Revista de Humanidades de Valparaíso Año 5 / 2017 / 1er semestre / N° 9 Págs. 103 - 119
ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

Constantes lógicas y la armonía de las reglas de inferencia

Mariela Rubin

Resumen

A lo largo de la literatura la pregunta por qué es una constante lógica ha recibido distintas respuestas desde los acercamientos de la teoría de modelos (Tarski; 1966), (Sher; 1991), (Gómez Torrente; 2003), (Bonnay; 2007) hasta las respuestas que centran el significado en las reglas de uso (Dummett; 1991), (Prawitz; 1965). Frente a la segunda corriente filosófica se han presentado algunos inconvenientes ineludibles, en particular la constante 'tonk' (Prior; 1960) frente a la que los defensores del inferencialismo en lógica han presentado varias soluciones, en particular la armonía. El objetivo de este artículo es mostrar que los distintos criterios de 'armonía' que se utilizan en semántica de la prueba para establecer qué es una constante lógica no cumplen con su objetivo ya que no son necesario o suficientes. Presentaré las razones filosóficas por las que surge el concepto de 'armonía' y luego describiré las distintas formas en las que la literatura suele entender el concepto de 'armonía'. Luego mostraré que o bien sobregeneran o bien subgeneran conectivas en base a una serie de contraejemplos. Finalmente, desarrollaré algunas razones filosóficas que deberían delimitar por dónde continuar la búsqueda de una definición satisfactoria del concepto de 'armonía'.

Palabras claves: armonía, tonk, inferencialismo, semánticas de la prueba.

† Recibido: mayo 2017. Aceptado: julio 2017.

* UBA, BA-Logic Group. Email: marubin@gmail.com

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

Abstract

Logical Constants and Harmony of the Rules of Inference

All through the literatura, the question about what is a logical constant has recieved many answers, from model-theoretic aproaches (Tarski; 1966), (Sher; 1991), (Bonnay; 2007) to answers that focus in the inferential practice as meaning (Dummett; 1991), (Prawitz; 1965), (Lorenzen; 1955). Detractors of the second tradition presented many ineludible incovenients, in particular, the logical constant named 'tonk' (Prior; 1960). Inferentialist tryed many solutions, in particular they presented the concept of 'harmony'. The goal of this paper is to show that the different criteria of 'harmony' used in the proof-theoretic semantics to determine what is and what is not a logical constant fail to be necessary or sufficient. I will show the philosophical reasons that make this concept appear and then i will describe the different ways in wich the literatura understads the concept of 'harmony'. Then I will show that they subgenerate or overgenerate connectives with some counterexamples. Finaly, I will explain some philosophical reasons that should delimitate where to go towards a satisfactory definition of 'harmony'.

Key words: harmony, tonk, inferentialism, Proof-theoretic Semantics.

1. Introducción

Existen dos estrategias fundamentales para definir qué es una constante lógica. Cada estrategia está vinculada al modo de explicar cómo se fija el significado de este tipo de expresiones. En líneas generales, la primera vincula esta caracterización con las condiciones de verdad de las oraciones en las que aparecen cada una de las constantes mencionadas. Así, una conjunción '$\varphi \wedge \psi$' es verdadera si y solo si ' φ ' es verdadera y ' ψ ' es verdadera. Esto es, por ejemplo, la oración (1) 'La nieve es blanca y el pasto es verde' es verdadera si y solo si la nieve es efectivamente blanca y y el pasto es en efecto verde. La versión más sofisticada de esta propuesta recurre a la idea de *modelos*, presentada por Tarski (1933) (1956), en la que introduce los conceptos de *modelo*, *satisfacción* y *funciones de interpretación*, entre otros para explicar cómo ciertas oraciones se vuelven verdaderas en base a la forma en la que la función interpreta los nombres o contantes de individuo y los predicados.

La segunda estrategia está relacionada con el modo en el que se usan las nociones lógicas, básicamente en el contexto de una prueba. Las semánticas de la prueba (*proof theoretical semantics)* se basan en la idea de que el significado de las constantes lógicas está dado por el rol inferencial que cumplen. Es decir, dado un conjunto de oraciones, qué puede inferirse de ellas que incluyan la conectiva en cuestión y qué puede inferirse de incluir la conectiva en una oración. Para clarificar, si yo tengo una prueba de que la nieve es blanca y también tengo una prueba de que el pasto es verde, entonces estoy habilitada a inferir que (1) 'la nieve es blanca y el pasto es verde'. Del mismo modo, si yo tengo una prueba de (1), estoy habilitada a inferir cualquiera de las dos proposiciones que la conforman. Las reglas suelen presentarse de a pares: reglas de introducción, es decir, cuándo estamos habilitados a usar cierta conectiva, y reglas de eliminación, es decir, qué podemos inferir cuando aseveramos una oración que contiene esta conectiva. Ejemplos en términos formales de esto son los siguientes[1]:

