

# POBREZA: MEDICIONES DE LA DESIGUALDAD

---

Por: Goetz Kluge

Versión al Español por:

Luis R. Becerra

Lucía Ruiz Granada

1. *La Riqueza y las Personas: Mediciones de la Desigualdad*
2. *Bibliografía relacionada con la Entropía y la Desigualdad*

## RESUMEN ANALÍTICO

Con el interés de ampliar el debate sobre la Pobreza y las formas por medio de las cuales se intenta medirla, se presenta el primero de una serie de artículos de autoría del ingeniero Goetz Kluge, publicados en alemán y en inglés en su sitio *web*. Estos artículos han sido traducidos por el equipo conformado por los profesores Luis R. Becerra y Lucía Ruiz Granada. Entre los varios merecimientos que tiene este material para ser traducido y publicado en español, está la presentación de la *Entropía* como una posibilidad de medición de la pobreza en una sociedad, lo cual constituye de por sí un enfoque novedoso.

A lo largo de esta serie de artículos se hace la presentación, análisis y comparación de los coeficientes de *Demanda, Reserva, Demanda&Reserva*, los coeficientes de *Hoover, Coulter*, el popular coeficiente *Gini*, la distancia o redundancia *Kullback-Liebler* y la

*Entropía*. Este primer artículo inicia la presentación de los temas propuestos. En esta primera entrega se publica la bibliografía citada por Herr Kluge, ya que el autor hace numerosas referencias a ella a lo largo de sus textos, y es mejor tenerla disponible desde el principio; el material explicativo adicional se irá intercalando a manera de anexos.

«... En una Nación Libre donde no se permiten esclavos, la riqueza más segura consiste en una multitud de pobres laboriosos; puesto que... sin ellos no puede haber ningún goce, y ningún producto de cualquier país podría ser valioso. Para hacer a la sociedad feliz y a las personas cómodas bajo las circunstancias más mezquinas, es requisito que grandes números de ellos debe ser tanto ignorantes como pobres. El conocimiento agranda y multiplica nuestros deseos, y mientras menos cosas un hombre desea, más fácilmente se suplen sus necesidades.» (Bernard de Mandeville, 1714)





## La Riqueza y las Personas: Mediciones de la Desigualdad

Estas páginas *web* se ocupan de las mediciones de desigualdad, es decir, la desigualdad de ingreso o riqueza. (La mayoría de las páginas están en inglés, a los alemanes se les da trato especial – porque lo requieren). Todos los coeficientes relativos de desigualdad descritos aquí existen ya o se basan en coeficientes existentes. Puede ser novedoso, sin embargo, que un ingeniero trate de explicar, comparar e interpretar coeficientes de desigualdad para darles aplicaciones en áreas que no son temas corrientes para el ingeniero. Mis interpretaciones pueden ser equivocadas, pero los coeficientes están descritos correctamente. Estos coeficientes mantienen a sociólogos y economistas ocupados en una discusión aparentemente interminable sobre cómo y cuándo usar las mediciones de desigualdad. Principalmente me enfoqué en las mediciones de la entropía. Sobre todo recomiendo usar la redundancia Kullback-Liebler para calcular las desigualda-

des económicas y sociales. «Mi» coeficiente D&R se basa en esa redundancia (como se basa el coeficiente de MacRae en la redundancia de Theil).

Para la clasificación *JEL* todas las **redundancias normalizadas y las mediciones de desigualdad relativa** descritas en esta publicación pertenecen a *C43* «Números Índice y agregados.» Este tópico también está relacionado con *I32* «Medición y Análisis de Pobreza,» *J31* «Niveles de Salario y Estructura.» y *N3* «Trabajo, Demografía, Educación, Ingreso, y Riqueza.» Para lo relacionado con la Entropía están las clasificaciones *Q2-Q4* dentro de «Economía de recursos.»

Las mediciones relativas de desigualdad se usan por ejemplo, en sociología, economía, bioestadística, ecología, física, análisis de imagen y proceso de información. El coeficiente de **Demanda** y el coeficiente de **Reserva** llevan al coeficiente de **Demanda&Reserva**. Esa combinación también se puede interpretar

Demand Coefficient	$Z_{\text{Demand}} = 1 - \exp(\sum_{i=1..N} (E_i \times \ln(A_i/E_i)) / E_{\text{tot}}) \times E_{\text{tot}} / A_{\text{tot}} = 1 - Z_{\text{MacRae}}$
Theil redundancy	$H_{\text{Theil}} = \ln(1 - Z_{\text{Demand}}) = \ln(Z_{\text{MacRae}})$ $= \ln(A_{\text{tot}} / E_{\text{tot}}) + \sum_{i=1..N} (E_i \times \ln(E_i / A_i)) / E_{\text{tot}}$
Reserve coefficient	$Z_{\text{Reserve}} = 1 - \exp(\sum_{i=1..N} (A_i \times \ln(E_i / A_i)) / A_{\text{tot}}) \times A_{\text{tot}} / E_{\text{tot}}$
D&R coefficient	$Z_{\text{D\&R}} = 1 - \exp(-H_{\text{KL}}) = 1 - \sqrt{(1 - Z_{\text{Demand}}) \times (1 - Z_{\text{Reserve}})}$ $= 1 - \exp(\sum_{i=1..N} (\ln(A_i / E_i) \times (E_i / E_{\text{tot}} - A_i / A_{\text{tot}})) / 2)$
Kullback-Liebler redundancy	$H_{\text{KL}} = H_{\text{D\&R}} = \ln(1 - Z_{\text{D\&R}})$ $= \sum_{i=1..N} (\ln(E_i / A_i) \times (E_i / E_{\text{tot}} - A_i / A_{\text{tot}})) / 2$
Hoover coefficient	$Z_{\text{Hoover}} = \sum_{i=1..N} (\text{abs}(E_i / E_{\text{tot}} - A_i / A_{\text{tot}})) / 2$
Coulter coefficient	$Z_{\text{Coulter}} = \sqrt{\sum_{i=1..N} ((E_i / E_{\text{tot}} - A_i / A_{\text{tot}})^2) / 2}$
Gini coefficient	sort data: $E_i / A_i > E_{i-1} / A_{i-1}$ $Z_{\text{Gini}} = 1 - \sum_{i=1..N} ((2 \times \sum_{k=1..i} (E_k - E_i) \times A_i) / (E_{\text{tot}} \times A_{\text{tot}}))$







como la transformación de la **distancia Kullback-Liebler** ( $H_{KL}$ , una redundancia) del dominio de la entropía en el dominio de la distribución:  $Z_{D\&R} = 1 - \exp(-H_{KL})$ . Aquí las raíces en la entropía de **Theil** y las mediciones de **MacRae** se combinan con la simetría del coeficiente de **Hoover** y el coeficiente **Coulter**. Además de estas medidas, también se describe el coeficiente **Gini**, que es popular en economía y sociología (véase también Eberhard Schaich y Amartya Sen).

<b>A</b>	<b>E</b>	<b>N=4</b>	
20	400\$	$Z_{Demand}$	=0.06
10	300\$	$Z_{Reserve}$	=0.06
5	200\$	$Z_{D\&R}$	=0.06
5	250\$	$Z_{Hoover}$	=0.15
		$Z_{Gini}$	=0.19

Example: A. Mir

**Variables:**

- $A_i$ : cantidad de individuos en grupo i de una sociedad,  $A_{tot} = [\sum_i] = 1..N (A_i)$
- $E_i$ : riqueza total poseída por grupo i de una sociedad,  $E_{tot} = [\sum_i] = 1..N (E_i)$
- $N$ : cantidad de grupos (cuartiles, percentiles) en la sociedad
- $Z$ : mediciones de desigualdad por sociedad (grupos unificados, todos los grupos)
- $H$ : redundancia (entropía máxima de la sociedad menos entropía real de sociedad)

**Véase también: Lionel Maugis, Mediciones de inequidad**

Z no tiene unidad. A veces Z se da en «%». En cuanto a redundancias (entropías, negentropías etc.): los logaritmos no generan resultados con unidades, pero a veces se multiplican estos resultados con pseudo unidades. Para la redundancia H, podríamos usar «unidades naturales» o «nits» (Jaynes), como aquí usamos el logaritmo natural para computar H. (en todo caso: 1 nit= 1 Neper.) Como se muestra en la tabla en el lado derecho de este párrafo, también podríamos usar el logaritmo binario  $\log_2(x) = [\ln(x)] / [\ln(2)]$  y el bit de la pseudo unidad.

