



# POBREZA: MEDICIONES DE LA DESIGUALDAD

Computar la Desigualdad  
Mediciones de Desigualdad: ¿Cuál es la diferencia?  
Comparación de mediciones de la desigualdad

*Goetz Kluge*

Versión al Español por:

*Luis R. Becerra*

## RESUMEN ANALÍTICO

Este es el segundo de una serie de traducciones de artículos cuyo autor es Goetz Kluge, residenciado en Munich, Alemania. Este material presenta a la Entropía como una posibilidad de medición de la pobreza en una sociedad, lo cual constituye de por sí un enfoque novedoso.

Recordemos que a lo largo de esta serie de artículos se hace la presentación, análisis y comparación de los coeficientes de Demanda, Reserva, Demanda&Reserva, los coeficientes de Hoover, Coulter, el popular coeficiente Gini, la distancia o redundancia Kullback-Liebler y la Entropía.

En la entrega anterior se incluyeron:

1. La Riqueza y las Personas: Mediciones de la Desigualdad

2. Bibliografía relacionada con la Entropía y la Desigualdad<sup>1</sup>

En este número se publican:

3. Computar la Desigualdad
4. Mediciones de Desigualdad: ¿Cuál es la diferencia?
5. Comparación de mediciones de la desigualdad

El orden original, si es que lo hay en los hipertextos de la WWW, y ciertamente tal orden no es muy claro en las páginas web de Herr Kluge, ha sido reacomodado para una mejor comprensión de los contenidos.

Es ist die Sache der Wenigsten, unabhängig zu sein: - es ist ein Vorrecht der Starken. Und wer es versucht, auch mit dem besten Recht



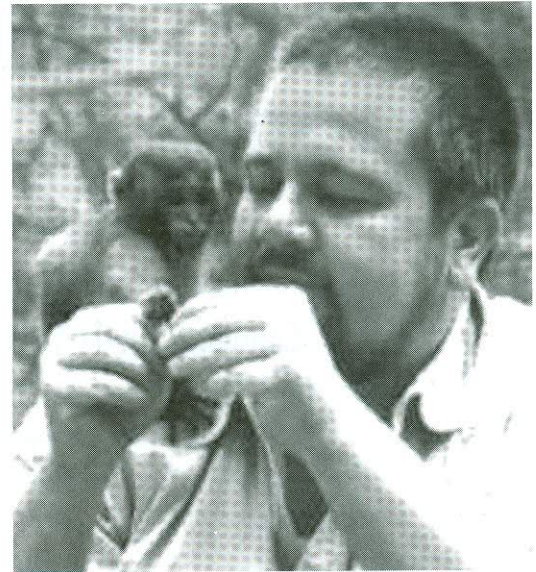
<sup>1</sup> Se ha traducido únicamente los comentarios de Kluge sobre la bibliografía. Los títulos de los libros, textos o documentos se han dejado en su idioma original N.T.

dazu, aber ohne es zu müssen, beweist damit, dass er wahrscheinlich nicht nur stark, sondern bis zur Ausgelassenheit verwegen ist. Er begibt sich in ein Labyrinth, er vertausendfältigt die Gefahren, welche das Leben an sich schon mit sich bringt; von denen es nicht die Kleinste ist, dass keiner mit Augen sieht, wie und wo er sich verirrt.»<sup>2</sup>

¿Tiene curiosidad por leer la traducción? ¡Búsquela en el libro entero! (Es de Friedrich Nietzsche en «Más allá del Bien y del Mal», párrafo 29.)<sup>3</sup>

## Sección: Aficiones raras Computar la Desigualdad

Como ingeniero de comunicaciones me topé con el campo de mediciones de desigualdad sólo por curiosidad y con mucha ignorancia. Cuando buscaba una medición de desigualdad requerida por un amigo, primero comencé con lo que ya conocía: la entropía. Similar a otras mediciones de Igualdad y desigualdad, la entropía entrega un único resultado a partir de un conjunto con, por ejemplo,  $N$  pares de datos que representan a  $N$  grupos, donde cada grupo  $i$  tiene  $A_i$  miembros y una riqueza de grupo  $E_i$ . ( $A$  y  $E$  también podría representar otros objetos). Las mediciones de desigualdad describen con un número simple la desigualdad, por ejemplo, de la



distribución de riqueza en la población. Las medidas de desigualdad son simplificaciones. Esto no es argumento en contra del uso de las mediciones de desigualdad, siempre y cuando usted entienda el trasfondo de estas medidas.

En física una vez aprendí cómo usar la entropía para expresar la igualdad de distribución de estados de partículas en un espacio dado. De manera similar se puede expresar la distribución igual o desigual de información en el tiempo. Algunos piensan que la entropía es algo «místico.» En todo caso, en comunicaciones de datos, la entropía de la información determina la capacidad del canal requerido y por tanto el costo de las transmisiones de datos, lo cual no es místico en absoluto.

<sup>2</sup> Texto en alemán en la versión inglesa. Nota del Traductor.

<sup>3</sup> Comentario de Goetz Kluge. NT





Para algunos la entropía puede parecer tan mística como el nirvana, pero ninguno de los dos lo es: Los Budistas creen en el Nirvana y los astrónomos tratan de determinar si el universo desaparecerá en un estado infinitamente alto de entropía, lo cual es una definición excelente para el nirvana -un estado estable sin una sola fluctuación cuántica-. Este ejemplo no mistifica a la entropía. Pero el concepto de entropía puede desmitificar al Nirvana.