Conjunción		**Disyunción**	
$\wedge$-I	**$\wedge$-E**	**$\vee$-I**	**$\vee$-E**
Φ Ψ ——— $\varphi\wedge\psi$	$\varphi\wedge\psi$ ——— φ/ψ	Φ ——— $\varphi \vee \psi$	$\varphi \vee \psi$ si φ ent χ si ψ ent χ ——— χ

Esto se lee de la siguiente forma: para el caso de la conjunción si yo tengo una prueba de φy tengo una prueba de ψ, entonces tengo una prueba de $\varphi\wedge\psi$. Y si tengo una prueba de $\varphi\wedge\psi$, entonces también tengo una prueba de φ y de ψ. Las reglas de la disyunción se leen de la siguiente forma: Si tengo una prueba de φ, tengo una prueba de $\varphi\vee\psi$, y si tengo una prueba de $\varphi\vee\psi$, entonces, si puedo probar que de si φ se deduce χ y que de ψ se deduce χ, entonces tengo una prueba de que de $\varphi\vee\psi$ se deduce χ.[2]

En este sentido, se entiende que las semánticas de la prueba son, efectivamente semánticas, ya que entienden el significado en términos del com-

[1] Aquí presentaremos la discusión en términos de deducción natural, sin embargo existen numerosos otros sistemas de prueba desde los secuentes hasta las lógicas dialógicas.

[2] Un ejemplo en el lenguaje natural para entender la regla de eliminación de la distinción es el siguiente: si yo sé que voy a comer fideos o pizza, no sé cuál de las dos, pero tengo la certeza de que coma una o la otra entonces voy a saciar mi hambre, entonces sé que voy a saciar mi hambre.

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

portamiento inferencial, del uso. El significado de una conectiva está en los contextos en los que estamos habilitados a utilizarla y en las cosas que el uso de esta conectiva nos habilita a inferir. Así, las semánticas de la prueba son una forma de dar significado al proceso por el cual podemos llegar a una conclusión a partir de ciertas premisas. Los principales exponentes de esta estrategia han sido Dummett (1991), Prawitz (1965), Lorenzen (1955), entre otros.

Teniendo esto en mente Prior (1960) presenta una conectiva como contraargumento frente a las semánticas de la prueba: **tonk**(τ). Tonk es una conectiva lógica cuyas reglas son las siguientes:

τ-I	τ-E
$\dfrac{\varphi}{\varphi\tau\psi}$	$\dfrac{\varphi\tau\psi}{\psi}$

Esta conectiva, cuya regla de introducción es idéntica a la regla de introducción de la disyunción y cuya regla de eliminación es idéntica al a regla de eliminación de la conjunción, no es posible de traducir en una tabla de verdad clásica de dos valores[3], es decir es una conectiva que tiene reglas de uso pero no referencia en términos de modelos. A esto se suma que, al poner en relación estas dos reglas genera una conectiva que trivializa la lógica, sea clásica o intuicionista, dado que si una lógica L prueba alguna oración cualquiera φ, entonces, por introducción de tonk podemos probar $\varphi\tau\psi$ y por eliminación de tonk tenemos una prueba de ψ, siendo ψ una oración cualquiera. Esto es, a partir de una conectiva como tonk es posible de cualquier oración probar cualquier otra, en particular es posible probar de φ, $\sim\varphi$, resultado fatal en una lógica en la que de una contradicción se siga cualquier cosa[4], o bien es posible

[3] Al ser las reglas de tonk una fusión entre la regla de Introducción de la disyunción y la eliminación de la conjunción resulta imposible asignarle valores de verdad ya que eventualmente colapsan cuando los valores de verdad de las dos oraciones que une tonk tienen distinto valor de verdad.

[4] La lógica clásica es un caso particular de lógica en el que de una contradicción se sigue cualquier cosa, sin embargo, hay una gran multiplicidad de lógicas no clásicas donde la contradicción no significa trivialidad. Ejemplo de esto es LP, la lógica de Priest que entiende que hay contradicciones verdaderas, o las LFI, las lógicas de la inconsistencia que contienen un operador de consistencia tal que indica que para una oración si es consistente, entonces de poder probarse ella y su negación entonces se sigue cualquier cosa, pero también hay oraciones que no son consistentes de las que no se sigue la trivialidad si se prueban ella y su negación.

probar cualquier otra oración que le resulte fatal a la lógica en la que se esté trabajando (una oración del mentiroso, un mentiroso reforzado, etc.)[5]

La consecuencia de este argumento parece ser que es necesario restringir el conjunto de conectivas, es decir, no cualquier conjunto de reglas de inferencia pueden caracterizar una potencial conectiva lógica. La adopción del punto de vista contrario parece conducir a la posibilidad de que existan sistemas de inferencia triviales.[6]

Para evitar esas consecuencias, se han propuesto una serie de criterios que intentan reforzar las semánticas de la prueba. Entre otros se ha propuesto que las reglas deben ser **armónicas**. Esto es, que las reglas de inferencia que permiten introducir y eliminar de un discurso una potencial expresión lógica muestren cierta simetría entre sí.