Redundancy	Equality	Inequality
$H_{...} / \ln(2)$	$1 - Z_{...}$	$Z_{...}$
1	1	0
1	0.5	0.5
2	0.25	0.75
...	...	...
n	$2^{(-n)}$	$1 - 2^{(-n)}$



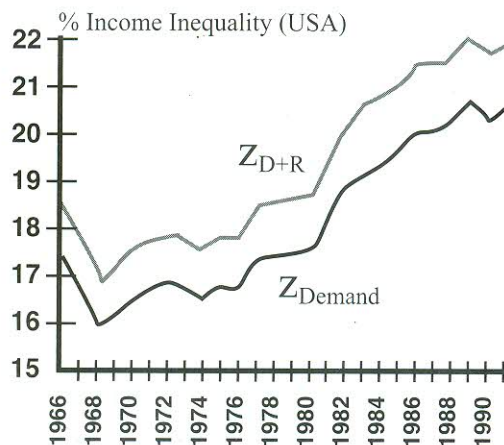


**Redundancia= negentropía+ máxima entropía.** Siguiendo a la definición de Schrödinger, la negentropía es entropía negativa, y por eso  $H$  es una negentropía cambiada<sup>3</sup>. En ciencias de la información a  $H$  se le llama la redundancia. La redundancia de un sistema es cero si todos los estados posibles del sistema son igualmente probables. En ese caso el sistema hace igual uso de todas sus opciones, no hay opciones «no utilizadas». Hacer que algunos estados (opciones) sean más probables que otros estados, es similar a crear una distribución desigual de probabilidades. Esto sólo se puede lograr mediante un proceso de clasificación. Por tanto la desigualdad es orden y la igualdad es desorden. (La limpieza de un cuarto crea espacio libre. El espacio libre también es espacio redundante, puesto que no se usa por ubicar cosas. La Redundancia pone a disposición opciones. Si la redundancia es cero, no hay opciones –es decir, opciones de redistribución– no disponibles ya.)

### • Uso:

$A_i$  Se ha definido como el tamaño de un grupo  $i$  con una riqueza de grupo  $E_i$ . (Por supuesto que otras definiciones son posibles, por ejemplo,  $A_i = 1$  y  $E_i =$  frecuencia de ocurrencia de una letra  $i$  en un alfabeto. Con tal definición uno puede cuantificar la desigualdad dentro del alfabeto en uso de capacidad de la transmisión de los datos por mensajes<sup>3</sup> individuales: véa-

se HUFFMAN.WK1 en HUFFMAN.ZIP)



- Use el coeficiente de Demanda (en una publicación anterior lo llamé «EDC,» coeficiente Entrópico de disparidad) para expresar la desigualdad de una distribución en la cual sólo  $A$  (por ejemplo, personas por grupo) se puede redistribuir. Se debe utilizar este coeficiente para expresar desigualdades en meritocracias (competencia libre en ambientes corporativos y orientados a mercado). El coeficiente de Demanda está relacionado con la redundancia de Theil. En las curvas que se muestran en este párrafo se dan dos coeficientes en «%.» Las curvas nos muestran la desigualdad en los Estados Unidos entre 1966 y 1991 basadas en quintiles del ingreso reportados al Banco Mundial (conjunto de datos **Deininger-Squire**). (Entre 1946 y 1966 el coeficiente de Demanda osciló entre 17% y 19%.) Ejemplo: En 1989 la distribución de la renta bruta en los Estados Unidos era equivalente en términos de entropía



1. Véase Homepages of Economist Projects y Research Papers in economics <http://netec.mcc.ac.uk/HoPEc/>  
 2. «shifters» en el original N.T.  
 3. «Letters» en el original N.T.



a una distribución pareja del ingreso total a 78,4% de la población, mientras que 20,6% no tenía ingreso alguno. Por eso, casi 20,6% de la población en esta sociedad de entropía equivalente tiene demanda por ingreso. Como, sin embargo, inclusive los Estados Unidos no son una meritocracia absoluta (John D. Rockefeller: « 1. Vaya temprano a trabajar; 2. Quédese hasta tarde; 3. Encuentre petróleo!»). Debemos usar un coeficiente que se base en la redundancia Kullback–Liebler (véase abajo). Indica una cantidad un poco más alta de desigualdad: Para 1989  $Z_{D\&R} = 22\%$ . (presidentes: 1963: Johnson (D), 1969: Nixon (R), 1973: Nixon (R), 1974: Ford (R), 1977: Carter (D), 1981: Reagan (R), 1985: Reagan (R), 1989: Bush (R), 1993: Clinton (D).) Desde 1970 entre 12,5% y 15% de los norteamericanos han sido considerados como «pobres», 13,7% en 1996.

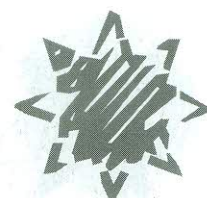
- **Use el coeficiente de Reserva** para expresar la desigualdad de una distribución en la que sólo E (es decir, la riqueza) se puede redistribuir. Este coeficiente se puede usar para expresar desigualdades en sociedades de bienestar (sin competencia, economías planificadas). Como  $Z_{Reserve}$  no es nada más que  $Z_{Demand}$  con A y E intercambiados, no se requiere el  $Z_{Reserve}$  cuando los componentes con movilidad alta siempre se le asignan a A, y se le asignan a E los componentes con movilidad baja. Pero  $Z_{Reserve}$  todavía es útil como parte de la expresión  $(1-Z_{Demand}) \times (1-Z_{Reserve})$ , que se requiere para desarrollar  $Z_{D\&R}$ .

- **Use el coeficiente D&R** si los componentes asociados con A tanto como los componentes asociados con E se pueden redistribuir. Esto se aplica a la economía de sociedades reales, donde riqueza e ingreso se distribuyen a individuos con base en (a) mérito tanto como en (b) en buena o mala suerte. (Aquí «suerte» denota criterios que no pueden ser influenciados por el individuo, por ejemplo, clase, casta, nacionalidad, raza, política, terremotos, lugar de nacimiento, etc.) El coeficiente  $D\&R$  se relaciona directamente a la redundancia Kullback–Liebler (o redundancia cruzada) y agrega riqueza (poder) y desbalance (deseo) para indicar desigualdad. El coeficiente  $Z_{D\&R}$  también se puede computar para más de los dos items E y A.

- **Use el coeficiente Hoover** si se necesita saber, o que proporción de la riqueza total o que proporción de la población tiene que ser redistribuida para alcanzar igualdad completa. El coeficiente Hoover es la desviación de media normalizada de la proporcionalidad. Estrictamente indica sólo la desproporcionalidad. Así, es el coeficiente menos disputable entre todos los coeficientes descritos aquí.

- **Use el coeficiente Coulter** si quiere computar la desviación de la raíz cuadrada media normalizada de la proporcionalidad. El coeficiente Coulter es un pariente de la desviación normal.

- **Use el coeficiente Gini** si tiene que apegarse al Gini para hacer comparaciones con otros coeficientes Gini. Este coeficiente se desempeña pobremente







te en agregar los datos de los grupos con máxima riqueza (o ingreso). (Criticism: Eberhard Schaich, Amartya Sen, y Ward.) Esta falla, en todo caso, es útil cuando los conjuntos de datos que tienen que analizarse, en los cuales faltan los grupos más altos (alta riqueza o ingreso) o no están representados de modo confiable, etc. Por eso, este coeficiente es un indicador interesante para señalar cambios en el rango medio de riqueza (ingresos). Pero hay ejemplos (aquí sólo en idioma alemán) de conjuntos de datos con desigualdad creciente indicada por el coeficiente Gini y desigualdad decreciente indicada por el coeficiente Hoover.

• **Rangos:**

• **Entrada:** E y A son positivos. Cuando se utilizan computadoras, 0 puede ser reemplazado por un valor muy pequeño, por ejemplo,  $10E-32$  (o

MIN\_VALUE en JAVA) para evitar  $\ln(0)$  y  $/0$ .

• **Salida:** Se normalizan todos los 6 coeficientes: 0 es igualdad, 1 es desigualdad máxima. (El máximo para los coeficientes Hoover y Coulter – como se describe por L. Maugis – originalmente era 2).

$Z_{Demand}$  y  $Z_{D\&R}$  alcanzan su máximo si un  $E_i$  tiende a 0. El máximo para  $Z_{Reserve}$  y  $Z_{D\&R}$  se alcanza en caso de que un  $A_i$  tienda a  $\infty$ .

