35,36]. Es posible que no siempre se encuentre un óptimo global; sin embargo, en las meta-heurísticas se pueden crear estrategias de búsqueda basadas en la generación de variables aleatorias, con el objetivo de diseñar espacios de soluciones y aprendizaje que permitan llegar a la solución de una forma muy aproximada.

## 2.3. Algunos modelos de inventarios

### 2.3.1. Revisión Periódica

Los modelos de Revisión Periódica son de uso común en la planeación de inventarios [1,4,23,27,28,43-46], en especial los que incluyen una componente estocástica. Sin embargo, las prácticas más usadas son la política (s,S) y la (R,Q); en la primera, al llegar al nivel  $s$  se ordena una determinada cantidad para llegar a  $S$ ; en la segunda, cuando se alcanza el punto  $R$  se envía una orden de tamaño  $Q$ . En otros casos, se usa el análisis de stocks de seguridad [13], o un análisis de cotas máximas en los periodos de tiempo necesarios para alcanzar dicho nivel [43].

### 2.3.2. Modelo de la Cantidad Económica de Pedido

Este modelo, formulado en 1915 [20], busca minimizar el costo total del inventario, considerando una cantidad fija a pedir cada periodo (determinística), conocida con antelación. Sin embargo, en [20] se muestra la evolución de este modelo, al incorporar variaciones en la forma de representar el tiempo de suministro y la demanda, lo cual hace que el modelo clásico ya poco se utilice en trabajos de investigación sobre inventarios.

### 2.3.3. Modelos de inventarios en múltiples instalaciones.

En procesos de inventarios, es muy importante la gestión del producto terminado. Sin embargo, existen casos en que se controlan varios eslabones del proceso productivo

general. En [25] se controlan varios tipos de inventarios, de fabricación, de ensamble y final de producto terminado, y se realiza una optimización del nivel de inventarios de un producto en un horizonte de tiempo.

Otros esquemas de múltiples instalaciones son el antes y el después de ocurrir la venta. Este es el caso de [30], donde se propone un modelo dinámico en dos estados, con incertidumbre en la demanda y costos en el segundo estado; se actualiza la demanda para el segundo, con estadística bayesiana y se formula una política de inventarios óptima.

### 2.3.4. Modelos de inventarios multi-producto

Estos casos no son los más comunes, ya que las prácticas se vuelven más complejas al considerar varios productos. Estos modelos han sido explorados en: [2,17,20,22,28,29,32,38,47]. En algunos de éstos se consideran demandas de tipo multivariado [22,28,38,47]. En [28] se compara el tratamiento multivariado con el de demanda independiente.

En casos como [29], se separa la demanda así:  $D_i^j$  del  $j$ -ésimo producto para el  $i$ -ésimo cliente, considerándola como una distribución de probabilidad independiente con media y varianza conocidas para todos sus productos. En [32] se estructura un modelo de inventario con dos tipos de producto (software) compartiendo dos plataformas de hardware que asemejan al inventario en dos locaciones. Las demandas de los dos productos se asumen como variables aleatorias  $D_k$ .

### 2.4. Procesos colaborativos para la gestión de inventarios

La práctica de compartir información sobre inventarios, en la cadena de suministro, entre productor y clientes, podría llevar a mejores resultados y a una significativa reducción de costos [48]. Tales prácticas pueden consistir en un sistema de compartir Información de Demanda Anticipada (Advance Demand Information, ADI, [49], o en un Inventario Administrado por el Vendedor (Vendor Management Inventory, VMI, [16], el cual es similar al modelo de Planeación Colaborativa con Reposición (Collaborative Planning Replenishment, CPR, [16,50].

El VMI puede tener ventajas y desventajas [16]. Entre las ventajas se encuentran la reducción de costos de transporte y el manejo eficiente del reaprovisionamiento; entre las desventajas aparecen la falta de confianza del comprador y la falta de sistemas de información suficientes para compartir tal información. Esta falta de confianza podría ser ocasionada por la posibilidad de que los clientes compren el mismo producto a varios productores sin conocimiento entre estos. Por lo tanto, el manejo del productor o proveedor podría causar malos pronósticos o excesos de costos por órdenes innecesarias.

### 3. Técnicas estadísticas para enfrentar la dinámica de la demanda

Existen técnicas estadísticas clásicas y otras alternativas poco exploradas para enfrentar la dinámica de la demanda.

#### 3.1. Técnicas estadísticas clásicas

El uso de distribuciones de probabilidad para la demanda ha sido propuesto en [1,22,28,29,32,33,44,47]. Además, existen modelos de inventarios que se basan en las salidas de modelos de pronósticos de demanda [2,3,6,30,40,47,51]. A continuación se presenta una revisión de esquemas utilizados en pronósticos de demanda dentro de procesos de optimización de inventarios.