A continuación procederé a mostrar porqué ninguno de los criterios que suelen trabajarse en la literatura son necesarios o suficientes para definir qué es una conectiva lógica. Para eso, empezaré por delinear el contexto en el que surgen el concepto de 'armonía', y las tres variables filosóficas que estaban en juego (la disputa por la lógica correcta, la defensa del molecularismo y la defensa del inferencialismo como tesis semántica). Luego procederé a explicar las definiciones más ampliamente adoptadas como 'armonía': el principio de inversión y la normalización, la conservatividad y el proceso de eliminación general y mostraré en qué casos falla cada una de las definiciones. Finalmente daré una serie de razones filosóficas para explicar por qué es deseable retomar alguna de las posturas que instalaron el debate para poder dar con una definición exitosa de conectiva lógica.

Hay dos posibles réplicas al objetivo de este artículo. Por un lado se puede sostener que sencillamente es necesario un cambio de lógica, o un cambio de lenguaje, sin embargo, el objetivo aquí es reflexionar sobre cómo establecer un criterio de conectiva lógica independientemente de la lógica y del lenguaje en el que se trabaje, de forma tal que se adapte, no solo a una lógica ni a un

[5] La oración del mentiroso es una oración que dice de sí misma que es falsa: 'esta oración es falsa'. Un mentiroso reforzado es lo que se entiende como una oración paradójica que aparece en lógicas creadas para solucionar paradojas como el mentiroso. Un ejemplo de esto es la oración 'esta oración es solamente verdadera' para LP. Para más información al respecto ver (Tajer 2014)

[6] 2 and 2 are 4.
Therefore, 2 and 2 are 4 tonk 2 and 2 are 5.
Therefore, 2 and 2 are 5.
Es la prueba de trivialidad que da Prior (1960) a partir de tonk.

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

único sistema de prueba, sino a una multiplicidad de lógicas con los distintos sistemas y lenguajes posibles.

Otra posible réplica es que como muestran Rahman y Redmond (2016), la lógica dialógica da una solución a los problemas de armonía, puesto que en esta presentación de la lógica clásica, al estar estructurada en distintos niveles, logra dotar de armonía a las conectivas lógicas.[7] La respuesta que tiene este artículo para ofrecer a este gran resultado, es que el interés aquí está centrado en las presentaciones de deducción natural de las lógicas, dado que creemos que la armonía tiene que ser un valor instrínseco a las conectivas que pueda traducirse en una presentación transparente y estándar como lo es la deducción natural y no limitarse a la presentación dialógica.

2. ¿En qué contexto surge la armonía?

En esta sección voy a presentar el contexto en el que se enmarca la discusión y luego detallaré en los sub-apartados las distintas formas en las que la literatura suele entender el concepto de 'armonía'. Luego de cada definición presentaré los problemas que cada definición trae aparejada.

Como ya he dicho antes, la discusión sobre la armonía se enmarca en el contexto de la discusión de teoría de la prueba.[8] El inferencialismo es una corriente filosófica cuya tesis opera sobre el lenguaje en términos generales; sin embargo, dentro del inferencialismo hay una corriente más modesta conocida como inferencialismo en lógica o teoría de la prueba, cuya tesis consiste en que **el significado de las conectivas lógicas está determinado por el uso** es decir por sus reglas de inferencia. En palabras del propio Dummett:

Crudely expressed, there are always two aspects of the use of a given form of sentence: the conditions under which an utterance of that sentence is appropriate, which include, in the case of an assertoric sentence, what counts as an acceptable ground for asserting it; and the consequences of an utteran-

---

[7] Como muestran Rahman y Redmond (2016): dicen "si una teoría pragmática del significado se implementa como un sistema de reglas para la interacción argumentativa estructurada en distintos niveles, a saber, el nivel local, el nivel global y el nivel estratégico, entonces la armonía, que corresponde a la correlación entre las reglas que definen el nivel estratégico, resulta naturalmente de la simetría de la reglas del nivel más fundamental, es decir, el nivel local. En otras palabras las reglas locales formuladas como reglas para jugadores anónimos proveen no solo el fundamento del significado sino que son también responsables de la emergencia de reglas armónicas de estrategia (o inferencia)." (p. 17).