Si dentro de los cuartiles se asume distribución igual (esto se aplica a los coeficientes conocidos así como al recientemente introducido  $Z_{D\&R}$ ), entonces Z nunca alcanzará 1. Ejemplo: Para datos que vienen en 5 quintiles con  $A_i = A_{i+1}$ , el máximo para  $Z_{Demand}$ ,  $Z_{Hoover}$  y  $Z_{Gini}$  es  $(1 - 1/5) = 0.8$ . (Hay propuestas para normalizar Z a 1 por división por el valor máximo (Coulter), pero en mi opinión esto podría llevar a confusión.)

Para  $Z_{Demand}$  el valor máximo de  $Z_{Hoover}$  y  $Z_{Gini}$  es  $1 - \min_i = 1 - N(A_i / A_{tot})$ .

Para  $Z_{Coulter}$  el valor del máximo es  $(1 - \min_i = 1 - N(A_i / A_{tot})) \cdot 2$ .

Para  $Z_{Reserve}$  el valor máximo es  $1 - \min_i = 1 - N(E_i / E_{tot})$ .

Para  $Z_{D\&R}$  el valor máximo es  $1 - \min([ \min_i ] = 1 - N(A_i / A_{tot}), [ \min_i ] = 1 - N(E_i / E_{tot}))$ .

Redundancias: 0 si igual, infinito para máxima desigualdad.

División por 2: Introduce una división por 2 a la fórmula original (como la da Lionel Maugis) para el coeficiente Hoover. (Esta división por 2 también se hallará en las páginas *web* de Hossein Arsham en estadística de negocios donde el coeficiente Hoover aparece como «distancia de variación»). El coeficiente Coulter (Maugis) y la distancia Kullback–Liebler (Arsham) originalmente no se dividía por 2. Sin esa división el rango de salida del coeficiente Hoover esta-







ría entre 0 y 2, el rango de salida del coeficiente Coulter estaría entre 0 y  $r$  cuadrado (2). Al dividir la distancia Kullback–Liebler por 2 se obtiene una suma de dos redundancias compuestas (E vs. A y A vs. E) en un promedio aritmético de dos redundancias compuestas.

En caso de mediciones de desigualdad con datos multivariados se computa no sólo para 2 conjuntos de items (por ejemplo, riqueza y personas) sino para M conjuntos de items. En ese caso el divisor no es 2 sino  $(M-1)XM$  respectivamente  $A_{tot}$ .

• **La importancia de las tres medidas de entropía:** Se calculan los coeficientes basados en el  $E_i$  y  $A_i$  de un sistema real. Se puede comparar este sistema con un sistema virtual que equivale a una sociedad compuesta sólo de dos grupos. Se pueden utilizar tales sociedades virtuales de dos grupos para ilustrar de una manera simple, cómo las tres medidas de la entropía abajo pueden servir como indicadores por reservas y demanda:

• **Demanda:**  $Z_{Demand}$  expresa que virtualmente las personas  $Z_{Demand}XA_{tot}$  tienen una demanda completamente insatisfecha por riqueza.

Ejemplo: Una desigualdad de la distribución del ingreso en una población real con  $Z_{Demand} = 1 - Z_{MacRae} = 0,63$  es equivalente en entropía a la distribución del ingreso dentro de una sociedad virtual, donde una fracción (grupo) de sólo 37% equitativamente comparte 100% de todos los ingresos

mientras que la otra fracción (grupo) de 63% gana nada.

0% es el estancamiento completo, 100% es la guerra total, y 63% era la  $Z_{Demand}$  a del mundo en 1993 (computado a partir de datos de PNUD).

• **Reservas:**  $Z_{Reserve}$  expresa que virtualmente hay reservas sin apropiar de  $Z_{Reserve}XE_{tot}$ .

Ejemplo: Una desigualdad de la distribución del ingreso en una población real con  $Z_{Reserve} = 0,68$  es equivalente en entropía a la distribución del ingreso dentro de una población virtual, donde una fracción de sólo 32% de los ingresos es compartido en forma pareja por todos los miembros (100%) de la sociedad (la población entera) mientras que el remanente 68% «sin apropiar» de los ingresos se reserva para comercio.

0% es el estancamiento completo, 100% es la guerra total, y 68% era la  $Z_{Reserve}$  del mundo en 1993 (computado a partir de datos de PNUD).

• **D&R:**  $1 - Z_{D\&R}$  es la media geométrica de  $1 - Z_{Demand}$  y  $1 - Z_{Reserve}$ . Así,  $Z_{D\&R}$  es un indicador del grado de desigualdad creado por la acumulación de reservas para comercio y la demanda asociada. Si la desigualdad es demasiado alta, se produce una rebelión. Si es demasiado baja, se produce estancamiento.

Ejemplo: Una desigualdad de la distribución del ingreso en una población real con  $Z_{D\&R} = 0,65$  es equivalente en





entropía a la distribución del ingreso dentro de una población virtual, en la cual o 65% de los miembros ganan nada y sólo una porción del 35% comparte en forma uniforme todo, o 65% del ingreso de la sociedad se reserva para comercio y se comparten 35% de los ingresos uniformemente entre todos los miembros. Para abreviar podríamos decir: «la dinámica del Comercio» en términos de la entropía es 65% de su nivel máximo posible.

0% es estancamiento completo, 100% es guerra total, y 65% era el  $Z_{D\&R}$  del mundo en 1993 (computado a partir de datos de PNUD).

Significancia de  $H_{KL}$ : redundancia mutua normalizada o redundancia cruzada entre E y A (en esta aplicación: entre riqueza y personas).  $H_{KL} = H_{D\&R}$  es la distancia Kullback-Liebler y también se puede computar para más de sólo los dos items E y A.

- **Alta Resolución de Muestreo:** a más alta resolución de datos de muestreo (mientras más alta la cantidad N de cuartiles), más estrechamente el coeficiente de Demanda y el coeficiente de Reserva se acercan al coeficiente D&R.

D&R:  $\lim_N \hat{Z}_{D\&R} = \lim_N \hat{Z}_{Demand} = \lim_N \hat{Z}_{Reserve}$ . (Véase también la comparación de 5 mediciones de desigualdad.)

- **Fórmulas:** Las fórmulas utilizadas en la tabla arriba están optimizadas para uso en hojas de cálculo. En lugar de:

$Z_{D\&R} = 1 - \exp(\sum_{i=1..N} ((E_i / E_{tot} - A_i / A_{tot}) \times \ln(A_i / E_i)) / 2)$  también podría escribirse:  $Z_{D\&R} = 1 - \prod_{i=1..N} ((A_i / E_i)^{(E_i / E_{tot} - A_i / A_{tot}) / 2})$ . Cuando intercambia E y A en esta expresión, el coeficiente no cambia:

$$Z_{D\&R} = 1 - \prod_{i=1..N} ((E_i / A_i)^{(A_i / A_{tot} - E_i / E_{tot}) / 2})$$

Tomamos esa expresión para mirar dos elementos importantes:

- **Desbalance:**

$$d_i = A_i / A_{tot} - E_i / E_{tot}$$

Se puede interpretar por ejemplo, como «la porción relativa de la riqueza total, que cada grupo  $i$  tendría que recibir para alcanzar distribución absolutamente igual.» Si  $d_i = 0$ , entonces el  $E_i$  del grupo  $A_i$  es promedio. La unidad de  $d_i$  es

$$1. \sum_{i=1..N} d_i = 0 \text{ y } \sum_{i=1..N} |d_i| = Z_{Hoover}$$

- **Wealth:**  $w_i = E_i / A_i$  se puede leer como «riqueza por persona en grupo  $i$ .» Pero la unidad de toda  $w_i$  llega a ser 1 de todos modos a causa de  $\prod_{i=1..N} \text{unit}(w_i)^{d_i / 2} = \text{unidad}(w_i) \sum_{i=1..N} d_i / 2 = \text{unidad}(w_i)^0 = 1$ .

$w_i^{d_i}$  en el dominio de la distribución corresponde a  $d_i \times \ln(w_i)$  en el dominio de entropía. La expresión en el dominio de entropía es el producto del desbalance  $d_i$  y el tamaño numérico de la riqueza  $w_i$ , porque  $\ln(w_i) / \ln(10) + 1$  es la cantidad de dígitos que se requiere para escribir  $w_i$  con 10 símbolos.

La cantidad de bits requeridos para







manejar (administrar, transferir, etc.) la riqueza  $w_i$  es  $\ln(w_i) / \ln(2) + 1$ . (Cuando se transfiere dinero electrónicamente, la «sección-cruz» de las «tuberías» requeridas se determina por el logaritmo de la cantidad transferida de dinero, no por la cantidad misma!).

