

# **Un modelo coordinado para la selección de inversiones productivas**

Manuel Mocholí Arce  
Valentín Navarro Miquel  
*Universitat de València*

## **RESUMEN**

En el presente trabajo nos planteamos la selección de inversiones productivas de una empresa que se encuentra en fase de expansión de su mercado con un aumento considerable en la demanda de sus productos. Para ello, la empresa precisa de una incorporación importante de equipos productivos con nueva tecnología que le permitan poder satisfacer el aumento de sus ventas. La incertidumbre en la demanda se aborda mediante la generación de escenarios. El diseño de escenarios es una de las técnicas más utilizadas dentro de la prospectiva empresarial que permite reducir, en la medida de lo posible, la incertidumbre que afecta a la toma de decisiones empresariales.

***Palabras claves:*** Inversión productiva, Optimización robusta de escenarios

***Área temática:*** Optimización

## **ABSTRACT**

In this paper we consider the productive investments selection of a company that is currently expanding its market with a considerable increase in demand for its products. This company needs to acquire production equipment with new technology that allows sales increase. Demand uncertainty is considered through scenarios generation. Scenarios design is one of the widest business techniques used to reduce the business decisions uncertainty.

**Keywords:** Productive investment, robust optimization

## **1. INTRODUCCIÓN**

El modelo que aquí planteamos pretende abarcar la problemática de la selección de inversiones productivas de una empresa en funcionamiento, que se plantea la necesidad de incrementar su capacidad productiva como consecuencia del lanzamiento de una nueva línea de productos, que hará que aumenten sustancialmente sus ventas totales y que se pueden resumir en forma de escenarios. Una vez que el conjunto de posibles inversiones han sido valoradas de forma individual, se debe realizar la mejor selección de inversiones para cada escenario planteado.

Los flujos de caja asociados al proyecto de inversión suponen el desglose de los cobros o entradas de dinero y los pagos o salidas de dinero que se producen a lo largo de  $n$ -subperiodos como consecuencia de la gestión y desarrollo del proyecto. El objetivo elegido en nuestro modelo es maximizar el Valor Actual Neto (VAN). El motivo por el que hemos elegido el VAN como método de valoración de inversiones es que es uno de los métodos más usado en las empresas según Borrero y Rapallo (2001), Wild (2007), Brealey y Marcus (2007) y Durban (2008), además de ser el único criterio de selección de inversiones compatible con el objetivo financiero de la empresa.

El modelo de selección de inversiones que proponemos proporciona la rentabilidad absoluta neta que la empresa obtiene, tanto de las inversiones existentes, como de las nuevas que incorpore al proceso productivo mediante la actualización de la corriente monetaria de cobros y pagos que generan las inversiones. Con todas estas inversiones se consigue satisfacer la demanda de los productos que, como hemos comentado anteriormente, supone un parámetro incierto a estimar mediante la elaboración de escenarios. Si bien existen otros parámetros que también soportan un cierto grado de incertidumbre –precios de venta y costes de producción, productividad y rentabilidad de las nuevas inversiones–, consideramos que la demanda es el factor que mayor grado de incertidumbre soporta. El motivo es que pueden aparecer nuevos productos que sean competencia directa sobre los nuestros y esto supondrá un cambio drástico en la planificación financiera y estratégica de la empresa.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL MODELO COORDINADO DE ESCENARIOS

Todo lo comentado anteriormente debemos trasladarlo a un modelo matemático que sea capaz de recoger, lo más simplificada posible, toda la realidad del planteamiento financiero expuesto. Por este motivo, vamos a suponer que la incertidumbre que existe en una empresa respecto de los distintos parámetros inciertos que inciden en la marcha de la misma, (como pueden ser, el tipo de cambio, la competencia, los nuevos productos, etc.), incidirá en la demanda futura de los productos de dicha empresa en forma de escenarios posibles y nos proporcionará cuál será en cada periodo de planificación  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ), para cada producto  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) y cada escenario  $s$  ( $s = 1, 2, \dots, S$ ) la correspondiente demanda  $D_{tk}^s$ .

Por otra parte, dado que la empresa ya está en funcionamiento, se considera que al principio del periodo de planificación, la empresa dispone de un número determinado de máquinas  $NV_{cvh}$  de distinto tipo o clase  $c$  ( $c = 1, 2, \dots, C$ ) y sus respectivas variantes o modelos con distinta tecnología  $v$  ( $v = 1, 2, \dots, V$ ) adquiridos en momentos distintos, quedándoles por tanto un número de periodos de vida útil  $h$  ( $h = 1, 2, \dots, H$ ) diferente. Como a lo largo del periodo de planificación pueden aparecer máquinas tecnológicamente más avanzadas y, por tanto, con un mayor nivel de productividad, se contempla la posibilidad de vender en cada periodo  $t$  algunas de las máquinas viejas existentes  $XV_{tcvh}^s$ , de modo que en cada uno de los periodos de planificación, el número de máquinas viejas existentes de cada tipo y variante será la diferencia entre las existentes al principio y la suma de las vendidas hasta dicho periodo  $t$ .

