



RECIBIDO EL 22 DE ABRIL DE 2016 - ACEPTADO EL 23 DE ABRIL DE 2016

UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA INDUSTRIAL CON ALTO RIESGO DE MORTALIDAD ACADÉMICA EN CÁLCULO DIFERENCIAL.

A TEACHING STRATEGY FOR STUDENTS OF INDUSTRIAL ENGINEERING ACADEMIC HIGH RISK OF MORTALITY IN DIFFERENTIAL CALCULUS

Yoana Acevedo Rico

yoana.acevedo@upb.edu.co

Resumen

Se presenta una experiencia de formación de ingenieros que aborda la construcción, implementación y evaluación de una estrategia didáctica en la asignatura **Cálculo diferencial**. La población seleccionada son estudiantes con alta probabilidad de reprobación de la asignatura. La estrategia didáctica está basada en la resolución de problemas, los que son situaciones de incertidumbre que producen el efecto de la búsqueda de una solución y la resolución es la forma de proceder ante el enfrentamiento a uno de estos. El problema formulado propone aplicaciones al concepto de derivada y

conceptos básicos de la teoría fractal. Se utiliza una metodología de investigación mixta, donde se usa un modelo estadístico de predicción para clasificar la población, se evalúa la estrategia teniendo en cuenta la disminución de la mortalidad académica y los resultados en una prueba escrita con dos grupos: experimental y control. Se complementa dicho análisis con las observaciones realizadas por el docente-investigador al grupo experimental. Al contrastar las notas definitivas de la asignatura de los dos grupos, se encontraron resultados superiores en el grupo experimental que estaba en alto riesgo de mortalidad y que aprobó la asignatura, además, en la prueba escrita desarrollada por



ambos grupos, hubo un mayor rendimiento en la resolución de problemas de optimización en el grupo experimental.

Palabras clave. Mortalidad académica en cálculo diferencial, resolución de problemas.

Abstract

Its presents a training experience of engineers that addresses construction, implementation and evaluation of a teaching strategy in the differential calculus course. The target population are students with high probability of failing the course. The didactics strategy is based on the resolution of problems where are situations of uncertainty that have the effect of finding a solution and resolution is the way forward on the subject when he faces one of these. The formulated problem proposes the concept of derivative applications and basic concepts of fractal theory. It's used a methodology for joint research, where a statistical prediction model is used to classify the population is used, the strategy is assessed taking into account the decline in academic mortality and the results of a written test with two groups: experimental and control. This analysis is complemented with the observations made by the researcher in the experimental group. By contrasting the final notes of the subject of the two groups, it's found a higher percentage of the experimental group was at high risk of mortality and passed the course, also in the written test developed by both groups was found a higher yield solving optimization problems in the group where the strategy was implemented.

Keywords: Mortality academic calculus, problem solving.

I. INTRODUCCIÓN

Una investigación realizada en la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga con estudiantes de ingeniería de primer

semestre, permitió encontrar dependencia entre variables académicas y motivacionales con la aprobación de la asignatura cálculo diferencial, específicamente en 16 variables que hacen referencia con la forma en que los estudiantes enfrentan las tareas y pruebas matemáticas [1], posteriormente dicha investigación permitió construir (población semestre: primero-2012) y validar un modelo de predicción (población semestres:segundo-2012 y primero 2013) para clasificar los estudiantes con alta probabilidad de reprobado dicha asignatura. Se destaca que:

“Los estudiantes con notas del primer seguimiento por debajo de 2,7 tienen 68 veces más posibilidades de reprobado cálculo que los estudiantes con nota superior a 4.1” [2]

A través de dicho modelo se clasificaron los estudiantes de dos grupos del semestre: primero-2013, con alto riesgo de perder la asignatura, donde se construyó, implemento y evaluó una estrategia didáctica que permitiera bajar el índice de mortalidad al finalizar el curso.

Dicha estrategia propone cambios tanto en la metodología como en la evaluación de la asignatura cálculo diferencial. En esta revisión es relevante plantear cambios en dos aspectos: la *aplicabilidad* de la asignatura en la Ingeniería. Y el *trabajo independiente* del estudiante, entendido como el aprovechamiento del tiempo, la adquisición de hábitos de estudio que le permitan ser protagonista activo de su proceso de aprendizaje. Para ello se pretende hacer cambios en las acciones intencionadas que realizan los docentes para provocar aprendizaje en sus estudiantes, descritas como tareas matemáticas que involucren, motiven y vuelvan al estudiante protagonista de su aprendizaje. Tales tareas pueden ser de tipo rutinario o problemas. Siendo el último que toma fuerza, puesto que se acomoda a la aplicabilidad de la asignatura y al trabajo independiente.