La entropía es real. Como una medida de desorden, la entropía describe cuanto esfuerzo se requiere para manejar el desorden. El tamaño de «las máquinas de clasificación» o «las máquinas de reorganización» es proporcional a la entropía de un sistema que contenga a lo que se va a reorganizar.

**Retomando las mediciones de desigualdad: la máxima entropía** - con respecto a un rasgo definido de items dentro de un sistema- se alcanza en caso de igualdad completa de ese rasgo en todos estos items. Este también es el máximo desorden en el sentido que ningún rasgo distintivo esté disponible para identificar cualquier diferencia entre items, ni para darles un tratamiento diferente, ni permitir que las diferencias causen cualquier efecto, etc. Como la entropía es la medición de la igualdad natural, queda disponible una fundamentación natural para medidas de desigualdad. Basado en esto, resulté con lo que pensé era una buena idea para la econometría: El «coeficiente

Entrópico de la disparidad» (EDC) resultó ser una tan buena idea, pero en todo caso, por supuesto que algunos profesionales más inteligentes en econometría ya habían desarrollado «mi» coeficiente de la entropía: **MacRae** (medida utilizada por Kesselman) y **Theil**. Al EDC -coeficiente entrópico de disparidad- posteriormente lo rebauticé « $Z_{Demand}$ » para mostrar la relación con otros dos coeficientes:  $Z_{Reserve}$  y  $Z_{D\&R}$ .

En  $Z_{D\&R}$  combiné los fundamentos de entropía de Theil y las medidas de MacRae con la simetría del coeficiente Hoover. Pero también este coeficiente resultó ser no tan completamente nuevo. «Mi» nuevo coeficiente de desigualdad se relaciona estrechamente a la distancia  $H_{KL}$  Kullback-Liebler. «En 1951, Solomon Kullback introdujo la divergencia entre dos variables aleatorias. (Esta cantidad es llamada también la entropía cruzada, discriminación, la entropía de Kullback-Liebler, etc.)» dice a Chris Hillman. La distancia Kullback-Liebler es la distancia entre una entropía real de un sistema y la máxima entropía que sea posible para ese sistema. En ciencias de la información tal distancia se llama «redundancia.» El coeficiente de desigualdad relacionado se computa como

$$1 - Z_{KL} = Z_{D\&R} = 1 - \exp(-H_{KL}).$$

Comparando con la redundancia de Theil:

$$1 - Z_{MacRae} = Z_{Demand} = 1 - \exp(-H_{Theil}).$$



¿Cómo comparar los coeficientes de desigualdad de la entropía computados de unos conjuntos de datos con la proporción real de dinero que tendría que ser redistribuida dentro de una población, donde el dinero está desproporcionalmente distribuido con el fin de alcanzar una distribución uniforme? Ésto se resuelve con matemáticas extremadamente simples y por supuesto también ya ha sido hecho por otra persona. En la colección de coeficientes de desigualdad de Lionel Maugis, el coeficiente Hoover ya estaba disponible para computar esa porción. Para mí el coeficiente Hoover es la medida más fácil de entender entre las más o menos 50 mediciones de la desigualdad (Coulter).

En cuanto a las mediciones de la entropía, encontré que ecologistas y bioestadísticos ( así como algunos econometristas con una buena comprensión de la entropía) bastante a menudo usan la entropía Boltzman-Shannon o el coeficiente de Theil para calcular mediciones de desigualdad. No encontré aplicaciones del simple pero directo coeficiente Hoover, pero realmente empleé la mayoría de mi tiempo o con electrónica (transmisión de datos del espectro abierto) o con mi esposa, de modo que es probable que simplemente no hice un buen trabajo de investigación.

Lo que me intrigó fue el uso frecuente por parte de sociólogos y economistas de lo que se conoce como el «coeficiente Gini.» Al contrario de los

otros coeficientes, se tiene que ordenar los datos antes de poder calcular el coeficiente Gini. Este cuestionable (véase también Schaich, Sen y Ward) pero popular coeficiente, es fácil de entender para aquellos que ya conocen algo llamado la «curva de Lorenz.» (Eso no significa que sea fácil de calcular.) Las personas que se sienten cómodas con esa curva, también se sienten cómodas con el uso del coeficiente Gini. El coeficiente Gini no agrega muy bien los datos de los extremos superior e inferior de la riqueza o los ingresos.

Mis páginas web contienen métodos para calcular la desigualdad. También contienen especulaciones sobre cómo interpretar estos métodos. Los métodos son bien aceptados o directamente relacionados con métodos bien aceptados; mis especulaciones, en todo caso, son nuevas y probablemente no cumplen con las normas de los científicos sociales profesionales. Yo sólo tengo tanto o tan poco tiempo para pensar por fuera de mi trabajo como cualquier otro ingeniero que se gana la vida a través de una actividad regular en un laboratorio de electrónica. Siento que a través de la intensidad de mi trabajo el tiempo se aleja de mí, que necesito pensar acerca de los mecanismos que alejan al tiempo de mí.

