

DISPERSIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS EN COBERTURAS VEGETALES

(Electromagnetic wave scattering in vegetal coverage's)

Andrés Fernando Jiménez López

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Grupo de investigación en procesamiento de señales DSP-UPTC, andresfejim@gmail.com

(Recibido 7 de octubre de 2009 y aceptado 3 de marzo de 2010)

<p>Resumen: En este trabajo se presenta un estudio de la interacción de las ondas electromagnéticas con hojas caducas y coníferas, en las longitudes de las microondas, mediante la teoría de la dispersión (<i>scattering</i>) de la electrodinámica. Se inicia con una breve explicación de los conceptos básicos de teledetección, seguido del estudio de la teoría de mezcla de dieléctricos en materiales vegetativos, y se finaliza con el desarrollo matemático de la ecuación integral de Helmholtz, que relaciona el campo dispersado (<i>Scattering</i>) de la zona lejana, con el campo inducido sobre un dispersor vegetativo.</p>	<p>Abstract: In this work one presents a study of the interaction of the electromagnetic waves with caduceus and coniferous leaves in the microwaves lengths, by means of the electrodynamics scattering theory. It begins with a brief explanation of the basic concepts of remote sensing, followed by the study of the dielectric mixture theory in vegetative materials and it finishes with the mathematical development of Helmholtz's Integral equation, which relates the scattered field of the distant zone, with the field induced on a vegetative scatterer.</p>
<p>Palabras clave: dispersión, vegetación, ondas, electrodinámica.</p>	<p>Key words: scattering, vegetation, waves, electrodynamics.</p>

1. INTRODUCCIÓN

La agricultura de precisión nació a finales de los años 80 y principios de los 90, en los EE.UU. Su objetivo es ajustar el uso de entradas agrícolas y métodos de manejo agrícola, para adaptarlos a la heterogeneidad presente en el suelo o cultivo (Srinivasan, 1999). En otras palabras, la agricultura de precisión promete revolucionar las técnicas convencionales de cultivo para conseguir una mayor rentabilidad, productividad, sostenibilidad, calidad del producto, protección medioambiental, seguridad alimentaria y, finalmente, un mayor desarrollo rural (Robert, 1999). Para conseguir todos estos objetivos, la agricultura de precisión necesita hacer uso de las llamadas tecnologías de la información y las comunicaciones, como los Sistemas de Posicionamiento Global (GPS), los Sistemas de Información Geográfica (SIG), las Tecnologías de aplicación de entradas con Dosis Variable (VRT) y la Teledetección (Bragachini et al., 2006).

En efecto, la teledetección se ha convertido en uno de los pilares más sólidos sobre los que se sustenta la agricultura de precisión. Así, desde el lanzamiento del primer satélite comercial para la observación de la tierra, LANDSAT-1, en 1972, esta ciencia-arte se ha mostrado como una herramienta excelente para monitorizar todos los procesos biofísicos que tienen lugar en nuestro planeta, tanto a una escala global como local (Zurita, 2002).

Para muchas aplicaciones de teledetección, es fundamental registrar una escena con imágenes multispectrales; es decir, múltiples imágenes obtenidas en diferentes bandas espectrales, adquiridas de diferentes formas, como a través de múltiples cámaras o vidicons (cámaras de vídeo), con los correspondientes filtros para seleccionar la longitud de onda de la radiación electromagnética que se desee (Villajos, 2006).

En el estudio de datos de teledetección, se requiere conocer con cierto detalle los fundamentos físicos de la señal que registra el sensor. Si bien esto es cierto en cualquier aplicación de esta técnica, resulta especialmente evidente en el análisis de la cubierta vegetal, en donde los factores que intervienen en la respuesta espectral adquirida por el sensor son especialmente complejos (Prado, 2006).

El fundamento físico de la teledetección o percepción remota es la reflectividad del objeto ubicado a distancia del elemento de sensado. Los sistemas satelitales que se han desarrollado para el seguimiento y caracterización de vegetación, como MODIS y quickBird, Ikonos, Spot y LandSat, trabajan esencialmente en las bandas del espectro electromagnético del: azul, verde, rojo e infrarrojo, y el sistema RadarSat trabaja en las longitudes de onda de las microondas.