Nos centramos en la resolución de problemas



como estrategia didáctica, donde los problemas son situaciones de incertidumbre que producen el efecto de la búsqueda de una solución y la resolución es la forma de proceder el sujeto cuando se enfrenta a uno de estos. Según la tipología de problemas escolares en educación matemática clasificada por Foong [3], clasificamos el problema construido en esta experiencia como real (aplicado a la ingeniería) y en una estructura abierta (no posee una solución inmediata y tiene múltiples soluciones). Además, nos enfocaremos en los heurísticos para resolver problemas (fases de resolución del problema utilizada por los estudiantes) por Guzmán [4], quien propone como objetivo, que el estudiante examine y remodele sus propias formas de pensar de manera sistemática a fin de eliminar los obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces. El modelo para la ocupación con problemas consta de las siguientes fases: familiarización con el problema, búsqueda de una(s) estrategia(s), llevar adelante la estrategia, revisar el proceso y sacar consecuencias de éste.

II. MÉTODO

Esta experiencia de aula surge de reflexiones posteriores a dos investigaciones mencionada anteriormente, por un lado, los factores que están influyendo sobre la aprobación de la asignatura cálculo diferencial y por otro, la clasificación de los estudiantes que están en alto riesgo de reprobación dicha asignatura, es así como la construcción de la estrategia didáctica pretende disminuir dicha mortalidad teniendo en cuenta factores de tipo motivacional y académico que están relacionados con las tareas matemáticas. Es por ello que en la construcción, implementación y evaluación de la estrategia didáctica es nuestro objeto de estudio.

Se define una metodología de investigación mixta, enmarcada desde los dos paradigmas, cuantitativo, al clasificar los estudiantes con

alto riesgo de reprobación la asignatura usando un modelo estadístico de predicción, al permitir construir una estrategia didáctica teniendo en cuenta las variables que están correlacionadas con la aprobación de la asignatura y al validar la implementación de la estrategia con la disminución de la mortalidad académica y el análisis de los resultados de una prueba escrita al finalizar el curso a dos grupos: experimental y control. Y cualitativo, por el continuo acercamiento entre el docente-investigador y el objeto de estudio a través de la observación realizada en la implementación de la propuesta, al no buscar la generalización, sino la especificidad de la realidad observada, permitiendo una perspectiva holística de los alcances que van teniendo los estudiantes en la implementación de la estrategia.

Población:

La experiencia se realiza con dos grupos de estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga matriculados por primera vez en la asignatura cálculo diferencial en el primer semestre académico de 2013.

Utilizamos un modelo estadístico de predicción (modelo de regresión logística) que permite clasificar los estudiantes que están en alto riesgo de reprobación la asignatura Cálculo Diferencial en los grupos experimental y de control. El modelo de predicción está dado por [2]:

$$P(\text{Reprobar Cálculo}) = \frac{e^{1.6008NP_1 + 2.1668NS_1}}{1 + e^{1.6008NP_1 + 2.1668NS_1}} \quad (1)$$

donde:

- $NP_1 = 1$, Si $NE < 2.5$
- $NP_1 = -1$, Si $NE \geq 2.5$
- $NS_1 = 1$, Si $NS < 2.7$
- $NS_1 = 0$, Si $NS \in [2.7, 4.1]$
- $NS_1 = -1$, Si $NS > 4.1$



Cuyo punto de corte es 0,3, es decir, sí entonces el estudiante es clasificado como un estudiante con poca probabilidad de reprobación Cálculo Diferencial, caso contrario el estudiante es clasificado como estudiante con alta probabilidad de reprobación Cálculo Diferencial.

El punto de corte del modelo se tomó bajo el criterio de maximizar la sensibilidad sin importar la especificidad y minimizar la tasa de falsos negativos sin importar la tasa de falsos positivos pues para el docente investigador es necesario identificar estudiantes con una alta probabilidad de reprobación CD.