En [44] se usa una distribución empírica de probabilidad y se afirma que el requerimiento de normalidad de los modelos ARIMA (Integrados Autorregresivos de Medias Móviles) [52,54] y de regresión no se cumple en muchos casos. Sin embargo, los autores no consideran posibles tendencias crecientes u ocurrencias de shocks o cambios repentinos aleatorios que pueden ocurrir en la variación de la demanda, haciendo dudar de un comportamiento con igual distribución probabilística, durante un tiempo prolongado.

En [19] se usan medias móviles y se revisan otros métodos de pronóstico evaluando el costo mínimo y el indicador de nivel de servicio; se encuentra un modelo de pronóstico de la demanda con medias móviles que genera buenos indicadores en los niveles de costo y servicio en los inventarios. En [55] se propone el manejo de inventarios usando pronósticos de demanda basados en modelos de suavización exponencial y de medias móviles. En [15] se integran pronósticos de demanda fluctuante con modelos de medias móviles, para posteriormente realizar una optimización de inventarios, comparando los costos de inventarios obtenidos a raíz de esta demanda, mediante simulación.

Otras técnicas estadísticas usadas para ajustar y predecir demandas son los modelos longitudinales, que consideran efectos fijos y aleatorios, a partir de la estructura correlacionada entre e intra ítem, que podrían ser una alternativa de modelación para varios productos o varios clientes simultáneamente [53-55]. Esta técnica considera en sus premisas teóricas, la existencia de una dependencia entre individuos, de manera multivariada, aspectos que pueden faltar al estimar modelos univariados, ya que quedan preguntas acerca de la creencia del comportamiento independiente de la demanda. Por su parte, las técnicas de Vectores Autorregresivos (VAR) [5], también permiten agrupar individuos. En [5] se logran ajustar adecuados niveles en el manejo de inventarios, luego de emplear dicha técnica para la demanda.

Para determinar cuál puede ser el mejor tratamiento de demandas de múltiples productos, diversos autores han realizado comparaciones entre caso: univariado/multivariado [28,32,56].

Además de éstas, existen otras técnicas estadísticas que se basan en procesos de optimización para la predicción de variables inciertas, como los pronósticos de demanda. Algunas de estas técnicas son las Redes Neuronales usadas, por ejemplo, en el área de la demanda energética [60,61], así como la Lógica Difusa o los sistemas de inferencia difuso neuronal, como se muestra en [62].

En la Tabla 1, se presenta un resumen de algunas técnicas cuantitativas para pronosticar.

Tabla 1.  
Algunas técnicas cuantitativas para pronosticar.

Caso univariado	Caso multivariado
Regresión en series temporales y modelos dinámicos con retardos en las variables endógenas y exógenas [52-54].	Modelos ARMA multivariados [5,63]
Suavización exponencial simple [52,53]	Regresión dinámica [53,59,64]
Suavización de Holt Winters [52,53]	Modelos jerárquicos [64-66]
ARIMA: Integrados Autoregresivos de medias móviles. SARIMA, Estacionales [37,54]	VAR: Vector Autorregresivo. [5,67,68]
Modelos ARMAX [54]	BVAR: Vector autorregresivo Bayesiano. [5,67]
Modelos ARCH, GARCH. [69]	Modelos lineales longitudinales [64-66]
Redes Neuronales [60,61]	

Fuente: Elaboración propia.

Para la correcta estimación de los modelos de regresión y para garantizar que sus inferencias sean adecuadas, es necesario validar la estructuras que deben cumplir ciertos supuestos subyacentes en las series de tiempo, o incluso en los modelos ARIMA, en general, tales como: 1) Distribución normal para los residuales; 2) Varianza constante para los residuales, 3) Incorrelación en los residuales, cuando los datos son cronológicos.

El cumplimiento de los supuestos de la mayoría de los modelos de pronósticos puede verificarse mediante métodos gráficos o analíticos. Los métodos gráficos muestran el comportamiento de los residuales vs los valores ajustados como el de Cuantiles Cuantiles normales (QQ-norm) para determinar el ajuste a una distribución normal. Dentro de los métodos analíticos están la prueba de normalidad de Shapiro Wilks, que contrasta hipótesis sobre el ajuste de los residuales a dicha distribución, y la de homogeneidad de varianza para los residuales, que puede probarse por medio del test de Bartlett o Levene [52]. Sin embargo, en algunos casos, realizar transformaciones sobre variables del modelo no conducen a su cumplimiento; por lo tanto, disminuye la confiabilidad sobre la validez de los resultados obtenidos [52,58]. Además de la validación de los supuestos, existen criterios de evaluación final de la capacidad de predicción del modelo, tales como la Media del Error Absoluto Porcentual (MAPE: Mean Absolute Percentage Error), la MAPE simétrica (SMAPE), o el Error Cuadrático Medio (MSE) y su raíz cuadrada, los cuales se encuentran en diferentes textos de Estadística [54,70].