Estas páginas están abiertas a cualquiera en la web, a aquellas pocas personas más o menos cercanas a mi ambiente de trabajo que no se atreverían a exponer el más leve



pensamiento que pudiera dañar su carrera (pero examinan, sin embargo), y a esos amigos y colegas, que ya comenzaron a pensar por su cuenta. Casi 300 lectores por mes examinan mis páginas sobre igualdad. Algunos de ellos proporcionan cierta retroalimentación. Aunque pienso que mis páginas necesitan mejoras significativas (lo cual no puedo hacer debido a mi trabajo), decidí mantenerlas en la web.

Infortunadamente, hasta ahora, los temas relacionados con la desigualdad no se discuten en público demasiado lúcidamente. (En Alemania el gobierno anterior hasta intentó activamente evitar que se hicieran mediciones de desigualdad). A partir del miércoles 1998/10/14, esto ha cambiado: Amartya Sen obtuvo el premio Nobel 1998 de Economía por sus logros en economía del bienestar. En su página web la Academia Real Sueca hasta explica sus mediciones de desigualdad e indicadores del bienestar. También mencionan a Serge Kolm y Anthony Atkinson. Se olvidaron de mencionar a Henri Theil. Quizás esto también se debe a las dificultades de Sen con la entropía.

Los métodos orientados a la entropía para calcular la desigualdad no son especulaciones y no son nuevos en absoluto. Los desarrollé yo mismo en mi nicho de ingeniero antes de

enterarme posteriormente que ya habían sido desarrollados con anterioridad por sociólogos y econométricos. Pero está bien que se haya alcanzado los mismos resultados a partir de diferentes antecedentes. En cuanto a los métodos (fórmulas), es fácil verificar si tengo razón o no. Fueron mis pensamientos acerca de la desigualdad los que me llevaron a las mismas medidas que fueron desarrolladas por Theil, MacRae, Kullback y Liebler. Así, hay alguna oportunidad también de que mis interpretaciones especulativas (es decir, las sociedades equivalentes) de estos coeficientes de desigualdad no sean totalmente incorrectas.<sup>4</sup>

## MEDICIONES DE DESIGUALDAD

### ¿Cuál es la diferencia?<sup>5</sup>

«Nuevo» o «diferente» no siempre significan mejor. Pero los puntos siguientes quizás agregarían algunos aspectos nuevos y útiles al campo de mediciones de la desigualdad:

**Entropía:** En lugar de usar el coeficiente Gini tiene más sentido usar la entropía para describir la desigualdad, porque la entropía en sí misma ya es una medida de igualdad del mundo real. (Si, no obstante, los datos del estrato superior de la riqueza o del ingreso faltan o no son fiables, el coeficiente Gini puede ser

<sup>4</sup> (c) Munich, 1998/ 12/ 06, Goetz Kluge

<sup>5</sup> (c) Munich, 1999/ 03/ 28, Goetz Kluge



un indicador útil.) Usar la entropía para describir la desigualdad no es novedoso: Las mediciones de la desigualdad de Theil y MacRae ya se basan desde tiempo atrás en la entropía. Como nuevo se puede considerar la interpretación de las mediciones de entropía que vinculan a:

1. el coeficiente de la Demanda (derivado de la redundancia de Theil y del coeficiente de MacRae): a los conceptos de capitalismo, individualismo y mercado libre;
2. el coeficiente de la Reserva (la redundancia de Theil y el coeficiente de MacRae con datos de entrada intercambiados): a socialismo, colectivismo y economía planificada;
3. el coeficiente D&R (derivado de la redundancia Kullback-Liebler, que combina las dos mediciones de entropía previamente mencionadas): a una economía social de mercado.

La entropía es la medida natural para el desorden. El verbo «entrepein» («εντρεπειν» utilizado por Rudolf Clausius, 1865) significa «convertir,» por ejemplo, la conversión de orden a desorden, de concentración a distribución uniforme, de desigualdad a igualdad. Si la materia o energía se distribuye dentro de un sistema, la entropía es la medida de cuanto del sistema ya se ha redistribuido dentro del sistema de la

desigualdad (entropía baja) hacia la igualdad (entropía alta).

Si la desigualdad es cero, la entropía es cero. Cuando se mueve (el desorden, menor estructura) hacia la igualdad, se acrecenta la entropía. Al contrario de la entropía, la redundancia es una medida que se incrementa cuando se mueve (el orden, mayor estructura) de la igualdad hacia la desigualdad. Si la igualdad es cero, la redundancia es cero. Para un sistema dado su redundancia termodinámica  $R \times k$  (con  $k$  siendo la constante de Boltzmann) es igual a su máxima entropía menos su entropía:  $R \times k = S_{\max} - S$ .

La entropía no es «mística.» No es sólo conocida en termodinámica, sino también en transmisión de datos y emisión radial moderna. Aquí la entropía de la señal transmitida no debe ser mucho más baja que la entropía de la información transmitida, ya que la entropía decreciente (por debajo del nivel requerido) siempre acrecenta los costos. Los ecologistas, quienes siempre se sienten cómodos con el pensamiento interdisciplinario, usan fácilmente la entropía como una medida natural -sin mucho alboroto- para caracterizar desigualdades, biodiversidades, etc.