Uno también podría convertir las fórmulas de  $Z_{Demand}$  y  $Z_{Reserve}$  en expresiones sin logaritmos. Intercambiar E y A, en todo caso, cambiaría también los coeficientes:  $Z_{Demand}$  se convierte en  $Z_{Reserve}$  y viceversa.

La unidad para  $Z_{Demand}$ ,  $Z_{Reserve}$  y  $Z_{D\&R}$  es 1.  $Z_{D\&R}$  es invariable a cambios de escala (de A y E). También lo son  $Z_{Demand}$  y  $Z_{Reserve}$ . Hay un vínculo entre estos tres coeficientes:  $Z_{D\&R} = 1 - ((1 - Z_{Demand}) \times (1 - Z_{Reserve}))^{1/2}$ . Se puede usar este vínculo para explicar cómo la raíz cuadrada entra en  $\Pi_{i=1..N} (w_i^{di} / 2)$ : la raíz cuadrada se usa para computar la media geométrica de  $(1 - Z_{Demand})$  y  $(1 - Z_{Reserve})$ . Este explica de nuevo la división previamente mencionada de la distancia Kullback-Liebler por 2.

**Datos multivariados:**  $Z_{D\&R}$  como se presenta aquí describe la distribución inequitativa de 2 items en N saca una muestra (grupos). También es posible extender la aplicación a más de 2 items por muestra: Distribución inequitativa de M items en N muestras.

• **Significancia de la redundancia**

**Kullback-Liebler:** Previamente ya se han dado ejemplos que ilustran la importancia de las tres medidas de desigualdad. Ahora –después de haber definido  $w_i$  y  $d_i$  se puede decir más acerca de la importancia de  $Z_{D\&R}$  que se relaciona estrechamente a la significancia de la redundancia Kullback-Liebler  $H_{KL} = \ln(1 - Z_{D\&R})$ .

**Poder e influencia:** la riqueza individual de un miembro en el grupo,  $w_i$ . Esta riqueza determina el poder económico: En cuanto a la medición de la entropía, se asume que el grado de libertad (cantidad de opciones) de un individuo o grupo es proporcional a la riqueza (recursos) controlados por ese individuo o grupo. El logaritmo de  $w_i$  determina el mínimo de influencia organizacional de un individuo,  $i$  o grupo, dentro de la sociedad.

**Deseo y presión:** La desviación relativa de la participación de un grupo dado del promedio del grupo es  $NXd_i$ . Si es negativa, esta desviación determina el deseo de recibir riqueza de otros. Si es positivo, la desviación determina la presión para distribuir riqueza a otros.

$NXd_i = A_i / A_{promedio} - E_i / E_{promedio}$   
 donde  $A_{promedio} = A_{tot} / N$  es el tamaño promedio del grupo y  $E_{promedio} = E_{tot} / N$  es la riqueza promedio del grupo. Si se usan valores totales en lugar de promedios de grupo, entonces N (la cantidad de grupos en la sociedad) desaparece:





- $H_{KL} = (\sum_{i=1..N} (\ln(w_i) \times (N \times d_i))) / (2 \times N) = (\sum_{i=1..N} (\ln(w_i) \times d_i)) / 2$
- $1 - Z_{D\&R} = (\prod_{i=1..N} (w_i^{(N \times d_i)}))^{(1 / (2 \times N))} = \sqrt{\prod_{i=1..N} (w_i^{d_i})}$

Ahora combinamos poder e influencia con deseo y presión:

**Dominio de Entropía:** la redundancia Kullback–Liebler  $H_{KL}$  es la mitad de la media aritmética de la influencia organizacional  $\ln(w_i)$  individual en grupo, ponderado por el deseo y la presión:  $N \times d_i$ , es la desviación relativa de la porción promedio del grupo.

**Dominio de la distribución:** El coeficiente de igualdad  $1 - Z_{D\&R}$  es la raíz cuadrada de la media geométrica del poder económico  $w_i$  por individuo en grupo, ponderado por el deseo y la presión:  $N \times d_i$ , es la desviación relativa de la porción promedio del grupo.

- **Función de bienestar:** las medidas de la (des)igualdad pueden ser relativas o absolutas:

coeficiente relativo de la igualdad:  $1 - Z_{D\&R}$

coeficiente relativo de desigualdad:  $Z_{D\&R}$

igualdad absoluta:  $W = E_{tot} / A_{tot} \times (1 - Z_{D\&R})$

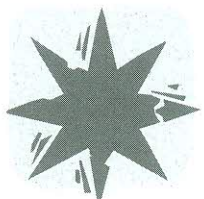
desigualdad absoluta:  $(E_{tot} / A_{tot} - W) = E_{tot} / A_{tot} \times Z_{D\&R}$

James E. Foster y Amartya Sen (pg.129) utilizan la desigualdad absoluta  $W$  como ejemplo para una «función del bienestar.»  $W$  es el producto del coeficiente relativo de la igualdad y el ingreso promedio (per cápita) – si  $E_{tot}$  es el ingreso total y  $A_{tot}$  es la cantidad de personas que perciben ese ingreso. Se basa en asumir que el ingreso creciente lleva a bienestar creciente para todos. La función del bienestar es la igualdad ponderada por el ingreso promedio per cápita. Para un ingreso promedio constante,  $W$  aumenta si la desigualdad disminuye. Para una desigualdad constante,  $W$  aumenta si el ingreso medio aumenta. Para no dar una visión errónea, sin embargo, los cambios del ingreso promedio se de-

ben corregir por los cambios en los costos de vida, la inflación, etc.

Si se quiere entender la importancia y la aplicación práctica de la función del bienestar, recomiendo usar  $Z = Z_{Hoover}$  primero y ensayar otros coeficientes posteriormente. En cuanto al coeficiente Hoover,  $Z_{Hoover} \times A_{tot}$  es la porción del ingreso total de un grupo, que tendría que redistribuirse si se desea alcanzar la igualdad completa dentro de ese grupo.

- **Coefficientes de coeficientes:** Es posible computar las mediciones de desigualdad entrópica para una sociedad (grupo unificado) que está compues-





to por grupos, que en sí mismos poseen coeficientes de desigualdad entrópica calculados para la distribución dentro de sus subgrupos.

- $Z_{D\&R'}$  unificado =  $1 - \exp \left( \sum_{i=1}^N \left( \frac{E_i}{E_{tot}} - \frac{A_i}{A_{tot}} \right) \times \ln \left( \frac{(1 - Z_{D\&R'})_i \times A_i}{E_i} \right) \right) / 2$
- $Z_{Demand'}$  unificado =  $1 - \exp \left( \sum_{i=1}^N \left( \frac{E_i}{E_{tot}} \times \ln \left( \frac{(1 - Z_{Demand'})_i \times A_i}{E_i} \right) \right) \right) \times \frac{E_{tot}}{A_{tot}}$
- $Z_{Reserve'}$  unificado =  $1 - \exp \left( \sum_{i=1}^N \left( \frac{A_i}{A_{tot}} \times \ln \left( \frac{(1 - Z_{Reserve'})_i \times E_i}{A_i} \right) \right) \right) \times \frac{A_{tot}}{E_{tot}}$

Si  $Z_i = 0$ , estas fórmulas son similares a las fórmulas en la tabla de arriba.

Bibliografía: James E. Foster (en Amartya Sen: Sobre Desigualdad Económica capítulo A.5, Composición y Consistencia)  
 (c) Munich, 1998/ 01/ 06, Goetz Kluge<sup>4</sup>

Símbolos:

- $\alpha$  = alfa
- $\pi$  = pi
- $\Pi$  = Pi (producto)
- $\kappa$  = kappa
- $\Sigma$  = Sigma (suma)
- $\sqrt{\quad}$  = raíz cuadrada (rcuad)
- $\cong$  = aproximado
- $\rightarrow \infty$  = hacia infinito

