

Algunas consideraciones sobre la habilidad de modelación gráfica en la solución de problemas geométricos

M.Sc María González Polo

M.Sc Luis García Campuzano

Lic. Marilyn Lamothe Rousseaux

RESUMEN

La modelación gráfica es una habilidad que tiene gran importancia en el proceso de solución de problemas en la enseñanza de la Matemática. En los últimos tiempos se ha tratado de desarrollar esta habilidad mediante la solución de problemas aritméticos sin tener en cuenta las potencialidades que tiene la enseñanza de la Geometría y la solución de problemas geométricos para el desarrollo de la misma . En este artículo se propone un procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad de modelación gráfica en la solución de problemas geométricos, que contribuye a resolver las insuficiencias que presentan los docentes en formación, encargados de la enseñanza de la Matemática en la Secundaria Básica.

Palabras clave: Habilidades, Modelos Matemáticos, Solución de Problemas, Enseñanza de la Matemática.

Al hablar de perfeccionamiento en la enseñanza de las ciencias, debemos partir de que el problema central, el objetivo fundamental, el núcleo de la cuestión es la optimización de la enseñanza, considerado en su globalidad con el fin de mejorar la calidad del aprendizaje de los alumnos.

En esta dirección deben orientarse nuestros esfuerzos, ya sea en la formación y perfeccionamiento de profesores, en la renovación de los objetivos, en nuevos métodos y materiales de apoyo a la docencia, en la investigación profesoral o en los programas de postgrado.

Es conocida la importancia de la modelación, no sólo por la gran ayuda que brinda en la solución de problemas, sino también por la contribución que hace a la organización del pensamiento del hombre en la búsqueda de nuevos conocimientos. El problema de la modelación en la enseñanza tiene dos aspectos fundamentales:

- Modelación de aquellos contenidos que deben asimilar los alumnos como resultado de la actividad docente en lo referente a los procedimientos que ellos deben dominar.
- La modelación como uno de los medios docentes fundamentales con ayuda del cual solo es posible la formación de la actividad docente plena.

Es nuestra intención referirnos al segundo aspecto y proponer un procedimiento para organizar el desarrollo de la habilidad de modelación gráfica en la solución de problemas geométricos, a partir de las insuficiencias detectadas en los docentes en formación encargados de enseñar estos contenidos matemáticos en la secundaria básica, las cuales se revelan en el bajo conocimiento y aplicación de procedimientos auxiliares, como gráficas y esquemas en el proceso de solución de problemas.

Todo tipo de habilidad se origina, de acuerdo con las mismas leyes psicológicas, “ modelar gráficamente “ no es una excepción, por lo que para su adquisición se debe transitar primero por la formación de esta habilidad y luego por una segunda etapa: su desarrollo.

En la enseñanza de la Matemática es necesario siempre construir el poder matemático sobre la base de un saber. La formación del poder está relacionada estrechamente con la adquisición del saber, y es posible solamente con éste. Por otra parte está claro que con la formación del poder está relacionada una elevación de la calidad del saber matemático.

En el procedimiento didáctico que proponemos le damos gran importancia al desarrollo del saber que sirve de base al desarrollo de la habilidad modelar gráficamente, porque somos del criterio que no existe ningún saber en la Matemática que no se pueda convertir en el poder correspondiente.

PROCEDIMIENTO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD DE MODELACIÓN GRÁFICA.

La modelación gráfica es una habilidad y cualquier metodología para su tratamiento en la escuela, debe tenerlo presente, de modo que no haya contradicciones psicopedagógicas, Nuestra propuesta contempla dos grandes etapas: una primera donde se asegura todo el saber matemático necesario para realizar la modelación, y una segunda donde se aplica el saber, para desarrollar el poder matemático relacionado con la modelación gráfica. La estructura del proceso completo es la siguiente:

1. Formación del saber necesario para realizar una modelación gráfica.

1.1. Obtención de los pasos que se deben realizar para la modelación gráfica de situaciones geométricas y realización consciente de cada paso

1.1.1. Análisis de las causas que conllevan al estudio del procedimiento

1.1.2. Precisión de los conceptos geométricos a relacionar

1.1.3. Determinación de los pasos para la realización de la modelación gráfica (Base Orientadora de la Acción)

1.2. Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación gráfica.

2. Desarrollo del poder de realizar la modelación gráfica.

2.1. Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación gráfica.

