

## Releituras de um Estado do Conhecimento do Ensino de Análise a partir da Noção de Cognição Inventiva

SÍLVIO CÉSAR OTERO-GARCIA<sup>1</sup> e GIOVANI CAMMAROTA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista, Campus Rio Claro [silvioce@gmail.com](mailto:silvioce@gmail.com)

<sup>2</sup> Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE), Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora [giovani.cammarota@gmail.com](mailto:giovani.cammarota@gmail.com)

**Resumo.** Entendendo a noção de cognição inventiva, pensada por Kastrup (2001, 2005, 2007), como caixa de ferramentas, no sentido dado por Deleuze e Foucault (1979), propomos neste texto uma nova leitura dos resultados do trabalho de Otero-Garcia (2011), no qual é feito um mapeamento das pesquisas brasileiras em ensino de análise matemática. Nessa releitura procuraremos explorar dois problemas principais: as condições de funcionamento da aprendizagem inventiva no ensino de análise, e a formação matemática do professor enquanto um problema vinculado às políticas cognitivas.

**Abstract.** Understanding the inventive cognition, thought by Kastrup (2001, 2005, 2007), as toolbox, in the sense given by Deleuze and Foucault (1979), we propose in this paper a new reading on results of Otero-Garcia's work, in which is done a mapping of Brazilian research on mathematical analysis teaching. In this rereading, we will try to explore two main problems: the operating conditions of inventive learning in analysis teaching, and the mathematics teacher education as a problem linked to cognitive policies.

**Palavras-chave:** Ensino-aprendizagem de análise matemática, Políticas cognitivas, Formação matemática do professor, Educação matemática no ensino superior

**Keywords:** Teaching and learning of mathematical analysis, Cognitive policies, Mathematics teacher education, Mathematics education in higher Education

### Introdução

O Conselho Nacional de Educação (CNE), a partir de 1997, vem promovendo diversas modificações nos cursos de licenciatura no país. Esse processo trouxe ao lume discussões sobre o papel que determinadas disciplinas têm na formação do professor, em particular o de matemática, sendo que o nosso interesse aqui está focado na problemática envolvendo a disciplina de análise matemática que já foi alvo de outras pesquisas. Destacamos algumas

O trabalho de Ciani, Ribeiro e Júnior (2006) nos mostra que, para os egressos dos cursos de licenciatura em matemática, não há relação entre o campo de atuação profissional do professor e a disciplina de análise, que deveria, portanto, ser excluída do currículo. Os autores observam ainda que, embora a análise trate de alguns fatos e conceitos anteriormente vistos no cálculo, não é feita, por parte dos alunos, uma conexão entre essas disciplinas. Pinto (2001) fez um estudo sobre essa questão e conclui que um “grande impacto” marca a transição do cálculo para a análise.

Ainda no campo dos pré-requisitos e das dificuldades dos alunos com a disciplina de análise, Pasquini (2007) acredita que a ausência de uma boa compreensão do conceito de

número real é uma das razões para essa dificuldade. Soares, Ferreira e Moreira (1999) também discutem a importância de cursos com novas abordagens dos sistemas numéricos para a formação matemática na licenciatura.

Finalmente, Moreira, Cury e Vianna (2005), de acordo com um questionário enviado a trinta e um matemáticos de dezesseis instituições universitárias ou de pesquisa do Brasil, apontam que, segundo esses matemáticos, a disciplina é relevante para a formação do professor e deveria ser obrigatória nas licenciaturas. Entretanto, a maneira como tal disciplina pode ser integrada no currículo ou as razões de tal inclusão não são suficientemente claras.

Podemos observar, assim, que uma discussão sobre o papel da disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática é complexa e necessária: é suficiente dizer que tal disciplina não é importante porque os egressos não a veem contribuindo em sua atuação profissional? Essa problemática teria relação com a falta de conexão entre o cálculo e a análise? Disciplinas que tratassem de números reais poderiam resolver o problema? Que conteúdos deveriam ser contemplados numa análise para licenciandos? Da busca por respostas para essas e outras perguntas é que surgiu o projeto maior, *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*<sup>1</sup>, que pretende discutir a problemática de que fala seu título; e o trabalho de mestrado do primeiro autor deste, do qual nos ocuparemos de comentar a seguir.

\*\*\*

Em Otero-Garcia (2011), há duas pesquisas relativamente independentes entre si, cada uma delas compõe uma seção do referido trabalho. Falaremos neste item da seção *Um Estado do Conhecimento do Ensino de Análise*, cujo objetivo central foi, por meio de um mapeamento da produção nacional referente ao que chamamos de ensino de análise, apresentar e analisar parte dos trabalhos já realizados nesse campo, bem como trazer questionamentos e buscar o que ainda não foi feito. Para isso, foi considerado todo o conjunto de dissertações e teses cujos resumos constam no portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), artigos em oito periódicos (*Bolema*, *Boletim Gepem*, *Revista Ciência e Educação*, *Educação Matemática Pesquisa*, *Educação Matemática em Revista*, *Revista do Professor de Matemática* e *Revista Matemática Universitária*) e trabalhos completos publicados nos anais do *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (SIPEM).

---

<sup>1</sup> Projeto coordenado pela Profa. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni.

A escolha por esses veículos levou em conta vários aspectos. O primeiro deles é que em pesquisas de natureza semelhante, é comum considerar dissertações e teses como um conjunto significativo de trabalhos. Já a escolha dos periódicos pautou-se tanto na classificação QUALIS da CAPES quanto na sua antiguidade e na relevância que têm dentro da educação matemática. Por fim, para trabalhos em anais, devido ao grande número de eventos, considerou-se apenas um evento internacional, o SIPEM, no qual, em geral, são apresentadas apenas pesquisas concluídas. Esse trabalho, assim, pode ser identificado como do tipo *estado do conhecimento* (ou estado da arte), em certo sentido como descrito por Ferreira (2002) ou ainda em Melo (2006), embora não tenha sido moldado exatamente em nenhum modelo pré-concebido sobre esse tipo de pesquisa<sup>2</sup>.

Para a coleta dos trabalhos levaram-se em conta principalmente seus títulos, palavras-chave e resumo. No caso das dissertações e teses, o banco de teses da CAPES foi fundamental para a etapa de coleta dos dados e redução dos trabalhos ao campo de interesse. Para os outros casos, recorreu-se diretamente aos periódicos e anais.

Dos procedimentos anteriormente citados, isso é, da coleta e redução das pesquisas, retornaram-nos, por fim, dezessete trabalhos, aos quais foram somados outros quatro, capítulos de livro que, embora não tenham feito parte da coleta inicial, já eram conhecidos por tratar da problemática envolvendo a disciplina de análise. Assim sendo, foram analisados um total de vinte e um trabalhos, sendo dezessete deles resultados do processo de mapeamento.

Os trabalhos foram analisados tomando por base, principalmente, sínteses elaboradas e os pontos de convergência que naturalmente emergiram de suas leituras; após, foram agrupados em onze categorias consideradas a partir das temáticas e das autorias dos trabalhos. A análise foi feita em duas etapas: na primeira delas, foram caracterizados resultados essencialmente quantitativos; na segunda, na qual foram levantadas quinze questões críticas relacionados ao papel da disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática, procurou-se marcar e discutir as principais tendências nos resultados dos trabalhos, fazer conexões entre eles, e a partir disso apontar as direções emergentes..

---

<sup>2</sup> Em Ferreira (2002, p. 258) temos: “Nos últimos quinze anos tem se produzido um conjunto significativo de pesquisas conhecidas pela denominação ‘estado da arte’ ou ‘estado do conhecimento’. Definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vem sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. Também são conhecidas por realizarem uma metodologia de caráter descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado”.

O primeiro estudo mostrou que a pesquisa em ensino de análise ainda é inicial, o primeiro trabalho tem pouco mais de dez anos, e muito pequena se comparada ao volume total de estudos dentro do campo *educação matemática no ensino superior*. Além disso, a maioria dos trabalhos foi realizada por estudantes que não prosseguiram suas pesquisas dentro da temática. Já as quinze questões críticas (ou pontos críticos) da segunda análise exibiram um panorama delicado. Se, por um lado, por meio deles foi possível enxergar muitas possibilidades de pesquisa (e não haveria outro horizonte melhor que esse para pesquisadores interessados pela temática), por outro, a quantidade de pesquisas necessárias para se melhor compreender o papel, a importância, e relevância da disciplina de análise em cursos de formação de professores mostra que, até que isso seja feito, professores serão formados, em relação à disciplina em questão, do jeito que tudo já está.