El estudio del comportamiento de la radiación electromagnética de las microondas permite la identificación del tipo de cosecha y la etapa de crecimiento, la evaluación del vigor de

cosecha, la identificación y evaluación de daños a cosechas, la estimación de la producción, la estimación de superficies cultivadas y de producción para fines de comercialización y, además, la obtención de la humedad del suelo.

En este trabajo se presenta un estudio de la interacción de las ondas electromagnéticas con hojas caducas y coníferas, en las longitudes de las microondas, mediante la teoría de la dispersión (*scattering*) de la electrodinámica. Se inicia con una breve explicación de los conceptos básicos de teledetección, seguido del estudio de la teoría de mezcla de dieléctricos en materiales vegetativos, y se finaliza con el desarrollo matemático de la ecuación integral de Helmholtz, que relaciona el campo dispersado (*Scattering*) de la zona lejana, con el campo inducido sobre un dispersor vegetativo.

2. SISTEMAS DE TELEDETECCIÓN ACTIVOS Y PASIVOS

Proyectos como MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat y QuickBird son ejemplos del uso de la radiación del espectro visible (0,4-0,7 μm) e infrarrojo (780 nm-1 mm) para caracterización de coberturas terrestres. Estos sistemas se conocen como “Sistemas de teledetección pasivos”, debido a que trabajan con la reflectancia de la radiación proveniente del sol, y su desventaja principal es que la adquisición de información de la superficie terrestre es distorsionada por condiciones atmosféricas y nubes, ocasionando pérdida de información al adquirir las imágenes.

Los Sistemas de teledetección SAR trabajan con el espectro electromagnético de las microondas-radar: (1mm-100cm) y no presentan inconvenientes tan significantes con las nubes y las condiciones atmosféricas, como sí ocurre con los sistemas pasivos. Estos sistemas se conocen como “sistemas de teledetección activos”, debido que ellos mismos generan y reciben la radiación que incide sobre la superficie terrestre. (Moon et al., 2010)

En la Tabla 1. se muestran las longitudes de onda de las bandas del espectro visible (azul, verde, rojo), infrarrojo (NIR, MIR y SWIR) y microondas (bandas X, C, S, L y P), junto con satélites que suministran esta información para el estudio de coberturas vegetales terrestres.

3. MODELAMIENTO DE LAS HOJAS COMO DISPERSORES DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Cada elemento constitutivo de una planta se considera como un dispersor de la radiación electromagnética incidente. Para la vegetación, las hojas coníferas son modeladas como dispersores en forma de agujas; las hojas caducas, como dispersores en forma de discos circulares y, al realizar composición de dispersores de cada especie, se forman conos de agujas o arreglo de discos circulares, como se aprecia en la figura 1.

Tabla 1. Bandas espectrales básicas en sistemas de teledetección

Banda	Longitudes de onda	Sistemas satelitales
Azul	0,4 a 0,5 μm	MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat
Verde	0,5 a 0,6 μm	MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat
Roja	0,6 a 0,7 μm	MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat
Infrarrojo Cercano NIR	780 nm -2,5 μm	MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat
Infrarrojo Medio MIR	2,5 μm a 50 μm	MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat
Infrarrojo Lejano SWIR	50 μm a 1 mm	MODIS, IKONOS, ASTER, LandSat
Banda-X:	2,4 a 3,75 cm	CV-580 y SAR
Banda-C:	3,75 a 7,5 cm	ERS-1 y RADARSAT.
Banda-S:	7,5 a 15 cm	Almaz
Banda-L:	15 a 30 cm	SEASAT y JERS-1
Banda-P:	30 a 100 cm	NASA/JPL AIRSAR