2.2. Resumen completo de los pasos.

2.3. Aplicación de la modelación gráfica a otras situaciones o en la adquisición de conocimientos y habilidades.

El esquema del anexo 1 muestra las etapas en que hemos dividido el proceso total, con sus etapas parciales.

La primera etapa según nuestra propuesta es la formación del saber necesario para realizar la modelación gráfica; ésta, a su vez, se subdivide en dos subetapas: la primera de las cuales está dirigida a la obtención de los pasos a realizar para la modelación gráfica de situaciones geométricas.

La enseñanza de la Matemática, debe dotar al estudiante de un sistema de conocimientos, habilidades profesionales, formas de trabajo y de pensamiento e investigación en las ciencias de la especialidad, así como de la capacidad para aplicarlas de manera independiente y creadora, es decir, se necesita desarrollar un conjunto de habilidades generales que le permitan la asimilación de procedimientos de solución de problemas y la comprensión de la relación lógica existente entre los procedimientos y el problema.

Debe lograrse que los futuros profesores generales integrales tengan desarrollada la habilidad de modelar, en especial la de modelación gráfica (icónica), por lo que cualquier proceder pedagógico dirigido a enseñar a los alumnos a realizar la llamada figura de análisis, debe tener en cuenta que se trata de una habilidad y como tal debe ser tratada. De ahí que la primera etapa de nuestra propuesta esté dirigida a la creación de la base cognitiva.

Esta primera etapa la hemos subdividido en las siguientes subetapas:

1- Obtención de los pasos que se deben realizar para la modelación gráfica de situaciones geométricas y realización consciente de cada paso del procedimiento.

2- Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación gráfica. Disminución de la carga intelectual en la ejecución del procedimiento.

Veamos el contenido de estas subetapas:

En el primer caso se trata de comprender el significado de lo que se quiere o se exige que se haga, y se deben conocer las acciones que se deben realizar y las formas de cada una de ellas, de igual forma es aquí donde se conocen las condiciones necesarias para el éxito de las acciones a realizar.

Saber qué es el objeto o fenómeno de estudio, constituye un momento importante de nuestra propuesta. Esto permite reconocer la modelación gráfica como un procedimiento para reflejar o ilustrar la realidad. De igual forma deben quedar claras en la mente del alumno las principales características del objeto, es decir, debe estar en condiciones de responder a la pregunta ¿cómo es?.

¿Por qué es necesario ocuparse por aprender a modelar gráficamente una situación geométrica? debe ser comprendido con facilidad por el alumno; de aquí que el profesor debe diseñar esta motivación y tenerla en cuenta en el proceso de enseñanza o de formación de la habilidad de modelación gráfica.

Para esbozar una figura de análisis, es necesario tener un conjunto de conocimientos de la Geometría (figuras, cuerpos geométricos, construcciones geométricas, etc.) y un conjunto de habilidades (intelectuales y prácticas) que le permitan, a partir de la imaginación, sintetizar en una figura una situación dada y explicarla. Por ello, asegurar, que el alumno tenga creadas estas condiciones, es un elemento determinante en la consecución del objetivo de aprender a modelar gráficamente.

Según nuestra propuesta, este primer momento culmina con la creación de una base orientadora para la realización de la acción, que puede ser la siguiente:

- Precisar la situación a modelar gráficamente.
- Identificar las características esenciales de los conceptos, que se deben relacionar en la situación.
- Relacionar los conceptos que participan en la situación.
- Ilustrar en un plano los conceptos y sus relaciones
- Representar los conceptos y las relaciones lo más cercanamente posible a lo dado en la situación (rectas paralelas que se observen paralelas, perpendiculares que se observen perpendiculares, figuras congruentes que se observen congruentes, etc).
- Las dimensiones del esbozo deben ser adecuadas (de manera que permitan realizar trazos auxiliares, descomposiciones, etc)
- Analizar la correspondencia entre la situación y la gráfica,

Los momentos que hemos descrito en esta primera subetapa se agrupan en tres fases, ellas son:

- 1- Análisis de las causas que conducen al estudio del procedimiento (modelación gráfica de situaciones geométricas)
- 2- Precisión de los conceptos geométricos a relacionar.
- 3- Determinación de las características del procedimiento.