\*\*\*

Diante do exposto, neste texto<sup>3</sup> temos uma proposição de releitura de alguns dos resultados da supracitada pesquisa de Otero-Garcia (2011), sob o aporte teórico mobilizado pelo segundo autor em seus trabalhos<sup>4</sup>, qual seja, o da noção de cognição inventiva proposta por Kastrup (2001, 2005, 2007) e seus desdobramentos – referências que não estão presentes tanto em Otero-Garcia como nos trabalhos mapeados por ele. Em nossa proposta, tal noção é tomada como uma teoria no sentido dado por Deleuze e Foucault (1979), ou seja, como uma *caixa de ferramentas* que nos permitirá reler os trabalhos em ensino de análise. Examinemos essa proposição com mais calma.

De saída, é preciso levar em conta que a noção de cognição inventiva vai de encontro ao entendimento de que a cognição é apenas resultado de um processo de representação de dados e problemas *a priori* do conhecer, e abre frente para conceber a cognição *também* como um processo de criação de problemas. Desse modo, permite que pensemos a educação matemática, e em particular o ensino de análise, por meio de elementos que entendam o conhecimento para além da representação, expressando uma posição *política*<sup>5</sup> que se traduz, assim, pela colocação de problemas a partir de uma perspectiva múltipla.

---

<sup>3</sup> Parte deste trabalho foi apresentado no XVI Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (OTERO-GARCIA; CAMMAROTA, 2012).

<sup>4</sup> Alguns dos mais relevantes que podemos citar: Cammarota, Silva e Clareto (2011), Cammarota (2012), Cammarota e Clareto (2012).

<sup>5</sup> Cabe ressaltar que quando nos referimos a uma política, neste texto, vamos além do significado convencional que filia o termo às práticas de governo estatal. No sentido que utilizamos aqui, “a política é a forma de atividade humana que, ligada ao poder, coloca em relação sujeitos, articula-os segundo regras ou normas não necessariamente jurídicas e legais” (PASSOS; BARROS, 2009, p. 151).

Por outro lado, Gallo (2010) indica-nos que a raiz etimológica do termo *teoria* remete à Grécia Antiga e faz referência a uma atividade de observação, de contemplação do mundo. Na tradição filosófica ocidental, desde a disseminação das ideias de Platão, a teoria tem sido entendida – e que pesem aqui as mais distintas variações de significação do termo – como uma *representação* do real, como captura dos objetos do mundo por meio de um exercício intelectual de compreensão; marcando, assim, uma identidade, uma vez que é capaz de falar em nome de toda uma classe de objetos.

Essa compreensão da teoria como representação se estende pela história da filosofia e das ciências modernas, passando a ser questionada a partir do século XIX. Autores como Friedrich Nietzsche, Gilles Deleuze, Félix Guatarri e Michel Foucault começam a investir na construção de uma filosofia que opera fora do âmbito representacional, o que implica em abrir mão da demarcação da identidade dos objetos da filosofia. Isso tem consequências marcantes no que toca à noção de teoria. No diálogo *Os Intelectuais e o Poder*, Deleuze entra nessa questão falando mais claramente sobre o papel da teoria:

Uma teoria é como uma *caixa de ferramentas*. [...] É preciso que sirva, é preciso que funcione. E não para si mesma. Se não há pessoas para utilizá-la, a começar pelo próprio teórico que deixa então de ser teórico, é que ela não vale nada ou que o momento ainda não chegou. Não se refaz uma teoria, fazem-se outras; há outras a serem feitas. [...] A teoria não totaliza; a teoria se multiplica e multiplica (DELEUZE; FOUCAULT, 1979, p.71, grifo nosso).

Dessa forma, a noção de cognição inventiva como uma *caixa de ferramentas* permite-nos agir, atuar no interior dos resultados da área temática do ensino de análise para pensar outros problemas. Se, por um lado, trabalharemos com apontamentos feitos em Otero-Garcia (2011), por outro, nos interessa constituir um plano de problematização de seus resultados que permita colocar a questão da invenção. O que esperamos deixar claro é que tomando essa noção como caixa de ferramentas, estabelecemos uma *política de narratividade* – ou seja, “uma posição que tomamos quando, em relação ao mundo e a si mesmo, definimos uma forma de expressão do que passa, do que acontece” (PASSOS; BARROS, 2009, p. 151).

Ante a nossa proposta, diversas questões são passíveis de serem abordadas; optamos por concentrar nossos esforços e nossas discussões em torno de duas, que poderíamos chamar de dois pontos críticos, a serem somados aos quinze iniciais presentes em Otero-Garcia (2011): o ensino-aprendizagem de análise matemática e a formação matemática do professor. Isso porque, a problemática da formação matemática do professor vem mobilizando pesquisas em torno da questão *que matemática o professor de matemática deve saber?* Surgem daí

distinções entre matemática acadêmica e escolar (MOREIRA; DAVID, 2005) e matemática do matemático e matemática do professor de matemática (LINARDI, 2006)<sup>6</sup>, preocupadas em dar conta da especificidade da atuação do professor, uma vez que ele não é o matemático, mas tem como atividade profissional o ensino-aprendizagem da matemática. Em particular, disciplinas mais formais, como a álgebra e a análise, chamam a atenção pelo histórico de reprovação e por uma falta de clareza quanto às suas contribuições para a formação do professor (OTERO-GARCIA, 2011). Além disso, os processos de ensino-aprendizagem na educação superior constituem um campo fértil de pesquisa, já que são explicados pelas teorias clássicas do desenvolvimento humano até a emergência das estruturas cognitivas do adulto. Dessa maneira, o modo adulto de conhecer é tomado como finalidade dos processos cognitivos que se dão ao longo do desenvolvimento humano e seriam, autorreguláveis e, portanto, previsíveis. Ao mesmo tempo, a aprendizagem engendra uma discussão sobre a formação do professor de matemática na medida em que é um vetor, talvez o principal, que toma corpo na sala de aula.

### **O ensino-aprendizagem de análise matemática**

Os trabalhos de Pinto (2001, 2009) trazem uma caracterização dos diferentes alunos que fazem a disciplina de análise, apontam algumas dificuldades apresentadas por eles e mostram que existe certo padrão geral no caso dos licenciandos.

Pinto (2001) traz algumas observações sobre o ensino de cálculo e de análise. Enquanto no cálculo são enfatizados aspectos computacionais e de manipulação simbólica visando obter uma resposta final, a análise fundamenta-se em princípios axiomáticos e sistemáticos, com definições formais. Essa diferença acarreta um grande impacto na transição do cálculo para a análise. A pesquisadora acompanhou o desenvolvimento de alunos durante seu primeiro contato com essa matemática formal utilizando a teoria do *Advanced Mathematical Thinking Group*. Sua pesquisa foi dividida em duas etapas: na primeira delas, um estudo inicial, foram analisados trabalhos individuais escritos por vinte estudantes de

---

<sup>6</sup> No trabalho de Moreira e David, a distinção proposta parte de uma matemática praticada no âmbito institucional, seja na escola – matemática escolar – seja no âmbito da produção científica – matemática acadêmica. Já no trabalho de Linardi, a distinção toma como base os diferentes modos de produção de significado para a matemática. Nesse sentido, não é possível reduzir a matemática escolar à matemática do professor de matemática e vice-versa, da mesma forma que não há equivalência entre a matemática acadêmica e a matemática do matemático.

licenciatura em matemática e entrevistas com sete deles; na segunda etapa, onze bacharelados e quatro licenciados foram entrevistados e acompanhados em seus primeiros cursos de análise real. A pesquisadora concluiu que poucos estudantes dominam a teoria formal da disciplina no fim do curso, sendo que a grande maioria constrói e fundamenta suas argumentações baseando-se em imagens.

Em Pinto (2009), temos discussões dos processos cognitivos por meio dos quais os alunos de matemática lidam com as deduções e definições formais, e como lidam com elas os futuros professores de matemática. Essencialmente, a pesquisadora retoma e reinterpreta alguns dos resultados de Pinto (2001), notadamente aqueles referentes à transição do cálculo para a análise, tendo como base uma literatura mais atual. Especificamente, a pesquisadora descreve as concepções de alguns estudos que tratam da produção de conhecimento por matemáticos profissionais e das estratégias de aprendizagem de estudantes de matemática avançada.