### 3.2. Otras Técnicas Estadísticas Promisorias para pronósticos de demanda

Los modelos de pronósticos requieren muchos datos históricos para verificar el cumplimiento de los supuestos teóricos subyacentes sobre la estructura de los modelos y para garantizar una buena confiabilidad de los resultados. Estos supuestos, en muchos casos no se cumplen y en otros puede ser difícil, si no imposible, o muy complejo o costoso conseguir la suficiente información requerida para el adecuado modelamiento. Adicionalmente, las distribuciones de probabilidad usadas para pronosticar, a menudo no contemplan otras fuentes de variación, inclusive ni el propio pasado de la serie. Además de lo anterior, para la industria, puede ser necesario encontrar modelos de inventarios donde

no se requieran demasiados datos históricos para poder realizar pronósticos de demanda. Estas necesidades de técnicas promisorias podrían ser cubiertas quizá mediante el uso de métodos bayesianos, explorados desde hace algún tiempo, para elaborar pronósticos en numerosas investigaciones [17,71-83]. Estas técnicas se basan en información a priori para los parámetros y para los datos, donde puede intervenir el conocimiento de los expertos.

#### 3.2.1. Teoría bayesiana

En [30] se menciona que las técnicas bayesianas han sido usada de diferentes formas para el problema de inventarios y se indica que “el uso de información para las decisiones en inventarios, es importante tanto para la academia como para la industria”. En dicho trabajo se utiliza información a priori y a posteriori de la demanda para definir una política de pedidos en dos estados: antes de que ocurra la demanda, y después, para actualizar la planificación y cuantificar mejor las órdenes de manera que se pueda garantizar adecuadamente el servicio. Esta es una aplicación importante que permite ver cómo estas técnicas estadísticas facilitan el manejo óptimo de los inventarios en la industria, considerando la incertidumbre de la demanda implícita en el mismo proceso de solución.

En [84] se muestra una aproximación bayesiana para pronosticar ventas y probar, con varias heurísticas, la optimización de costos de producción en una programación multi-estados, donde se asume que la capacidad de producción es muy grande, así que ésta puede llegar a incorporar todas las demandas de un lapso de tiempo con varios periodos. Como éste, existen trabajos [30,85], que contemplan modelos bayesianos relacionados con programación de operaciones y en especial, con inventarios.

#### 3.2.2. Procesos adaptativos bayesianos

Estas técnicas parten de supuestos que difieren sólo un poco con respecto a los modelos clásicos. Por ejemplo, consideran parámetros de distribuciones de probabilidad o coeficientes específicos de modelos como variables aleatorias, con una distribución de probabilidad llamada a priori  $\xi(\theta)$  [86,87]. Se considera también una distribución de los datos, para la función de verosimilitud, que a su vez permite la estimación de la función a posteriori  $\xi(\theta|\text{datos})$ , asociada al (los) parámetro (s) de la distribución de los datos.

Una de las estrategias de estimación de los valores esperados para modelos bayesianos es el muestreo estocástico Monte Carlo por Cadenas de Markov (MCMC). Dichas cadenas describen un patrón idealizado de movimientos de transiciones a través de un conjunto de estados [87]. Estos métodos proveen utilidad para simular las distribuciones posteriores donde es imposible resolverlas analíticamente. Mediante la simulación de Monte Carlo se realiza una elección aleatoria de muestras para reducir un problema combinatorio complejo a uno más simple [88]. La simulación de Monte Carlo por Cadenas de Markov (MCMC) consiste en generar un muestreo a partir de distribuciones de probabilidad basadas en la construcción de

cadena de Markov, donde cada valor simulado tiene dependencia con el dato anterior, llegando, en convergencia, a la distribución deseada [77]. Después de una gran cantidad de corridas, estos resultados constituyen una muestra estacionaria de la distribución deseada. En algunas ocasiones, la generación de variables aleatorias bajo una distribución de probabilidad compleja, se hace muy difícil; para ello, puede recurrirse a algoritmos de apoyo basados en MCMC como el de Gibbs o el de Metropolis Hastings [77,89].

El muestreador Gibbs es un algoritmo iterativo de Monte Carlo por Cadenas de Markov diseñado para extraer muestras de los parámetros bajo la distribución a posteriori de cada uno, a partir de una cadena estocástica. Este algoritmo es flexible y confiable para generar cadenas de valores.

Estas técnicas son aplicables al Modelo Lineal Dinámico bayesiano (DLM), que ha sido usado para pronósticos en general en diferentes materias, pero conservando una representación lineal en espacio-estado [71,75,78,82,87], [90-95]; sin embargo, no son numerosas sus aplicaciones en optimización de inventarios [25,30]. El DLM explicado en [78], constituye un sistema de pronóstico que tiene cualidades como facilidad de respuesta cuando ocurren perturbaciones, sin producir fluctuaciones violentas en los periodos de calma y cuando no se tienen datos históricos. Tiene aplicaciones industriales y comerciales, además, es posible su estimación por medio de las relaciones del filtro de Kalman, aplicable a ecuaciones de modelos dinámicos multi-ecuacionales.