Estas tres fases están en correspondencia con la fase orientadora de la ya mencionada teoría de formación por etapas de acciones mentales (TFEAM) de Galperin, tal correspondencia se aprecia en el siguiente cuadro:

	(TFEAM)	FASES
Orientación	Motivos y Objetivos	Análisis de las causas que conducen al estudio del procedimiento
	Aseguramiento del nivel de Precisión de los Partida	conceptos geométricos a relacionar

Creación de una base de Determinación de los orientación pasos para la modelación gráfica

Veamos el contenido de cada una de las fases mencionadas.

ANÁLISIS DE LAS CAUSAS QUE CONDUCEN AL ESTUDIO DEL PROCEDIMIENTO.

En esta fase se buscan las causas por lo que es necesario ocuparse de la modelación gráfica de situaciones geométricas y los nexos entre los elementos que lo constituyen, así se da un paso importante en el tránsito de lo conocido a lo desconocido.

Una vía importante para el logro de lo anterior es la búsqueda de la situación problemática, donde el alumno reconozca la ventaja, utilidad, necesidad, facilidad o conveniencia de saber diseñar gráficamente una situación geométrica. Se trata de poner al alumno en situaciones tales, donde se requiera establecer relaciones entre los elementos esenciales y otros generales característicos del procedimiento de modelar gráficamente, en forma de tareas a resolver de manera individual con la consecuente discusión posterior, en la que se desarrolla la explicación, argumentación y valoración.

En esta fase se acentúa el desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento; abstracción y generalización, y se retoman todos en general, en particular, debe trabajarse con la esencia y su relación con la causa.

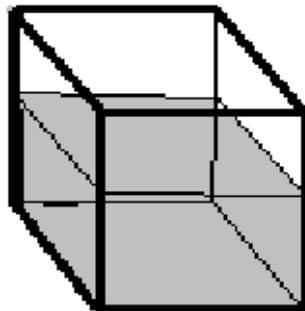
Una pregunta importante en esta fase es ¿Por qué debe aprenderse a modelar gráficamente situaciones geométricas?

Como observamos esta fase puede transcurrir en una clase. Un punto de partida puede ser el planteamiento de un ejercicio como el siguiente:

Un recipiente que tiene forma de ortoedro, está lleno de pintura hasta 3 cm del borde. El recipiente tiene las siguientes dimensiones: largo 20cm, ancho 36 cm; altura 43 cm.

- a) ¿ Cuántos litros de pintura hay en el recipiente?
- b) ¿ Qué altura alcanza la pintura si sacamos 7 litros?

Este ejemplo requiere como primer paso la confección de una representación geométrica adecuada del ortoedro, porque se trata de un típico ejercicio de aplicación geométrica. Quien no sea capaz de representar este ortoedro no podrá resolver el ejercicio con facilidad. Esta situación debe ser aprovechada para demostrarles a los alumnos por qué es necesario aprender a confeccionar las llamadas figuras de análisis, es decir, aprender un procedimiento para modelar gráficamente una situación geométrica.



En ejercicios como el anterior aparecen en general los conceptos geométricos explícitamente en el texto, pues existe un solo lenguaje para describir formas y relaciones geométricas.

PRECISIÓN DE LOS CONCEPTOS GEOMÉTRICOS A RELACIONAR

La modelación gráfica de situaciones geométricas es, por su esencia, una forma de comunicación gráfica: un emisor de la idea a comunicar, un codificador (dibujante) y un receptor. Aquí el proceso comunicativo adquiere una peculiaridad significativa: el emisor de la idea la codifica mediante un dibujo que él mismo va a recibir e interpretar, o sea, la comunicación es consigo mismo.

Por ejemplo, para dibujar el baricentro de un triángulo dado, no basta conocer que éste es el punto donde se cortan las medianas, sino hay que dominar también que las medianas de un triángulo son los segmentos que unen a cada uno de los vértices con el punto medio de los lados opuestos, pero a su vez debe reconocer que el punto medio de un segmento es aquel que equidista de los extremos del segmento.

Como observamos mientras más códigos (definiciones de conceptos) posea el alumno, más posibilidad tendrá de graficar situaciones geométricas, por lo que se deben precisar no sólo conceptos de relaciones sino también conceptos de objetos y de operaciones.

