

MODELO DISCRETO PARA SISTEMAS DE ESTRUCTURA VARIABLE

(Discrete-time model for variable structure systems)

Oscar Iván Higuera Martínez

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Grupo de Investigación en Procesamiento de Señales DSP-UPTC, oscar.higuera@uptc.edu.co

(Recibido el 9 de septiembre de 2009 y aceptado 3 de marzo de 2010)

<p>Resumen: En este artículo se presenta un modelo discreto genérico para sistemas de estructura variable. El modelo es aplicado a cualquier sistema de estructura variable de operación cíclica, como convertidores de potencia. Se asume que la frecuencia de conmutación es un múltiplo entero de la frecuencia de muestreo y se emplea retenedor de orden cero. El circuito o el sistema opera en modo cíclico con G posibles configuraciones; el modelo generado es usado en pequeña señal y baja frecuencia, y se valida usando Matlab / Simulink 2007.</p>	<p>Abstract: This paper presents a discrete time generic model for variable structure system. The model is applied to any cyclic operating variable structure system such as power converters. The paper assumes switching frequency is an integer multiple of sampling frequency and the system uses the zero order hold. The circuit or system operates in cyclic mode with G configurations possible series, the generated model is use to small signal and low frequency, the model validation is realized using Matlab/Simulink 2007.</p>
<p>Palabras clave: sistema de estructura variable, sistema discreto, frecuencia de conmutación, muestreo de datos, convertidor de potencia, modelo.</p>	<p>Key words: variable structure system, discrete system, switching frequency, sampled data, power converter, model.</p>

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de estructura variable constituyen unos de los sistemas más complejos de controlar y de simular, dada su naturaleza no lineal y multivariable, y su carácter distribuido; presentan una característica especial y es que en estos sistemas el modelo cambia en el tiempo, por lo que realizar un modelo discreto de estos sistemas requiere que se realice un análisis del efecto que se produce en todos los instantes de tiempo, dada la configuración presente.

En este documento se presenta el desarrollo de un modelo genérico para un sistema multiestructura, en el que las restricciones son:

- La frecuencia de conmutación debe ser múltiplo entero de la frecuencia de muestreo;
- Se asume muestreo por medio de retenedor de orden cero;
- El sistema multiestructura trabaja en operación cíclica, tomando una sucesión de G configuraciones.

La validación del modelo se realiza empleando Matlab/Simulink 2007, en el que se realiza la comparación de los resultados presentados para sistemas en tiempo continuo y para el modelo desarrollado. El documento presenta un resumen de los modelos existentes para convertidores de potencia, el desarrollo del modelo genérico, la validación del mismo y un corto análisis de los resultados obtenidos.

2. MODELOS EXISTENTES PARA CONVERTIDORES CONMUTADOS

Un gran número de formulaciones para el modelado de circuitos conmutados ha sido propuesto: un método de análisis para convertidores de tipo matricial para circuitos compuestos por conmutadores ideales y fuentes independientes ideales (Wood, 1979 y Wood, 1981); se define una función de existencia para cada conmutador, y todas estas funciones son expresadas como una matriz de conmutación que relaciona los voltajes y corrientes con las fuentes y cargas independientes, caso en el cual la función de conmutación se basa en una aproximación al análisis de Fourier.

Modelos basados en muestreo de datos, tales como los presentados en (Fang, 1997, y Yaakov, 1991); algunos modelos discretos son presentados, incluyendo (Lee, 1979, y Prajoux, 1976), y otros modelos híbridos de tiempo continuo y discreto son presentados en (Shortt, 1983, y Brown, 1981). La formulación en (Lee, 1979) es extendida a circuitos arbitrarios en (Verghese, 1986), donde un circuito por partes es asumido para operación cíclica, tomando una sucesión de N configuraciones en cada ciclo, con el K -ésimo ciclo extendido de t_k a t_{k+1} . La formulación en tiempo continuo está presentada como una secuencia cíclica de ecuaciones en espacio de estados:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_i X(t) + B_i U(t), \quad t_k + T_{k,i-1} < t \leq t_k + T_{k,i} \quad (1)$$

con $i=1, 2, \dots, N$ y donde $X(t)$ es el vector de estado; $U(t)$ es el vector de entrada de fuentes independientes, y $T_{k,0}, T_{k,1}, \dots, T_{k,N}$ son las componentes del vector T_k de tiempos de transición de conmutación asociados con el K -ésimo ciclo, en donde el vector puede ser obtenido por medio de una iteración numérica, y el vector T_k debe satisfacer la restricción no lineal de la forma (2).

$$C(x(t_k), p_k, T_k) = 0 \quad (2)$$

Donde p_k es un vector de parámetros de control independiente en el k -ésimo ciclo, las descripciones con muestreo de datos son entonces derivadas de las ecuaciones lineales (1) y (2), para obtener un modelo de muestreo de datos estándar en la forma de espacio de estados. Sin embargo, hay muchos casos en los que la restricción (2) no se puede solucionar explícitamente para T_k , lo que obliga a trabajar el modelo de muestreo de datos con el par de ecuaciones (1) y (2). Otra formulación muy similar es propuesta en (Louis, 1983, y Lutz, 1985). Un modelo discreto simplificado para convertidores conmutados es desarrollado en (García, 1990, y García, 1992).