#### 4. Conclusiones

En general se encuentra un amplio uso de modelos y técnicas que buscan pronosticar la demanda aleatoria para incorporarlas en una planeación óptima de inventarios, pero no muchas en el ámbito multivariado de manera que incorporen procesos estocásticos o de dependencia con el pasado, y que a su vez, involucren la optimización de inventarios.

Para la modelación dinámica de inventarios podría utilizarse una gran variedad de técnicas como la teoría de control, el control predictivo, o algoritmos meta-heurísticos. El estimador de Kalman para la incertidumbre de la demanda en estos modelos se encuentra en un sólo trabajo, aplicado a la optimización del nivel, en un horizonte de predicción.

#### 5. Discusión

El uso de estadística bayesiana aplicada para el pronóstico de demanda univariada dentro de un modelo de inventarios ha sido más explorado que en el campo multivariado. Estas técnicas han cobrado gran importancia por tener ventajas frente a estimación, por ejemplo, en ausencia de datos, usando procesos basados en distribuciones de probabilidad y, en muchos casos, simulación basada en Monte Carlo por Cadenas de Markov.

Si bien, de la revisión del estado del arte fue posible inferir la existencia de algunas técnicas que combinan el

pronóstico de la demanda y simultáneamente la optimización de inventarios, en ninguna de las investigaciones encontradas en la revisión de literatura se han aplicado modelos dinámicos bayesianos incorporando predicciones de demanda multivariada para la optimización de inventarios, resaltando que puede explotarse más toda una línea de trabajo e investigación en estos temas.

Frente a las tendencias que proponen compartir información en la cadena de suministro entre productor y clientes, los sistemas de Información Administrada por el Vendedor (VMI) presentan ventajas como la reducción de costos de transporte, entre otras, pero desventajas como la falta de confianza del comprador y la falta de sistemas de información suficientes para compartir tal información.

#### Agradecimientos

A Colciencias, mediante la convocatoria 567, por facilitar los recursos para este producto, asociado a la participación, como estudiante de Doctorado en Ingeniería-Industria y Organizaciones, en la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.

#### Referencias

- [1] Sethi, S., Yan, H., and Zhang, H., Inventory models with fixed costs, forecast updates, and two delivery modes, *Oper. Res.*, 51 (2), pp. 321-328, 2003. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.51.2.321.12777>
- [2] Sarimveis, H., Patrinos, P., Tarantilis, C.D. and Kiranoudis, C.T., Dynamic modeling and control of supply chain systems: A review, *Comput. Oper. Res.*, 35 (11), pp. 3530-3561, 2008. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2007.01.017>
- [3] Gutiérrez, V. and Vidal, C., Modelos de gestión de inventarios en cadenas de abastecimiento: Revisión de la literatura, *Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia*, (43), pp. 134-149, 2008.
- [4] Jianfeng, H., Jingying, Z., and Xiaodong, W., Research on the optimization strategy of maintenance spare parts inventory management for petrochemical vehicle, *Int. Conf. Inf. Manag. Innov. Manag. Ind. Eng.*, pp. 45-48, Nov. 2011. <http://dx.doi.org/10.1109/ICIII.2011.18>
- [5] Shoesmith, G. and Pinder, J., Potential inventory cost reductions using advanced time series forecasting techniques, *J. Oper. Res. Soc.*, 52 (11), pp. 1267-1275, 2001. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601230>
- [6] Bes, C. and Sethi, S., Concepts of forecast and decision horizons: Applications to dynamic stochastic optimization problems, *Math. Oper. Res.*, 13 (2), pp. 295-310, 1988. <http://dx.doi.org/10.1287/moor.13.2.295>
- [7] Feng, Q., Sethi, S., Yan, H. and Zhang, H., Are base-stock policies optimal in inventory problems with multiple delivery modes?, *Oper. Res.*, 54 (4), pp. 801-807, 2006. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.1050.0271>
- [8] Gallego, G. and Van Ryzin, G., Optimal dynamic demand pricing over of inventories finite horizons with stochastic, *Manage. Sci.*, 40 (8), pp. 999-1020, 2013. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.40.8.999>
- [9] Kumar, N., Singh, S. and Kumari, R., An inventory model with time-dependent demand and limited storage facility under inflation, *Adv. Oper. Res.*, 2012, pp. 1-17, 2012. <http://dx.doi.org/10.1155/2012/321471>
- [10] Samarantunga, C., Sethi, S. and Zhou, X., Computational evaluation of hierarchical production control policies for stochastic manufacturing systems, *Oper. Res.*, 45(2), pp. 258-274, 1997. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.45.2.258>
- [11] Schwartz, J.D. and Rivera, D.E., Simulation-based optimal tuning of model predictive control policies for supply chain management using simultaneous perturbation stochastic approximation, 2006 *Am. Control Conf.*, 2006, 6 P.