***«Si una sociedad libre no puede ayudar a los muchos que son pobres, no puede salvar a los pocos que son ricos»***

John F. Kennedy,  
 Discurso de Inauguración, 1961/01/20

4. <http://ourworld.compuserve.com/homepages/SMIPP/entkiss.htm>





## BIBLIOGRAFÍA

### Relacionada con la Entropía y la Desigualdad

#### Introducción a la Entropía

- Vinay Ambegaokar: Reasoning about Luck, 1996, ISBN 0-521-44737-2, !!!!
- P.W. Atkins: The Second Law, ISBN 0-71676006-1
- Kenneth D. Bailey (Comments: Vladimir Degtiar): System Entropy Analysis, 1997/01/03, WWW
- Entropy, An International and Interdisciplinary Journal of Entropy and Information Studies, ISSN 1099-4300
- Martin Goldstein and Inge F. Goldstein: The Refrigerator and the Universe, Harvard 1995, ISBN 0-674-75325-9 (!! Lectura esencial, si la Entropía es un concepto completamente extraño para Ud.)
- Hans Graßmann: Alles Quark, 1999, ISBN 3-87134-362-5 (Thermodynamik, S.231-274)
- Christian Hein (WOCATE): Entropie - eine Zugangsgröße zur Herausbildung allgemeinen Technikverständnisses?, Halle 1997, WWW (si no está disponible en WOCATE, entonces obtenga de ENTHEIN.ZIP)
- Friedrich Herrmann, Der Karlsruher Physikkurs (Tl.1, Energie, Impuls, Entropie), 1998, ISBN 3-76142095-1, ISO/IEC DIS 2382-16, Information theory (véase comentario)
- Frank L. Lambert: www.secondlaw.com
- Jeremy Rifkin (con Ted Howard): Entropy, 1985, ISBN 0-586-08508-4 (con prólogo por Nicholas Georgescu-Roegen – pero no es un libro que Frank L. Lambert recomendaría: «Rifkin no tiene concepto del concepto físico termodinámico de Entropía.»)
- J. de Rosnay: Entropy and the Laws of Thermodynamics, 1998/07/03, WWW
- Wolfgang Salm, Entropie und Information (naturwissenschaftliche Schlüsselbegriffe), 1997, ISBN 3-76141969-4
- Norbert Treiz: Brücke zur Physik, 1997, Kapitel 6, ISBN 3-8171-1518-0 !!
- Gian Vasta: Entropy? An intuitive approach (y otros artículos por Gian Vasta, James Baugh and Marijke van Gans), 1998, WWW
- Michail W. Wolkenstein: Entropie und Information, Moskau 1986, ISBN 3-8171-1100-2 (!!! Una excelente introducción a nivel pre-universitario, pero infortunadamente solo está disponible en Ruso y en Alemán)





## Mediciones de la Desigualdad

- Jaakko Astola, Ilkka Virtanen: Entropy Correlation Coefficient (a Measure of Statistical Dependence for Categorized Data), Lappeenranta University of Technology, Department of Mathematics and Physics, Research Report No. 4/1981, 22 p.
- A.B. Atkinson: On the Measurement of Inequality, *Journal of Economic Theory* (1970), 2: 244-263
- R.L. Basmann, K.J. Hayes, D.J. Slottje: Some New Methods for Measuring and Describing Economic Inequality (Contemporary Studies in Economic and Financial Analysis, Vol 71), 1993, ISBN 1-55938385-2
- Hans Herrmann Bock: Automatische Klassifikation (Cluster Analyse), Hannover 1974, ISBN 3-525-40130-2
- David Champernowne: A Comparison of Measures of Inequality of Income Distribution, 1974, *The Economic Journal*, 1984/12, pg.787-816
- Pedro Conceição / James K. Galbraith: Constructing Long and Dense Time-Series of Inequality, 1999?, WWW (buena explicación de la medición de Theil)
- Philip B. Coulter: Measuring Inequality, 1989, ISBN 0-8133-7726-9 (¡¡lectura esencial!!)
- F.A. Cowell: Measuring Inequality (Lse Handbooks in Economics Series), 1977/1995, ISBN 0-13-434366-2
- Carl Cuneo: Theories of Inequality (On-Line Course), 1996/02/09 WWW
- Camillo Dagum: The Social Welfare Bases of Gini, Theil, Generalized Entropy, Atkinson, Zenga, and Pareto Income Inequality Measures; Ottawa 1992, 38 pages
- Wolfgang von Eichhorn (Ed.): Models and Measurement of Welfare and Inequality, 1994, ISBN 3-540-58051-4 (más de 1000 páginas, grande, pesado, caro)
- Thomas B. Fomby (Ed.): Applying Maximum Entropy to Econometric Problems, *Advances in Econometrics*, Volume 12, 1997, ISBN 0-7623-0187-2
- James E. Foster: Inequality measurement, in: Fair Allocation, American Mathematical Society Short Course Lecture Notes, volume 33, 1985 (mencionado por Maugis como referencia para el coeficiente Gini)
- Corrado Gini: On the Measure of Concentration with Espacial Reference to Income and Wealth, 1936, Cowles Commission Zvi Griliches (editor with W. Krelle, H. Krupp, O. Kyn), *Income Distribution and Economic Inequality*, Frankfurt/Main, 1978
- Gusenleitner / Winter-Ebmer / Zweimüller: The Distribution of Earnings in Austria (1972-1991), Linz 1996 (WWW, buena explicación del coeficiente de Theil)
- Mark Kesselman: French Local Politics (A Statistical Examination of Grass Roots Consensus), 1966, *American Political Science Review*, No.60 (December),





pg.963-974 (mencionado por Coulter como referencia para el coeficiente de MacRae; Daniel MacRae Keenan?)

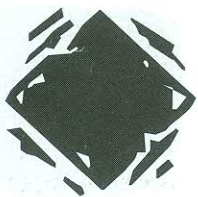
- Jochaim Lamel: Empfehlungen zur Verbesserung der Statistiken der Einkommensverteilung, Wien, 1977
- M. Marsh M. / D. Schiling: Equity measurement in facility location analysis (a review and framework), European Journal of Operational Research, 7(1):1-17, April 1994 (mencionado por Maugis como referencia para el «índice Hoover de concentración»)
  - Lionnel Maugis: Inequality Measures, 1996 (Centre d'études de la Navigation Aérienne - Sofréavia, CENA Orly Sud 205, 94542 Orly Aéroport Cedex, France). El coeficiente de Atkinson y otros índices se describen en esta concisa colección de mediciones de desigualdad – que infortunadamente desapareció de la WWW. Formaba parte del artículo «Mathematical Programming for the Air Traffic Flow Management Problem with En-Route Capacities» (IFORS 96).
- Eberhard Schaich: Lorenzkurve und Gini-Koeffizient in kritischer Betrachtung. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 185 (1971), 193-298
- Jean-Jaques Rousseau: Diskurs über die Ungleichheit / Discours sur l'inégalité, 1755, ISBN 3-8252-0725-0, (sobre la desigualdad es más interesante la 2ª. parte), WWW: Un discurso sobre los

orígenes de la Desigualdad.

- Henri Theil: Statistical Decomposition Analysis, 1972, Amsterdam

## **Inequidad, Desigualdad, Disparidad, Concentración, Distribución**

- A.B. Atkinson: Incomes and the Welfare State (Essays on Britain and Europe), 1995, ISBN 0-521-55796-8, (!!)
- Hans Werner Bierhoff: Sozialpsychologie, 1984/1998, ISBN 3-17-015027-8 (Fairneß und Gerechtigkeit, pg.109-135)
- Gerhard Bosch (Universität Duisburg): Billig ist nicht immer gut (Niedriglöhne schaffen keine zusätzlichen Arbeitsplätze und helfen auch den Unternehmen nicht - die Produktivität sinkt meist schneller als der Lohn), DIE ZEIT 1998/01/08
- Howard Botwinick: Persistent Inequalities (Wage Disparity Under Capitalist Competition), 1993, ISBN 0-69104297-7
- Y.S. Brenner / J. Reijnders: The Theory of Income and Wealth Distribution, 1988, ISBN 0-31201965-3
- C. Dagum: Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty, 1990, ISBN 0-387-52863-6
- Jean-Yves Duclos: Linear Inequality Measures and the Redistribution of Income, Quebec 1996 (9613.PS)
- Thomas Byrne Edsall: The Return of Inequality, June 1988, Atlantic