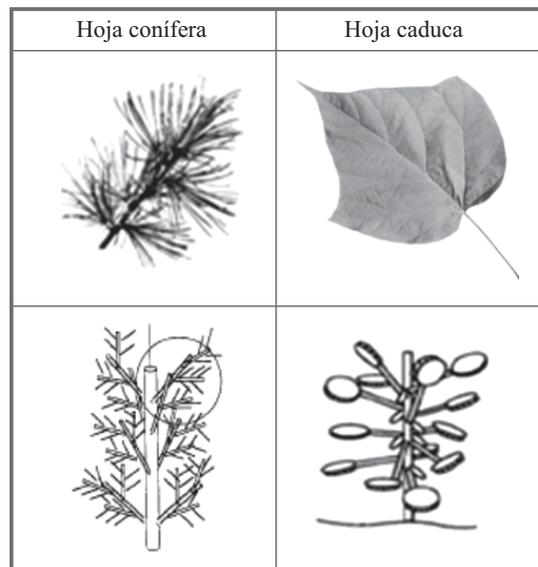


Figura 1. Modelo de hoja caduca y conífera

Para el estudio del comportamiento de dispersión de la radiación electromagnética en las hojas, se debe tener en cuenta que su permitividad efectiva es la mezcla de la permitividad de varios compuestos: agua líquida salina (alta permitividad), materia orgánica (moderada, a baja permitividad) y aire (permitividad de la unidad).

Cuando se trabaja con medios constituidos con varias permitividades, existe la denominada teoría de mezclas (1) y (2).

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{V} (V_1 \epsilon_1 + V_2 \epsilon_2 + V_3 \epsilon_3 + \dots) \quad (1)$$

$$\epsilon_{\text{eff}} = v_1 \epsilon_1 + v_2 \epsilon_2 + v_3 \epsilon_3 + \dots \quad (2)$$

En donde V_i representa el volumen que constituye cada elemento, ϵ_i es la permitividad correspondiente a ese medio, V es el volumen total del medio y ϵ_{eff} es la permitividad efectiva.

Según (Huang, 2006), la teoría de mezclas falla en el estudio de modelos en vegetación, debido a las grandes variaciones en las permitividades y fracciones de volumen (90% de agua), por lo que sugiere una ecuación empírica para obtener la permitividad efectiva en hojas (3).

$$\epsilon_{\text{hoja}} = 0.522(1 - 1.32m_d)\epsilon_{\text{sw}} + 0.51 + 3.84m_d \quad (3)$$

Como aparece en la ecuación (3) que tiene en cuenta las propiedades dieléctricas del agua salada (4).

$$\epsilon_{\text{sw}} = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_s \epsilon_{\infty}}{1 - i\omega\tau} + \frac{i\sigma}{\omega\epsilon_0} \quad (4)$$

Donde ϵ_{∞} es el valor del dieléctrico, en función de altas frecuencias; ϵ_0 es el valor del dieléctrico para frecuencia igual a cero; τ es el tiempo de relajación, y σ es el contenido de materia seca. Según Huang, los valores de estos parámetros deben ser: $\tau = 1.0 \times 10^{-11}$ s, $\epsilon_{\infty} = 5.27$ y $\epsilon_s = 80$.

Al determinar la permitividad efectiva de la hoja, se puede determinar la permitividad relativa, como la razón entre la permitividad de la hoja con la permitividad del aire:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon_{\text{eff}}}{\epsilon_{\text{aire}}} \quad (5)$$

4. ECUACIÓN INTEGRAL DE HELMHOLTZ

La ecuación integral de Helmholtz (6) relaciona el campo dispersado (*Scattering*) de la zona lejana, con el campo inducido sobre un dispersor.

$$\vec{E}_s = \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{k^2}{4\pi} (\vec{I} - \hat{s}\hat{s}) * \iiint (\epsilon_r - 1) \cdot \vec{E}_{\text{in}}(\vec{r}') e^{jk\hat{s}\cdot\vec{r}'} dv' \quad (6)$$

Donde k es el número de onda del medio hospedero (Aire); \vec{I} es la diada unitaria; \hat{s} es la dirección de observación (dirección de dispersión); ϵ_r es la constante dieléctrica de la hoja relativa al medio hospedero (aire); r es la distancia desde el punto de observación de la hoja, en el marco de referencia; $\vec{E}_{\text{in}}(\vec{r}')$ es el campo eléctrico dentro de la hoja, y r' es la distancia desde el origen a la hoja.