- <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.2006.1655415>
- [12] Wang, K.J., Lin, Y.S. and Yu, J.C.P., Optimizing inventory policy for products with time-sensitive deteriorating rates in a multi-echelon supply chain, *Int. J. Prod. Econ.*, 130 (1), pp. 66-76, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.11.009>
- [13] Nenes, G., Panagiotidou, S. and Tagaras, G., Inventory management of multiple items with irregular demand: A case study, *Eur. J. Oper. Res.*, 205 (2), pp. 313-324, 2010. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.12.022>
- [14] Yokoyama, M., Integrated optimization of inventory-distribution systems by random local search and a genetic algorithm, *Comput. Ind. Eng.*, 42 (2-4), pp. 175-188, 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S0360-8352\(02\)00023-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0360-8352(02)00023-2)
- [15] Watson, R., The effects of demand-forecast fluctuations on customer service and inventory cost when demand is lumpy, *J. Oper. Res. Soc.*, 38 (1), pp. 75-82, 1987. <http://dx.doi.org/10.2307/2582524>
- [16] Correa, A. and Gómez, R., Tecnologías de la información en la cadena de suministro, *DYNA*, 76 (157), pp. 37-8, 2009.
- [17] Jeyanthi, N. and Radhakrishnan, P., Optimizing multi product inventory using genetic algorithm for efficient supply chain management involving lead time, *Int. J. Comput.*, 10 (5), pp. 231-239, 2010.
- [18] Buffett, S. and Scott, N., An algorithm for procurement in supply chain management, *Work. Trading Agent Des. Anal. (TADA'04)*, in conjunction with 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Auton. Agents Multi-Agent Syst., July, 2004.
- [19] Sani, B. and Kingsman, B., Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items, *J. Oper. Res.*, 48 (7), pp. 700-713, 1997. <http://dx.doi.org/10.2307/3010059>
- [20] Taleizadeh, A., Niaki, S. and Nikousokhan, R., Constraint multiproduct joint replenishment inventory control problem using uncertain programming, *Appl. Soft Comput.*, 11 (8), pp. 5143-5154, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2011.05.045>
- [21] Dunbar, W. and Desa, S., Distributed model predictive control for dynamic supply chain management, Germany, 2005.
- [22] Hausman, W. and Peterson, R., Multiproduct production scheduling for style goods with limited capacity, forecast revisions and terminal delivery, *Manage. Sci.*, 18 (7), pp. 370-383, 1972. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.18.7.370>
- [23] Urrea, A. y Torres, F., Optimización de una política de inventarios por medio de búsqueda tabú, in III Congreso colombiano y I Conferencia Andina internacional, 2006, 8 P.
- [24] Ventura, J., Valdebenito, V. and Golany, B., A dynamic inventory model with supplier selection in a serial supply chain structure, *Eur. J. Oper. Res.*, 230 (2), pp. 258-271, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.03.012>
- [25] Wang, W., Rivera, D. and Kempf, K., A novel model predictive control algorithm for supply chain management in semiconductor manufacturing, *Proc. 2005, Am. Control Conf. 2005.*, Jun 8-10, pp. 208-213, 2005.
- [26] Arrow, K., Karlin, S. and Scarf, H., *Studies in the mathematical theory of inventory and production*. Stanford, CA: Stanford University Press, 1958.
- [27] Arslan, H., Graves, S. and Roemer, T., A Single-Product inventory model for multiple demand classes, *Manage. Sci.*, 53 (9), pp. 1486-1500, 2007. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.1070.0701>
- [28] Song, J., On the order fill rate in a multi-item, base-stock inventory system, *Oper. Res.*, 46 (6), pp. 831-845, 1998. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.46.6.831>
- [29] Dawande, M., Gavirneni, S. and Tayur, S., Effective heuristics for multiproduct partial shipment models, *Oper. Res.*, 54(2), pp. 337-352, 2006. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.1050.0263>
- [30] Choi, T.-M., Li, D. and Yan, H., Optimal two-stage ordering policy with Bayesian information updating, *J. Oper. Res. Soc.*, 54 (8), pp. 846-859, 2003. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601584>
- [31] Jun-Jun, G. and Ting, K., A joint decision model of inventory control and promotion optimization based on demand forecasting, 201800, pp. 119-123, 2009.
- [32] Chou, M., Sim, C.-K. and Yuan, X.-M., Optimal policies for inventory systems with two types of product sharing common hardware platforms: Single period and finite horizon, *Eur. J. Oper. Res.*, 224 (2), pp. 283-292, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.07.038>