La sensibilidad mostrada por el modelo (1) permite clasificar correctamente un 91,43% de los estudiantes con alta probabilidad de reprobación Cálculo Diferencial, su especificidad sólo permite clasificar correctamente un 64,06% de los estudiantes con baja probabilidad de reprobación, además este cuenta con un porcentaje de concordancia del 78%, una tasa de falsos positivos del 26% y falsos negativos el 12,76%. A continuación mostramos las características de los dos grupos:

Grupo experimental:

1

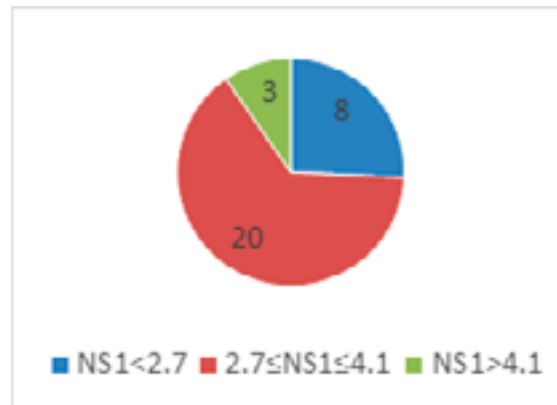


Ilustración 1. nota de seguimiento 1

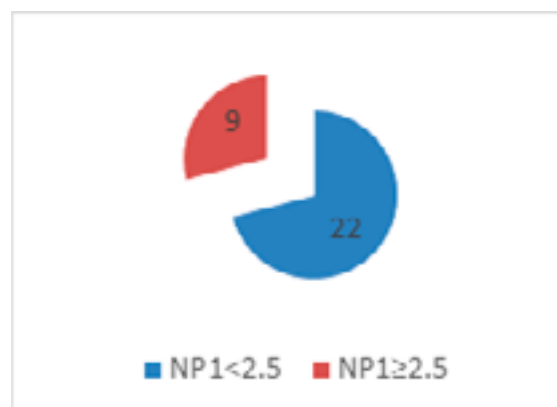


Ilustración 2. nota de parcial 1



Con un nivel de confianza del 95% se puede asegurar que:

Los estudiantes con notas del primer seguimiento por debajo de 2,7 tienen 68 veces más posibilidades de reprobación de cálculo que los estudiantes con una nota superior a 4,1.

Los estudiantes con notas de primer seguimiento entre 2,7 y 4,1 tienen 7 veces más posibilidades de reprobación de cálculo diferencial que los estudiantes con notas superiores a 4,1.

Los estudiantes con notas del primer examen menores que 2,5 tienen 25 veces más posibilidades de reprobación de CD que los estudiantes con notas superiores.

Tabla 1. Características del grupo experimental

NS1	NP1	Probabilidad	Número de estudiantes
0	1	0,8321	16
1	1	0,9767	8
-1	1	0,6378	1
-1	-1	0,0226	2
0	-1	0,1679	1

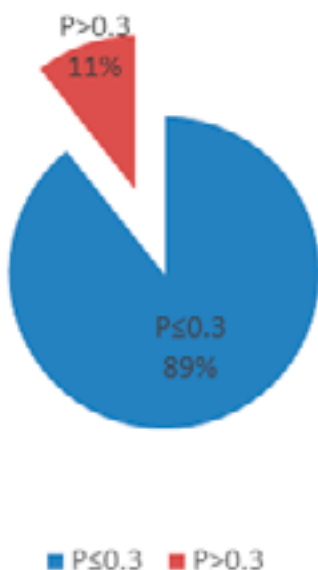


Ilustración 3. Probabilidad de reprobación de CD

El 89% de la población está en alto riesgo de reprobación de la asignatura, sobre esta población se implementará la estrategia. En el grupo experimental se conformaron 9 subgrupos de trabajo. Estos grupos son los que resuelven el problema formulado durante 4 semanas, siguiendo unos requerimientos para cumplir los objetivos que se trazan en el proyecto de aula.

Grupo Control:



Ilustración 4. Probabilidad de reprobación de CD

El 82% de los estudiantes del grupo control están en alto riesgo de reprobación de la asignatura, cabe resaltar que los dos grupos son homogéneos.