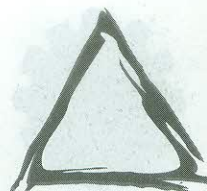




- Monthly, WWW
- Richard B. Freeman: Solving the New Inequality, Boston Review, December/January 1996-97 Vol. XXI No.6, WWW (con réplicas de Frances Fox Piven, Heidi Hartmann, Paul Krugman, Michael Piore, James Tobin, James Heckman, Ernesto Cortes)
- James K. Galbraith: Created Unequal, 1998, ISBN 0-684-84988-7; see also UTIP and ECAAR
- J.E.Goldthorpe: The Sociology of Post-Colonial Societies (Economic Disparity, Cultural Diversity and Development), 1996, ISBN 0-52157800-0
- Franz Haslinger, Oliver Stöner-Venkatarama (Eds.): Aspects of the Distribution of Income, 1998, ISBN 3-89518-152-8 Rainer Hegselmann, Zur Dynamik des Teilens unter Ungleichen, 1997
- F.Hengsbach SJ / M.Möhring-Hesse: Aus der Schieflage heraus (Demokratische Verteilung von Reichtum und Arbeit), 1999, ISBN 3-8012-0278-X
- Uwe Jean Heuser: Die neue Teilung, Wohlstand für wenige, DIE ZEIT 1997/10/24, WWW
- Jerry Kloby: Inequality, Power and Development (The Task of Political Sociology), 1997, ISBN 0-391-04019-7
- Paul Krugman: The Rich, the Right, and the Facts; fall 1992, The American Prospect no. 11, 19-31, WWW
- Paul Krugman: Pop Internationalism, 1996, chapters 3 and 4, ISBN 0-262-61133-3 (¡véase también Newsweek)
- Lars Osberg (ed.): Economic Inequality in the United States, Armonk, New York 1984, 288 pages
- Lars Osberg (ed.): Economic Inequality and Poverty (International Perspectives), Armonk, New York 1991, 257 pages
- Barbara Riedmüller: Verteilungsgerechtigkeit - kein Thema?, Die Mitbestimmung (42) Nr. 3/96, S. 34 - 36, 1996, WWW
- Amartya Sen (Premio Nobel in Economía, 1998): On Economic Inequality, 1973; edición ampliada con substanciales anexos por James E. Foster y Amartya Sen, 1996, ISBN 0-19-828193-5
- Dana Ward: Power and Wealth, 1997, WWW
- Dana Ward: The Silent Depression, 1997, WWW
- Edward N. Wolff: How the Pie is Sliced, The American Prospect no. 22 (Summer 1995): 58-64, WWW
- Edward N. Wolff: Top Heavy, 1995, ISBN 1-56584-347-9 (muy conciso, interesante para aquellos europeos que quieran aprender sobre los EE.UU.)

### **Pobreza y Riqueza**

- Raymond W. Baker, Jennifer Nordin: A 150-to-1 Ratio Is Far Too Lopsided for Comfort, 1999/02/05, Intl. Herald Tribune, pg.6, WWW
- Dorothee Beck, Hartmut Meine: Wasserprediger und Weintrinker. Wie Reichtum vertuscht und Armut verdrängt wird, Göttingen

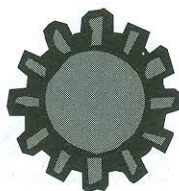




- 1997, ISBN 3-88243-527-5 (Besprechung in der TAZ)
- Helmut Creutz: Welche Rolle spielt das Geld? (Zins und Arbeitsmarkt, Armut und Arbeitslosigkeit, Überschuldung und Wachstumszwang), in: Hintergrund 3/97, pg.29-32
  - Mohammed Dore: Poverty, Global Inequality and the Foundations of Redistribution Policy, 1996 WWW
  - Georges Enderle: Ökonomische und ethische Aspekte der Armutsproblematik, in: Wirtschaft und Ethik, 1992, ISBN 3-15-008798-8
  - Ernst-Ulrich Huster (Hrsg.): Reichtum in Deutschland, Die Gewinner in der sozialen Polarisierung, Frankfurt 1997, erheblich erweiterte Neuauflage, ISBN 3-593-35859-X (Besprechung in der TAZ: Die erste Auflage von 1993 markierte den (Neu-)Beginn der akademischen Reichtumsdiskussion.) (Kölner Universitätsverlag): Verdienst, Vermögen und Verteilung (Reichtumsbericht Deutschland), 1998, 96 pg., DM 13.50, ISBN 3-87427-073-4
  - Lutz Leisering / Stephan Leibfried: Time and Poverty in the Welfare State, 1999 (2000?) (Übersetzte und dabei intensiv überarbeitete Ausgabe von «Zeit der Armut», 1995)
  - Bernard Mandeville: The Fable of the Bees, London 1705, ISBN 0-14-044541-2; large edition (Liberty Fund, Indianapolis): ISBN 0-86597-072-6 (hardcover), ISBN 0-86597-075-0 (paperback); German: Die Bienenfabel, ISBN 3-518-07900-X
  - Thomas Nagel: Equality and Partiality, 1990, ISBN 0-19-509839-0
  - Ignacio Ramonet: The politics of hunger, 1998/11, le monde diplomatique, WWW
  - P.J. O'Rourke: Eat the Rich (A Treatise on Economics), 1998
  - Peter Singer: Practical Ethics, 1979/1993 (chapter 8); Praktische Ethik, 1994, ISBN 3-15-008033-9 (Kapitel 4)
  - Adam Smith: Wealth of the Nations, 1776, ISBN 0-87975-705-1
  - Thorstein Bunde Veblen: The Theory of the Leisure Class, 1899, ISBN 0-14-018795-2, (German: Die Theorie der feinen Leute, 1966); véase también HyperTexts
  - Karl Georg Zinn: Wie Reichtum Armut schafft, 1998, ISBN 3-89438-150-7 (pg.36: Brentano-Keynes law)

## Entropía, información, probabilidad, estructuras, caos

- Robert U. Ayres: Information Entropy and Progress, 1994, ISBN 0-88318-911-9
- Guiseppe Caglioti: Symmetriebrechung und Wahrnehmung, 1990, ISBN 3-528-08914-8 (!, orig.: Simmetria infrante nella scienza e nelle' arte, 1983)
- Werner Ebeling / Jan Werner / Frank Schweitzer: Komplexe Strukturen (Entropie und

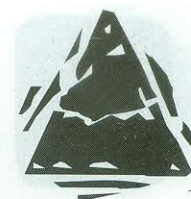




- Information), 1998, ISBN 3-8154-3032-1
- Jerome Heath: Thermodynamics of Culture, 1997, WWW
  - -G.J.Klir / T.A.Folger: Fuzzy Sets, Uncertainty and Information, 1988, ISBN 0-13-345984-5 (chapter 5)
  - Friedrich-Wilhelm Hagemeyer, Das logarithmische Informationsmaß, 1979, WWW Radio Bremen (chapter in «Die Entstehung von Informationskonzepten in der Nachrichtentechnik»)
  - Edwin Jaynes: Probability Theory, The Logic of Science, 1996, WWW !!!
  - Alan Jessop, Ellis Horwood: Informed assessments (an introduction to information, entropy, and statistics) 1995
  - James J. Kay: Self-Organization and the Thermodynamics of Living Systems: A Paradigm, 1983, WWW
  - Solomon Kullback: Information Theory and Statistics, 1997, ISBN 0-48669684-7
  - F.H.Lange: Signale und Systeme, Bd.III (pg.56..), Berlin 1973
  - Aaron Lanterman / M.I. Miller: Kullback-Liebler Distances for Quantifying Clutter and Models, (submitted to Optical Engineering), 1998/03/20
  - Hermann Rohling: Einführung in die Informations- und Codierungstheorie, Braunschweig 1995, ISBN 3-519-06174-0
  - E. Schroedinger: What is life? 1943 (Schrödinger: Was ist Leben? 1987)
  - Leo Szilard: On the decrease of entropy in a thermodynamic system by the intervention of intelligent beings, 1964 (Szilard, 1929: «The second law of thermodynamics also applies to closed systems which contain intelligent beings.» Este enunciado también se aplica a los sistemas abiertos si se toma en cuenta el flujo de Energía y Entropía a través de sus interfaces.)
  - Lew Tarassow: Wie der Zufall will?, 1984, ISBN 3-8274-0474-6 (!!!)
  - Kap.4, Wahrscheinlichkeit in der klassischen Physik)
  - Charles B. Thaxton / Walter L. Bradley / Roger L. Olsen: The Mystery of Life's Origin, 1984, ISBN 0-929510-02-8
  - Carl Friedrich von Weizsäcker: Aufbau der Physik, 1994, Kapitel 4 und 5, ISBN 3-423-04632-5
  - Aaron Wyner: Typical Sequences and All That,: Entropy, Pattern Matching and Data Compression, WWW

### **Física, Economía y Ciencias Sociales**

- Borisas Cimblaris: Economy and Thermodynamics, 1998, WWW (Economy and Energy, July / August 1998)
- Omar Campos Ferreira: Entropy, economy and social development, 1998, WWW
- Peter Fleissner / Wolfgang Hofkirchner: Entropy and Its Implications for Sustainability, 1995, WWW