El número de unidades de producto ( $PV_{tkcv}^s$ ) que la empresa podrá producir en el periodo  $t$  del producto  $k$  con las maquinas viejas, vendrá dado por:

$$\sum_{k=1}^K PV_{tkcv}^s AV_{kcv} \leq UTD_t \sum_{h \geq t} \left( NV_{cvh} - \sum_{j \leq t} XV_{jcvh}^s \right) \quad \forall t, c, v \quad (1)$$

siendo  $UTD_t$  el número de unidades de tiempo de trabajo disponibles en cada periodo  $t$  y  $AV_{kcv}$  el coeficiente de productividad o tiempo necesario para producir una unidad del

producto  $k$  con la máquina tipo  $c$ , variante  $v$ . Si con las máquinas existentes al principio de cada periodo  $t$  no es posible satisfacer la demanda  $D_{tk}^s$ , la empresa podrá adquirir un número determinado de máquinas nuevas  $XN_{icn}^s$  del tipo  $c$ , variante  $n$  ( $n=1,2,\dots,N$ ), con un coeficiente de productividad  $AN_{kcn}$ .

Al mismo tiempo, el número de unidades ( $PN_{tkcn}^s$ ) que la empresa podrá producir en el periodo  $t$ , del producto  $k$ , con la totalidad de las maquinas nuevas, vendrá dado por:

$$\sum_{k=1}^K PN_{tkcn}^s AN_{kcn} \leq UTD_t \sum_{j \in J_t} XN_{jcn}^s \quad \forall t, c, n \quad (2)$$

De esta forma, el número total de unidades producidas de cada producto  $k$ , será la suma de las unidades producidas con las máquinas viejas más las producidas con las máquinas nuevas ( $PT_{tk}^s$ ).

$$PT_{tk}^s \leq \sum_{n=1}^N PN_{tkcn}^s + \sum_{v=1}^V PV_{tkcv}^s \quad \forall t, k \quad \forall c \in C_k \quad (3)$$

Por otra parte, en un escenario  $s$ , la producción en cada periodo  $t$ , para cada uno de los productos  $k$  ( $PT_{tk}^s$ ), más las existencias iniciales ( $EF_{t-1,k}^s$ ), menos las existencias finales ( $EF_{t,k}^s$ ) debe ser igual a la demanda.

$$PT_{tk}^s + EF_{t-1,k}^s - EF_{t,k}^s = D_{tk}^s \quad \forall t, k \quad (4)$$

Una vez definido el conjunto de restricciones, formulamos la función objetivo del modelo de selección de inversiones para cada uno de los escenarios, que consiste en: maximizar el valor actual neto (VAN) de todas las inversiones. Por lo tanto, debe contemplar todos los cobros y pagos generados en concepto de:

- a) Pagos por la adquisición de máquinas nuevas ( $PAMN$ ). Supone el desembolso efectuado por la empresa en la compra o adquisición de los equipos productivos necesarios para poder cubrir la demanda de cada escenario  $s$ . El valor actual de los pagos realizados por la adquisición de maquinaria nueva vendrá dado por la suma de los precios de adquisición  $PCN_{cn}$  de cada máquina multiplicado por el número de