Ciertamente la riqueza y las personas son diferentes a las partículas, que libre e independientemente saltan por el espacio de un modelo teórico



al que primero se había aplicado el concepto de la entropía. En un juego con jugadores inteligentes no es «natural» obtener igualdad como resultado de una distribución aleatoria. Esto es exactamente el por qué el uso de la entropía como una medida de desigualdad nos habilita a expresar la diferencia entre el comportamiento económico y el comportamiento al azar. También podría ayudarnos a encontrar empíricamente un grado cómodo de desigualdad. Confortablemente nos ubicaríamos en alguna parte entre quedar paralizados por la igualización socialista en un lado extremo y ser empujados a la violencia por la acumulación anarquista de riqueza por el otro lado.

### Más: Entropía, Logaritmos, Sistemas Abiertos<sup>6</sup>

\* **Ósmosis:** Cuando se usa la entropía, también se debe entender la ósmosis -aunque esto puede desestimular aún más a aquellos que ya han tenido dificultades para entender y aceptar a la entropía en Economía y Sociología. En cuanto a la ósmosis, uno tiene que considerar, cuales «partículas» difusas se disuelven en qué «solvente.» En ósmosis el solvente puede moverse entre áreas que están separadas por membranas semipermeables, mientras que las partículas disueltas no pueden cruzar

esa barrera. Así, las concentraciones de partículas en ambos lados de una barrera (membrana semipermeable) se pueden cambiar si el solvente puede pasar a través de la barrera.

Considerando la ósmosis, la entropía de las mediciones de desigualdad se pueden interpretar como descriptora de las concentraciones (entropías por debajo del máximo) que desaparecerían si se removieran todas las barreras entre la riqueza (dinero u otros recursos) así como todas las barreras entre las personas. Imaginemos las clases sociales (es decir, las distinciones por riqueza) como separadas por «barreras semipermeables.» Los cambios en Concentración ocurren si las personas y/ o la riqueza se pueden movilizar por estas barreras:

#### 1. Coeficiente de Demanda:

Reasignación de personas a riqueza (personas= «solvente» pasando a través de la barrera). Aquí  $Z_{Demand} = 1 - Z_{MacRae}$  se puede usar para expresar en una sociedad virtual equivalente con riqueza «disuelta» entre personas, cuál porción de personas está asignada en forma pareja por derechos de propiedad a toda la riqueza y cuál porción de personas no tiene asignada riqueza alguna (pero está a disposición del capital para conseguir trabajo).

<sup>6</sup> Para saber más: Distribución especial Equivalente. Literatura en ósmosis: Fermi, 1937



## 2. Coeficiente de la Reserva:

Reasignación de riqueza a las personas (riqueza= «solvente» pasando a través de la barrera). Aquí el  $Z_{Reserve}$  (el  $Z_{Demand}$  con datos de entrada intercambiados) se puede usar para expresar en una sociedad virtual equivalente con personas «disueltas» en la riqueza, cuál porción de riqueza está asignada en forma pareja por derechos de propiedad a todas las personas y cuál porción de riqueza no está asignada a persona alguna (pero está disponible a la sociedad para el comercio).

## 3. Coeficiente D&R: Reasignación de riqueza a las personas y de personas a la riqueza (movilidad para personas y para riqueza). Esto es lo que observamos en la vida real. Dentro de las mediciones de desigualdad conocidas, solo $Z_{Hoover}$ y $Z_{Coulter}$ están disponibles para expresar la redistribución potencial resultante de las desigualdades de distribución de riqueza móvil (u otros recursos) entre personas móviles. Interesantemente, el elemento central «desbalance» $d_i = A_i / A_{tot} - E_i / E_{tot}$ del coeficiente Hoover aparece de nuevo en $1 - Z_{D\&R}$ que es la media geométrica de $Z_{MacRae}$ con datos de la entrada inalterados y $Z_{MacRae}$ con datos de entrada intercambiados: $Z_{D\&R} = 1 - ((1 - Z_{Demand}) \times (1 - Z_{Reserve}))^{1/2}$ . $Z_{D\&R}$ se puede interpretar como la variación de la entropía de $Z_{Hoover}$ . También, $Z_{D\&R}$ es el resultado de transformar la distancia

normalizada Kullback-Liebler ( $R_{KL}$ / una redundancia) del dominio de la entropía en el dominio de la distribución:  $Z_{D\&R} = 1 - \exp(-R_{KL})$ .

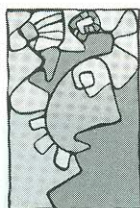
En un sistema consistente sólo de riqueza no inteligente (E) y personas inteligentes (A), la búsqueda de una redistribución en cuanto a ósmosis ayuda a distinguir entre dos casos extremos y a crear un tercer caso:

**Mérito:** Si la riqueza no inteligente no puede circular y las personas inteligentes sí, el resultado es una distribución determinada por las personas.

**Suerte:** Si la riqueza no inteligente es móvil y las personas inteligentes no se pueden mover, el resultado es una distribución arbitraria entre la población.

**Suerte y Mérito:** Si tanto la riqueza no inteligente como las personas inteligentes son móviles, coexisten una distribución arbitraria y otra determinable. Ésta es la realidad.

\* *Sociedades con distribuciones equivalentes:* Además de usar las mediciones de desigualdad uno también podría crear una distribución simple de ejemplo (en una sociedad virtual consistente de sólo dos grupos) por una medición dada de desigualdad, lo cual da un cuadro alternativo acerca de lo que implica esa medición de desigualdad. Por eso mostré cómo crear tales ejemplos





equivalentes para una medición dada de desigualdad.