Técnicas e instrumentos de recolección de la información:

Observaciones - portafolio: que contiene las producciones escritas y evidencias de los avances de cada grupo de trabajo, semanalmente el docente-investigador realiza una consulta personal con los grupos de trabajo, dando orientaciones y sugerencias hacia la solución del problema, así como del proceso llevado en clase. Encuesta - Prueba escrita: realizada a los estudiantes, finalizada la implementación de la estrategia.



Estrategia didáctica: Resolución de problemas:

La estrategia parte desde la formulación del problema a los estudiantes y todo el proceso utilizado por los estudiantes para llegar a la solución, dividido en los siguientes pasos [4]: familiarización con el problema, búsqueda de una(s) estrategia(s), llevar adelante la estrategia, revisar el proceso y sacar consecuencias de éste. Cada uno de estos pasos o fases permite evidenciar los avances logrados por cada grupo.

Los grupos deben utilizar las horas de trabajo independiente (10 horas semanales), cada semana realizan entregas de los avances en los portafolios y reciben asesorías del docente. Las horas presenciales son orientadas por el docente para abordar los ejes temáticos necesarios para el desarrollo del curso, así como talleres de ejercicios (6 horas semanales). Al finalizar el proceso se realiza una socialización de las soluciones alcanzadas por los grupos. Posteriormente se realiza una prueba escrita por los dos grupos experimental y control.

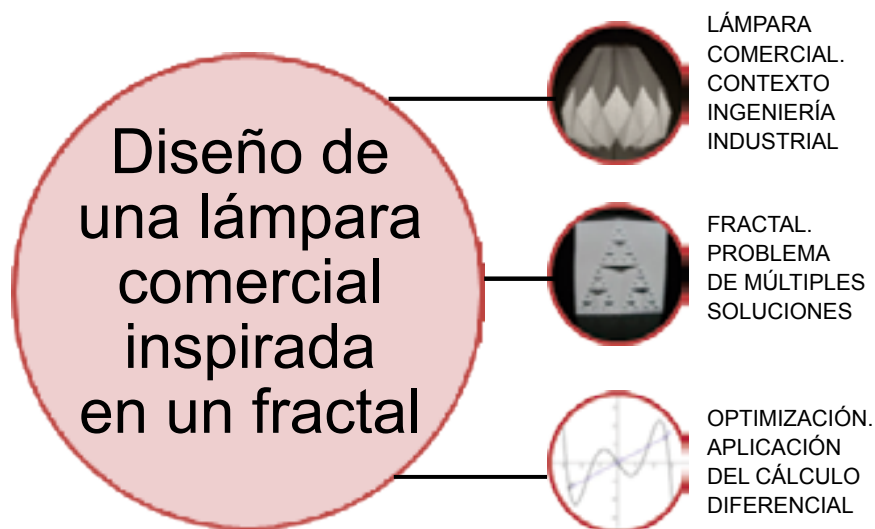


Ilustración 5. Problema formulado

Los requerimientos del problema formulado a los estudiantes son:

Estudio de un fractal.

Diseño de una lámpara de pie, de mesa o de techo, que tenga al menos tres iteraciones de dicho fractal. (la instalación eléctrica es la misma en todas).

Construcción del prototipo de lámpara con empaque.

Optimización de la función producción (recursos, costos, otra variable) de la lámpara diseñada.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

El análisis de las observaciones realizadas durante la implementación de la propuesta didáctica se aborda de acuerdo a las fases en que se dividió dicha propuesta.

--Primera fase—familiarización con el problema. En esta fase los estudiantes mejoran sus técnicas de búsqueda y selección de la información, ya que solo así podrán descomponer el problema a una cantidad finita de categorías, tales como: *Lámpara comercial*: de mesa, de techo, de pared o de piso; *Fractal*:



definición, elementos geométricos, algunos fractales con iteraciones finitas; *material*: papel, propiedades físicas y químicas; *producción en serie*: optimización del material y la mano de obra; entre otros

En esta fase se pudo observar, en los seguimientos semanales que se realizaron, a través del portafolio, que la recopilación de la información es muy general, en algunos grupos se observa un mayor avance, puesto que se concentraron en el problema y su descomposición, otros por el contrario deben ser orientados por la docente. Finalizado el tiempo para esta fase la mayoría de los grupos completan sus investigaciones preliminares y pueden entender el problema.