[8] Aquí pretendo seguir el recorrido que propone Florian Steinberger en 'What Harmony Could and Could No Be?' puesto que considero que dada la complejidad del tema y la bastedad de literatura al respecto, su propuesta resulta particularmente pedagógica e iluminadora para comprender el panorama general.

ce of it, which comprise both what the speaker commits himself to by the utterance and the appropriate response on the part of the hearer, including, in the case of assertion, what he is entitled to infer from it if he accepts it. (Dummett; 1991; p.199)

El inferencialismo es una parte fundamental del intuicionismo, puesto que se monta sobre la premisa de que para aseverar una oración es necesario tener una prueba directa. Esta perspectiva, sumada a la concepción constructivista de prueba son los pilares intuicionistas. Por esta razón, las primeras propuestas respecto del concepto de 'armonía' surgieron desde esta escuela: defender que una lógica puede definirse sin necesidad de una semántica de valores de verdad o modelos era parte sustancial de la agenda intuicionista. A su vez, estos filósofos tenían como premisa básica que la lógica intuicionista era la lógica correcta. Por esta razón, el argumento de que la lógica intuicionista esta la única lógica capaz de capturar el conjunto suficiente y necesario de conectivas lógicas era un punto más a favor de la perspectiva intuicionista. Esta discusión entonces, se inserta en el centro de las polémicas sobre cómo dar significado y la pregunta por la cuál es La lógica correcta.

A estas dos motivaciones se suma una tercera: defender el molecularismo, en contraposición con las posiciones atomistas y holistas que sostienen que las partículas de lenguaje se definen por sí mismas sin ningún otro elemento que ellas mismas y que para definir una partícula del lenguaje es necesario mirar a todo el lenguaje en conjunto, respectivamente.

The principle of compositionality is not the mere truism, which even a holist must acknowledge, that the meaning of a sentence is determined by its composition. Its bite comes from the thesis that the understanding of a word consists in the ability to understand characteristic members of a particular range of sentences containing that word (Dummett; 1991; p.225)

De esta forma, se sostiene que el lenguaje está conformado por conjuntos de términos cuyo significado está intrincado por alguna relación en particular no en relación a la totalidad del lenguaje, sino a una serie de términos pertinentes. En el caso de las conectivas lógicas, esto se entendería de la siguiente forma: es necesario mirar a la totalidad de conectivas que conforman el lenguaje, junto con todas sus reglas de inferencia.

En el contexto de estos tres debates, Dummett (1991) da con una solucion que cuadra a la perfección: presenta de forma un tanto vaga el concepto de '**armonía**'. La armonía en términos puramente intuitivos consiste en la idea de que debe haber una relación entre las reglas de introducción y eliminación de las conectivas tal que lo que permita decir una de las reglas encaje,

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

esté contenido o se deduzca de la otra regla del par. Sobre este concepto se ha montado la literatura que lo ha refinado y desglosado en muchas formas distintas con distintas consecuencias prácticas. Lo que haremos a continuación es ver las formas más canónicas en las que se ha entendido la armonía y analizar porqué ninguno de estos criterios es necesario o suficiente. Luego se expondrán algunos puntos a tener en cuenta para poder desarrollar un criterio de armonía que se adecúe a lo que se busca.

Existen diversas formas de entender el concepto de armonía. Las más importantes son: (i) Armonía como principio de inversión, (ii) armonía como normalización, (iii) armonía como conservatividad y (iv) armonía como estabilidad. A continuación presentaremos en detalle cada uno de ellos.

3.1 Pruebas normalizadas y principio de inversión

Por un lado, Dummett toma de Prawitz (1965) el **principio de inversión** para explicar el concepto de 'armonía'. Una conectiva © cumple con el principio de inversión si y solo si dado su par de reglas de introducción y eliminación, todo lo que puede probarse utilizando una regla de introducción inmediatamente seguida de una de eliminación, ya estaba dicho antes de utilizar este par de reglas. Tomemos como ejemplo la conjunción en la siguiente prueba:

1.	p	PREMISA
2.	q	PREMISA
3.	$p \wedge q$	**I**$\wedge$ en 1 y 2
4.	p	**E**$\wedge$ en 3

Como puede verse fácilmente, la conclusión en 4 ya estaba probada previamente en 1. A este par de aplicación introducción-eliminación la literatura lo llama *detours* y este ejemplo simplificado en el que lo que se prueba en 4 es una premisa, sirve para ilustrar un fenómeno global que se busca en una lógica: si podemos reducir en todas las pruebas de nuestra lógica estos procedimientos a una prueba en la que no haya *detours*.[9]