DETERMINACIÓN DE LOS PASOS PARA LA MODELACIÓN GRÁFICA

Esta fase ofrece grandes posibilidades para trabajar los procesos de análisis y síntesis como vía para responder a la interrogante ¿cómo es?. Es aquí donde se determinan las características del proceso, por lo que el alumno debe aprender las acciones que integran el procedimiento, es decir, la base de orientación. Como ya hemos dicho tal base puede ser la siguiente :

- ∅ Precisar la situación a modelar gráficamente.
- ∅ Identificar las características principales de los conceptos que se deben relacionar en el modelo gráfico.
- ∅ Relacionar los conceptos que participan en la situación.
- ∅ Ilustrar en un plano los conceptos y sus relaciones
- Representar los conceptos y las relaciones lo más cercanamente posible a lo dado en la situación (rectas paralelas que se observen paralelas, perpendiculares que se observen perpendiculares, figuras congruentes que se observen congruentes, etc.)
- Las dimensiones del esbozo deben ser adecuadas (que permitan realizar trazos auxiliares, descomposiciones, etc.)
- ∅ Analizar la correspondencia entre la situación y la gráfica,

A partir de una demostración de cómo se utiliza, los alumnos deben encontrar todas las características del procedimiento, es decir, deben conocer cada una de las acciones del procedimiento y entender qué significan. El valor fundamental de esta fase radica en que garantiza la comprensión por el alumno de lo que va a hacer antes de iniciar la ejecución,. A medida que el alumno sabe, no solamente lo que va a hacer, sino también cómo ha de proceder y que acciones y operaciones debe hacer y el orden de su ejecución, mayor será después la calidad de dicha ejecución.

SIMPLIFICACIÓN DE ALGUNOS PASOS PARCIALES

En este primer resumen parcial, se debe de ir eliminando carga intelectual en el accionar de los alumnos y para esto debemos tratar de simplificar las acciones de la base orientadora. Una simplificación de la base orientadora descrita en la fase anterior puede ser la siguiente:

- Precisar la situación a modelar gráficamente.
- Relacionar los conceptos que participan en la situación.
- Ilustrar en un plano los conceptos y sus relaciones
- Analizar la correspondencia entre la situación y la gráfica,

Tal simplificación no debe verse solo desde el punto de vista cuantitativo, pues ésta no consiste en eliminar un paso, sino en fundirlo en el sistema de pasos. No se trata de que el alumno no identifique las características principales de los conceptos que se deben relacionar en el modelo gráfico, sino de que no realice esta identificación de manera separada de la relación entre los conceptos.

El segundo paso de la base orientadora de la acción, lo hemos llamado "Relacionar los conceptos que participan en la situación", pero éste incluye también la identificación de las características principales de estos conceptos.

ETAPA DEL DESARROLLO DEL PODER PARA REALIZAR UNA MODELACIÓN GRÁFICA.

Hemos concebido esta etapa dividida en tres subetapas, la primera coincide con la última subetapa de la etapa anterior, es decir está caracterizada por un resumen de algunos pasos para la realización de las modelaciones gráficas de las situaciones geométricas, esta subetapa representa la "frontera" entre la formación del saber y el desarrollo del poder correspondiente.

El tener una subetapa común entre las dos grandes etapas del procedimiento, nos indica que el límite entre la primera y segunda no es estático , que puede ser movido y además si el tiempo entre la primera y segunda

etapa por alguna razón es prolongado, la segunda etapa debe comenzar con la simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación gráfica de situaciones geométricas.

En la segunda subetapa el alumno realiza las modelaciones gráficas de las situaciones geométricas como un todo, sin separarlas en acciones parciales en el plano mental, es decir, disminuye la carga intelectual del alumno al realizar las acciones.

Si queremos desarrollar la habilidad de resolver problemas ya podemos utilizar lo aprendido o lo logrado en las modelaciones gráficas de situaciones geométricas, pues una expresión gráfica es una manifestación abstracta y generalizada de ciertas relaciones matemáticas. Al mismo tiempo, es una forma específica de representación visual, que permite traducir parcialmente la solución de un problema y expresarla en un esbozo concreto, La repetición constante de la misma forma de la acción puede lograr que se fusionen mucho más los pasos parciales, por eso, en la tercera subetapa es importante la ejercitación del procedimiento.

Esta ejercitación está dirigida ante todo al desarrollo de la habilidad para modelar gráficamente situaciones geométricas, y ya sabemos que las habilidades son importantes componentes del poder (aquí estamos utilizando este término como las habilidades y capacidades desarrolladas por los alumnos para operar con los conocimientos de que se han apropiado y darles aplicación)

El éxito de la ejercitación depende en gran medida de que los alumnos hagan suyo el objetivo de la misma ya que en principio, toda ejercitación es inútil sin un verdadero esfuerzo por perfeccionar las capacidades.