La aproximación presentada en (Krein, 1990) formula una simple ecuación de vector diferencial con lado derecho discontinuo, que es nuevamente válido para circuitos por partes.

$$\dot{X}(t) = A_0 X(t) + B_0 U(t) + \sum_{i=0}^{N-1} (A_i X(t) + B_i U(t)) h_i \quad (3)$$

Donde h_0, h_1, \dots, h_{N-1} son los componentes del, así llamado, "vector de función de conmutación h ", que son 0 o 1 y son dados en un tiempo. Este vector define una única configuración a través de cada una de las N posibles configuraciones y se obtienen en el tiempo dado de una ecuación de la función de conmutación (4). Además, en general, las dinámicas controladas introducen estados adicionales en el vector X .

$$h = c(x, u, t) \quad (4)$$

En (Burdio, 1995) se presenta un modelo genérico y compacto discreto en espacio de estados para convertidores de potencia, que puede ser descrito como un modelo híbrido continuo-discreto o uno totalmente discreto, que incluyen la acción de conmutación en la formulación del modelo para sistemas discretos, pero no como restricción externa. El modelo es válido para todos los modos de operación y condiciones de control del circuito, que no es asumido para operación cíclica, y el número e identidad de las variables de estado permiten el cambio de una configuración a otra, así como se pueden considerar posibles discontinuidades en los instantes de conmutación. Este modelo es para gran señal y alta frecuencia, válido para simulación por computadora, pero no para métodos numéricos, lo que evita problemas de convergencia. El modelo totalmente discreto está dado por (5):

$$\begin{aligned} \left[\frac{q[k+1]}{X_{j[k+1]}[k+1]} \right] &= \left[\frac{h(q[k], X[k], U^*[k], k)}{F_{j[k+1]} X_{j[k+1]}[k] + G_{j[k+1]} U[k]} \right] \\ y[k] &= C_{j[k]} X[k] + D_{j[k]} U[k] \end{aligned} \quad (5)$$

Donde U^* es el vector de entrada generalizado, $F_{j\{j\}}, G_{j\{j\}}, C_{j\{j\}}$ y $D_{j\{j\}}$ son las matrices en espacio de estados discretas, descritas para la configuración $j[k]$ o la configuración $j[k+1]$, X es el vector de estados, y $X_{j[k+1]}[k]$ se obtiene de (6), donde las matrices J y K son las matrices de transformación del estado j_i al estado j_{i+1} . En esta formulación, la configuración $j[k]$ está dada en el instante de muestreo k por (7), donde L es el número de conmutadores en el circuito, y q_i es la función de conmutación para el conmutador i .

$$X_{j[k+1]}[k] = J_{j[k+1], j[k]} X_{j[k]}[k] + K_{j[k+1], j[k]} U[k] \quad (6)$$

$$j[k] = \sum_{i=0}^{L-1} q_i[k] 2^i \quad (7)$$

Obsérvese que, para este caso, el período de muestreo T no es el mismo que el período de conmutación del convertidor, en general. El período de muestreo debe escogerse acorde con la frecuencia natural del tiempo de rizado de la configuración más rápida en el circuito (Ogata, 1987, y Franklin, 1990). Si las frecuencias naturales de las configuraciones del circuito son muy diferentes, es posible seleccionar un período de muestreo diferente para cada una, así que $T = T(j(t))$

Algunos métodos de modelado promediado para circuitos conmutados han sido desarrollados de manera tal que transforman el sistema original discontinuo en un modelo continuo; entonces, la mayoría de estas linealizaciones obtienen modelos a baja frecuencia y pequeña señal. Dos técnicas de promediación bien conocidas son el método de promediación de espacio de estados (Middlebrook, 1976, y Middlebrook, 1977) y el método de inyección y absorción de corriente (Fossard, 1977; Kislovski, 1982, y Kislovski, 1991).