La onda plana incidente con representación diádica se expresa de la forma:

$$\vec{E}_i = \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \cdot \vec{E}_o e^{-jk\hat{i}\cdot\vec{r}} \quad (7)$$

Donde E_o es la amplitud del campo eléctrico incidente, $\hat{i}(\theta_i, \phi_i)$ es la dirección de incidencia y \hat{v}_i, \hat{h}_i son los vectores de polarización.

Teniendo en cuenta esta notación, se pueden obtener las ecuaciones 8a, 8b y 8c, representadas en la figura 2, para un dispersor con un eje de simetría alineado con el eje z , y uno o dos de sus dimensiones pequeñas comparadas con la longitud de onda del campo incidente.

$$\hat{i} = \text{sen}\theta_i(\hat{x}\cos\phi_i + \hat{y}\text{sen}\phi_i) - \hat{z}\cos\theta_i \quad (8a)$$

$$\hat{h}_i = \frac{\hat{z} \times \hat{i}}{|\hat{z} \times \hat{i}|} = \hat{y}\cos\phi_i - \hat{x}\text{sen}\phi_i \quad (8b)$$

$$\hat{v}_i = \hat{h}_i \times \hat{i} = -\cos\theta_i(\hat{x}\cos\phi_i + \hat{y}\text{sen}\phi_i) - \hat{z}\text{sen}\theta_i \quad (8c)$$

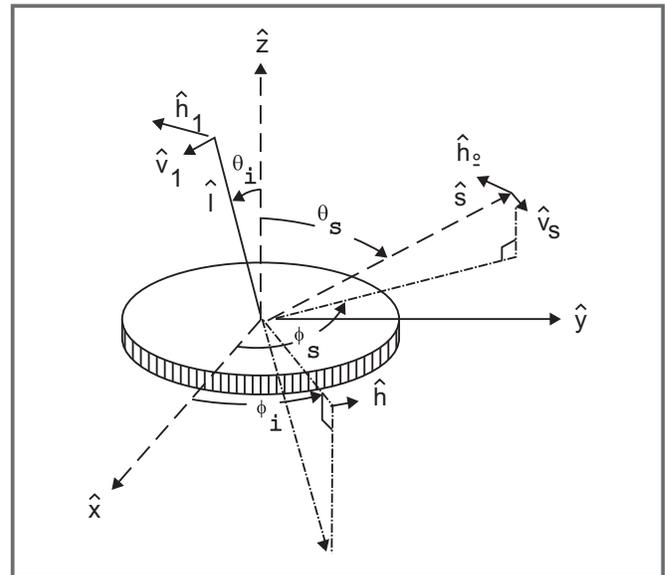


Figura 2. Esquema general de los vectores de incidencia y refracción del modelo para hoja caduca.

Además, se puede estimar el campo inducido en el dispersor como:

$$\vec{E}_{\text{in}}(\vec{r}') = \vec{a} \cdot \vec{E}_i \quad (9)$$

$$\vec{E}_{\text{in}}(\vec{r}') = \vec{a} \cdot \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \cdot \vec{E}_o e^{-jk\hat{i}\cdot\vec{r}'} \quad (10)$$

Donde $\bar{\bar{a}}$, es el tensor de polarizabilidad, y está expresado como:

$$\bar{\bar{a}} = a_T \bar{\bar{I}} + (a_N - a_T) \hat{z} \hat{z} \quad (11a)$$

$$a_T = \frac{1}{(\epsilon_r - 1)g_T + 1} \quad (11b)$$

$$a_N = \frac{1}{(\epsilon_r - 1)g_N + 1} \quad (11c)$$

Donde g_T y g_N se conocen como los factores de desmagnetización y dependen de las dimensiones del dispersor.

Para la estimación del campo inducido, se debe aplicar alguna de las aproximaciones de Rayleigh, para dispersión de ondas electromagnéticas, que pueden ser:

- Estimación Rayleigh: para dispersores muy pequeños;
- La aproximación Rayleigh-Gans-Debye: en la que el índice de refracción es suficientemente pequeño, por lo que existe una reflexión insignificante, o
- La aproximación Rayleigh-Gans-Generalizada: en la que los dispersores tienen una de las dimensiones pequeñas, comparadas a la longitud de onda.

$$KD[(\epsilon_r)^{1/2} - 1] \ll 1 \quad (12)$$

Donde D es la dimensión más pequeña de la hoja (Sarabandi y James, 1995).