Cabem, aqui, alguns apontamentos. Primeiramente, vamos nos ater à seguinte conclusão de Pinto (2001): os estudantes de matemática deixam o curso de análise sem um domínio da teoria formal. Em nossa leitura, operam nessa afirmação dois pressupostos bastante fortes com relação ao que costumamos denominar de aprendizagem.

O primeiro é o de que a aprendizagem concorre para a aquisição de um saber dado de antemão, *a priori* dos processos de conhecer. Estabelece-se, então, uma relação de conhecimento que tem como polos o sujeito cognitivo e a análise matemática, a qual ocupa o lugar do objeto que se dá a conhecer. A partir desses polos, o processo de aprendizagem diz respeito a uma adaptação necessária do sujeito com relação à análise (SANCOVSCHI, 2009). O que importa, nesse contexto, é o domínio da teoria formal, e a análise é entendida como um conteúdo a ser retido na estrutura cognitiva dos sujeitos. Ocorre, assim, um primado dos resultados do saber sobre os processos que levam a ele, já que qualquer processo de aprendizagem dobra-se ante o resultado final, que finda o ajustamento, a adaptação. Tudo aquilo que se desvia dessa finalidade é entendido como falta ou erro, como uma falha que deve ser superada.

O segundo desses pressupostos diz que aprender matemática significa pensar e produzir como o matemático. Daí o sentido de se investigar seus processos cognitivos como parâmetro de leitura para as relações de conhecimento subjacentes às salas de aula de análise. Os modos de pensar do matemático são tomados, pois, como finalidade para a qual devem

concorrer todos os processos cognitivos. As imagens de pensamento que se persegue são essas, tomadas como hierarquicamente superiores às demais.

É interessante notar que, juntos, esses dois pressupostos dão forma e conteúdo às aulas de análise. Se, por um lado, o conteúdo ao qual os sujeitos devem se adaptar é a teoria formal, por outro, a forma como o devem fazer segue os rastros dos modos de pensar do matemático. No esteio desses pressupostos, a sala de aula de análise é o espaço cujas relações se estabelecem segundo finalidades que independem das configurações de força que lá se estabelecem. Esses pressupostos operam também quando Pinto e Tall (2001) classificam os estudantes de análise segundo estágios de desenvolvimento que se iniciam com o uso de imagens e experiências anteriores, e culminam na utilização correta da teoria formal; ou quando dizem que um estudante é mais bem sucedido que os demais. A aprendizagem ali mencionada se efetiva mediante um processo de representação de um saber dado *a priori* da aula de análise.

Filiada a esse processo, a cognição é reconhecimento, ou seja, o uso convergente de faculdades do entendimento na direção do reconhecimento. Por exemplo, se se aprende o que é o número real, é porque se é capaz de integrar percepção, memória, linguagem, atenção em torno desse objeto, suposto como fixo e imutável, como sempre o mesmo. Os processos de conhecimento não o modificam, na medida em que somente o representam. Presa numa construção de caminho necessário, a cognição fica restrita a um problema de desenvolvimento da inteligência, que tem como horizonte formas universais e necessárias do pensamento (KASTRUP, 2007).

\*\*\*

Do ponto de vista de estratégias cognitivas, Pinto (2001) separou os estudantes em dois grupos: os que extraem significados – que são aqueles que “aceitam as novas regras do jogo”, partem das definições formais dos conceitos, e trabalham com as novas noções de prova; e os que atribuem significado – que são aqueles que se relacionam com as novas ideias por meio de suas experiências anteriores. A partir deles, analisou três pontos: as definições, os argumentos e as imagens. Dentre os onze bacharelados que foram acompanhados e entrevistados, Pinto (2001) apresenta o caso de quatro deles: Ross, Chris, Rolf e Cliff.

Ross, um aluno que extrai significado, faz constante uso da memória em suas colocações, porém não de modo mecânico. Segundo Pinto (2001), a memória representa um papel importante no entendimento da matemática, sendo que a distinção entre os que de fato entendem dos que não é a maneira como ela é usada. As definições de Ross são apresentadas



corretamente, sendo majoritariamente simbólicas, com grande uso de representações verbais. Os argumentos, baseiam-se na teoria formal. Já suas imagens fazem uso de definições como critério para tomada de decisão, entretanto, sua construção foi feita a partir da teoria formal compartimentalizada.

Chris, que atribui significado, faz constante uso de imagens visuais e vale-se de múltiplas representações a fim de tornar o conceito concreto, esforçando-se para não perder o contexto de vista em suas interpretações. Suas definições são essencialmente descritivas, e as argumentações baseiam-se na experimentação mental, que, no entanto, não é usada para provar afirmações, mas sim para atribuir significado para o conteúdo formal. Conclui sua argumentação em contexto formal. Já as suas imagens são construídas a partir das definições, revelando um processo de reconstrução de sua experiência prévia e conflito com o conhecimento novo.

Rolf também é um estudante que extrai significado. Entretanto, diferentemente de Ross, tende a recorrer à sua memória de modo mecanizado. Suas definições, argumentos e imagens são baseados na teoria formal, entretanto as primeiras parecem distorcidas, os argumentos, decorados e as imagens, compartimentalizadas. Já Cliff assemelha-se mais a Chris, já que parece atribuir significado. Suas definições também são descritivas, todavia, os argumentos são fundamentados em imagens que, por sua vez, não parecem ser construídas com a teoria formal.

\*\*\*

Indicamos até agora um movimento geral nos trabalhos que descrevemos: a caracterização dos processos cognitivos na sala de aula de análise como uma representação do saber matemático formal. Poderíamos nos perguntar, entretanto, se a produção do conhecimento tem, necessariamente, que ser pensada por meio dos mecanismos de representação. Tendo essa questão em vista, voltamos-nos para a proposição da cognição como invenção.

Inicialmente, devemos considerar que a invenção polemiza com o modelo representacional, mas não se contrapõe a ele, na medida em que promove uma ampliação do conceito de cognição. Kastrup (2007), porém, alerta que a colocação desse problema deve ser precisa, já que a invenção carrega em si alguma representação: em primeiro lugar, a cognição, nesse contexto, aparece como movimento de diferenciação de si, potência de bifurcar em seu funcionamento. Depois desse movimento, inventa regras que operam na direção da recongnição. Essas regras, porém, são provisórias e não tendem a uma universalidade. Por isso,

os esquemas de reconhecimento e a potência de diferenciação coexistem quando entendemos a cognição como invenção.

Para Varela (1994), os modelos representacionais, nas suas mais diversas vertentes, guardam entre si três características em comum: o mundo é predefinido; nossa cognição se refere a ele, ainda que parcialmente; e a cognição representa o mundo por meio das propriedades dele para posteriormente mediar uma ação que toma por fundamento a representação.

É nesse sentido que caracterizamos as observações de Pinto (2001, 2009) como filiações aos modelos representacionais: a teoria formal da análise deve ser representada adequadamente pelos alunos e, a partir disso, passa a mediar novos processos cognitivos, configurando ações que tomam a formalidade analítica como base. Constituem-se, nesses processos, imagens mentais adaptadas, adequadas e correlatas à imagem dogmática do pensamento<sup>7</sup>, conforme a nomenclatura de Deleuze (2006). Os conceitos da análise matemática encerram-se numa identidade dada, em última instância, pela sua própria teoria formal, a partir da qual tudo a que ela se refere é representação. Nesse sentido, existe uma dimensão de idealidade nos processos de aprendizagem: um conteúdo de análise está melhor aprendido quanto mais se aproxime da identidade, da natureza da teoria formal. Por isso são fortemente valorizados aspectos como a utilização da linguagem simbólica e do rigor do encadeamento lógico nas demonstrações.