3. MODELO DISCRETO PARA SISTEMAS DE DOS O TRES CONFIGURACIONES

El modelo de un sistema conmutado operando en dos ciclos (Modo de conducción continua CCM) con frecuencia de conmutación fija está determinado por su ciclo útil o punto de cambio de estructura (D), y puede ser descrito por medio de los estados y ecuaciones de conmutación como:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A_{ON} X(t) + B_{ON} U(t) \\ t_0 + nT_s \leq t < (n+D)T_s + t_0 \\ \dot{X}(t) &= A_{OFF} X(t) + B_{OFF} U(t) \\ t_0 + (n+D)T_s \leq t < (n+1)T_s + t_0 \\ \dot{X}(t_0) &= X_0 \\ n &= 0, 1, 2, \dots \\ 0 &\leq D \leq 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Donde $X(t)$ es el vector de estados, $U(t)$ es el vector de entrada, T_s es el período de conmutación, D es el ciclo útil, X_0 son las condiciones iniciales, $A_{\{ON\}}$, $B_{\{ON\}}$, $A_{\{OFF\}}$ y $B_{\{OFF\}}$ son las matrices constantes del sistema.

Para simplificar la derivación del modelo, se sincroniza el período de muestreo (T_p) con el período de conmutación, así $T_p = NT_s$, donde N es un número natural, asumiendo el uso de retenedor de orden cero. La solución general del sistema está dada por el siguiente conjunto de ecuaciones, utilizando la teoría básica de control digital (Chen, 1999). Teniendo en cuenta que $U(t)$ y $D(t)$ son constantes al interior de los intervalos de muestreo, realizando una expansión hasta el término N -ésimo, reemplazando allí los términos $X(\{N-1\}T_s)$, $X(\{N-2\}T_s)$, hasta $X(0)$, y realizando una factorización y organización de términos, se obtiene finalmente al modelo discreto generalizado (9).

$$X(k+1T_p) = T^N(D, T_s)X(kT_p) + \sum_{i=0}^{N-1} T^i(D, T_s) F(D, T_s)U(kT_p); \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Donde:

$$T^i(D, T_s) = e^{iA_{OFF}(1-D)T_s} e^{iA_{ON}DT_s}$$

$$F(D, T_s) = e^{A_{OFF}(1-D)T_s} \int_0^{DT_s} e^{A_{ON}(DT_s-\tau)} B_{ON} d\tau + \int_{DT_s}^{T_s} e^{A_{OFF}(T_s-\tau)} B_{OFF} d\tau$$

Considerando un caso especial cuando $N=1$; es decir, $T_p=T_s$, entonces una solución general del sistema lineal se puede expresar como (10), siendo importante anotar que esta expresión es la misma obtenida en (Fang, 1997, y Yaakov, 1991):

$$X(k+1T_p) = T(D, T_s)X(kT_p) + F(D, T_s)U(kT_p) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Es fácil probar que, si el muestreo es evaluado en cualquier punto (tiempo) al interior del intervalo de conmutación y las frecuencias de muestreo y conmutación son iguales, entonces el modelo de datos muestreados es el mismo descrito anteriormente. De igual forma, se puede plantear el modelo para modo de conducción discontinua (DCM), partiendo primero de la definición de las matrices y ecuaciones de estado para modo de conducción discontinua así:

$$\dot{X}(t) = A_{ON}X(t) + B_{ON}U(t) \quad t_0 + nT_s \leq t < (n+D)T_s + t_0$$

$$\dot{X}(t) = A_{OFF}X(t) + B_{OFF}U(t) \quad t_0 + (n+D)T_s \leq t < (n+Dc)T_s + t_0 \quad (11)$$

$$\dot{X}(t) = A_{DCM}X(t) + B_{DCM}U(t) \quad t_0 + (n+Dc)T_s \leq t < (n+1)T_s + t_0$$

$$X(t_0) = X_0$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$0 \leq D \leq 1 \quad 0 \leq Dc \leq 1 \quad Dc > D$$

Donde:

$X(t)$, $U(t)$, T_s , D , X_0 , $A_{\{ON\}}$, $B_{\{ON\}}$, $A_{\{OFF\}}$ y $B_{\{OFF\}}$ son los mismos definidos para CCM. $A_{\{DCM\}}$ y $B_{\{DCM\}}$ son las matrices constantes del sistema cuando $i_L=0$; D_C es el punto cuando $i_L=0$, y realizando el procedimiento de forma similar al modo de conducción continua, considerando también que $T_p=NT_s$, se obtiene el modelo generalizado para conducción discontinua dado por:

$$X(k+1T_p) = T_D^N(D, T_s)X(kT_p) + \sum_{i=0}^{N-1} T_D^i(D, T_s) F_D(D, T_s)U(kT_p); \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Donde:

$$T_D^i(D, T_s) = e^{iA_{DCM}(1-D_C)T_s} e^{iA_{OFF}(D_C-D)T_s} e^{iA_{ON}DT_s}$$

$$F_D(D, T_s) = \int_{D_C T_s}^{T_s} e^{iA_{DCM}(T_s-\tau)} B_{DCM} d\tau + e^{A_{DCM}(1-D_C)T_s} \int_{DT_s}^{D_C T_s} e^{A_{OFF}(D_C T_s-\tau)} B_{OFF} d\tau + e^{A_{DCM}(1-D_C)T_s} A_{OFF}(D_C-D)T_s \int_0^{DT_s} e^{A_{ON}(DT_s-\tau)} B_{ON} d\tau$$