- [33] Bermúdez, A. y Londoño, S., Metodología para optimizar inventarios de producto terminado en una empresa, basado en estimación de demanda y minimización de costos, Universidad Pontificia Bolivariana, 2013.
- [34] Braun, M.W., Rivera, D.E., Flores, M.E., Carlyle, W.M. and Kempf, K.G., A model predictive control framework for robust management of multi-product, multi-echelon demand networks, *Annu. Rev. Control*, 27 (2), pp. 229-245, 2003. <http://dx.doi.org/10.1016/j.arcontrol.2003.09.006>
- [35] Zanakis, S.H. and Evans, J.R., Heuristic 'Optimization': Why, When, and How to use it, *Interfaces*, 11 (5), pp. 84-91, 1981.
- [36] Silver, E.A., An overview of heuristic solution methods, *J. Oper. Res. Soc.*, 55 (9), pp. 936-956, 2004. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601758>
- [37] Valencia, M., González, D. y Cardona, J., Metodología de un modelo de optimización para el pronóstico y manejo de inventarios usando el metaheurístico Tabú, *Rev. Ing.*, 24 (1), pp. 13-27, 2014.
- [38] Bitran, G.R., Haas, E.A. and Matsuo, H., Production planning of style goods with high setup costs and forecast revisions, *Oper. Res.*, 34 (2), pp. 226-236, 1986. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.34.2.226>
- [39] Tzafestas, S. and Kapsiotis, G., Coordinated control of manufacturing/supply chains using multi-level techniques, *Comput. Integr. Manuf. Syst.*, 7 (3), pp. 206-212, 1994. [http://dx.doi.org/10.1016/0951-5240\(94\)90039-6](http://dx.doi.org/10.1016/0951-5240(94)90039-6)
- [40] Fouskakis, D. and Draper, D., Stochastic optimization: A review, *Int. Stat. Rev.*, 70 (3), pp. 315-349, 2002. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00174.x>
- [41] Azoury, K.S. and Miller, B.L., A comparison of the optimal ordering levels of Bayesian and non-Bayesian inventory models, *Management Science*, 30 (8), pp. 993-1003, 1998. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.30.8.993>
- [42] Wu, Z., Zhang, C. and Zhu, X., An ant colony algorithm for master production scheduling optimization. *Cooperative Work in Design (CSCWD)*, 2012 IEEE 16th International Conference. pp. 775-779, 2012.
- [43] Blanchini, F., Rinaldi, F. and Ukovich, W., Least inventory control of multistorage systems with non-stochastic unknown inputs, *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 13, pp. 633-645, 1997. <http://dx.doi.org/10.1109/70.631225>
- [44] Blanchini, F., Pesenti, R., Rinaldi, F. and Ukovich, W., Feedback control of production-distribution systems with unknown demand and delays, *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 16, pp. 313-317, 2000. <http://dx.doi.org/10.1109/70.850649>
- [45] Feng, Q., Gallego, G., Sethi, S., Yan, H. and Zhang, H., Periodic-review inventory model with three consecutive delivery modes and forecast updates, *J. Optim. Theory Appl.*, 124, pp. 137-155, 2005. <http://dx.doi.org/10.1007/s10957-004-6469-6>
- [46] Vidal, C., Londoño, J. C. y Contreras, F., Aplicación de modelos de inventarios en una cadena de abastecimiento de productos de consumo masivo con una bodega y N puntos de venta, *Ing. y Compet.*, 6 (1), pp. 35-52, 2004.
- [47] Zhu, X., Mukhopadhyay, S.K. and Yue, X., Role of forecast effort on supply chain profitability under various information sharing scenarios, *Int. J. Prod. Econ.*, 129 (2), pp. 284-291, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.10.021>
- [48] Arango-Serna, M.D., Adarme-Jaimes, W. and Zapata-Cortés, J., Inventarios colaborativos en la optimización de la cadena de suministros, *DYNA*, 80 (181), pp. 71-80, 2013.
- [49] Thonemann, U.W., Improving supply-chain performance by sharing advance demand information, *Eur. J. Oper. Res.*, 142 (1), pp. 81-107, 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00281-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00281-8)
- [50] Simchi-Levi, D., Kaminski, P. and Simchi-Levi, E., *Designing and managing the supply chain*, 3rd ed. McGraw-Hill, 2008, 498 P.
- [51] Cohen, R. and Dunford, F., Forecasting for inventory control: An example of when 'Simple' means 'Better', *Interfaces (Providence)*, 16 (6), pp. 95-99, 1986. <http://dx.doi.org/10.1287/inte.16.6.95>
- [52] Montgomery, D., Peck, E. y Vining, G., *Introducción al análisis de regresión lineal*, Compañía Editor. Cont., 3, 2006, 612 P.