\*\*\*

Kastrup (2007) explora as condições para se pensar uma psicologia da invenção. É interessante ressaltar que a invenção não é um processo psicológico que se soma aos demais – linguagem, percepção, aprendizagem ou memória –, mas opera transversalmente por todos eles produzindo bifurcações e diferenciações. É nesse sentido que podemos falar em linguagem inventiva, percepção inventiva, etc. (KASTRUP, 2005). Aprendizagem inventiva é potência de diferenciação que opera uma rachadura nas formas cognitivas cristalizadas, uso divergente das faculdades de entendimento, invenção de problemas<sup>8</sup>. É interessante notar

---

<sup>7</sup> Para Deleuze, a imagem dogmática do pensamento é formada a partir da conjunção de oito pressupostos: 1) a boa vontade do pensador e a natureza reta do pensamento; 2) senso comum como concordância universal, garantida pela repartição do bom senso entre todos; 3) o modelo da reconhecimento; 4) a representação, que encerra os objetos em torno das ideias de identidade, semelhança, analogia e oposição; 5) o erro como fator externo ao pensamento expressa nele o que há de mau; 6) a designação como lugar da verdade; 7) os problemas são definidos pela possibilidade de sua resolução; 8) a subordinação dos processos às finalidades.

<sup>8</sup> Cabe salientar aqui que a aprendizagem inventiva não é tão simplesmente uma modalidade de aprendizagem que se soma a outras. Kastrup entende que a cognição é inventiva, o que implica em falar em linguagem inventiva, memória inventiva, como já destacamos. O que o trabalho da autora procura mostrar é que a invenção é uma temática não abordada pelos sistemas psicológicos, embora o regime inventivo de funcionamento da

como essa faceta dos processos de aprendizagem surge como um problema não colocado pela tradição da psicologia: o que comumente se investiga são os processos de solução de problemas ou, quando muito, de invenção de solução para problemas que são sempre dados *a priori*.

A invenção de problemas, porém, garante que as soluções não interrompam os processos cognitivos, que não sejam uma finalidade do processo de aprendizagem. Ao contrário, sustenta uma cognição que opera por pontos de bifurcação e resultados que não podem ser previstos. Pensando com Deleuze (2006), diríamos que a aprendizagem inventiva opera uma manutenção problemática do problema, que não se define e não se resolve por suas soluções, mas sustenta-se nelas enquanto tal. A questão que nos colocamos, assim, é como opera a cognição inventiva nos casos descritos por Pinto (2001, 2009). E, quanto a isso, gostaríamos de chamar a atenção para as categorias que a autora e seus interlocutores utilizam para a classificação do desenvolvimento dos estudantes de matemática, e, em particular, dos de análise.

Pinto (1998) descreve o desempenho dos estudantes em duas categorias: natural e formal. Os estudantes do segundo grupo reconhecem uma verdade matemática quando ela é estabelecida por meio de argumentação formal e simbólica (externa). Entretanto, muitas vezes não se sentem convencidos (internamente) dela. Para eles, é importante desenvolver uma espécie de significado interno, do contrário, a construção da teoria matemática constituir-se-á como uma atividade alienígena, procedimental e compartimentalizada. Podemos associá-los àqueles que extraem significados, conforme discutido anteriormente. Os estudantes do grupo natural, por outro lado, podem ser identificados com aqueles que atribuem significado. Para esses alunos, existe uma confiança na intuição mesmo quando suas teorias não são consistentes como as apresentadas pelo professor. Segundo Pinto (2009), essa confiança vem das percepções desses estudantes, que são pautadas em experiências anteriores e significativas para eles. Apesar disso, não se pode dizer que, via de regra, tais estudantes não produzam conhecimento como os matemáticos profissionais e, como um exemplo disso, Pinto (2001, 2009) fala de Chris, que se relaciona com os conteúdos de uma forma natural e produz conhecimento de modo a constituir representações para os objetos matemáticos, e não por meio de definições e provas dedutivas.

---

cognição estivesse lá presente. Para a autora, a ausência de uma formulação das condições da invenção no âmbito da psicologia se deve à filiação dessa ciência ao projeto epistemológico da modernidade, preocupado em descrever o funcionamento cognitivo em termos de leis e princípios invariantes (KASTRUP, 2007).

Kastrup (2001, p. 23) nos alerta que o desenvolvimento da aprendizagem inventiva “é sempre resultado da tensão entre as formas existentes, constituídas historicamente, e os abalos, as inquietações, os estranhamentos que nos afetam. Somos inquietados, sofremos abalos, somos vitimados pelo estranhamento”. E, com isso, queremos destacar alguns aspectos. Primeiramente, aprendizagem inventiva, nas situações dos alunos acima descritas, se inicia (quando se inicia, já que não há garantias) com uma violência colocada pelos signos<sup>9</sup> da análise. Um segundo aspecto a considerar é que a análise instaura um ponto de tensão entre ela e a experiência matemática anterior dos alunos, que não incluía o formalismo de maneira tão veemente. Em outros termos, nesse estranhamento, a aprendizagem inventiva pode se dar produzindo resultados que não podem ser previstos, como no caso de Chris, cujas entrevistas deixam claras tais tensões. Devemos nos lembrar, porém, que Pinto e Tall (2001) classificam Chris como aquele com maior sucesso dentre os estudantes de desempenho natural (atribuem significado). No estágio mais avançado de desenvolvimento, os autores explicitam que a tensão é superada em favor, sempre, da teoria formal. Nesse sentido, a reconstrução se dobra frente ao processo de tensão e o movimento inventivo cessa em favor da representação segundo a teoria formal, ou seja, opera o pressuposto de que as soluções do último estágio de desenvolvimento dão fim ao processo de problematização que a tensão instaura. É importante salientar que, tendo como horizonte a invenção, não podemos admitir um primado do formalismo sobre outras formas que aparecem ao longo do processo de aprendizagem, pois qualquer primado nos levaria novamente a pensar a aula de análise com base numa teleologia cognitiva, uma finalidade que põe fim aos processos de problematização.

Vale ressaltar que, se levarmos em conta o modo de colocação da questão da invenção, não existem garantias quanto aos resultados dos processos. A observação de Varela (1994) cabe aqui: o saber é ontológico. Nesse sentido, não podemos dizer que a cognição funciona segundo invariantes num sistema de autorregulação. Dessa maneira, é por meio da própria prática cognitiva que surgem sujeito e objeto, que são efeitos e não condições dos processos

---

<sup>9</sup> É interessante notar como Deleuze (2006) vincula visceralmente aprendizagem e o signo. Para o filósofo, os signos dão o problema. “Aprender diz respeito essencialmente aos *signos*. Os signos são objeto de um aprendizado temporal, não de um saber abstrato. Aprender é, de início, considerar uma matéria, um objeto, um ser, como se emitissem signos a serem decifrados, interpretados. Não existe aprendiz que não seja ‘egiptólogo’ de alguma coisa. Alguém só se torna marceneiro tornando-se sensível aos signos da madeira, e médico tornando-se sensível aos signos da doença. A vocação é sempre uma predestinação com relação a signos. Tudo que nos ensina alguma coisa emite signos, todo ato de aprender é uma interpretação de signos ou de hieróglifos” (DELEUZE, 2003, p. 4). Nesse sentido, pensando a aprendizagem a partir de uma “violência” dos signos, podemos dizer que a invenção passa sempre por uma afetação, e não por uma afetividade. Pensar uma afetividade que influencia a aprendizagem de análise por meio de emoções expressas por sujeitos – como em Bortoloti (2003, 2009), que discute, num contexto de avaliação, como se configuram as emoções dos alunos de bacharelado e licenciatura em matemática que cursam a disciplina de análise – implica em, mais uma vez, jogar com os polos sujeito e objeto, instaurando as condições de funcionamento da recongnição.

de conhecer. As categorias *natural* (atribuem significado) e *formal* (extraem significado) utilizadas servem para que examinemos o co-engendramento do sujeito e de uma matemática correspondente de modo mais próximo.

Quanto à primeira, cabe problematizar o próprio termo *natural*, que poderia nos levar a pensar que a aprendizagem que lá ocorre é um processo suave e necessário, um processo que ocorre naturalmente. Ao considerarmos, porém, que “a aprendizagem inventiva não é espontânea, mas sim constrangida, não apenas pelo território que já habitamos mas também pelo presente que experimentamos” (KASTRUP, 2001, p. 23), os processos inventivos serão sempre construídos a partir da violência de algo de fora, uma violência dos signos, como já colocamos, e, portanto, se definem por seu caráter de constrangimento e não pela naturalidade. É, pois, algo que rompe com os esquemas da reconhecimento, forçando a problematização e a busca por outros fluxos de pensamento até então não habituais. Por outro lado, poderíamos ser levados a pensar que os alunos que se enquadram como aprendizes formais são violentados pelos signos da análise, uma vez que se caracterizam por trabalhar com suas noções, de tal forma que processos de invenção seriam disparados *necessariamente*. Chamamos atenção, porém, para a caracterização de Rolf que parece utilizar a teoria formal de modo mecanizado, o que parece indicar uma relação majoritariamente representativa com a análise.