Se considera en este modelo que $D_C=1$; es decir, se está trabajando en modo de conducción continua o en el límite del modo de conducción continua, entonces se obtiene el mismo modelo dado por (9), lo que quiere decir que este modelo sirve igual para el trabajo en modo de conducción continua y para el trabajo en modo de conducción discontinua. Si se considera $N=1$, es decir $T_p=T_s$, se obtiene el mismo modelo de muestreo de datos de (Fang, 1997) para modo de conducción discontinua.

4. MODELO DISCRETO GENERALIZADO DE SISTEMAS DE ESTRUCTURA VARIABLE

Para convertidores de potencia, se puede plantear un modelo generalizado para G posibles configuraciones sucesivas, en operación cíclica; es decir, existen G posibles configuraciones, cada una de ellas válida en un intervalo de tiempo. Entonces, planteando el sistema de ecuaciones y configuraciones de conmutación para la i -ésima configuración posible se obtiene (13):

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A_i X(t) + B_i U(t) \\ t_0 + (n + D_{i-1})Ts \leq t < (n + D_i)Ts + t_0 \\ X(t_0) &= X_0: \quad n = 0, 1, 2, \dots \\ 0 \leq D_i \leq 1 \quad D_{i-1} \leq D_i \leq D_{i+1} \\ i &= 1, 2, 3, 4, \dots, G \end{aligned} \quad (13)$$

Donde $X(t)$ es el vector de variables de estados, $U(t)$ es el vector de entrada de alimentación, Ts es el período de conmutación, D_i es el punto de cambio de estructura, X_0 son las condiciones iniciales y A_{i} , B_{i} son las matrices constantes del sistema.

La discretización general del sistema se realiza teniendo en cuenta un retenedor de orden cero y que el período de muestreo es $Tp = NTs$, donde N es un número natural. Realizando el mismo desarrollo anterior, se puede concluir que el modelo discreto generalizado para un sistema multiestructura cíclico está dado por:

$$\begin{aligned} X(k+1Tp) &= T_G^N(D, Ts)X(kTp) + \sum_{i=0}^{N-1} T_G^i(D, Ts) \\ &FG(D, Ts)U(kTp); \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Donde:

$$T_G^i(D, Ts) = \prod_{j=1}^G e^{iA_j(D_j - D_{j-1})Ts} \text{ con } D_0 = 0 \text{ y } D_G = 1 \quad (15)$$

La expansión de esta ecuación se debe realizar hacia la izquierda, es decir:

$$\begin{aligned} T_G^i(D, Ts) &= e^{iA_G(D_G - D_{G-1})Ts} e^{iA_{G-1}(D_{G-1} - D_{G-2})Ts} \\ &\dots e^{iA_2(D_2 - D_1)Ts} e^{iA_1(D_1 - D_0)Ts} \end{aligned}$$

Y finalmente:

$$\begin{aligned} F_G(D, Ts) &= \int_{D_{G-1}Ts}^{Ts} e^{A_G(Ts-\tau)} B_G d\tau + e^{A_G(D_G - D_{G-1})Ts} \\ &\int_{D_{G-2}Ts}^{D_{G-1}Ts} e^{A_{G-1}(D_{G-1}Ts - \tau)} B_{G-1} d\tau \\ &+ e^{A_G(D_G - D_{G-1})Ts} e^{A_{G-1}(D_{G-1} - D_{G-2})Ts} \\ &\int_{D_{G-3}Ts}^{D_{G-2}Ts} e^{A_{G-2}(D_{G-2}Ts - \tau)} B_{G-2} d\tau + \dots \\ &+ e^{A_G(D_G - D_{G-1})Ts} e^{A_{G-1}(D_{G-1} - D_{G-2})Ts} \\ &\dots e^{A_2(D_2 - D_1)Ts} \int_{D_0Ts}^{D_1Ts} e^{A_1(D_1Ts - \tau)} B_1 d\tau \end{aligned}$$

Este modelo general se hace más complejo entre mayor número de configuraciones presente, pero es necesario fijarse en que este modelo generalizado especifica el comportamiento en modo de conducción continua o discontinua, por ejemplo: si se trabaja el modo de conducción discontinua, se tiene que $G=3$, obteniendo el mismo modelo dado por (12), y para el modo de conducción continua se tiene que $G=2$, obteniendo el mismo modelo dado por (9).