--*Segunda fase*—búsqueda de una(s) estrategia(s). En esta fase se debe tener propuestas de fractales y material a utilizar o prototipos de lámparas, sin perder de vista la producción en serie. Los grupos ya traen propuestas de lámparas sobre planos, la gran mayoría presenta por lo menos tres prototipos y son analizados en las entrevistas sobre el cumplimiento de las condiciones mínimas. La mayoría de prototipos propuestos en planos que no fueron aceptados, presentaban complicaciones en la producción en serie. En esta fase, de los prototipos traídos se seleccionaron dos, para construirlos a escala en papel y así analizar la producción en serie y la estética de los mismos.

--*Tercera fase*—Llevar adelante la estrategia. Los grupos quedan con un prototipo, lo construyen con el papel seleccionado, a escala 1:2, en esta etapa se presentan inconvenientes, puesto que los detalles y el manejo del material no les permite construir lámparas que solución en el problema a escala real, dentro de los inconvenientes más relevantes, se presentaron en el diseño del objeto, su estética y la producción en serie.

--*Cuarta fase*—Revisar el proceso y sacar consecuencias de éste. Los grupos construyen la lámpara a escala real, realizan los planos de las mismas y empiezan a ser análisis de área y perímetro del diseño sobre la lámina de papel, así como la optimización de los mismos para rendimiento del material y la mano de obra, se modelan funciones de una sola variable, de acuerdo al fractal. En esta etapa la mayoría de los grupos tienen un modelo de lámpara, pero empiezan a encontrar dificultades en el análisis de la producción en serie, ya que deben analizar sobre planos, la ecuación que representa la función área y perímetro para optimizarla y buscar un mayor rendimiento de material y mano de obra.

Finalizando la última fase todos los grupos logran realizar el plano de rendimiento del material y mano de obra del modelo, y posible forma de producción en serie del objeto, así como un análisis de costos y forma de comercialización. Dichos trabajos fueron socializados en un stand que debían construir para vender el modelo a un posible comercializador.

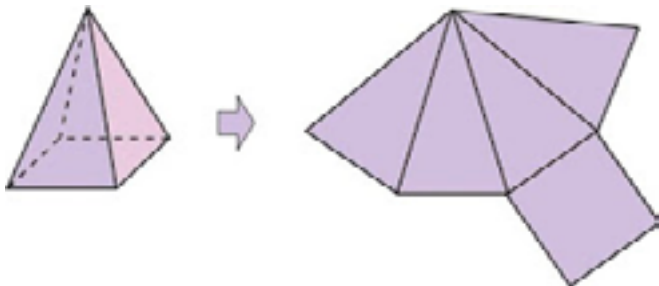
En la socialización cada grupo es evaluado por todos los grupos y el docente, en donde se tiene en cuenta todo el proceso, tanto el trabajo realizado a través de las evidencias como la sustentación de la solución. Se socializa el trabajo realizado por cada equipo, mostrando el portafolio, que contiene: presentación de evidencias del seguimiento fase 1 y 2, plano del modelo de lámpara, lámpara en plano isométrico y vistas laterales, video de la lámpara en un entorno adecuado para su comercialización, análisis de la solución, donde se halla el área del papel utilizado para modelar la función área que depende de una variable de acuerdo al fractal seleccionado, dicha función es optimizada y se busca mayor rendimiento del material utilizado que pueda inscribirse en la lámina estándar del papel (en su presentación comercial), así como rendimiento en la mano de obra. Se evalúa



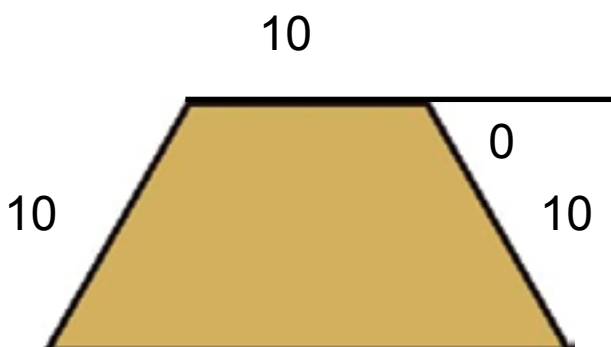
el proceso las metas alcanzadas por cada equipo tanto a nivel colectivo como a nivel individual.