- [53] Caridad J.M., y Ocerin, *Econometría: Modelos econométricos y series temporales*. Ed. Reverte S.A., España, 1998, 300 P.
- [54] Bowerman, B.L. and Oconnell, R.T., *Pronósticos, series de tiempo y regresión: un enfoque aplicado*. México, 2007, 693 P.
- [55] Rosas, J.P., *Propuesta de un programa de inventarios para la empresa Serviacerio Planos S.A. de CV*, Tesis para Licenciatura, Univ. las Américas Puebla. México, 2006.
- [56] Toktay, L. and Wein, L., Analysis of a forecasting-production-inventory system with stationary demand, *Manage. Sci.*, 47 (9), pp. 1268-1281, 2001. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.47.9.1268.9787>
- [57] Laird, N. and Ware, J., Random-effects models for longitudinal data, *Biometrics*, 38 (4), pp. 963-974, 1982. <http://dx.doi.org/10.2307/2529876>
- [58] Valencia, M., *Estimación en modelos lineales mixtos con datos continuos usando transformaciones y distribuciones no normales*, Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2010.
- [59] Petris, G., An R Package for Dynamic Linear Models, *Journal of Statistical Software*, 36 (12), pp. 1-16, 2010.
- [60] Velásquez, J.D., Dynner, I. and Souza, R.C., Tendencias in the prediction and estimation of the confidence intervals using models of neuronal networks applied to temporary series, *DYNA*, 73 (149), pp. 141-147, 2006.
- [61] Rueda, V., Velásquez J.D. y Franco, C. Avances recientes en la predicción de la demanda de electricidad usando modelos no lineales, *DYNA*, 78 (167), pp. 36-43, 2011.
- [62] Medina, S. y García, J., Predicción de demanda de energía en Colombia mediante un sistema de inferencia difuso neuronal, *Energética*, (33), pp. 15-24, 2005.
- [63] Bermúdez, J.D., Segura, J.V. and Vercher, E., Bayesian forecasting with the Holt-Winters model, *J. Oper. Res. Soc.*, 61 (1), pp. 164-171, Jan. 2009.
- [64] Barbosa, C., Queiroz, C. and Migon, H., A dynamic linear model with extended skew-normal for the initial distribution of the state parameter, *Comput. Stat. Data Anal.*, 74, pp. 64-80, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.csda.2013.12.008>
- [65] West, M. and Harrison, J., *Bayesian forecasting and dynamic models*, second. USA.: Springer Series in Statistics, 1999, 694 P.
- [66] Valencia, M., Salazar, J. C., y Correa J.C., Prueba para normalidad sesgada en el modelo lineal mixto con intercepto aleatorio, *Rev. Fac. Ciencias Univ. Nac. Colomb.*, 3 (1), pp. 56-69, 2014.
- [67] Félix, R. and Nunes, L., Forecasting Euro area aggregates with Bayesian VAR and VECM models. 2003.
- [68] Andersson, M. and Karlson, S., Bayesian forecast combination for VAR models, *Sveriges Riskbanc-working Pap.*, pp. 1-17, 2007.
- [69] Duran, R., Lorenzo, A., and Ruiz, A., A GARCH model with autorregresive conditional asymmetry to model time-series: An application to the returns of the Mexican stock market index, *Munich Pers. RePEc Arch.*(46328), 2013.
- [70] Montgomery, D. and Runger, G., *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*, 2ª Edición. 2012, 486 P.
- [71] Pedroza, C., A Bayesian forecasting model: Predicting U.S. male mortality. *Biostatistics*, 7 (4), pp. 530-550, 2006. <http://dx.doi.org/10.1093/biostatistics/kxj024>
- [72] Azad, N., Mirzaie, A. and Nayeri, M., Information sharing in designing a supply chain model considering demand forecasting using Markov process, *Journal of American Science*, 7 (6), pp. 762-766, 2011.
- [73] Duncan, G., Gorr, W. and Szczypula, J., Bayesian unrelated time forecasting series: For seemingly to local forecasting application government revenue, *Management Science*, 39 (3), pp. 275-293, 1993. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.39.3.275>
- [74] Neelamegham, R. and Chintagunta, P., A Bayesian model to forecast new product performance in domestic and international markets, *Mark. Sci.*, 18 (2), pp. 115-136, 1999. <http://dx.doi.org/10.1287/mksc.18.2.115>
- [75] West, M. and Harrison, J., *Bayesian forecasting and dynamic models*. Springer Series in Statistics, 1989, 704 P. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4757-9365-9>
- [76] De Mol, C., Giannone, D. and Reichlin, L., Forecasting using a large number of predictors: Is Bayesian shrinkage a valid alternative to principal components?, *J. Econom.*, 146 (2), pp. 318-328, 2008. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.08.011>
- [77] Gill, J., *Bayesian methods: A social and behavioral sciences approach*, Second. United States of America: Chapman & Hall, 2007, 459 P.
- [78] Harrison, J. and Stevens, C., Bayesian forecasting, *J. R. Stat. Soc.*, 38 (3), pp. 205-247, 1976.
- [79] De Alba, E. and Mendoza, M., Bayesian forecasting methods for short time series, *The International Journal of Applied Forecasting*, (9), pp. 41-44, 2007.
- [80] Yelland, P.M., Bayesian forecasting of parts demand, *Int. J. Forecast.*, 26 (2), pp. 374-396. 2010. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2009.11.001>
- [81] Carriero, A., Kapetanios, G. and Marcellino, M., Forecasting exchange rates with a large Bayesian VAR, *Int. J. Forecast.*, 25 (2), pp. 400-417, 2009. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2009.01.007>
- [82] Fei, X., Lu, C.-C., and Liu, K., A bayesian dynamic linear model approach for real-time short-term freeway travel time prediction, *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.*, 19 (6), pp. 1306-1318, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2010.10.005>
- [83] Barrera, C. y Correa, J., Distribución predictiva Bayesiana para modelos de pruebas de vida via MCMC, *Revista Colombiana de Estadística*, 31 (2), pp. 145-155, 2008.
- [84] Crowston, W., Hausman, W. and Kampe, W., Multistage production for stochastic seasonal demand, *Management Science*, 19 (8), pp. 924-935, 1973. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.19.8.924>
- [85] Nechval, N., Nechval, K.N., Purgailis, M., Berzins, G., Rozevskis, U. and Korsunsky, A.M., Improvement of statistical decisions under parametric uncertainty, 2011.
- [86] Martin, A., Quinn, K. and Park, J.H., MCMCpack: Markov chain Monte Carlo in R, *J. Stat. Softw.*, 42 (9), pp. 1-21, 2011.
- [87] Congdon, P. *Bayesian statistical modelling*. London, England: Wiley Series in Probability and Statistics, 2002, 529 P.
- [88] Andrieu, C., De Freitas, N., Doucet, A. and Jordan, M., An introduction to MCMC for machine learning, *Mach. Learn.*, (50), pp. 5-43, 2003. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1020281327116>
- [89] Geyer, C. and Thompson, E., Annealing Markov chain Monte Carlo with applications to ancestral inference, *J. Am. Stat. Assoc.*, 90 (431), pp. 909-920, 1995. <http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1995.10476590>
- [90] Bolstad, W.M., Harrison-Stevens forecasting and the multiprocess dynamic linear model, *Am. Stat.*, 40 (2), pp. 129-135, 1986. <http://dx.doi.org/10.1080/00031305.1986.10475374>
- [91] Kingdom, U., Forecast calibration and combination: A simple Bayesian approach for ENSO (1977), pp. 1504-1516, 2004.
- [92] Makridakis, S., Hibon, M., Moser, C., Accuracy of forecasting: An empirical investigation of forecasting, *Journal of the Royal Statistical Society*, 142 (2), pp. 97-145, 2011. <http://dx.doi.org/10.2307/2345077>
- [93] Meinhold, R.J. and Singpurwalla, N.D., Understanding the Kalman filter, *The American Statistician*, 37 (2), pp. 123-127, 1983. <http://dx.doi.org/10.2307/2685871>
- [94] Yelland, P.M. and Lee, E., Forecasting product sales with dynamic linear mixture models, *Technical Report TR-2003-122*, Sun Microsystems Laboratories, March, 2003.
- [95] Harrison, J. and West, M., *Dynamic linear model diagnosis*, *Biometrika Trust*, 78 (4), pp. 797-808, 1991. <http://dx.doi.org/10.1093/biomet/78.4.797>