- Nicolas Georgescu-Roegen: The Entropy Law and the Economic Process, 1971, republished in: Daly / Townsend, Valuing the Earth, 1992, ISBN 0-26204133-2
- Nicolas Georgescu-Roegen: The Entropy Law and the Economic Process in Retrospect, Eastern Economic Journal 12, No.1, pg.3-25 (German: ISBN 3-926930-01-2, Institut für ökologische Wirtschaftsforschung). Discutible – o hasta decepcionante.
- Peter Kafka: Gegen den Untergang, 1994, ISBN 3-446-17834-1
- Peter Kotauczek: Um welche Maße geht es?; in: Rupert Riedl / Manuela Delpos: Die Ursachen des Wachstums (Unsere Chancen zur Umkehr), Vienna 1996, ISBN 3-218-00628-7
- Paul Krugman: The Self-Organizing Economy, 1996
- Günter Küppers (Ed.): Chaos und Ordnung (Formen der Selbstorganisation in Natur und Gesellschaft), 1996, ISBN 3-15-009434-8
- Philip Mirowski: More Heat than Light, 1989, ISBN 0-521-42689-8
- Rainer Rauschenberg: Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik fuer die Umweltoekonomie, 1998, WWW
- Anette Schlemm: Entropie und Wirtschaft, 1993, WWW
- » Kulturelle Entwicklung kann mit physikalischen Begriffen wie der Entropie schon überhaupt nicht mehr beschrieben werden» steht im Kontrast zu anderen Ansichten: s.a. Ebeling und



Wolkenstein

- Henri Theil: Economics and Information Theory, 1967, Amsterdam
- Gerhard Weissmann: The Entropy Field (Propuestas para una Ley Unificada de Termodinámica y un nuevo concepto de tiempo con una exploración de las consecuencias para la Economía, la Teoría de la Relatividad, la Física Cuántica y el Efecto Invernadero), 1997, WWW (Interesante. Pero téngase en cuenta que el enunciado «La Entropía siempre se aumenta» no es muy preciso. La suma de todas las entropías de un sistema cerrado nunca disminuye.)
- Manfred Wöhlcke: Soziale Entropie (Die Zivilisation und der Weg allen Fleisches), München 1996, ISBN 3-423-04687-2 (El autor utiliza el humor de la mejor manera - Ud. nunca tendrá que enfrentarlo con la mirada de Wöhlcke sobre el futuro. Infortunadamente, el libro solo está disponible en Alemán.)

## Ecología

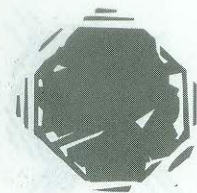
- Hartmut Bossel (IISD): Indicators for Sustainable Development (Theory, Method, Applications), 1999, ISBN 1-895536-13-8 Una aproximación sistemática al asunto de cómo sostener a la sociedad humana. Con evaluaciones de los indicadores presentes (es decir, el simplista PIB (GNP) e indicadores nuevos.
- BUND / Heinrich-Böll-Stiftung:



- Wege aus der Wachstumsfalle, 1998, ISBN 3-928244-30-2
- Herman Daly: Steady-State Economics, 1991, ISBN 1-55963072-8
  - Hans-Peter Dürr: Selbstbeschränkung - eine unmögliche Notwendigkeit, Kommune 1998/10, WWW !!!
  - M.Faber / H.Niemes / G.Stephan: Entropy, Environment and Resources; 1995, ISBN 3-540-58984-8 (2nd ed.) (Este recomendado lo encontré –además de otras pistas interesantes en la lista de libros de J. Hansons sobre Entropía y economía.)
  - Michael E. Gorman: Transforming Nature, chapter 4.5: The Natural Step, 1998, WWW
  - Patsy Haccou / Evert Meelis: Statistical Analysis of Behavioural Data, 1992, ISBN 0-19-854663-7 (use of Shannon entropy in maximum log-likelihood estimation (G-test), chapter 3.3.2, equation 3.20)
  - Charles J. Krebs: Ecology (The Experimental Analysis of Distribution and Abundance), 1985, ISBN 0-06-350391-3 (Shannon-Wiener function in chapter 23: Species Diversity I, Theory)
  - John A. Ludwig and James F. Reynolds: Statistical Ecology (pg.89-95: Shannon's Index, diversity index used by Alatalo, Heip, Hill, Pielou and Sheldon for various evenness indices), 1988, ISBN 0-471-83235-9
  - Kozo Mayumi and John M. Gowdy (Editors): Bioeconomics and Sustainability (Essays in Honor of Nicholas Georgescu-Roegen, Edward Elgar), Tokushima 1997, 1999, ISBN 1-85898667-2
  - Kozo Mayumi: Information, Pseudo Measures and Entropy (An elaboration on Nicholas Georgescu-Roegen's critique), Ecological Economics, No.22: (3) 249-259, 1997/09
  - Marek Roland-Mieszkowski: Life on Earth - Flow of Energy and Entropy, 1992-1998, WWW
  - Jürgen Schneider: Die ökologischen Grenzen des Wachstums, 1998, WWW
  - Göran Wall: Exergy - A Useful Concept Within Resource Accounting, 1997, WWW (Algunos errores? como. normalizar  $S = k \ln(p)$  to 1?)
  - Wolfgang Wieser: Kosten und Grenzen des Wachstums - eine rein biologische Perspektive, Innsbruck 1998 (Vortrag in der Zoologischen Staatssammlung, München, 1998/01/09)
  - Jerrold H. Zar: Biostatistical Analysis, 1974/1996, ISBN 0-13-084542-6 (chapter 4: Measures of Dispersion and Variability)

### Termodinámica

- (Europa Lehrmittel Verlag): Wärmelehre (Level: Technikerschulen)
- H. Brand, Online-Skript Thermodynamik und Statistische Physik, 1997, WWW
- Richard Becker: Theorie der Wärme, 1955/1985, ISBN 3-540-





- 15383-7/0-387-15383-7
- Wilhelm Brening: Statistische Theorie der Wärme (Gleichgewichtsphänomene), München 1996, ISBN 3-540-60345-X
  - Rudolf Clausius: Über die bewegende Kraft der Wärme, 1850, reprint ISBN 3-8171-3099-6
  - Enrico Fermi: Thermodynamics, 1937, ISBN 0-486-60361 (¡Me topé con varios comprimidos de termodinámica. Este es el mejor!)
  - W.Göpel/H.D.Wiemhöfer: Statistische Thermodynamik, 1997 (03/1998), ISBN 3-86025-278-X
  - Greines/Neise/Stöcker: Thermodynamik und Statistische Mechanik, 1993, ISBN 3-8171-1262-9
  - Grimsehl/Schallreuter/Altenburg: Lehrbuch der Physik, Band 1, Leipzig 1977/1991, ISBN 3-322-00812-6
  - Steven W. Hawking: A Brief History of Time, 1988 (Entropy in the black hole)
  - Howell/Buckius: Fundamentals of Engineering Thermodynamics, ISBN 0-07-100471-8
  - Iben/Schmidt: Starthilfe Thermodynamik, 1999, ISBN 3-519-00262-0
  - W. Schneider / S. Haas: Repetitorium Thermodynamik, 1997, ISBN 3-486-23844-2
  - Duane P. Jordan: Macroscopic Thermodynamics, 1997, WWW
  - Beverly T. Lynds: About Temperature, 1995, WWW
  - Ingo Müller: Grundzüge der Thermodynamik (mit

- historischen Anmerkungen), 1994, ISBN 3-540-58158-8
- Ulrich Nickel: Lehrbuch der Thermodynamik, Erlangen 1995, ISBN 3-446-18000-1 (!!)
- H.C. Van Ness: Understanding Thermodynamics, 1969, ISBN 0-486-63277-6 (!!)
- Wolfgang Nolting: Thermodynamik (aus der Reihe: Grundkurs: theoretische Physik, Band 4: spezielle Relativitätstheorie, Thermodynamik), 1991, ISBN 3-922410-23-5
- H.Römer/T.Filk: Statistische Mechanik, 1994, ISBN 3-527-29228-4

## Energía y Materia, Tiempo y Espacio

- Paul Davies: Time's arrow, in: New Scientist 1997/11/01, pg.34-38
- Albert Einstein: Grundzüge der Relativitätstheorie, 1922/1956, ISBN 3-528-16058-6 (pg.46: Masse und Energie)
- Robert Matthews: To Infinity and Beyond, New Scientist, 1998/04/11, pg.27 (estancamiento de la expansión del universo en vez del colapso o de la expansión eterna a una tasa cada vez mayor)
- Heinzwerner Preuß (ß=ss): Materie ist nicht materiell (Die Bedeutung der Quantenchemie für unser Denken und Handeln), 1997, ISBN 3-528-06666-0
- R.Sexl/H.K.Schmidt: Raum, Zeit, Relativität, 1978, ISBN 3-528-27236-8