A questão da relação que se estabelece com a aprendizagem nos leva ao próximo ponto, que discutirá a formação matemática do professor e o possível papel da disciplina de análise nesse contexto.

### **Formação matemática do professor**

Essa questão de nosso título remete ao artigo de Moreira, Cury e Vianna (2005), no qual são analisadas as respostas que matemáticos de quatorze instituições de ensino e pesquisa no Brasil deram a um questionário sobre a disciplina de análise em cursos de licenciatura em matemática. O questionário foi enviado a oitenta matemáticos, dos quais trinta e um retornaram. A primeira questão pedia para que o respondente listasse os itens que deveriam compor a ementa de uma disciplina de análise para licenciatura. A segunda, a bibliografia indicada. A terceira perguntava se uma disciplina, nos moldes que o próprio respondente deu

às perguntas anteriores, deveria ser obrigatória em todo curso de licenciatura em matemática e o porquê. Para efeitos de nossa discussão, debruçar-nos-emos em torno da terceira questão.

Vinte e nove dos trinta e um matemáticos responderam que uma disciplina de análise deveria ser obrigatória nos cursos de licenciatura em matemática. Dois não responderam. As várias justificativas foram agrupadas em três categorias: a disciplina de análise: 1) deve ser obrigatória por permitir ao licenciando um contato com a cultura matemática específica, além de possibilitar o desenvolvimento do “pensar matematicamente”; 2) proporciona uma compreensão sólida e um aprofundamento de conceitos básicos da matemática escolar, visto que explica os “porquês” e proporciona a construção de uma visão integrada e logicamente consistente deles, substituindo a visão que os concebe como um amontoado de fórmulas e regras; 3) desenvolve a percepção da matemática como um conjunto de conhecimentos que são úteis para se compreender melhor muitos fenômenos da natureza.

Sobre a primeira classe de argumentos, Moreira, Cury e Vianna (2005) dizem que há mais diferenças entre o professor de matemática da educação básica e o matemático profissional do que semelhanças, pelo menos com relação à atuação profissional de cada um. Dessa forma, passa a ser questionável a importância da inclusão na formação do professor de matemática de disciplinas que desenvolvam concepções e práticas específicas de uma “cultura matemática”. Também, uma vez que a escolarização se refere a uma educação de caráter básico e geral, não parece ser razoável querer proporcionar ao aluno um pensar tão específico e particular como o do matemático; pois, adotando-se essa meta, seria necessário também que os alunos desenvolvessem modos de ver o mundo à maneira dos físicos, geógrafos, biólogos, etc. Finalmente, a visão dos matemáticos sobre algumas questões do conhecimento matemático mostram-se inadequadas ou conflitantes com aspectos cognitivos ou didático-pedagógicos, visão essa que é fundamental na prática educativa escolar.

Com relação à segunda categoria, a pergunta que os pesquisadores fazem é: de que maneira tal compreensão e aprofundamento podem auxiliar o professor efetivamente na sua prática docente? Outro ponto levantado é que essa classe de argumentos traz a imagem de que o conhecimento da matemática “avançada” é condição indispensável para a formação de um bom professor. Para Moreira, Cury e Vianna (2005), conhecer a “matemática avançada” não significa necessariamente conhecer a “matemática escolar”, e não torna capaz o professor de responder às questões que aparecem em sua prática docente. Sobre a necessidade de se superar o ‘amontoado de fórmulas e regras’, questionam se a sistematização axiomática, como é feita na disciplina de análise, seria a única e a melhor maneira de fazê-lo. Os pesquisadores

vislumbram uma possibilidade orientada pelas questões da prática do professor da escola e não necessariamente pela prática do matemático.

Finalmente, Moreira, Cury e Vianna concordam que a percepção apresentada na terceira classe de argumentos de fato é indispensável para um professor de matemática, entretanto, a bibliografia indicada por eles na questão dois não dá conta desse tipo de abordagem, e, além disso, muitas outras disciplinas, como cálculo, física ou equações diferenciais, poderiam favorecer de uma forma mais eficaz o desenvolvimento de uma percepção ampla e elaborada dessa dimensão aplicada do conhecimento matemático.

Para os autores, um ponto chave que deve ser discutido é a necessidade de se debater possíveis maneiras de se efetivamente articular as disciplinas de conteúdo matemático, em especial a de análise, com a prática docente. Desse modo, um debate mais amplo do que o proporcionado por eles mesmos em seu trabalho deve tratar do papel, do dimensionamento adequado e da contribuição efetiva que um enfoque “avançado” pode oferecer à referida articulação.

\*\*\*

Bolognezi (2006) – cujo trabalho tem por objetivo verificar, por meio da proposta curricular de um curso de licenciatura e bacharelado em matemática, e de entrevistas com alunos desse curso, qual a contribuição da disciplina de análise na formação do professor de matemática – defende que, nas licenciaturas, a disciplina de análise matemática deve ter uma abordagem diferenciada, trabalhar com mais tópicos voltados ao ensino, dar maior atenção ao desenvolvimento das ideias e aos aspectos históricos, e deve estar focada apenas nos fundamentos, naquilo que será aplicado em outros momentos e que possua relações com outros conteúdos, notadamente aqueles ministrados no ensino médio. Para a autora, é necessário contextualizar o ensino de análise para o futuro professor, pois esse ensina a matemática da maneira como lhe foi ensinada. Conclui, assim, que a disciplina de análise, da maneira como vem sendo trabalhada, pouco ou nada contribui para a formação do professor de matemática. O tratamento formalista dado à disciplina é o principal fator que leva ao desinteresse dos alunos.

\*\*\*

*A Tensão entre o Rigor e a Intuição no Ensino de Cálculo e Análise* é o título da tese de doutorado de Reis (2001). Nesse trabalho, é discutida, por meio de uma análise de manuais didáticos e de entrevistas semiestruturadas com autores de livros de cálculo e de análise, a tensão de que fala seu título. Além disso, são apresentados estudos sobre questões

relacionadas com o ensino-aprendizagem e o desenvolvimento histórico do cálculo e da análise, bem como sobre seus reflexos no ensino dessas áreas. Destacaremos aqui algumas considerações sobre as entrevistas realizadas com os professores Elon Lages Lima, Roberto Ribeiro Baldino, Geraldo Ávila e Djairo de Figueiredo.

Reis diz que todos os depoentes mostraram-se insatisfeitos com a abordagem rigorosa dada ao cálculo. Como alternativa, Baldino defende que o *cálculo diferencial e integral* seja substituído pelo *cálculo infinitesimal* e a *análise matemática* pela *análise não-standard*. Já Ávila propõe soluções técnicas: o número de alunos por turma deveria diminuir, a disciplina deveria sempre contar com o auxílio de monitores e o ensino centrado numa metodologia de resolução de problemas. Essa postura é, de certo modo, a mesma de Djairo, que, no entanto, também considera importante o uso de computadores. Elon defende que as ideias do cálculo sejam significadas por meio de múltiplos recursos. Um exemplo seria a determinação gráfica da raiz de uma função que poderia ser feita utilizando métodos como da bisseção, o da secante e o de Newton.

A questão da importância da disciplina de análise na formação do professor também é tocada em Reis (2001). A partir das entrevistas, o autor observa que essa disciplina é vista como fundamental para a formação de professores de matemática, porém, não há concordância com relação à maneira como deveria ser ensinada de modo a contribuir para essa formação. Para o autor, um curso de análise deveria ser desenvolvido de acordo com as condições intelectuais dos alunos e de seus conhecimentos prévios, e ressalta que a abordagem excessivamente rigorosa dessa disciplina deve ser superada.

\*\*\*

Lançamos, aqui, algumas reflexões sobre a licenciatura em matemática, para depois tocarmos a questão do papel da disciplina de análise, quando levamos em conta as colocações feitas por Dias (2008, 2009) – ao estudar alguns deslocamentos pensados para a formação de professores a partir da noção de cognição inventiva – e por Clareto (2011a).