---

[9] La normalización es un proceso complejo que tanto Prawitz como Dummett desarrollan de formas diferentes. No desarrollaremos aquí ninguno de los dos procesos dado que requeriría mucho más espacio del disponible, y no aporta en demasía al debate central. Sin embargo, es importante remarcar que la normalización es un proceso inductivo y que presupone una serie de métodos para reordenar el esqueleto de las demostraciones a partir de argumentos de forma tal que todas las oraciones estén justificadas por premisas

Si es posible realizar estos procedimientos para todas las oraciones que pruebe con todas las conectivas de la lógica, entonces la lógica será normalizable. Esta propiedad está pensada en términos molecularistas, como una **propiedad del sistema de conectivas como un todo**. Es decir, si bien parte de una propiedad particular del par de reglas para cada conectiva, el principio de inversión, se instancia en la propiedad del sistema de ser normalizable dado un conjunto de conectivas. La normalización no debería depender solamente de que cada par de reglas respete el principio de inversión, sino también de que la interacción entre los pares de reglas permita reordenar (*permutative reductions*) la prueba de forma tal que en todos los casos pueda normalizarse.

La idea detrás de esto es que la regla de eliminación no nos permita decir más cosas que las que podemos decir con la regla de introducción. Para utilizar los términos de Dummett, hay dos cosas que podemos decir cuando utilizamos una conectiva ©. Por un lado las relaciones que podemos aseverar entre premisas que ya están probadas y por otro lado, las consecuencias de aseverar esa relación. En ese sentido, una conectiva cuyas reglas de uso estén formuladas de forma 'irresponsable' sería una conectiva que nos permita inferir más o menos consecuencias de las que ya podíamos aseverar al establecer aquella relación que establecimos cuando juntamos dos premisas (φ y ψ) con aquella conectiva (©). A esta relación desigual, se la llamará desarmonía. Una relación entre un par Introducción-Eliminación será de **desarmonía E-Fuerte** cuando la regla de eliminación nos permita aseverar más cosas de las que ya podíamos aseverar antes de utilizar la regla de introducción. Este es el caso de tonk, que nos permite decir mucho más que φ (véase la prueba de trivialidad de la página anterior), en particular nos permite decir cualquier cosa, pero podría no ser tan extremo y permitirnos decir algunas cosas que no estuviesen contenidas antes en la deducción sin necesidad de llevar a trivialidad (como veremos en breve pasa con algunas conectivas clásicas). Por otro lado, cuando la regla de eliminación nos permite decir menos cosas que las que ya podíamos decir antes de utilizar la regla de introducción, estamos en un caso de **desarmonía E-Débil**.[10]

---

anteriores o bien que sean supuestos que luego serán descargados a partir del uso de ciertas reglas capaces de descargar supuestos (como ser la regla de introducción del condicional). Omito, así también el concepto central en la propuesta de Prawitz de `forma canónica´, entre otros para simplificar la exposición.

[10] Otra gran tradición, también investigada por Dummett (1991) y Prawitz (1971) (2007) plantea presentar a las reglas de eliminación como la central a la hora de dar significado a la conectiva, y a la regla de introducción como aquella que debe mantener el equilibrio con la regla principal, sin embargo, este tipo de propuestas trae aparejado toda otra clase de problemas.

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

Un caso de desarmonía E-débil podría ser un escenario en el que la conjunción no fuese conmutativa y se presentase el siguiente par de reglas para la conjunción:

$\wedge$-**I**	$\wedge$-**E**
$$\dfrac{\varphi \quad \psi}{\varphi\wedge\psi}$$	$$\dfrac{\varphi\wedge\psi}{\psi}$$

Es decir, un caso en el que de una conjunción de $\varphi\wedge\psi$ solo pueda probarse ψ. Esto es problemático porque dice que de aseverar que φ y que ψ no puede inferirse φ.

El proceso de normalización hace un buen trabajo para eliminar conectivas como tonk, es decir para evitar la desarmonía E fuerte en casos de conectivas que respetan el principio de inversión ya que el principio de inversión nos asegura que dado un par de reglas no sea posible aseverar nada más allá de lo que no estuviese ya probado, sin embargo, no dice nada al respecto de probar de cosas de menos. Esto mismo lo muestra Dummett (1978) ejemplificando el colapso de la disyunción clásica (armónica) y la disyunción cuántica (E débil desarmónica).