Problemas de optimización formulados por los grupos:

1. Para la construcción de una lámpara TRILAMP, que consiste en una pirámide de base cuadrada, cuyas caras triangulares son triángulos de Sierpinski (2 iteraciones), se necesita un pedazo de pergamino (una sola pieza) que cubra interiormente los lados de la lámpara (incluyendo la base). Si se ha dividido la lámina de pergamino en cuadrados de 80 cm, ¿cuáles son las dimensiones de la pirámide de mayor volumen que se puede construir?



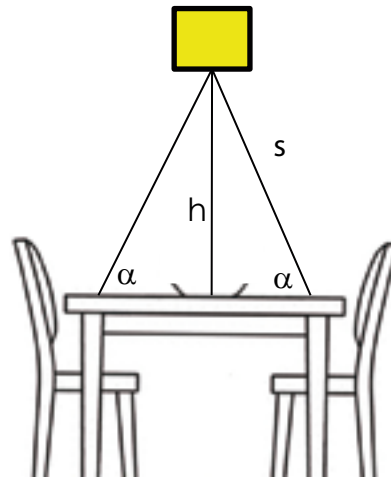
2. Se va a construir una lámpara ILAMP, cada una de las flores tiene secciones transversales trapecoides isósceles (2 en el centro y perpendiculares), de los cuales tres lados miden 10 cm cada uno. Determinar el ángulo θ , de manera que el área de las secciones trasversales sean máximas (y tener una mayor luminosidad).



3. La lámpara WINDMILLS es de techo y decorativa, ideal para el comedor, ¿cuál debe ser la altura máxima h de la fuente luminosa de modo tal que la iluminación I en el perímetro de la mesa sea máxima? Consideremos un radio de iluminación de 2 metros.

$$I = k \frac{\text{sen} \alpha}{s^2}$$

k =constante, s =altura oblicua, α =ángulo al cual incide la luz sobre la mesa.



Análisis de las observaciones:

La gran parte de la comprensión del problema era la selección y comprensión del fractal. El diseño de la lámpara fue limitada por el fractal. El fractal debía tener 2 iteraciones (mínimo), en algunas ocasiones el objeto no se adecuaba y cambiaban de fractal. En la visión retrospectiva plantearon el problema de optimización, algunos grupos presentaron dificultades con el fractal seleccionado. Encontraron aplicabilidad entre los ejes temáticos vistos y la carrera.

Los estudiantes se mostraron motivados durante el proceso y hubo mucha dedicación y esfuerzo, reflejado en las entregas a tiempo de las propuestas y en la participación de las horas de asesoría.

Hubo cambios en los hábitos de estudio,



reflejado en mayor aprovechamiento del tiempo de trabajo independiente, en la toma de apuntes y participación en clase.

Resultados obtenidos en la prueba escrita por los dos grupos:

La prueba contiene cinco problemas de optimización, teniendo los indicadores de evaluación en la solución de problemas así:

Gráfica: Realiza una gráfica que representa el problema, determinando las variables y constantes que intervienen.

Datos: Reconoce los datos que le dan y le piden, diferenciando las variables dependientes y la variable independiente, determina la restricción constante y coloca en un intervalo de valores posibles según el contexto a la variable independiente.

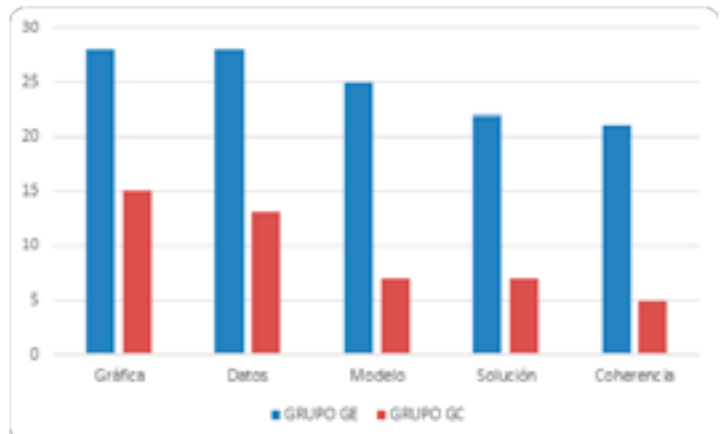
Modelo: Realiza los procedimientos necesarios para describir el problema a través de un modelo matemático: una función de una variable.