Adicionalmente, si se considera el caso en el cual $N=1$ el modelo del sistema multi-estructura estará dado por:

$$\begin{aligned} X(k+1Tp) &= T_G^N(D, Ts)X(kTp) + F_G(D, Ts)U(kTp) \\ k &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (17)$$

5. SIMPLIFICACIÓN DEL MODELO

Debido a la complejidad del algoritmo o de la solución de las diferentes integrales y exponenciales, para cada punto de operación (D), se plantea una simplificación del modelo generalizado, se procede a utilizar la aproximación cuadrática de la exponencial; es decir, de la ecuación (18) sólo se tendrán en cuenta los términos, máximo, hasta de segundo orden para Ts , las potencias superiores serán despreciadas, con lo cual la aproximación de la exponencial será dada por (19).

$$e^{AT} = I + AT + \frac{A^2T^2}{2!} + \frac{A^3T^3}{3!} + \frac{A^4T^4}{4!} + \dots \quad (18)$$

$$e^{AT} \approx I + AT + \frac{A^2T^2}{2!} \quad (19)$$

Adicionalmente, como se ha considerado que la entrada $U[kTp]$ y $D[kTp]$ son constantes en el intervalo de muestreo para (14), y asumiendo que la frecuencia de corte (f_c) del sistema es mucho menor que la frecuencia de conmutación (f_s), se puede obtener la simplificación de la ecuación (15), obteniendo la aproximación:

$$\begin{aligned} T_G^i(D, Ts) &\approx I + \sum_{j=1}^G [iA_j(D_j - D_{j-1})Ts \\ &+ (iA_j(D_j - D_{j-1})Ts)^2/2] + i^2Tg(D, Ts)Ts^2 \end{aligned} \quad (20)$$

Donde $T_g(D, Ts)$ está determinada por:

$$T_g^i(D, Ts) = \sum_{\substack{x=2 \\ y=1}}^{G-1} [A_x A_y (D_x - D_{x-1})(D_y - D_{y-1})]; \quad x > y$$

Y finalmente, la simplificación de (16) se obtiene como:

$$\begin{aligned} F_G(D, Ts) &\approx \sum_{i=1}^G \left[(D_i - D_{i-1})Ts + \frac{A_i Ts^2}{2} (D_i - D_{i-1})^2 \right] B_i \\ &+ \sum_{j=2}^G [A_j (D_j - D_{j-1})F_j(D, Ts)Ts^2 \end{aligned} \quad (21)$$

Donde $F_j(D, Ts)$ está determinada por:

Un ejemplo de este modelo se puede trabajar si se supone $G=2$ (dos configuraciones posibles para el circuito), $N=1$; es decir, se tiene que la frecuencia de conmutación es igual a la frecuencia de muestreo, caso en el que el modelo estará dado por la ecuación (17), y las matrices $T_2^i(D, Ts)$ y $F_2(D, Ts)$ estarán dadas por:

$$T_2^i(D, Ts) \approx I + iA_1(D_1 - D_0)Ts + \frac{(iA_1(D_1 - D_0)Ts)^2}{2} + iA_2(D_2 - D_1)Ts + \frac{(iA_2(D_2 - D_1)Ts)^2}{2} + i^2A_2A_1(D_2 - D_1)(D_1 - D_0)Ts^2 \quad (22)$$

Y

$$F_2(D, Ts) \approx (D_1 - D_0)TsB_1 + \frac{A_1Ts^2}{2}(D_1 - D_0)^2B_1 + (D_2 - D_1)TsB_2 + \frac{A_2Ts^2}{2}(D_2 - D_1)^2B_2 + A_2B_1(D_2 - D_1)(D_1 - D_0)Ts^2 \quad (23)$$

Como se puede observar en estas ecuaciones, $D_0=0$ y $D_2=1$. Si en las ecuaciones (22) y (23) se desprecian las potencias de Ts , el modelo obtenido será el mismo a la expresión aproximada obtenida en (Martinelli, 1984; Verghese, 1989, y Yaakov, 1991).

6. VALIDACIÓN DEL MODELO

Para poder aplicar el modelo propuesto a cualquier sistema de estructura variable, se debe comprobar su efectividad. Aquí se aplica el modelo a un convertidor de potencia buck, basado en modulación de ancho de pulso PWM, con frecuencia de conmutación fija. Primero se toma el modelado de los convertidores básicos, para lo cual es sabido que, generalmente, como la frecuencia de conmutación es alta, el valor del voltaje de la salida puede ser dado o estimado de los valores de la fuente, del ciclo útil y de los parámetros del circuito. En segundo lugar, es probada su efectividad con un sistema de tres configuraciones.