Las reglas para la disyunción cuántica son idénticas a las reglas para la disyunción clásica, con la siguiente diferencia

$\vee$-**I**	$\vee$-**E**	**u-I**	**u-E**
$$\dfrac{\varphi}{\varphi \vee \psi}$$	$\varphi \vee \psi$ (ψ) . . χ (φ) . . X $\overline{\chi}$	$$\dfrac{\varphi}{\varphi\ \mathbf{u}\ \psi}$$	$\varphi\ \mathbf{u}\ \psi$ (ψ) ø χ (φ) ø χ $\overline{\chi}$

Leamos esta regla de la siguiente forma: para deducir χ de φ **u** ψ no debemos utilizar premisas colaterales. Este par de reglas trae como consecuencia que, de utilizar ambas disyunciones en un mismo sistema colapsen. Ya que solo basta con tener una prueba de una disyunción cuántica para poder probar su disyunción clásica de la siguiente forma:

φ u ψ	Premisa
(φ)	Supuesto
φ ∨ ψ	I
(ψ)	Supuesto
φ ∨ ψ	I∨
φ ∨ ψ	Eu

> Therefore, in our system[11] the application of reduction procedures may lead us from genuine deductions to ill-formed ones. What this means is that plateaux of this kind are not eliminable and hence that the system {∧, ü, ∨} is not normalizable (whereas the system {∧, ü} is). Summing up, Dummett has produced a system composed exclusively of intrinsically harmonious pairs of inference rules that is nonetheless not normalizable and with respect to which _ does not display total harmony. (Steinberger; 2011; p.629)

Sin embargo, hay un problema previo a esto para el lógico clásico, y es que la negación clásica no respeta el principio de inversión. Esto sucede ya que la negación clásica no cuenta solo con el par de reglas de Introducción y eliminación, sino que cuenta con la regla de doble negación que dice que de ¬¬ φ se sigue φ.

Claro que esto no resulta un problema para Dummett, sino incluso más, un argumento a favor de su tesis del intuicionismo como lógica correcta, en particular puesto que la negación intuicionista sí lo cumple.

Si nos retrotraemos a las motivaciones con las que abrimos este trabajo, vemos cómo la definición que presentan Dummett y Prawitz, no solo sirve al debate sobre cómo deben construirse las reglas de inferencia para dar significado a una conectiva, sino también a cuál es el conjunto de conectivas que cumple con estas características.

[11] Un sistema que contenta tanto la disyunción clásica como la cuántica.

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

3.2 Conservatividad y unicidad

Otra forma de entender la armonía ampliamente tematizada (incluyendo por Dummett) es propuesta por Belnap (1962) de **conservatividad**. La conservatividad de define de la siguiente forma:

Dados dos sistemas S1 y S2, con dos Lenguajes L1 y L2 respectivamente, siendo L2 = L1 U{©}. S2 es **conservativo sobre** S1, Si $\Gamma \vdash_{S2} A\ \varphi$ (que no incluye ©) entonces $\Gamma \vdash_{S1} \varphi$.

Esto quiere decir que una conectiva no va a permitir aseverar más cosas que las que ya se podían aseverar sin ella, a menos que implique oraciones que contienen la conectiva. Nuevamente, para la lógica clásica la conservatividad es un requisito **muy fuerte**. Ya que la negación clásica $\{\neg\}$ agregada al conjunto $\{\wedge,\vee\}$ es conservativa, pero $\{\neg\}$ agregada al conjunto $\{\wedge,\vee,\rightarrow\}$ no, dado que permite probar la ley de Pierce

Ley de Pierce: $(((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi)$

¿Cómo? En un conjunto de conectivas en el que el condicional no está presente, no es posible probar esta ley clásica que solo contiene condicionales (y por ende el condicional es su conectiva principal). Al agregar el condicional $\{\rightarrow\}$ al conjunto $\{\wedge,\vee,\neg\}$, sencillamente sale esta ley ya que todas las reglas necesarias para ser probadas están incluidas en el conjunto. Sin embargo, si se comienza por el conjunto $\{\wedge,\vee,\rightarrow\}$ no es posible probar la ley de Pierce que requiere una instancia del tercero excluido para ser probada. Por eso, solo puede probarse cuando se agrega la negación, dado como resultado la no conservatividad de la negación clásica. Nuevamente, la negación intuicionista lleva ventaja puesto que no cumple con el tercero excluido, por lo que no prueba la ley de Pierce. Esto abre a una pregunta por la importancia del orden a la hora de introducir las conectivas. La intuición tiende decir que la logicidad de una conectiva debería ser independiente del orden en el que se la introduzca a la lógica.

Tonk naturalmente no es conservativa, ya que permite probar cualquier oración, en particular todas las que no contienen a tonk.