\* **Tamaño del grupo variable:** Cuando se computan mediciones de desigualdad, se calcula la entropía de un grupo unificado confeccionado de varios grupos (percentiles o cuartiles). A menudo las mediciones de desigualdad solo se describen a partir de grupos con una cantidad igual de miembros. En sus fórmulas la cantidad de percentiles aparece como  $N$ . De cualquier modo, todos los 6 coeficientes descritos en esta página web ofrece variabilidad en el tamaño del grupo.

\* **Distribución de datos multivariados:** Las mediciones de desigualdad también se pueden aplicar a datos multivariados.

\* **Reserva y demanda:** ¿Es la desigualdad «mala»? ¿Es la igualdad «buena»? La interpretación de las mediciones de desigualdad como indicadores para reservas y demanda podría aplacar el calor de la discusión y podría permitir que nos enfocáramos en el asunto, por encima del nivel del calor causado por la desigualdad se hace demasiado alto y por debajo del nivel en que una economía se enfría hacia el estancamiento. Si hay un rango de desigualdad que pudiese mapearse a un rango comportamental entre la rebelión y el estancamiento, entonces se requiere que la investigación empírica encuentre el centro seguro de ese rango.

«...una cierta percepción de inequidad es un ingrediente común de rebelión en las sociedades.»

(Amartya Sen, 1973)

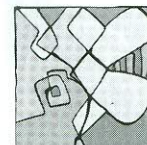
### Comparación de mediciones de la desigualdad

Primero, algunas explicaciones generales:

**Desigualdad e Inequidad:** Philip B. Coulter define «la desigualdad» como un caso especial de «inequidad.» Si entiendo a Coulter correctamente, entonces Inequidad es la desviación de una distribución observada con respecto a cualquier distribución definida de referencia.

La desigualdad es una inequidad por la cual la distribución de referencia es definida por  $A_i / E_i = A_{i+1} / E_{i+1}$ , esto es, todas las porciones son uniformemente distribuidas. En mis páginas web me refiero sólo a la desigualdad. En el caso de que la desigualdad sea una medida relativa, entonces desigualdad = 1-igualdad. En una distribución igualitaria dentro de un grupo, todos los miembros reciben la misma porción. Las equidades, en todo caso, se comparten con base en el valor (percibido) de los individuos receptores. Los valores del ingreso de los miembros del grupo se pueden determinar por mérito.

**¿Desigualdad de qué? :** En el texto siguiente me enfocaré en comparar medidas que se usan para describir la desigualdad o igualdad de



distribución de la riqueza entre personas (o grupos de personas). En otros casos también se usan para calcular la desigualdad de la distribución del ingreso. Son posibles demasiadas aplicaciones completamente diferentes, por ejemplo, en administrar las congestiones de vuelo: «Sea  $E_i$  el efecto de la congestión en un vuelo o un grupo de vuelos, tales como costos o retrasos. Sea  $A_i$  un atributo de este grupo, tal como el número de vuelos en el grupo, y  $N$  el número de grupos de vuelo. Las Distribuciones justas buscan la inequidad mínima.» (Lionnel Maugis).

**Tamaño de Cuartil:** Cuando se investiga la desigualdad de la riqueza, usualmente se estudia la distribución de diferentes niveles de riqueza  $E_i$  para grupos de personas con una cantidad igual  $A_i = A_{i+1}$  de individuos por grupo, este tamaño de cuartil se usa para calcular las mediciones de desigualdad. Las bases de todos los cuartiles tienen el mismo tamaño. Esta restricción no se aplica a las mediciones de desigualdad descritas en mis páginas web.

**Medidas relativas:** Las medidas ( $Z$ ) descritas en mis páginas son todas medidas relativas. Su rango está entre 0 y 1 (0% y 100%). No es requisito normalizar  $E_i$  y  $A_i$  antes de calcular estas mediciones relativas de desigualdad.

Si  $Z$  es un coeficiente de entropía relativo, entonces  $Z$  puede ser trazado<sup>7</sup> desde el dominio de la distribución en el dominio de la entropía utilizando la transformación simple  $H = \ln(1-Z)$ , donde  $H$  es la redundancia relativa.

**Invarianza de escala:** Las medidas  $Z$  son invariables de escala, en el sentido de que multiplicar todos los  $E_i$  y/ o todos los  $A_i$  por cualquier número positivo constante no influye en  $Z$ .