6.1 Convertidores de potencia DC/DC Buck en CCM

Primero, se toma el convertidor DC/DC Buck, presente en la figura 1, en modo de conducción continua CCM. Para obtener el modelo de este circuito, se pueden obtener las ecuaciones de estado de forma matricial, como se representa en (8). Para este caso se toman como variables de estado la corriente en la bobina y el voltaje en el condensador; es decir, el vector de estado es $X(t)=[i_L \ v_C]$. Entonces, se revisan las dos posibles configuraciones que se pueden presentar en este convertidor:

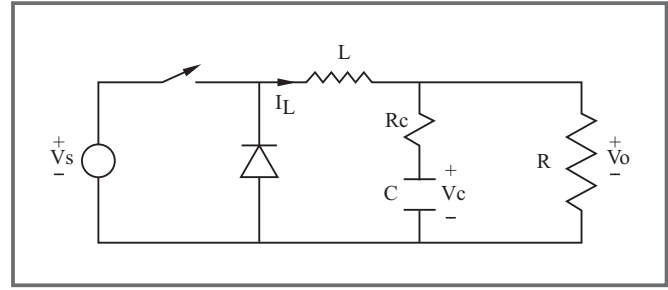


Figura 1. Convertidor de Potencia DC/DC Buck

ESTADO	INTERRUPTOR	DIODO
ON	ON	OFF
OFF	OFF	ON

Con lo cual se obtiene, para los diferentes estados:

Modelo para estado ON:

$$t_0 + nTs \leq t < (n + D_1)Ts + t_0$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{RR_c + RR_l + R_c R_l}{L(R+R_c)} & -\frac{R}{L(R+R_c)} \\ \frac{R}{C(R+R_c)} & -\frac{1}{C(R+R_c)} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_s \quad (24)$$

Modelo para estado OFF:

$$t_0 + (n + D_1)Ts \leq t < (n + D_2)Ts + t_0$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{RR_c + RR_l + R_c R_l}{L(R+R_c)} & -\frac{R}{L(R+R_c)} \\ \frac{R}{C(R+R_c)} & -\frac{1}{C(R+R_c)} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_s \quad (25)$$

Con este modelo, entonces se reemplazan los datos presentes en las ecuaciones por los valores: $R=100\Omega$, $r_c=0\Omega$, $r_l=0\Omega$, $L=0.4mH$, $C=10\mu F$, $V_g=10V$, $D=0.7$, $X_i=[0 \ 0]^T$, $Ts=1/60000$, $N=10$, $Tp=N*Ts$, $N=10$, con los cuales se realiza la simulación del modelo continuo del convertidor (24, 25) y el modelo propuesto (14). Obteniendo como resultado que el modelo propuesto y el modelo continuo presentan un error máximo del 0,5 %, así como se observa una gran similitud en la respuesta transitoria, figuras 2 a 4.

6.2 Sistema de estructura variable de tres configuraciones

Ahora se toma un sistema de tres estructuras cíclicas, como se presenta por los estados del sistema presentes en A_1, A_2, A_3, B_1, B_2 y B_3 . Igual que en el caso anterior, se realiza la simulación, obteniendo los resultados presentes en (5), con los siguientes datos: $D_0=0$, $D_1=0,4 - 0,8$, $D_2=0,8 - 0,9$, $D_3=1$, y $N=1$, obteniendo un error máximo en los estados del 2 %.

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 100000 & -1000 \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (26)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1000 \end{bmatrix}; \quad B_2 = B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

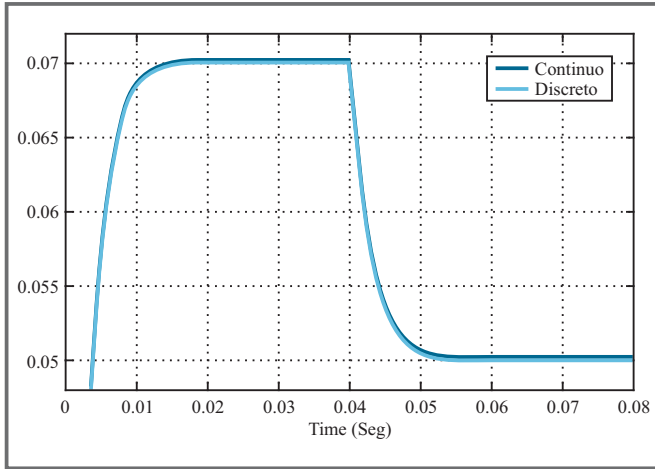


Figura 2. Convertidor de potencia DC/DC Buck, Variable X1.