De ahí la significación de una motivación adecuada que lleve a los alumnos a la importante y educativa convicción de que la ejercitación intensiva es necesaria para apropiarse sólidamente de las definiciones. La variedad de ejercicios incide favorablemente en la motivación de los alumnos.

El procedimiento formado y la habilidad adquirida en su empleo deben ser utilizados posteriormente en la enseñanza, para la solución de problemas y ejercicios, y también en la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades.

El procedimiento didáctico que hemos diseñado, contribuye al desarrollo en los estudiantes en formación de la carrera de PGI de la habilidad para modelar gráficamente situaciones geométricas, y que está fundamentado en la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, permite desarrollar en ellos esta habilidad mediante la enseñanza de la Matemática .

En los programas para la formación en los Institutos Superiores Pedagógicos del profesor encargado de enseñar a modelar gráficamente a los alumnos en la secundaria básica , no se exige de manera explícita que dichos estudiantes aprendan a modelar problemas geométricos ,con este trabajo hemos pretendido contribuir a organizar el proceso de desarrollo de la habilidad modelar gráficamente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la solución de problemas geométricos.

BIBLIOGRAFÍA

1. **ALVAREZ, VIRGINIA.** 2000: Año mundial de la Matemática / Virginia Álvarez, Mayra Solana, Rita Roldán. p. 42-44. **En** Educación. No. 101. La Habana. sep.-dic., 2000.
2. **ALVAREZ DE ZAYAS, C.M.** La escuela en la vida. La Habana. Ed. Félix Varela, 1992.
3. Aplicación de un proyecto metodológico sobre la base de la estructuración del conocimiento en pos de la resolución de problemas geométricos en duodécimo grado / Miguel Ángel González Rangel... [et al.] La Habana. Pedagogía ' 99.
4. **BALLESTER PEDROSO, SERGIO.** Enseñanza de la Matemática y dinámica de grupo. La Habana. Ed. Academia, 1995.
5. ----- . El planteamiento y la formulación de problemas en la asignatura Matemática. p. 57-63. En Varona. no. 28. La Habana, ene.-jun., 1999.
6. **BOTSMANOVA, ELENA.** El papel del análisis gráfico en la resolución de problemas aritméticos. 17-21. En Rev. Comunicación, Lenguaje Educación, España, 1989.
7. **CAMPISTROUS PEREZ, LUIS.** Aprende a resolver problemas aritméticos / Luis Campintrous Pérez, Celia Rizo Cabrera. La Habana. Ed. Pueblo y Educación, 1999.

8. **CERVERA MÁRQUEZ, PABLO.** Algunas estrategias para la resolución de problemas geométricos en duodécimo grado .Tesis en opción al Título de Master en Ciencias de la Educación. Santiago de Cuba, 1999.
9. **GALPERIN, P.** Ya. Introducción a la Psicología. La Habana. Ed. Pueblo y Educación, 1982.
10. ----- . Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. p. 114-118 En Antología de la Psicología pedagógica y de las edades. La Habana. Ed. Pueblo y Educación, 1986.
11. **GARCÍA CAMPUZANO, LUIS.** Propuesta didáctica para la enseñanza del procedimiento lógico identificación de conceptos mediante la asignatura Matemática. Tesis en opción al Título de Master en Didáctica de la Matemática. Holguín, 1999.
12. **GERMANN, DORSI.** La transmisión de conocimientos mediante ilustraciones. p. 45-58. En Educación de Adultos y Desarrollo. no. 44. Alemania, 1995.

ANEXO No. 1

ESTRUCTURA DEL PROCEDIMIENTO DIDÁCTICO

FORMACIÓN DEL SABER NECESARIO PARA REALIZAR UNA MODELACIÓN GRÁFICA

realizar para la
modelación gráfica
de situaciones
geométricas y
realización

consciente de cada
paso.

Análisis de las
causas que
conducen al
estudio del
procedimiento

Determinación
de los pasos
para la
realización de la
modelación
gráfica

**DESARROLLO DEL
PODER DE
REALIZAR UNA
MODELACIÓN
GRAFICA**

Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación gráfica. Disminución de la carga intelectual en la ejecución del procedimiento.

Resumen completo de los pasos