Si se emplea la aproximación Rayleigh, la expresión (10) se reduciría a:

$$\vec{E}_{in}(\vec{r}') = \bar{\bar{a}} \cdot \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \cdot \vec{E}_o \quad (13)$$

Pero, para este trabajo, se utiliza la aproximación Rayleigh-Gans-Generalizada (GRG), debido a que una de las dimensiones de las hojas, ya sea para conífera o caduca, es más pequeña que la longitud de onda, por lo cual la expresión (6) quedaría de la forma:

$$\vec{E}_s = \frac{k^2}{4\pi} (\epsilon_r - 1) (\bar{\bar{I}} - \hat{s} \hat{s}) \cdot \bar{\bar{a}} \cdot \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \vec{E}_o \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (14)$$

$$* \iiint e^{-jk\vec{r}' \cdot (\hat{i} - \hat{s})} dv'$$

Que se puede reescribir como:

$$\vec{E}_s = \bar{\bar{F}}(\hat{s}, \hat{i}) \cdot \vec{E}_o \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (15)$$

Donde $\bar{\bar{F}}(\hat{s}, \hat{i})$ es el tensor de amplitud de *scattering* (Mostafa et al., 1998). Empleando los vectores unitarios de los campos incidente y dispersado, en coordenadas cilíndricas (figura 2), se obtiene:

$$\bar{\bar{F}}(\hat{s}, \hat{i}) = \frac{k^2}{4\pi} (\epsilon_r - 1) (\bar{\bar{I}} - \hat{s} \hat{s}) \cdot \bar{\bar{a}} \cdot \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \quad (16)$$

$$* \iiint e^{-jk[u]} \rho' d\rho' dz' d\phi'$$

Donde:

$$u = \rho' \text{sen} \theta_i \cos(\phi_i - \phi') - \rho' \text{sen} \theta_s \cos(\phi_s - \phi') \quad (17)$$

$$- z' (\cos \theta_i - \cos \theta_s)$$

Empleando las funciones de Bessel cilíndricas de orden cero: $J_m(k\rho \text{sen} \theta_i)$ y $J_n(k\rho \text{sen} \theta_s)$ y se realiza la expansión:

$$e^{-jk\rho \text{sen} \theta_i \cos(\phi_i - \phi')} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-j)^m J_m(k\rho \text{sen} \theta_i) e^{jm(\phi - \phi_i)} \quad (18a)$$

$$e^{jk\rho \text{sen} \theta_s \cos(\phi_s - \phi)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(k\rho \text{sen} \theta_s) e^{jn(\phi_s - \phi)} \quad (18b)$$

Luego,

$$\bar{\bar{F}}(\hat{s}, \hat{i}) = \frac{k^2}{4\pi} (\epsilon_r - 1) (\bar{\bar{I}} - \hat{s} \hat{s}) \cdot \bar{\bar{a}} \cdot \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \quad (19)$$

$$\iiint \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-j)^m J_m(k\rho' \text{sen} \theta_i) e^{jm(\phi' - \phi_i)} * \right.$$

$$\left. \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(k\rho' \text{sen} \theta_s) e^{jn(\phi_s - \phi')} * \right.$$

$$\left. e^{z(\cos \theta_i + \cos \theta_s)} \right\} \rho d\rho dz d\phi$$

Obteniendo como resultado:

$$\bar{\bar{F}}(\hat{s}, \hat{i}) = \frac{k^2}{4\pi} (\epsilon_r - 1) v_o (\bar{\bar{I}} - \hat{s} \hat{s}) \cdot \bar{\bar{a}} \quad (20)$$

$$\cdot \sum_{(q=v,h)} \hat{q}_i \hat{q}_i \mu(\hat{s}, \hat{i})$$

Donde v_o es el volumen del dispersor y $\mu(\hat{s}, \hat{i})$ es la función modificada de la amplitud de dispersión Rayleigh o función de interferencia de Debye expresada como:

$$\mu(\hat{s}, \hat{i}) = \frac{2\pi}{v_o} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ e^{jn(\phi_s - \phi_i)} * \quad (21)$$

$$\iint J_n(k\rho' \text{sen} \theta_i) J_n(k\rho' \text{sen} \theta_s) * \quad (21)$$

$$e^{jkz(\cos \theta_s - \theta_i)} \rho' d\rho' dz' \}$$

Para expresar (20) en términos de vectores de campo dispersados, se escribe:

$$\hat{s} = \text{sen}\theta_s(\hat{x}\cos\phi_s + \hat{y}\text{sen}\phi_s) + \hat{z}\cos\theta_s$$

$$\hat{h}_s = \frac{\hat{z} \times \hat{s}}{|\hat{z} \times \hat{s}|} = \hat{y}\cos\phi_s - \hat{x}\text{sen}\phi_s \quad (22)$$

$$\hat{v}_s = \hat{h}_s \times \hat{s} = \cos\theta_s(\hat{x}\cos\phi_s + \hat{y}\text{sen}\phi_s) - \hat{z}\text{sen}\theta_s \quad (23)$$

$$\text{Además, } \bar{1} - \hat{s}\hat{s} = \sum_{p=v,h} \hat{p}_s \hat{p}_s, \quad (24)$$

Y sustituyendo

$$\bar{a} = a_T \bar{1} + (a_N - a_T) \hat{z}\hat{z} \quad (25)$$

El tensor de amplitud de *scattering* se reduce a:

$$F_{pq}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{k^2}{4\pi} v_o(\epsilon_r - 1) \left[\sum_{(p=v,h)} \hat{p}_s \hat{p}_s \cdot a_T \bar{1} \right. \\ \left. + (a_N - a_T) \hat{z}\hat{z} \cdot \sum_{q=v,h} \hat{q}_i \hat{q}_i \right] \mu(\hat{s}, \hat{t}) \quad (26)$$

$$F_{pq}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{k^2}{4\pi} v_o(\epsilon_r - 1) [a_T(\hat{p}_s \cdot \hat{q}_i) + (\hat{p}_s \\ \cdot \hat{x}_3)(\hat{x}_3 \cdot \hat{q}_i) \cdot (\hat{a}_N - \hat{a}_T)] \mu(\hat{s}, \hat{t}) \quad (27)$$

Que para cada tipo de polarización HH (Horizontal-Horizontal), VV (Vertical-Vertical), HV (Horizontal-Vertical) o VH (Vertical-Horizontal) resulta:

$$F_{vv}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{k^2}{4\pi} v_o(\epsilon_r - 1) [-a_T \cos\theta_s \cos\theta_i * \\ \cos(\phi_s - \phi_i) + \text{sen}\theta_s \text{sen}\theta_i a_N] \mu(\hat{s}, \hat{t}) \quad (28a)$$

$$F_{vh}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{k^2}{4\pi} v_o(\epsilon_r - 1) \cos\theta_s \text{sen}(\phi_s - \phi_i) a_T \mu(\hat{s}, \hat{t}) \quad (28b)$$

$$F_{hv}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{k^2}{4\pi} v_o(\epsilon_r - 1) \cos\theta_i \text{sen}(\phi_s - \phi_i) a_T \mu(\hat{s}, \hat{t}) \quad (28c)$$

$$F_{hh}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{k^2}{4\pi} v_o(\epsilon_r - 1) \cos(\phi_s - \phi_i) a_T \mu(\hat{s}, \hat{t}) \quad (28d)$$

En donde existen dos cantidades que dependen de la geometría del dispersor: la función modificada $\mu(\hat{s}, \hat{t})$ y los factores de desmagnetización (\hat{g}_N y \hat{g}_T).