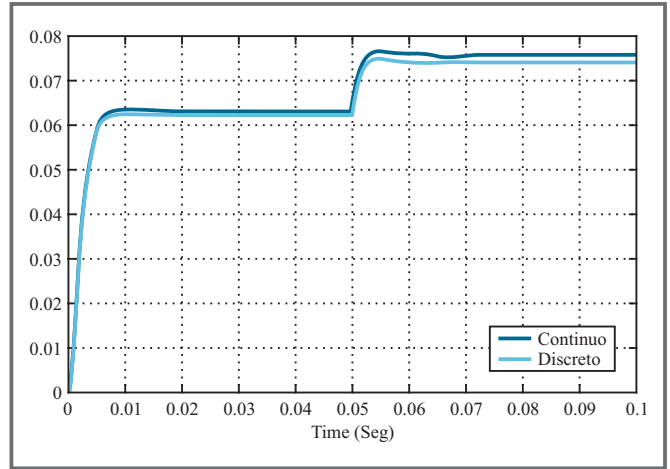


Figura 5. Variable X_1 del sistema (26).

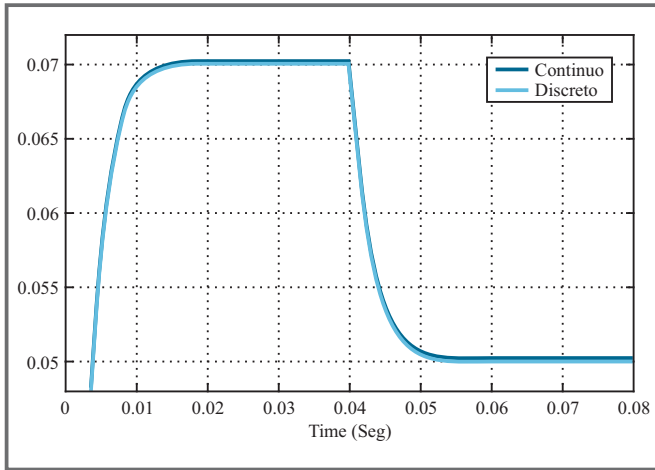


Figura 3. Convertidor de potencia DC/DC Buck, Variable X2.

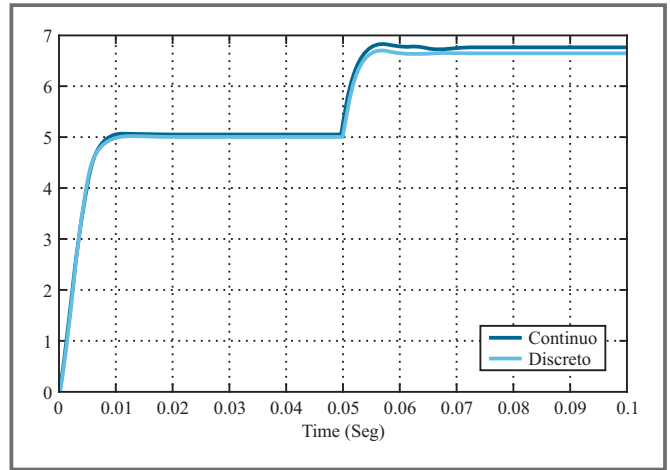


Figura 6. Variable X2 del sistema (26).

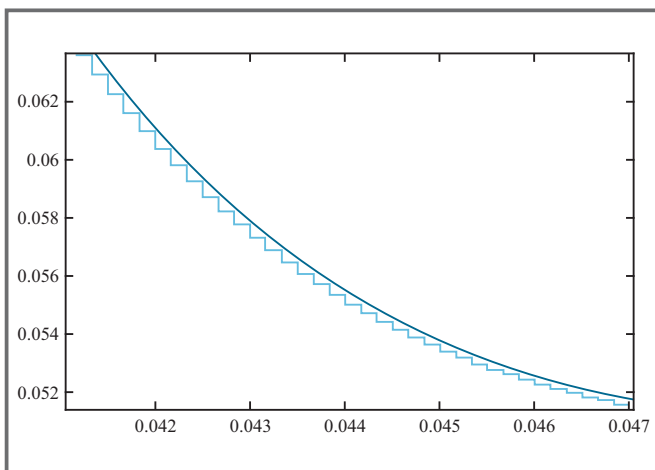


Figura 4. Convertidor de potencia DC/DC Buck, Ampliación de la variable X2.

7. RESULTADOS

Los resultados de las simulaciones se ilustran en las figuras 2 a 6. Allí se observa la validación del modelo propuesto a baja frecuencia. Siempre que se cumpla que $T_p = NT_s$, se puede realizar la simulación usando valores diferentes para N , siempre y cuando el teorema del muestreo se cumpla. Si el teorema no se satisface, el modelo es impreciso. Si este teorema se cumple, el modelo puede ser utilizado para diseño y control del sistema de estructura variable. Este modelo puede ser usado especialmente en sistemas de control digital para evaluar el desempeño del algoritmo de control. Esta aproximación requiere un menor costo computacional y es más rápida. El modelo propuesto se simula para diferentes número de valores de N , de 1 a 20, así como para diferentes números de configuraciones, mostrando un gran desempeño y validando el modelo propuesto.