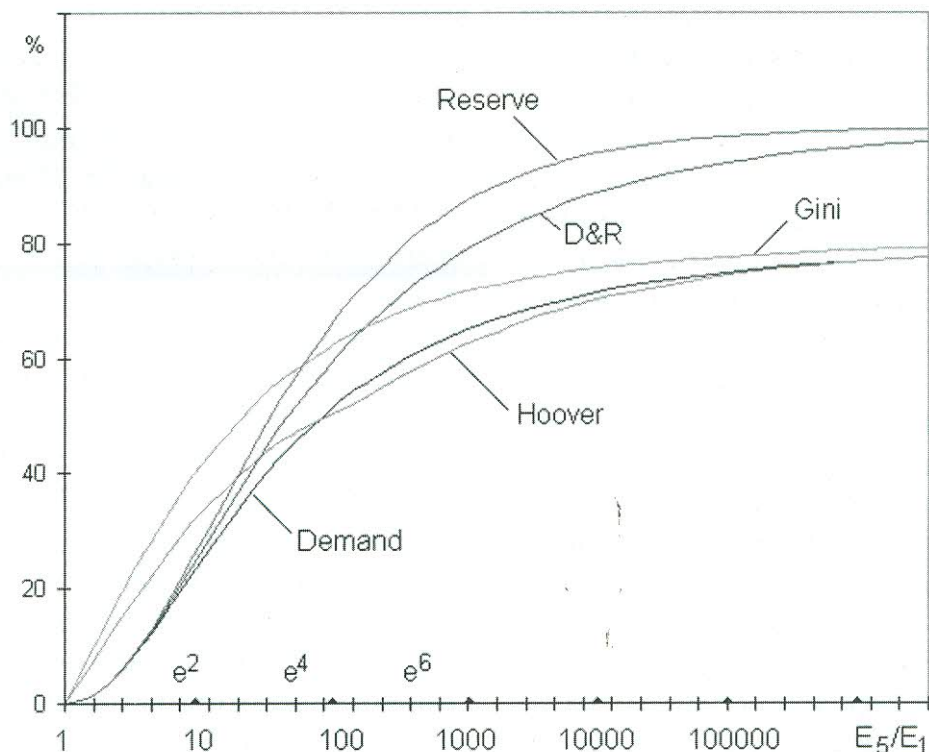
**Redistribución:** Se puede redistribuir riqueza y personas. En el capitalismo la redistribución principalmente ocurre a través del libre comercio. Hay muchas maneras de redistribuir la riqueza: el comercio legal, el sistema impositivo, pero también el robo, las guerras, el totalitarismo, etc. Los regímenes totalitarios y las guerras también «redistribuyen» a las personas.

Los refugiados buscan otras maneras de redistribuir personas o recursos. En el lado más claro de la redistribución de personas tenemos por ejemplo, diseño de carreras: las personas pueden «migrar» entre grupos de ingreso.

**6. Mediciones de la desigualdad:** Mi comparación de las medidas de desigualdad está lejos de ser completa. Philip B. Coulter informa acerca algo así como 50 diferentes mediciones de desigualdad. La mejor colección en el WWW es



<sup>7</sup> «mapped» en el original. NT.



proporcionada por Lionnel Maugis. Me enfoqué sobre las 6 mediciones de desigualdad:

Los coeficientes de entropía se deben usar para evaluar la «energía» causada por la desigualdad. Tres mediciones de desigualdad de entropía (Demanda, Reserva, D&R), que se relacionan entre sí, han sido introducidos en mis páginas del web.

La medida menos disputable y más directa es el **coeficiente Hoover**: Esta medida describe directamente que porción de todas las unidades tienen que redistribuirse para alcanzar la igualdad. Al coeficiente Hoover lo hallé en la colección de mediciones de la desigualdad de Lionnel Maugis.

El **coeficiente Coulter** también es fácil de entender, ya que está relacionado con la desviación normal. El

coeficiente es la raíz cuadrada media de la desviación de la proporcionalidad.

El **coeficiente Gini**, en todo caso, parece ser el más popular en socioeconomía. Comparar «áreas» parece ser muy comprensible a nuestras mentes gráficamente orientadas. Pero calcular el coeficiente Gini a partir de datos ordenados realmente es comparativamente complicado. En cuanto a la importancia de ese coeficiente se puede hallar una crítica en: Eberhard Schaich, Lorenzkurve und Gini-Koeffizient in kritischer Betrachtung (Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 185, 1971, páginas 193-298).

La gráfica de arriba muestra con  $Z = f(E_5/E_1) \times 100\%$ , una comparación



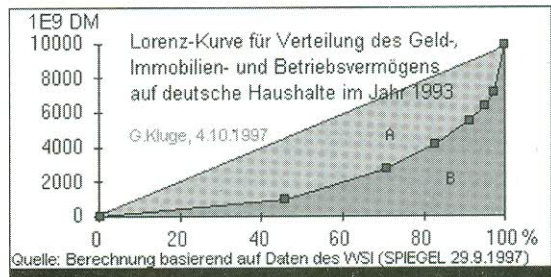
de 5 mediciones de desigualdad basadas en la distribución de un conjunto de datos con quintiles ( $N=5$  percentiles).

$\{(E_1, A_1) \dots (E_5, A_5)\}$  tiene amplitud igual por  $A_1$  a  $A_5$  con  $A_i = A_{i-1}$  y altura variable desde  $E_1$  hasta  $E_5$  con  $E_i = E_{i-1} \times (E_5 / E_1) (1/4)$ . (El coeficiente Coulter no se incluye en el gráfico). El coeficiente Hoover muestra desbalance pleno. Se pueden interpretar los coeficientes de entropía como mostrando imbalance con el impulso para redistribuir.

Los tres coeficientes convergen hacia 80% debido al uso de quintiles ( $N=5$ ):  $80\% = 100\% \times (1 - 1/5)$ . Mientras más alta la resolución de muestreo de datos (más grande la cantidad  $N$  de cuartiles), más cercanos se hacen el coeficiente de Demanda y el coeficiente de Reserva al coeficiente D&R.

### Coeficiente de Gini

En el «diagrama de Lorenz» la línea recta sobre el área «A» sería generada por una distribución absolutamente igual de riqueza. En tal caso no sería posible ordenar segmentos de la población según riqueza por vivienda. Ésto define el máximo de «desorden.» Se habría alcanzado la entropía máxima. Con los datos muestreados, en todo caso, es posible definir y ordenar grupos por riqueza de forma que se genera la curva sobre el área «B» (acumulando la riqueza de una alineación de grupos ordenados).