**M. Valencia-Cárdenas**, graduada como Ing. Industrial en 2000, Esp. en Estadística, en 2002, MSc en Ciencias-Estadística, en 2010. Ha trabajado en investigación estadística, docente investigadora en la Universidad Pontificia Bolivariana, Colombia. Actualmente estudiante de Doctorado en Ingeniería-Industria y organizaciones de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Colombia. Sus áreas de interés: métodos estadísticos, optimización con aplicaciones a la industria.

**F.J. Díaz-Serna**, graduado como Ing. Industrial en 1982, Esp. en Gestión para el Desarrollo Empresarial en 2001, MSc gister en Ingeniería de Sistemas en 1993 y PhD en Ingeniería en 2011. Sus áreas de trabajo: Ingeniería Industrial, Administrativa y de Sistemas. Actualmente es profesor asociado del Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión, de la Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia,



Sede Medellín, Colombia. Sus áreas de interés: investigación de operaciones, optimización, sistemas energéticos, optimización, producción, dinámica de sistemas.

**J.C. Correa-Morales**, graduado como Estadístico en 1980, MSc en Estadística en 1989, PhD en Estadística en 1993. Sus áreas de trabajo: estadística, bio estadística, estadística industrial. Es profesor asociado de la Escuela de Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Colombia. Sus áreas de interés: análisis multivariado de datos, bioestadística, estadística Bayesiana.



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA**

SEDE MEDELLÍN  
FACULTAD DE MINAS

Área Curricular de Ingeniería Administrativa e  
Ingeniería Industrial  
Oferta de Posgrados

Especialización en Gestión Empresarial  
Especialización en Ingeniería Financiera  
Maestría en Ingeniería Administrativa  
Maestría en Ingeniería Industrial  
Doctorado en Ingeniería - Industria y Organizaciones

Mayor información:

E-mail: [acia\\_med@unal.edu.co](mailto:acia_med@unal.edu.co)  
Teléfono: (57-4) 425 52 02