> So the trouble with the definition of tonk given by Prior is that it is inconsistent.
>
> It gives us an extension of our original characterization of deducibility which is not conservative, since in the extension (but not in the original) we have, for arbitrary A and B, $A \vdash B$.

> Adding a tonkish role to the deducibility-context would be like adding to cricket a player whose role was so specified as to make it impossible to distinguish winning from losing. (Belnap; 1962; p.132)

Sin embargo, Belnap agrega otro criterio de interés a la discusión, el de **unicidad.** La unicidad consiste en que dos conectivas cuyas reglas sean idénticas deben ser la misma conectiva, otra forma de entenderlo es que no puede haber dos conectivas que compartan la reglas. Otra En este sentido, la disyunción cuántica incumple el requisito.

Nuevamente, la conservatividad y la unicidad son requisitos del sistema de conectivas como un todo. Sin embargo, la literatura tendió a concentrarse en el aspecto atomista de la armonía. La armonía como el balance entre el par de reglas de introducción - eliminación de cada conectiva sin importar el contexto de conectivas en el que se inserte. El principio de inversión es un primer ejemplo, a continuación presentaremos otro más.

3.3 Estabilidad y *General Elimination Procedure*

Otra forma de entender armonía es el concepto de '**estabilidad'.** Un par de reglas es estable si y solo si:

La regla de eliminación de una conectiva © no permite inferir ni más ni menos que las bases de lo que ya podía inferirse antes de usar la regla de introducción de ©[12].

Hay muchas propuestas para dilucidar esta idea, en particular nos centraremos en una propuesta de Read: el *General Elimination Procedure* (Procedimiento GE) (Read; 2010).

Read no presenta este procedimiento como un tipo de armonía sino como una herramienta para determinar si una conectiva es lógica o no, y es por esto mismo que la incluimos en el trabajo. Ya que nuestro objetivo es por un lado entender cuál es el tipo de relación más indicada para hablar de que un par de reglas "encastran" adecuadamente para poder decidir qué conectivas son lógicas en base a ese criterio.

---

[12] Intuitively, Gentzen's suggestion that the introduction rules be viewed as fixing the meanings of the logical constants has no more force than the converse suggestion, that they are fixed by the elimination rules; intuitive plausibility oscillates between these opposing suggestions as we move from one logical constant to another. (Dummett; 1991, cap. 13).

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

El Procedimiento GE consiste en una serie de pasos en los que se van derivando a partir de una forma básica de presentar el par de reglas una prueba de que el conjunto de reglas no permite inferir ni más ni menos que lo que ya estaba aseverado anteriormente. El esquema es sumamente complejo, razón por la cual lo resumiremos en el siguiente ejemplo (utilizamos la negación clásica como ejemplo puesto que es una de las piedras fundamentales para rechazar los otros criterios)

EJEMPLO NEGACIÓN.

Sin embargo, este criterio sobregenera. Supongamos que tenemos una constante de paradoja o constante de mentiroso tal que:

$(\bullet)$	Supuesto	$(\bullet \rightarrow \bot)$		$\bullet$	
. . .		. . .		$\bullet$	
$\bot$		φ		φ	$\bullet$out
$\bullet$	I$\bullet$	$\bullet$			
		φ	E$\bullet$		

$\bullet$out es una forma decir lo que sucede si uno tiene una prueba de $\bullet$ y supone que de $\bullet$ se sigue $\bot$. Esto es, un equivalente a $\bullet$ E.

Si aplicamos el Procedimiento GE puede verse fácilmente que lo respeta y sin embargo, si estamos hablando de una lógica con explosión, a partir de $\bullet$ podemos probar cualquier cosa, al igual que con tonk que no respeta el procedimiento GE:

1. $(\bullet)$ Supuesto
2. $(\neg\bullet)$ Supuesto
3. $\bot$ 1 y 2
4. $\neg\bullet$ E$\bullet$ de 2
5. $\bot$ 1 y 4
6. $\bullet$ I$\bullet$ de 1
7. Repetición 1 al 6
8. $\bullet$
9. γ $\bullet$out

El argumento de Read es que este procedimiento define qué conectivas son lógicas, no cuáles son deseables (Read; 2010), sin embargo, creemos que debería haber una correspondencia entre estos dos estándares. En particular resulta menester que la logicidad no se superponga con conectivas triviales, puesto que entonces, no queda demasiado claro por qué la conectiva de inconsistencia es más lógica que tonk.

4. La perspectiva global

En este artículo he argumentado que los criterios aquí expuestos fallan, ya que o bien subgeneran (como son los casos de normalización y conservatividad que excluyen a la negación clásica) o sobregeneran (como es el caso del procedimiento GE).