8. CONCLUSIÓN

En este artículo se presenta un modelo discreto generalizado para sistemas de estructura variable, en los que el período de muestreo tiene que ser múltiplo del período de conmutación del sistema. El modelo propuesto está diseñado utilizando retenedor de orden cero, y asume operación cíclica del sistema. El modelo puede ser aplicado a cualquier tipo de sistema de estructura variable, si en este se tienen en cuenta las consideraciones antes mencionadas. El modelo fue validado y presentó error inferior al 2%, lo que demuestra que puede ser aplicado en sistemas de control, para determinar el comportamiento del sistema discreto en los instantes de muestreo, pero no se puede usar para determinar o realizar un análisis al interior del intervalo de muestreo.

9. REFERENCIAS

- Brown, A. R. and Middlebrook, R. D. (1981) Sampled-data modeling of switching regulators. IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC) Rec. pages 349-369
- Burdio, José and Martínez, Abelardo. (1995) A unified discrete-time state-space model for switching converters. IEEE Transactions on Power Electronics, 10(6): 694-707.
- Chen, Chi-Tsong (1999) Linear system theory and design. Oxford University Press, New York, 3 edition.
- Fang, Chung-Chieh (1997) Sampled-data analysis and control of DC-DC switching converters. PhD thesis, University of Maryland, Maryland, USA.
- Fossard, A. J. et al. (1977) A general linear continuous model for design of power-conditioning units at fixed and free-running frequency. IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC) Rec., pages 113-124.
- García de Vicuña, J. L. (1990) Modelos discretos no lineales para reguladores continua-continua. tesis de PhD Departamento de Ingeniería Electrónica. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España.
- García de Vicuña, J. L. et al. (1992) Computer-aided discrete-time large-signal analysis of switching regulators. IEEE Trans. Power Electronics, 7: 75-82.
- Krein, P. T. and Bass, R. M. (1990) Geometric formulation, classification and methods for power electronic systems. IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC) Rec. pages 499-505.
- Kislovski, A. S. (1982) General small-signal analysis method for switching regulators. Proc. PCI, pages 1-15.
- Kislovski, A. S.; Redl, R. and Sokal, N.O. (1991) Dynamic analysis of switching-mode DC/DC converters. New York, Van Nostrand Reinhold.
- Lee, F. C. et al. (1979) Generalized computer aided discrete-time modeling and analysis of dc-dc converters. IEEE Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum, IECI-26: 58-69.
- Louis, J. P. (1983) Non-linear and linearized models for control systems including static converters. Proc. 3rd. IFAC Symp. Control in Power Electronics and Electrical Drives, pages 9-16.
- Lutz, R. Von y Grotzbach, M. (1985) Straightforward discrete modeling for power converter systems. IEEE. Power Electronics Specialists Conf. (PESC) Rec., pages 761-770.
- Martinelli, R.M. (1984) A state variable modeling technique for personal computer simulation of converter dynamic properties. Proc. Powercon, 11(H3): 1-9.
- Middlebrook, R. D. and Cuk, S. (1976) A general unified approach to modelling switching- converter power stages. IEEE Power Electronics specialists Conf. Rec. pages 18-34.
- Middlebrook, R. D. and Cuk, S. (1977) A general unified approach to modelling dc-to dc converter in discontinuous conduction mode. IEEE Power Electronics specialists Conf. Rec, pages 36-57.
- Ogata, K. (1987) Discrete-time control systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Prajoux, R.; Marpinard, J. C., et Jalade, J. (1976) Etablissement de modèles mathématiques pour régulateurs de puissance à modulation de largeur d'impulsions (pwm). pti: Modèles discrets. ESA Sci. Tech. Rev. 2: 25-42.
- Shortt, D. J. and Lee, F. C. (1983) Extensions of discrete-average models for converter power stages. IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC) Rec., pages 23-37.
- Verghese, G. C.; Elbuluk, M. E., and Kassakian, J.G. (1986) A general approach to sampled-data modeling for power electronic circuits. IEEE Trans Power Electronics, PE-1: 77-89.
- Verghese, G. C.; Bruzos, C. A., and Mahabir, K. N. (1989) Averaged and sampled-data modeling for power electronic circuits. IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC) Rec., pages 484-491.
- Wood, P. (1979) General theory of switching power converters. IEEE Power Electronics specialists Conf. (PESC) Rec., pages 3-10.
- Wood, P. (1981) Switching power converters. New York, Van Nostrand Reinhold.
- Yaakov, Sam Ben and Huliehel, Fakhralden. (1991) Low-frequency sampled data models of switched mode dc-dc converters. IEEE Transactions on Power Electronics, 6(1):55-61.