Solución: Optimiza la función y encuentra los puntos críticos, seleccionando uno de estos, que es coherente al contexto.

Coherencia: Compara los resultados obtenidos con la restricción realizada a la variable independiente y al contexto del problema.

Se analizan los resultados obtenidos por el grupo experimental GE y grupo de control GC en dicha prueba. Ver Tabla 2.

Tabla 2. Análisis de resultados de la prueba escrita



Podemos afirmar que el grupo GE obtuvo un mayor rendimiento en la prueba, ya que se justifican las respuestas con un procedimiento más preciso. De acuerdo a los indicadores de evaluación el 85,7 % de la población del grupo GE alcanza a resolver los problemas.

Análisis de las notas definitivas en el grupo experimental

La disminución de la mortalidad académica al finalizar el curso está reflejada en la comparación del número de estudiantes que siendo clasificados por el modelo en alto riesgo de reprobación la asignatura terminaron aprobados, Ver tabla 3.



Tabla 3. Pronósticos Vs Realidad

NS1	NP1	Probabilidad	Número de estudiantes	aprobaron
0	1	0,8321	16	9
1	1	0,9767	8	6
-1	1	0,6378	1	1
-1	-1	0,0226	2	2
0	-1	0,1679	1	1

Podemos concluir que el 64% de los estudiantes que se encontraban en alto riesgo de reprobar, aprobaron el curso.

IV. CONCLUSIONES

Hay un mayor rendimiento en el grupo donde se implementó la resolución de problemas como una estrategia didáctica, ya que se observa en la prueba escrita que los estudiantes realizan una gráfica que representa el problema, determinando las variables y constantes que intervienen, diferenciando las variables dependientes y la variable independiente, determinan la restricción constante y colocan en un intervalo de valores posibles, según el contexto a la variable independiente, plantean la ecuación de la función, encuentran los puntos críticos, seleccionando uno de estos, que es coherente al contexto, finalmente, comparan los resultados obtenidos con la restricción realizada a la variable independiente y al contexto del problema.

A través de la resolución de problemas el

estudiante encuentra otra mirada a las tareas matemáticas y se vuelve protagonista de su propio aprendizaje, así como se siente responsable por los logros que puede alcanzar su grupo de trabajo.

El estrés causado en el momento de responder una prueba, fue un factor que se relacionaba con la aprobación de la asignatura según Acevedo et al [1], al observar a los dos grupos, es relevante señalar que se encuentra una mayor tranquilidad y seguridad en los estudiantes del grupo experimental.

Aunque no se puede correlacionar (cuantitativamente) que la metodología a través de resolución de problemas determinó la aprobación de la asignatura cálculo diferencial, a través de la prueba escrita se pueden contrastar los avances significativos de los estudiantes en el nivel de aprendizaje comparados con su rendimiento académico en el primer corte.

Los alcances del heurístico para solucionar problemas de Miguel de Guzmán (2006) se



evidenciaron en las soluciones obtenidas por los estudiantes (lámparas con posibilidades comerciales y el planteamiento de problemas de optimización), observándose además, cambios en los hábitos de estudio que potencian y facilitan su habilidad para aprender y conseguir un mejor rendimiento en las tareas matemáticas.

V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Acevedo Y, Ortiz JA. Factores que influyen en la aprobación de la asignatura cálculo diferencial. En: Arboleda JC, editor. Tomo 20 de la Colección Pedagogía Iberoamericana. Dispositivos para el aprendizaje y formación. 1ª ed. Madrid: Editorial Redipe; 2015. P. 149-156.

[2] Acevedo Y, Ortiz JA. Modelo estadístico para predecir la mortalidad académica en la asignatura cálculo diferencial de los estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga. En: Arboleda JC, editor. Tomo 20 de la Colección Pedagogía Iberoamericana. Dispositivos para el aprendizaje y formación. 1ª ed. Madrid: Editorial Redipe; 2015. P. 157-168.

[3] Foong PY. Resolución de problemas en matemática. En Yee LP, editor. La enseñanza de la matemática en la educación básica. Santiago: Academia Chilena de la Ciencia; 2013. p. 65-91.

[4] Guzmán M. Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos. 2ª ed. Madrid: Ediciones Pirámide S.A.; 2006.