De início, devemos dizer que a formação do professor é pensada de maneira intrinsecamente ligada ao problema do conhecer (DIAS, 2009). Por isso, a investida que fazemos aqui é de procurar explicitar que o tornar-se professor é uma prática que comporta um viés político, implica numa aprendizagem de si, na produção de subjetividades. É nesse sentido que formar o professor não é colocá-lo sob a égide de uma imagem ideal a ser decalcada. A questão que vai se delineando, pensada junto à cognição inventiva, é a de uma



produção de *subjetividade-professor* e não de uma *forma-professor*. Mas que diferenças guardam esses dois modos de formação?

[...] em uma visão representativa do mundo – fortemente preponderante no caldeirão cultural da modernidade ocidental – o mundo é o mundo das formas. As diferentes formas entram em relação. Assim, relacionando-se com o objeto, o sujeito produz um conhecimento do mundo, o mundo dos objetos. São formas sem avesso. Pensar a formação do professor seria, portanto, pensar o produto da formação, ou seja, a forma-professor; ou ainda, pensar o processo como etapas da produção dessa forma (CLARETO, 2011a, p. 51).

Pensar o professor numa forma final que pode – e deve – ser alcançada nos cursos de formação, uma constituição, uma forma-professor ideal e universal. É nisso que implica a formação pensada por meio de suas finalidades: a constituição das condições de leitura do mundo enquanto representação de formas.

Por outro lado, a *subjetividade-professor* aponta para a constituição que opera na configuração de forças que compõe a subjetividade – portanto dinâmica e nunca terminada, fiando-se, assim, a um mundo pensado enquanto relações de forças e suas hierarquizações provisórias em formas.

\*\*\*

O cerne das questões discutidas por Moreira, Cury e Viana (2005), Reis (2001) e Bolognezi (2006) – “o professor de matemática deve saber análise?” ou “que análise o professor de matemática deve saber?” – quando pensada junto à noção de cognição inventiva desloca-se para algo em torno de “que efeitos a análise matemática tem, ou pode ter, na formação do professor de matemática?”. Trata-se, assim, de nos perguntarmos pelos processos de constituição da *subjetividade-professor*. É por isso que Dias (2008, 2009) e Clareto (2011a) colocam a questão da formação em termos da relação que se estabelece com o conhecimento e, poderíamos estender essa ideia, com a própria aprendizagem. Formar o professor ganha contornos éticos extremamente fortes, ganha contornos de políticas da cognição: é preciso perguntar que tipo de práticas os licenciandos estabelecem com a análise matemática ou, de modo mais geral, com o conhecimento matemático.

Quando falo em políticas de cognição me refiro aos diferentes modos de se relacionar com o conhecer, que se vinculam as práticas efetivas e aos usos e efeitos de tais práticas na formação e na vida. Políticas de cognição é um conceito que evidencia que o conhecer refere-se à uma atitude, um *ethos* (DIAS, 2009, p. 168).

Nesse sentido, a autora aponta que a colocação do problema da formação do professor – e, aqui, estenderemos suas ideias para pensarmos a formação matemática – está ligado a um

*ethos*, denotando um viés político. Para tanto, propõe o cultivo dos paradoxos entre aprender e desaprender na formação do professor.

Deslocada a questão central das pesquisas que tratam da formação matemática do professor por meio da disciplina de análise, podemos dizer que a maneira como o conteúdo da disciplina é tratado em sala de aula ganha, também, novos contornos. Um dos motivos talvez seja que várias discussões clássicas perdem espaço no encontro com a cognição inventiva.

Quando retomamos, por exemplo, as entrevistas de autores que trabalham com análise que aparecem em Reis (2001), encontramos algumas sugestões de solução para o problema do ensino de análise na licenciatura. Propõe-se uma mudança na ordenação dos conteúdos, nas estratégias didático-metodológicas, como a introdução de novas tecnologias e o uso da resolução de problemas. Pasquini (2007)<sup>10</sup>, por outro lado, propõe um tratamento dos números reais via medição de segmentos, dada a constatação de que os alunos saem do curso de análise sem um conhecimento satisfatório no que diz respeito ao conceito de número real. Para nós, ao pensarmos a formação do professor de matemática, porém, os efeitos que essa disciplina pode ter para o futuro professor são mais importantes que uma aprendizagem de análise no sentido do domínio de seus conteúdos, como as relações de conhecimento são estabelecidas, que políticas cognitivas ela ajuda a cultivar.

\*\*\*

Deleuze (2006) diz que o mestre é aquele que diz “faça comigo” e não “faça como eu”. O primeiro discurso supõe uma direção da constituição cognitiva que vai do aluno – aquele que não sabe, – ao professor – aquele que sabe e professa um saber, aquele que detém, em determinada medida, uma verdade constituída e a dissemina. Nesse sentido, talvez o principal papel do docente seja compartilhar um conteúdo, um saber de referência, e é esse saber que guarda a centralidade do processo educativo. Já no discurso do “faça comigo”, o que está em jogo é o compartilhamento de experiências de problematização e de políticas cognitivas, o que tira a centralidade do processo pedagógico da figura do mestre, destituindo-

---

<sup>10</sup> Pasquini, em sua tese de doutorado, *Um Tratamento para os Números Reais Via Medição de Segmentos: Uma Proposta, Uma Investigação*, apresenta e discute o livro de Baroni e Nascimento (2005), que contém a chamada proposta de tratamento dos números reais via medição de segmentos. A discussão é pautada numa revisão bibliográfica a respeito da problemática do ensino e aprendizagem dos números reais, em considerações de fundo histórico, bem como nas observações que a pesquisadora fez de um curso de análise que usou tal proposta para apresentar o conceito de número real, e nas entrevistas que fez com seus alunos. Segundo a pesquisadora, o seu interesse está focado nos números reais, pois eles possuem grande relevância na formação do professor e, além disso, são um dos conteúdos clássicos de análise e também a essência de seus conceitos básicos. A falta de uma boa compreensão dos números reais seria, assim, uma das razões para a dificuldade encontrada pelos alunos na análise.

lhe da dimensão da idealidade. Aqui, a função do professor é o de um “atrator caótico”, como diz Kastrup (2001).

O atrator é uma função: define-se por seu poder de atrair, de arrastar consigo. [...] No caso de haver um professor, ele atrai para a matéria, e não para um saber pronto. Ele é alguém que exerce a função de conduzir o processo, a expedição a um mundo desconhecido, de fazer acontecer o contato, de possibilitar a intimidade, de acompanhar, e mesmo de arrastar consigo, de puxar. Não para junto de si, mas para junto da matéria, para o devir da matéria, seguindo, acompanhando sua fluidez. Cada agenciamento professor-aluno é um ponto de bifurcação, de proliferação de possíveis, de multiplicação de fontes, de ramificação (p. 26)

Dessa maneira, professor e alunos podem constituir um campo problemático, um espaço no qual a aula acontece. Claretto (2011b), ao lidar com a noção de campo problemático, destaca três características:

1. *O problemático* ao qual o campo se refere não se identifica com a resolução de um problema, nem, tampouco, com uma não-solução. Para a pesquisadora, problemático é um acontecimento que vai se dando junto a encontros.
2. *O campo problemático* é resistência e, por isso, resiste aos modos canônicos de aprender que têm por horizonte um *objetivo* ou *solução* dados de antemão. Nesse sentido, não há como antecipar o que acontece quando a invenção atravessa a sala de aula de análise, nem mesmo como a aprendizagem, o corpo e a subjetividade são implicados nesse processo. O campo problemático resiste à noção de equilíbrio de forças, pois instaura uma violência do fora que rompe com os fluxos cognitivos habituais.
3. Por fim, *o campo problemático* se sustenta enquanto tal. Nesse sentido, ao escapar à lógica da solução de problemas e da busca de invariantes, o campo problemático se caracteriza por ganhar contornos sempre imprecisos, guardando em si a potência da instabilidade. Força, assim, o exercício de pensamento, a invenção de problemas, fazendo a cognição bifurcar, impelindo seu funcionamento à condição do sempre novo.

\*\*\*

Portanto, o ensino de análise no viés em que estamos tentando colocar o problema não se confunde com a função de ajudar o professor a ensinar melhor a matemática da escola, ou a ter uma compreensão dos fundamentos da matemática avançada para compreender, ele mesmo, melhor a matemática elementar. A função da formação matemática do professor é ajudar a constituir e sustentar um campo problemático em sua sala de aula num cultivo de

uma política cognitiva inventiva, de um “*ensino entre* E uma aprendizagem E uma desaprendizagem” (DIAS, 2009, p. 170). Assim, poderia ser pensada como um *ethos* que perpassa pelas diferentes estratégias didático-metodológicas, pois talvez esse seja um papel do professor na escola básica: sustentar um campo que não se esgota na aquisição de saberes, mas que é capaz de compor com esses saberes elementos diferenciais e bifurcantes que deem continuidade à produções de sujeitos e mundos correlatos.