- Wolfgang Wild: *Wie kam die Zeit in die Welt?*, aus: Kurt Weis (ed.): *Was ist Zeit?*, 1995, ISBN 3-423-30525-8

### Referencia

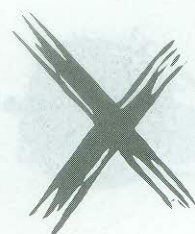
- Norbert Bischof: *Struktur und Bedeutung (Eine Einführung in die Systemtheorie)*, 1998, ISBN 3-456-83080-7 (!!)
- Borowski/Borwein: *Dictionary of Mathematics*, 1989, ISBN 0-00-434347-6
- Hans Breuer: *dtv-Atlas zur Physik* (pg.129-130), Stellenbosch 1987/1994, ISBN 3-423-03226-X
- Bronstein/Semendjajew/Musiol/Mühlig: *Taschenbuch der Mathematik*, 1997, ISBN 3-8171-2003-6
- Michael Kidron / Ronald Segal: *The State of the World Atlas*, 1995 (Atlas zur Lage der Welt, 1996, ISBN 3-596-13410-2)
- Björn Pötter: *Elementare mathematische Methoden in der Physik*, 1997, ISBN 3-8274-0115-1
- Horst Rinne: *Taschenbuch der Statistik*, Frankfurt 1997, ISBN 3-8171-1559-8 (Kapitel 6)
- H. Schulz, *Physik mit Bleistift (Einführung in die Rechenmethoden der Naturwissenschaften)*, 2. Aufl. 1993, ISBN 3-540-56143-9 (siehe auch: *Fysik für Füller*)
- Statistisches Bundesamt (Fachserie 16, «Löhne und Gehälter»): *Gehalts- und Lohnstrukturerhebungen: Ausgewählte Strukturdaten 1995*
- Horst Stöcker: *Taschenbuch der*

*Mathematik*, 1998, (En el capítulo 5.14 se encontrará un algoritmo para splines cúbicas. Si la segmentación de la curva de Lorenz es demasiado burda, tales splines se pueden usar para generar curvas de Lorenz "suaves" que representan mejor la desigualdad dentro de segmentos A dados.)

- Horst Stöcker: *Taschenbuch der Physik*, Frankfurt a.M. 1998, ISBN 3-8171-1556-3
- Henri Theil: *Principles of Econometrics*, 1971, ISBN 0-471-85845-5
- Henri Theil: *Studies in Global Econometrics*, 1996, ISBN 0-7923-3660-7
- Chun-Wa Wong: *Introduction to Mathematical Physics*, 1991; *Mathematische Physik*, 1994, ISBN 3-86025-114-7
- *Wirtschaft und Statistik*, Nov. 1997

### Religión and Mercado

- Norbert Bolz / David Bossard: *Kult-Marketing (Die neuen Götter des Marktes)*, 1995, ISBN 3-430-11433-0
- Matthias Horx: *Megatrends für die späten neunziger Jahre*, 1996, ISBN 3-430-19131-9
- Robert Kurz: *Die Welt als Wille und Design (Postmoderne, Lifestyle-Linke und die Ästhetisierung der Krise)*, 1999, ISBN 3-89320-024-X
- Max Weber: *Schriften zur Soziologie, 1911-1913*, ISBN 3-15-009387-2





## Más lecturas (más o menos relacionadas con Entropía y Desigualdad):

- Elmar Altvater / Rolf Hecker / Michael Heinrich: KAPITAL.DOC, 1999, ISBN 3-89691-437-5
- Gerhard Bosch: Die Standortdiskussion nicht auf Lohnprobleme verengen, 1995, WWW
- Pierre Bourdieu: La Distinction (Critique sociale du jugement) 1979; Die feinen Unterschiede (Kritik der gesellschaftlichen Urteilskraft), 1982, ISBN 3-518-28258-1
- Pierre Bourdieu: Raisons Pratiques (Sur la théorie de l'action) 1994; Praktische Vernunft (Zur Theorie des Handelns), 1998, ISBN 3-518-11985-0
- Bertold Brecht: Die Geschäfte des Herrn Julius Caesar (Romanfragment), 1939, ISBN 3-518-10332-6
- Bertolt Brecht: Dreigroschenroman, 1934, ISBN 3-518-39304-9 (Engl.: Threepenny Novel, ISBN 0-14-018037-0)
- Jean Bricmont: Science of Chaos or Chaos in Science?, 1996, WWW !!!
- Helmut Creutz, Das Geldsyndrom, 1993, S.286, 460 S., ISBN 3-548-35456-4
- Denis Duclos: Naissance de l'hyperbourgeoisie, Le Monde Diplomatique 1998/08 (Die Internationale der Hyperbourgeoisie: Eine neue Klasse löst die alten Führungsschichten ab.)
- Jean-Jacques Dupeyrou: Liberté, équité, fraternité..., 1997, WWW
- H. Stephen Gardner: Comparative Economic Systems, 1997, ISBN 0-03032822-5 (see also reference to these D&R-pages)
- Gasche/Guggenbühl/Vothlobel: Das Geschwätz von der freien Marktwirtschaft, 1997, ISBN 3-7064-0319-6 (Unter welchen Bedingungen schadet die freie Marktwirtschaft der freien Marktwirtschaft?)
- Karl Jaspers: Psychologie der Weltanschauungen, 1919, ISBN 3-492-11988-3
- Steve Kangas: The long FAQ on Liberalism (WWW)
- Steve Kangas: Equality versus Merit (WWW)
- Steve Kangas suicide: What happened to Steve Kangas? | The Strange Death of Steve Kangas | Tom Huppi saved Steves's site | Another mirror of Steve's site | Web site lives on | Steve Kangas: Suicide? | Suite101 | The Washington Post | www.atheists.org | Pittsburgh Post-Gazette | The Weekly Standard | Salon Magazine | Who killed Steve Kangas? | via AltaVista







- Thomas Kielinger: Sozial und effizient: Es gibt den dritten Weg, Tagesspiegel, 1998/09/15
  - Hartmut Köhler: Mathematics Teaching and Democratic Education, Stuttgart Institute for Education and Learning, D-70174 Stuttgart (empfohlen von Colin Hannaford, New Scientist 1999/08/28, S.46)
  - David C. Korten, When Corporations Rule the World, 1995
  - Serge-Christophe Kolm: le libéralisme est une éthique sociale!, WWW, 1997
  - Serge-Christophe Kolm: Réconcilier libéralisme et justice sociale, WWW, 1997
  - Bart Kosko: Fuzzy Thinking, 1993, S.222-235 (Fuzzy Cognitive Maps), ISBN 1-56282-839-8
  - Liu Binyan / Perry Link: China: The Great Leap Backward, 1998/10/08 New York Review of Books (on «Zhongguo de xianjing» [China's Pitfall] by He Qinglian, 1998, ISBN 7-5072-0908-3), WWW
  - Hans-Peter Martia / Harald Schumann: Die Globalisierungsfalle (Der Angriff auf Demokratie und Wohlstand), 1996, ISBN 3-498-04381-1
  - Karl Marx / Friedrich Engels: Manifest der Kommunistischen Partei, 1848, ISBN 3-15-008323-0 (Reclam 1969, 1989)
  - Friedrich Nietzsche: Jenseits von Gut und Böse, 1886, ISBN 3-15-007114-3
  - Friedrich Nietzsche: Die nachgelassenen Fragmente, 1869-1889, ISBN 3-15-007118-6
  - Bertrand Russel: Power, 1938, ISBN 0-04-301072-5 (chapter: Economic Power)
  - Gilles Saint-Paul: Les économistes ont-ils une aversion pour la démocratie, 1997?, WWW
  - J.A.Schumpeter: Capitalism, Socialism and Democracy, 1942; Kapitalismus, Sozialismus und Demokratie, 1946, ISBN 3-8252-01720-4
  - Rolf Simons / Klaus Westermann (ed.): Standortdebatte und Globalisierung der Wirtschaft, 1997, ISBN 3-89472-194-4
  - Esther Villard: Der betörende Glanz der Dummheit, 1987/1990, 3-423-36106-9
- 1 El autor se refiere a esta dirección . NT
  - 2 Véase *Homepages of Economist Projects y Research Papers in economics*
  - 3 "shifted" en el original. Nota de los traductores.
  - 4 "letters" en el original. N.T.
  - 5 <http://ourworld.compuserve.com/homepages/SMIPP/entkiss.htm>
  - 6 Se ha traducido únicamente los comentarios de Kluge sobre la bibliografía. Los títulos de los libros, textos o documentos se han dejado en su idioma original. N.T.