Mientras más «distinto» el ordenamiento, más baja es la entropía. La curva de Lorenz se usa para calcular el coeficiente Gini directamente de las áreas «A» y «B»: Aquí  $A / (A + B)$  es 57% para la distribución de riqueza en hogares en Alemania (1993, fuente de los datos: SPIEGEL/ WSI; la riqueza se da en miles de millones de DM). El coeficiente Gini es fácil de entender. Pero no se puede usar esta proporción de áreas para calcular cuanta energía libre hay disponible en un sistema. Cuando se investiga los efectos de la desigualdad (la energía que puede liberarse por la desigualdad), se debe calcular la entropía en forma que se relacione con la entropía Shannon/ Boltzmann.

### Otros coeficientes para distribución de la riqueza:

Demanda: 51%, D&R: 49% y Hoover: 44%. Para la distribución de ingreso sujeto a impuestos entre personas sujetas a impuestos en Alemania: Gini: 37%, Demanda: 32%, D&R: 27% y Hoover: 30% (1992, fuente de los datos: Beck/ Meine, pg. 124).

La importancia de los coeficientes de entropía y del coeficiente Hoover se ha explicado previamente hasta cierto



Como la investigación de medidas de desigualdad no es mi trabajo principal, desgraciadamente no he tenido tiempo para completamente evaluar el coeficiente Gini. Eberhard Schaich y Amartya Sen ciertamente han hecho un mucho mejor trabajo en el escrutinio riguroso del coeficiente Gini.

**Los coeficientes de Coulter y de Hoover**

Cuando se calcula el coeficiente Hoover, entonces -al contrario del coeficiente Gini- A y E son intercambiables sin que se cambie el resultado del cómputo. Así, digo que el coeficiente Hoover es «simétrico»: En lugar de redistribuir riqueza dentro de la gente, también se podría redistribuir personas entre los recursos. El coeficiente Hoover (tanto como el coeficiente D&R) cubre ambos géneros de redistribución. El coeficiente Hoover directamente describe que porción de todas las unidades tiene que redistribuirse para alcanzar la igualdad. Por eso se puede aplicar  $Evenout = E_{tot} \times Z_{Hoover}$  o  $A_{evenout} = A_{tot} \times Z_{Hoover}$ .

Introduce una división por 2 a la fórmula del coeficiente Hoover original (como dado por Lionel Maugis). Esta división por 2 que también hallará en las páginas web de Hossein Arsham sobre estadística comercial (véase «variación distancia»). Imagine un sistema que consta de sólo 2 subgrupos. Si un subgrupo posee una cantidad más alta que del promedio  $d_1 \times E_{tot}$ , el otro

subgrupo poseerá menos que la cantidad promedio  $d_2 \times E_{tot} = d_1 \times E_{tot}$ . Si se agrega las disparidades sin signo, se obtendrá dos veces tanto como se requeriría para alcanzar la igualdad. Pero la cantidad transferible sólo es  $(d_1 + d_2) \times E_{tot} / 2$

El coeficiente Coulter,

$$Z_{Coulter} = \sqrt{\sum_{i=1..N} (E_i / E_{tot} - A_i / A_{tot})^2} / 2$$

también se menciona en la lista de Lionel Maugis (De nuevo, introduce una división por 2 para trazar el coeficiente en un rango entre 0 y 1. Ejemplo (JAVA\*\*\*):  $E_1 = A_2 = MAX\_VALUE$  y  $E_2 = A_1 = MIN\_VALUE$  empujará al  $Z_{Coulter}$  hacia 1.) Este coeficiente se relaciona con el coeficiente Hoover. Mientras que el coeficiente Hoover se puede usar en una manera muy simple para calcular la cantidad requerida para una redistribución igualizante inmediata, el coeficiente Coulter se basa en la asunción de que la «energía» (la insatisfacción) provista por un desbalance  $d_i = E_i / E_{tot} - A_i / A_{tot}$  es proporcional al cuadrado de ese desbalance. En ese caso el desbalance compuesto se computa como la raíz de la suma de cuadrados del desbalance del subgrupo. El coeficiente Coulter se menciona aquí como un ejemplo de otro coeficiente simétrico. De modo que ahora tenemos tres coeficientes simétricos:

ZHoover: El desbalance compuesto es la mitad de la suma aritmética de desbalances de grupo sin signo.



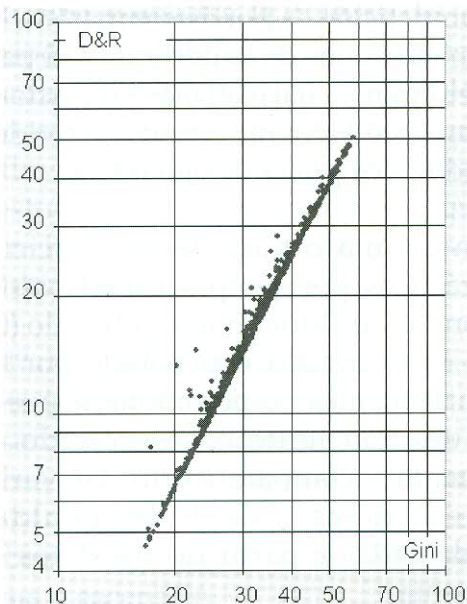
(Desviación media de la proporcionalidad)

$Z_{Coulter}$ : El desbalance compuesto es la raíz de la semisuma de los desbalances cuadrados del grupo. (Desviación Estándar de la proporcionalidad.)