5. ESTIMACIÓN DE LOS FACTORES DE DESMAGNETIZACIÓN Y LA FUNCIÓN DE INTERFERENCIA DE DEBYE

Para el caso de un disco circular (hoja caduca) de espesor $2h$, y radio a , los factores de desmagnetización y la función

de interferencia de Debye se establecen utilizando la aproximación GRG: $2kh(\epsilon_r)^{1/2} \ll 1, h \ll a$, (Mostafa et al., 1998) encontrando que:

$$g_T = \frac{1}{2(m^2 - 1)} \left[\frac{m^2}{\sqrt{m^2 - 1}} \text{sen}^{-1} \left(\frac{\sqrt{m^2 - 1}}{m} \right) - 1 \right] \quad (29)$$

$$g_N = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{m^2 - 1}} \text{sen}^{-1} \left(\frac{\sqrt{m^2 - 1}}{m} \right) \right] m = a/h$$

Y haciendo aproximaciones, la amplitud de dispersión Rayleigh o función de interferencia de Debye se expresaría de la forma

$$\mu(\hat{s}, \hat{t}) \approx \frac{2J_1(Q_{si}a)}{Q_{si}a} \quad (30)$$

Donde:

$$Q_{si} = k \sqrt{\text{sen}^2\theta_s + \text{sen}^2\theta_i - 2\text{sen}\theta_s \text{sen}\theta_i \cos(\phi_s - \phi_i)} \quad (31)$$

Para el caso de una aguja (hoja de conífera) de espesor $2h$ y radio a , los factores de desmagnetización y la función de interferencia de Debye, empleando la aproximación GRG: $2ka(\epsilon_r)^{1/2} \ll 1, a \ll h$ (Mostafa et al., 1989), se encuentra:

$$g_T = \frac{b(b^2 - 1)}{2} \left[\frac{b}{\sqrt{b^2 - 1}} + \frac{1}{2} \log \left(\frac{b - 1}{b + 1} \right) \right]$$

$$g_N = -(b^2 - 1) \left[\frac{1}{2} b \log \left(\frac{b - 1}{b + 1} \right) + 1 \right] \quad (32)$$

$$b = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{h} \right)^2}$$

Realizando algunas operaciones y aproximaciones, se obtiene que la amplitud de dispersión Rayleigh o función de interferencia de Debye se expresaría de la forma:

$$\mu(\hat{s}, \hat{t}) \approx \frac{\text{sen}[kh(\cos\theta_i + \cos\theta_s)]}{kh(\cos\theta_i + \cos\theta_s)} \quad (33)$$

6. ESTIMACIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO Y EL VECTOR DE POINTYNG

Se asume que los campos son armónicos y el medio es homogéneo. Un campo externo, al incidir sobre el cuerpo dieléctrico, induce corrientes y, a su vez, genera un campo magnético armónico.

$$\vec{E}_s(\vec{r}) = \vec{F}(\hat{s}, \hat{t}) \cdot \vec{E}_o \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (34)$$

$$\vec{H}_s(\vec{r}) = \frac{1}{jk\eta\eta_0} \nabla \times \vec{E}_s(\vec{r}) \quad (35)$$

$$\vec{H}_s(\vec{r}) = \frac{1}{\eta\eta_0} \frac{e^{jk\vec{r}}}{kr} \vec{r} \times \vec{F}(\hat{s}, \hat{t}) \quad (36)$$

Donde $\vec{E}_s(\vec{r})$ y $\vec{H}_s(\vec{r})$ son los campos eléctrico y magnético de *scattering* del dispersor.

Hallando el vector de poynting $\vec{H}_s(\vec{r})$ de la onda dispersada:

$$\vec{S}_{av} = \langle \vec{S}_s(t) \rangle = \frac{1}{2} Re\{\vec{E}(w) \times \vec{H}^*(w)\} \quad (37)$$

$$\langle \vec{S}_s(t) \rangle = \frac{r}{2\eta\eta_0 k^2 r^2} |\vec{F}(\hat{s}, \hat{t})|^2 \quad (38)$$

Donde $\langle \vec{S}_s(t) \rangle$ se considera como la densidad de potencia de la onda dispersada, y $\langle \vec{S}_i(t) \rangle$ es la densidad de potencia de la onda incidente. La potencia total que el volumen de la hoja dispersa se calcula de la forma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r^2 \frac{\langle \vec{S}_s(t) \rangle \cdot \vec{r}}{\langle \vec{S}_i(t) \rangle \cdot \vec{k}_i} \quad (39)$$