Não pensando a formação como um ideal, as fronteiras entre objetivos e a produção da *subjetividade-professor* que se atualiza em sala de aula se tocam a todo o instante, ou até mesmo deixam de existir. Mais do que o conteúdo em si, a análise pode se constituir como uma matemática que dá a pensar, que emite signos, arrastando o pensamento para fora da representação, para fora de seus fluxos habituais. Nessa ordem de ideias, o professor pode cultivar uma política cognitiva que leve em conta o “faça comigo” na construção de um campo problemático na sala de aula de matemática.

\*\*\*

Um último trabalho do levantamento de Otero-Garcia (2011) que gostaríamos de destacar, embora não faça referência à noção de invenção, e opera uma interessante problematização da análise matemática, é a dissertação de Batarce (2003). O autor parte de uma distinção entre ensino de matemática e educação matemática, entendendo que a primeira tem como objetivo a transmissão da matemática da melhor forma possível. A matemática, nesse sentido, está atrelada às noções de universalidade e de unicidade. Por outro lado, quando se fala em educação matemática, só podemos pensar numa matemática que toma corpo numa prática, sendo, portanto, relativa e múltipla.

Nesse contexto, para o *ensino da matemática*, a *história da matemática* é apenas uma metodologia e, assim como só existe uma *matemática*, então também só existe uma *história da matemática* capaz de revelá-la. Dentro dessa perspectiva de história, os fatos se conectam por intermédio de uma lógica que é guiada por uma concepção de *matemática* que costuma ser formalista. Há também a visão de “o que vem depois é melhor do que existia antes”. Assim, a *matemática* caminhará do impreciso e intuitivo em direção ao rigoroso e formal. Já a *educação matemática*, assim como considera a *matemática* independentemente de suas práticas, não vê a *história da matemática* como forma de estabelecer conexões de seus objetos de modo a justificar uma noção de *matemática*, pelo contrário, a partir da *história da matemática* é que os diferentes objetos matemáticos são mostrados. No contexto da *educação matemática*, é fundamental que a *história da matemática* não seja vista como uma

metodologia, mas de uma forma a valorizar e materializar a *matemática* nos contextos históricos. O formalismo, dentro da *história da matemática* enquanto *educação matemática* é apenas um acontecimento e não uma essência da *matemática*.

Considerando o tripé *ensino de matemática, educação matemática e história da matemática* é que Batarce (2003) trata do que ele chama de *Um Contexto Histórico para Análise Matemática*. Nesse contexto, não é admitida a visão típica de uma *história da matemática* para o *ensino da matemática* na qual se tem a premissa básica de evolução temporal que aponta a análise como uma solução para a falta de rigor do cálculo. Para Batarce, considerar a falta de algo é equivalente a dizer que algo é necessário. Essa abordagem histórica promulga a existência da necessidade objetiva e universal de se dar rigor ao cálculo. Entretanto, tal necessidade só surgiu com o ponto de vista da análise e, nesse sentido, o pesquisador diz que a análise não resolveu os problemas do cálculo, na realidade, o que fez foi criar e resolver problemas que antes inexistiam. O ponto de vista do pesquisador é, portanto, conceber a análise “como um conjunto de objetos histórico-matemáticos que criaram necessidades que não existiam *a priori* e para elas dispensaram esforços que culminaram numa crise de fundamentos” (p. 27). Consoante com isso, as noções de rigor e precisão são tomadas como relativas, como objetos peculiares de um contexto histórico.

Sob esse ponto de vista, o que nos parece interessante é a maneira como a noção de história é mobilizada em função de uma *educação matemática*. Enquanto a *história da matemática* para o *ensino da matemática* é uma construção sucessiva e necessária de objetos matemáticos, a serviço, pois, de uma solução de problemas, a noção de história para uma *educação matemática* acaba por problematizar a linearidade e a necessidade das construções históricas. Nesse sentido, pode ser entendida como um objeto que se constitui a margem da história canônica das ciências, já que insere a produção matemática no âmbito de um contexto no qual entram em jogo não só problemas epistemológicos, mas também relações de poder subjacentes a toda produção de conhecimento.

Dessa maneira, ao problematizar as condições nas quais a história é produzida, o texto de Batarce pode abrir frente, em nossa perspectiva, para uma discussão que se pergunta por forças constituintes das formas históricas. Dito de outra maneira, pode servir para perguntarmos de que modo um objeto matemático foi forjado, como se deu seu processo de invenção. Nesse sentido, a história é mais temporal e múltipla, e menos um acúmulo de resultados de problemas resolvidos ao longo do tempo.

É interessante pontuar como o acionamento de uma noção de história não teleológica, tal qual faz Batarce pode ajudar a pensar a formação do professor com base numa política cognitiva que problematize o “dado desde sempre”, o “já constituído”, apontando para uma dimensão inventiva, de sustentação de um campo problemático, conforme já discutimos anteriormente.

### **Considerações finais**

Para finalizarmos nosso trabalho, gostaríamos de pontuar algumas questões. De saída, devemos retomar nossos objetivos iniciais, que foram tentar uma releitura dos resultados de Otero-Garcia (2011) tendo a noção de cognição inventiva como *caixa de ferramentas*. Tomamos a *releitura* como problematização/invenção – nos termos já discutidos – dos resultados da referida pesquisa e, nesse sentido, apontamos para um caráter de novidade que procuramos trazer neste texto.

Nesse sentido, vale a pena ressaltar que a noção de cognição inventiva foi pensada por Kastrup (2007) para dar conta de um problema que concerne à psicologia cognitiva. Poder-se-ia dizer que nosso exercício neste texto foi de aplicação desse conceito com relação à educação matemática, ao ensino de análise? Talvez, mas a resposta será sim se, e somente se delimitarmos um significado preciso para o termo aplicação. A relação de aplicação nunca é de semelhança, mas de revezamento, de contágio (GALLO, 2010). É por isso que a noção de cognição inventiva, no âmbito de nosso texto, é a caixa de ferramentas que permite um contágio, um revezamento com relação aos achados da área de ensino de análise.

Muito mais do que responder às demandas dessa região de inquérito, os agenciamentos que propusemos foram no sentido de deslocar a colocação dos problemas, de modo que levassem em conta a invenção cognitiva. Trata-se, assim, de uma articulação que procura explorar as condições do funcionamento da aprendizagem inventiva no ensino de análise e a formação matemática do professor enquanto um problema vinculado às políticas cognitivas. Nesse sentido, apontamos que nosso texto deixa em aberto, senão todos, a maioria dos problemas que levantou e, por isso, pode contribuir abrindo frente para futuras pesquisas que explorem o funcionamento da invenção em salas de aula de análise, ou que explorem o funcionamento das políticas cognitivas na formação do professor de matemática. Postura semelhante a essa foi adotada em Otero-Garcia (2011), que deixa claro nas considerações

finais de seu *Estado do Conhecimento* que uma das maiores contribuições de seu trabalho não foi de concluir nada, mas sim de trazer questões e possibilidades.

Quanto ao ensino de análise, cumpre salientar que nosso esforço neste texto foi o de mobilizar um referencial teórico que expressa um problema que extrapola a própria teoria, caracterizando-se como uma questão ético-estético-política. Juntas, essas três características tomam a centralidade de uma abordagem que leve em conta os problemas da invenção cognitiva em educação matemática.

Se pudermos entender que abordagens de cunho representacional colocam o problema do conhecimento em termos unicamente epistemológicos – quer no sentido de uma teoria do conhecimento, quer no sentido de uma história/filosofia da ciência – a cognição inventiva chama a atenção para a produção do conhecimento imbricada na constituição de sujeitos e mundos correlatos. Por envolver um cultivo de si e do mundo, é ética; por envolver uma atitude que advém do cultivo, é política; por envolver um processo de criação, é estética. Assim, com Dias, podemos dizer que a invenção:

Ao mesmo tempo em que prolifera práticas políticas, [...] produz subjetividades, pois conjuga produção de conhecimento com produção de existência. Ao provocar rupturas uma formação inventiva trabalha sob o signo do novo e do imprevisto. Sua atividade científica integra uma forma de problematização permanente e de rivalidade, promovendo uma estética da existência que liga produção de subjetividade, políticas de cognição, experiência e práticas de um modo que não é nem o dos saberes ditos tradicionais, nem aquele vinculado à uma prontidão para ação construtiva. Suas estratégias abrem-se à desnaturalização e à articulação do imprevisto com a invenção (DIAS, 2009, p. 170).