$Z_{D\&R}$ : El desbalance compuesto en el dominio de la distribución se calcula usando  $1 - \exp(-H_{D\&R})$ , donde -en el dominio de la entropía- la redundancia compuesta  $H_{D\&R}$  es la mitad de la suma aritmética de las redundancias de grupo (la redundancia mutua se debe a la desproporcionalidad; véase también la distancia Kullback-Liebler).

### Mediciones de la Entropía

Una comparación entre el coeficiente Gini y el coeficiente D&R se da en la figura del abajo. Esta comparación se basa en datos reales para varios países. (Una comparación entre varios



coeficientes de desigualdad ya se dio arriba para una distribución basada en crecimiento geométrico.) La figura muestra que en este ejemplo el D&R cubre un rango de aproximadamente 5% a 50% de los coeficientes Gini correspondientes, que tomaron valores entre 16% y 60%. Aquí podemos aproximar:  $D\&R \% > 0,016 \times Gini \% 1.994$ .

Los datos para la comparación se toman del conjunto de datos Deininger-Squire (Banco Mundial). Una copia extendida (NDATA1.WK1 en ENT\_Gini.ZIP, 258 KBytes) de ese conjunto de datos está disponible mi sitio web: el cálculo de los coeficientes D&R se han adicionado a esa hoja de cálculo.

¿Qué nos dice una medición de desigualdad? El coeficiente Gini es la proporción  $A / (A + B)$  de áreas en la curva de Lorenz o (para ingresos) «Exactamente un medio de diferencia media relativa, que se define como el promedio aritmético de los valores absolutos de diferencias entre todos los pares de ingresos.» Allí está. (Lo siento, ya se había mencionado esta frase anteriormente.) Una respuesta mucho más simple a qué es lo que nos dice una medida de la desigualdad está disponible para el coeficiente Hoover:

Nos dice la cantidad de unidades requeridas para una redistribución igualitaria Ejemplo: un coeficiente Hoover de 0,3 para una distribución del ingreso dada nos dice que 30% del ingreso tendría que redistribuirse para alcanzar la igualdad. ¿Nos dice



la cantidad también cuan motivada está una sociedad para redistribuir esta cantidad?  $Z_{\text{Hoover}}$  (así como  $Z_{\text{Demand}}$ ,  $Z_{\text{Gini}}$  y  $Z_{\text{Coulter}}$ ) indica una desigualdad bastante baja aun cuando hay una minoría sumamente pobre. En una población con baja desigualdad de la riqueza, la pobreza extrema de un grupo pequeño podría conducir a una a rebelión.  $Z_{\text{D\&R}}$  hace un mejor trabajo en señalar tal situación.

Se ha explicado la importancia previamente de las mediciones de entropía. En ecología, la (neg)entropía se reconoció como una fuerza potente. ¿Qué tal la ecología de humanos que interactúan? También aquí los coeficientes de entropía son medidas interesantes para expresar la «urgencia» de redistribuir. Mientras más grande la demanda insatisfecha y las reservas no usadas, mayor será el impulso para redistribuir. «La relación entre desigualdad y rebelión es verdaderamente estrecha...» dice Amartya Sen ( pg. 1),» ...un sentido percibido de inequidad es un ingrediente común de rebelión en las sociedades...» Esta declaración podría darnos una pista indirecta sobre cómo analizar desigualdades moderadas y percibidas utilizando una aproximación empírica.

**Investigaciones experimentales sobre desigualdad percibida y moderada** (Propuesta): Si queremos usar mediciones de la desigualdad como criterios, propongo experimentalmente comparar desigualdades percibidas con las varias (6 o más) mediciones de la desigualdad

definidas aquí y en cualquier otra parte. Con tales experimentos uno podría enterar de empíricamente, que mediciones de la desigualdad se desempeñan mejor en reflejar la percepción de desigualdad y criterios sobre desigualdad.

Para una sociedad dada con distribuciones conocidas de riqueza e ingreso se puede calcular varios coeficientes de desigualdad y comparar estas medidas con la desigualdad percibida, lo cual por ejemplo, se puede expresar por los miembros de esa sociedad usando una escala entre 0 (completamente igual) y 9 (desigualdad más alta). La sociedad podría ser un país, donde se puede investigar la percepción de una parte representativa de la población.

Alternativa más simple: Se pueden usar juegos para llevar a cabo tal experimento. Por ejemplo, en juegos basados en PC o basados en Internet, se puede supervisar la desigualdad entre las cuentas de los jugadores continuamente. La fuerza de la competición se puede comparar a las 6 mediciones de la desigualdad para determinar cual es el más satisfactorio para predecir niveles de actividad inducidos por la desigualdad.

En el aula o durante los ejercicios prácticos, por ejemplo durante varias rondas de «Monopolio», el grado (0 a 9) de desigualdad percibido por los participantes y espectadores se puede muestrear junto con su estado de cuenta y compararlo con las varias mediciones de desigualdad calculadas a partir de sus datos de cuenta.