Luego la sección eficaz *backscattering* quedaría definida como:

$$\sigma_s(\vec{k}_i) = \frac{P_s}{\langle \vec{S}_i(t) \rangle \cdot \vec{k}_i} = \iint \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (40)$$

Resolviendo esta integral, para el caso de polarización lineal, se obtiene la sección eficaz *backscattering* como:

$$\gamma_{pq} = 4\pi |F_{pq}(-\hat{t}, \hat{t})|^2 \quad (41)$$

Y para el caso de la polarización circular:

$$\sigma = \pi |F_{vv}(-\hat{t}, \hat{t}) \pm F_{hh}(-\hat{t}, \hat{t})|^2 \quad (42)$$

Donde \hat{t} es el ángulo de incidencia y de reflexión. De esta forma, se establecen las particularidades de la dispersión de las ondas electromagnéticas con las hojas caducas y coníferas, que son los elementos más simples para el análisis de coberturas vegetales. Este estudio es la primera parte de la investigación para obtener el modelo del comportamiento de la dispersión de las ondas electromagnéticas del espectro de las microondas con el dosel vegetal, estudio de importancia para cualificar y cuantificar parámetros básicos de cultivos, que permitirán determinar deficiencias de las plantas mediante técnicas de análisis de información adquirida por sensores remotos.

7. CONCLUSIONES

Mediante el trabajo desarrollado, se ha encontrado un modelo del comportamiento de la reflectancia de la radiación electromagnética al interactuar con hojas, en la región de las microondas. Para lograrlo, se emplea la teoría de dispersión de

ondas electromagnéticas de la electrodinámica clásica para ondas armónicas.

Es necesario verificar los resultados obtenidos mediante simulaciones y datos de campo, para evaluar la respuesta de los resultados obtenidos para la denominada retrodispersión (*backscattering*).

Este desarrollo matemático es un elemento esencial para proveer modelos de simulación de comportamiento de cultivos y plantaciones agrícolas y como parámetro de correlación de datos satelitales y de campo.

8. REFERENCIAS

- Bragachini M., Méndez A. y Scaramuzza F. (2006) Agricultura de precisión, una realidad en el campo Argentino. Proyecto: Agricultura de Precisión. Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria de Argentina INTA Manfredi. Aplicar eficientemente los agroquímicos. ISBN 987-521-172-9.
- Moon W., Staples G., Kim D., Park S. (2010) RADARSAT-2 and coastal applications: surface wind, waterline, and intertidal flat roughness. proceedings of the IEEE | Vol. 98, No. 5, May 2010.
- Mostafa A., Fung H., Yahia M. (1998) Electromagnetic wave scattering from some vegetation samples. IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. Vol 26. No 6, 1998.
- Mostafa A. Karam, Adrian K. Fung (1989) Leaf shape effects in electromagnetic wave scattering from vegetation. IEEE Transaction on geoscience and remote sensing, pp. 687-697, Vol. 27, No. 6, November 1989.
- Prado E. (2006) Diseño de herramientas informáticas para la utilización de modelos de reflectividad de la vegetación en el entorno docente. Departamento de Geografía Universidad de Alcalá.
- Robert, P. C. (1999) Precision agriculture: research needs and status in the USA. In: Precision agriculture '99 (Ed. J.V. Stafford). Society of Chemical Industry, London. 1:19-33.
- Sarabandi K. and James M. (1995) A rigorous analysis of the generalized Rayleigh-Gans approximation. University of Michigan Radiation Laboratory, IEEE.
- Srinivasan, A. (1999) Relevance of precision farming technologies to sustainable agriculture in Asia and the Pacific. In: sustainable agriculture: possibility and direction. proceedings of the second Asia-Pacific Conference on sustainable agriculture, 18-20 October. Phitsanulok, Thailand. ISBN 974-7579-31-6. P.325-338.
- Villajos O. (2006) Teledetección fundamental. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid.
- Zurita R. (2002). Determinación de variables biofísicas mediante teledetección en el marco de la agricultura de precisión. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos y de Montes, Universidad de Córdoba, Argentina.