Quizás la logicidad no esté dada por un único criterio, quizás sea necesario tomar dos o más criterios en conjunción teniendo en miras el contexto de discusión: el debate por el intuicionismo como la lógica correcta no es el tópico de este artículo, y no es un tópico necesario para preguntarse por la logicidad de las conectivas, por lo que aquellos criterios que apuntan a descartar la lógica clásica, ya que no son relevantes para la discusión actual. Por otro lado, si bien la literatura se ha concentrado en dar un criterio de regla admisible para el par, quizás es importante recuperar la noción fundadora en la que el significado de una conectiva no está dado solo por el par de reglas que la definen sino por cómo interactúa este par de reglas dentro de un conjunto de otras conectivas con sus reglas. Al fin y al cabo, aquellas relaciones que podemos aseverar en función de lo que ya está probado y sus consecuencias, dependen también de qué podamos probar en base a las otras relaciones que puedan establecerse de antemano.

Si fuese posible tomar el procedimiento GE que funciona extensionalmente para las conectivas clásicas y que presenta una relación entre par de reglas interesante y pudiese acotarse en casos de conjuntos de conectivas, quizás pudiese encontrarse un criterio aceptable de logicidad.

ISSN 0719-4234 / eISSN 0719-4242

Referencias bibliográficas

Belnap, Nuel D. (1962). "Tonk, Plonk and Plink". *Analysis*, Vol. 22, No. 6 (Jun., 1962), pp. 130-134.

Bonnay, D. (2008). "Logicality and Invariance". *Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 14, pp. 29-68.

Buacar, N. (2015). "La justificación de la deducción". Tesis doctoral sin publicar, UBA.

Cook, R. (2005). "What's wrong with tonk(?)", Journal of Philosophical Logic, Vol. 34, Nro. 2, pp. 217-226.

Dummett, M. (1978). "Truth and Other Enigmas", Cambridge, MA: Harvard University Press.

Dummett, M. (1991). "The Logical Basis of Metaphysics". Cambridge: Harvard University Press.

Gómez Torrente, M. (2007). "Constantes Lógicas". En M. J. Frápolli (comp.), *Filosofía de la Lógica*, Madrid, Tecnos, pp. 179-205.

Prawitz, D. (1965). "Natural Deduction. A Proof-Theoretical Study", Estocolmo, Almqvist&Wiksell.

Prawitz, D. (1971). "Ideas and Results in Proof Theory". En Jens E. Fenstad (ed.), *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium* (Oslo 1970). Amsterdam: North-Holland, pp. 235–308.

Prawitz, D. (2007). "Pragmatist and Verificationist Theories of Meaning" En Randall E. Auxier and Lewis Edwin Hahn (eds.), *The Philosophy of Michael Dummett*. La Salle: Open Court, pp. 455–481.

Prior, N. (1960). "The Runabout Inference-Ticket". *Analysis*, Vol. 21, No. 2, (Dec., 1960), pp. 38-39.

Rahman, S. & Redmond, J. (2016). "Armonía Dialógica: tonk, Teoría Constructiva de Tipos y Reglas para Jugadores Anónimos", *THEORIA. Revista de Teoría, Historia y Fundamentos de la Ciencia*, vol. 31, núm. 1, pp. 27-53.

Read, S. (2009). "General-Elimination Harmony and the Meaning of the Logical Constants". *Springer Science+Business.* Media B.V. 2010.

Sher, G. (2011). "Is Logic in the Mind or in the World?". *Synthese*, Vol. 18, pp. 353-65.

Sher, G. (2013). "The foundational problem of logic". *The Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 19, Nro. 2, pp. 145-198. Las citas corresponden a la versión digital disponible en: http://philosophyfaculty.ucsd.edu/faculty/gsher/the_foundational_problem_of_log ic_bsl.pdf

Steiberger, F. (2011). "What Harmony Could and Could Not Be." *Australasian Journal of Philosophy*, Volume 89, - Issue 4, pp. 617-639.

Tajer, D. (2014). "Dialeteismo: una teoría contradictoria de la verdad". En E. A. Barrio (dir.), *La lógica de la verdad*, EUDEBA, Buenos Aires, Argentina, pp. 249-292.

Tarski, A. (1933). "The concept of truth in the languages of the deductive sciences" (Polish), *PraceTowarzystwaNaukowegoWarszawskiego, Wydzial III NaukMatematyczno-Fizycznych* 34, Warsaw; reprinted in Zygmunt 1995, pp. 13–172; expanded English translation in Tarski 1983, pp. 152–278.

Tarski, A. (1966). "What Are Logical Notions?". En J. Corcoran (ed.), *History and Philosophy of Logic* 7 (1986), pp. 143-54.