Por fim, cabe ressaltar que este texto não pretende delimitar um espaço teórico da invenção cognitiva como uma abordagem capaz de solucionar problemas *melhor* do que as abordagens representacionais. Apresenta-se, assim, com uma condição modal de deslocar problemas (CLARETO, 2011b). É nesse sentido que o ensino-aprendizagem de análise e a formação matemática do professor não foram questionados em termos de suas condições invariantes, mas em termos de seus efeitos para a educação matemática e para a sala de aula.

## Referências

BARONI, R. L. S.; NASCIMENTO, V. *Um Tratamento, via Medição, para os Números Reais*. Rio Claro: SBHMat, 2005.

BATARCE, M. S. *Um Contexto Histórico para Análise Matemática para uma Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 2003.

BOLOGNEZI, R. A. L. *A Disciplina de Análise Matemática na Formação de Professores de Matemática para o Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado em Educação – Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR, Curitiba, 2006.

BORTOLOTI, R. D. M. *Emoções que Emergem da Prática Avaliativa em Matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação – UFES, Vitória, 2003.

BORTOLOTI, R. D. M. Afeto e cognição no contexto da disciplina de Análise real no curso de matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Org.). *Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates*. Recife: SBEM, 2009. Cap. 5, p. 81-97.

CAMMAROTA, G.; SILVA, A. A.; CLARETO, S. M. O plano coletivo de forças como potência de invenção de uma sala-de-aula-de-matemática. In: CLARETO, S. M.; ROTONDO, M. A. S.; VEIGA, A. L. V. S. (Org.). *Entre Composições*. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2011. p. 101-117.

CAMMAROTA, G.; CLARETO, S. M. Entre modelos de aprendizagem e políticas cognitivas: a sala de aula de matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. *Anais...* Petrópolis: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2012. p. 1-19.

CAMMAROTA, G. Dois discursos sobre cognição, aprendizagem e a sala de aula de matemática. In: TOMMASIELLO, M. G. C.; MARIN, A. J.; PIMENTA, S. G.; CARVALHO, L. M.; FUSARI, J. C. (Orgs.). *Didática e Práticas de Ensino na Realidade Escolar Contemporânea: constatações, análises e proposições*. Araraquara: Junqueira&Marin Editores, 2012. p. 6659-6670.

CIANI, A. B.; RIBEIRO, D. M.; JÚNIOR, M. A. G. Formação de Professores de Matemática. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006, Caxias do Sul. *Anais...* . Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2006. p. 1-9.

CLARETO, S. M. Como alguém aprende a ser professor. In: FONTOURA, H. A.; SILVA, M (Org.). *Formação de Professores, Culturas*. Rio de Janeiro: ANPEd Nacional, 2011a. p. 50-61.

CLARETO, S. M. Na Travessia: construção de um campo problemático. In: CLARETO, S. M.; ROTONDO, M. A. S.; VEIGA, A. L. V. S. (Org.). *Entre Composições*. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2011b. p. 17-32.

DELEUZE, G.; FOUCAULT, M. Os Intelectuais e o Poder. In: FOUCAULT, M. *Microfísica do Poder*. Rio de Janeiro: Graal, 1979. p. 69-78.

DELEUZE, G. *Proust e os signos*. 2.ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003.

DELEUZE, G. *Diferença e repetição*. Rio de Janeiro: Graal, 2006.

DIAS, R. O. *Deslocamentos na formação de professores*. Tese de Doutorado em Psicologia – Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.



DIAS, R. O. Formação inventiva de professores e políticas de cognição. *Informática na Educação*, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 164-174, jul./dez. 2009.

FERREIRA, N. S. A. As Pesquisas Denominadas “Estado da Arte”. *Educação & Sociedade*, Campinas, n. 79, p. 257-272, 2002.

GALLO, S. Filosofias da diferença e educação. In: CLARETO, S. M.; FERRARI, A. (Orgs.). *Foucault, Deleuze & Educação*. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2010. p. 49-63.

KASTRUP, V. Aprendizagem, arte e invenção. *Psicologia em Estudo*, Maringá, v. 6, n. 1, p. 17-27, jan./jun. 2001.

KASTRUP, V. Políticas cognitivas na formação do professor. *Educação e Sociedade*, Campinas, v. 26, n. 93, p. 1273-1287, 2005.

KASTRUP, V. *A invenção de si e do mundo*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

LINARDI, P. R. *Rastros da Formação Matemática na Prática Profissional do Professor de Matemática*. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2006.

MELO, M. V. *Três Décadas de Pesquisa em Educação Matemática na UNICAMP*. Dissertação de Mestrado em Educação – Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2006.

MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? *Zetetiké*, Campinas, v. 13, n. 23, p. 11-42, 2005.

MOREIRA, R. C.; DAVID, M. M. M. S. O Conhecimento Matemático do Professor. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, n. 28, p. 50-62, 2005.

OTERO-GARCIA, S. C. *Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino*. Dissertação Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2011.

OTERO-GARCIA, S.C.; CAMMAROTA, G. Aprendizagem e Formação do Professor de Matemática sob os Vieses da Disciplina de Análise e da Noção de Cognição Inventiva.. In: LEITE, Y. U. F.; MARIN, A. J.; PIMENTA, S. G.; GOMES, M. O.; REALI, A. M. M. R. (Orgs.). *Políticas de Formação Inicial e Continuada de Professores*. Araraquara: Junqueira&Marin Editores, 2012. p. 6482-6493.

PASSOS, E.; BARROS, R. B. Por uma política da narratividade. In: PASSOS, E.; KASTRUP, V.; ESCÓSSIA, L. (Org.). *Pistas do método da cartografia*. Porto Alegre: Sulina, 2009. p. 150-171.

PASQUINI, R. C. G. *Um Tratamento para os Números Reais via Medição de Segmentos*. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2007.

PINTO, M. M. F. *Students’ understanding of real analysis*. Tese de Doutorado em Educação Matemática – University of Warwick, Warwick, 1998.

PINTO, M. M. F. Discutindo a Transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (Org.). *A Prática Educativa sob o Olhar de Professores de Cálculo*. Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p. 123-145.

PINTO, M. M. F. Re-visitando uma Teoria. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). *Educação Matemática no Ensino Superior*. Recife: SBEM, 2009. Cap. 2, p. 27-42.

PINTO, M. M. F.; TALL, D. Following students' development in a traditional university analysis course. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 25., 2001, Utrecht. *Proceedings...* . Amersfoort: Drukkerj Wilco, 2001. p. 57-64.

REIS, F. S. *A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise*. Tese de Doutorado em Educação – Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2001.

SANCOVSCHI, B. Contribuição da abordagem autopoietica-enativa ao conceito de adaptação psicológica. *Informática na Educação*, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 59-69, jul./dez. 2009.

SOARES, E. F.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C.. Números Reais: Concepções dos Licenciandos e Formação Matemática na Licenciatura. *Zetetiké*, Campinas, v. 7, n.12, p.95-117, 1999.

VARELA, F. *Conhecer, as ciências cognitivas, tendências e perspectivas*. Lisboa: Instituto Jean Piaget, 1994.

**SÍLVIO CÉSAR OTERO-GARCIA** é licenciado em Ciências Exatas pela Universidade de São Paulo (USP), e mestre/doutorando pelo/do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP). Tem experiência nas áreas de educação e história, com ênfase em educação matemática e história das ciências. Desenvolve suas pesquisas junto ao Grupo de Pesquisa em História da Matemática e/ou suas Relações com a Educação Matemática (GPHM) e ao Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM), atuando nas seguintes linhas: A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática, História da Matemática no Brasil, e Análise de Livros Didáticos – Hermenêutica de Profundidade.

**GIOVANI CAMMAROTA** é licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Nessa mesma universidade, é mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação e professor temporário do Departamento de Educação. Atua no Núcleo de Educação em Ciência, Matemática e Tecnologia (NEC). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: cognição inventiva, aprendizagem matemática e invenção, filosofias da diferença e educação, formação do professor de matemática.