- máquinas adquiridas en cada periodo  $t$ , del tipo  $c$ , variante  $n$  y escenario  $s$  ( $XN_{ten}^s$ ), actualizado al coste de capital  $i$ .
- b) Cobros por ventas de productos (*CVP*). Se recogen los cobros realizados como consecuencia de cubrir la demanda de cada uno de los escenarios planteados. Se determina como el número de unidades vendidas, multiplicado por su precio de venta ( $PVP_k$ ), corregido con la inflación  $g$  y actualizado al coste de capital  $i$ , menos los impuestos que gravan los beneficios.
- c) Pagos por costes de producción imputables a máquinas (*PCP*). En este apartado, recogemos los pagos realizados como consecuencia de los costes de producción que se han realizado de las ventas del apartado anterior. El coste de producción de una unidad del producto  $k$  será la suma de los costes de producción atribuibles a cada una de las máquinas nuevas y/o viejas en las que ha sido elaborado dicho producto.
- d) Pagos por otros costes (*POC*). En este apartado incluimos otros costes  $OC_k$  imputables al producto  $k$ . Este tipo de costes no se corresponden con el proceso de producción por lo que no dependen, ni directa ni indirectamente, de los tipos y variantes de máquinas con las que se haya procesado un tipo de producto  $k$ . Es decir, son costes del tipo de: costes de almacenamiento, distribución, mano de obra auxiliar, embalaje, etc.
- e) Cobros por ventas de máquinas viejas (*CVMV*). En este apartado recogemos las variaciones patrimoniales del inmovilizado una vez que ha finalizado su vida útil. Consideramos que los cobros por ventas de máquinas viejas vienen dados por el número de máquinas vendidas en cada periodo  $t$ , de la clase  $c$ , variante  $v$ , con  $h$  periodos de vida útil, multiplicado por el valor contable de dichas máquinas, teniendo en cuenta su cuota de amortización y el valor de adquisición ( $PCV_{cvh}$ ).
- f) Ahorro fiscal por cuotas de amortización de la maquinaria nueva (*AFAN*). Este apartado lo forma la dotación de amortización que supone una minoración de la base imponible del Impuesto de Sociedades y, en consecuencia, una menor cantidad a pagar por este concepto.

- g) Ahorro fiscal por cuotas de amortización de la maquinaria vieja (*AFAV*). Ahorro fiscal que generan las cuotas de amortización de las maquinas viejas (variante *v*), lo podemos expresar como la diferencia entre las existentes al principio y las ventas
- h) Valor residual actualizado de la maquinaria nueva (*VRMN*) y vieja (*VRMV*). El valor residual al final del periodo de planificación del conjunto de máquinas nuevas, vendrá dado por el número de máquinas existentes por su valor contable, mientras que, el valor residual de las máquinas viejas existentes al final del periodo de planificación, vendrá dado por la suma de las existentes de cada tipo y variante, con vida útil superior al periodo de planificación ( $h > T$ ), multiplicado por su valor contable.
- i) Variación patrimonial del valor de venta de la maquinaria vieja (*VPMV*). En este apartado consideramos la venta y la posterior variación patrimonial de los elementos de inmovilizado.

Con este primer planteamiento, el modelo nos proporciona la solución óptima para cada uno de los escenarios *s*. Ahora bien, esa solución solamente será correcta si la demanda que finalmente se produce, se ajusta al escenario elegido. Dado que no se sabe a priori cuál va a ser el escenario que se va a producir el problema sigue abierto.

Para intentar solucionar la problemática anterior, proponemos la utilización de un modelo de selección de inversiones coordinado que nos garantice la robustez de la solución obtenida, es decir, que sea cual sea el escenario que se produzca la solución obtenida difiera lo mínimo posible de la solución que se habría adoptado de haber conocido de antemano el escenario que se iba a producir.

Uno de los problemas a resolver es determinar la cantidad a ofertar de cada producto en cada periodo, pero es evidente que la oferta a realizar para cada periodo y producto deberá ser mayor o igual que la menor de todos los escenarios:

$$D \min_{tk} = \min_s \{ D_{tk}^s \} \quad \forall t, k$$

e inferior a la mayor de las demandas,

$$D \max_{tk} = \max_s \{ D_{tk}^s \} \quad \forall t, k$$

por tanto, la cantidad producida más las existencias iniciales menos las existencias finales, deberá estar comprendida entre estos dos valores, es decir:

$$D \min_{tk} \leq PT_{tk} + EF_{t-1,k} - EF_{tk} \leq D \max_{tk} \quad \forall t, k \quad (5)$$

Produciéndose, en consecuencia, una oferta en el modelo coordinado que puede ser superior a la de cada escenario particular  $s$ , en un número de unidades o exceso en demanda  $ED_{tk}^s$ , es decir:

$$PT_{tk} + EF_{t-1,k} - EF_{tk} = D_{tk}^s + ED_{tk}^s \quad \forall t, k, s \quad (6)$$

o inferior o defecto en demanda  $DD_{tk}^s$ , es decir:

$$PT_{tk} + EF_{t-1,k} - EF_{tk} = D_{tk}^s - DD_{tk}^s \quad \forall t, k, s \quad (7)$$

El valor máximo de estas desviaciones, de acuerdo con la definición de  $Dmin$  y  $Dmax$ , vendrá dado por:

$$\begin{aligned} ED_{tk}^s &\leq D \max_{tk} - D_{tk}^s \\ DD_{tk}^s &\leq D_{tk}^s - D \min_{tk} \end{aligned} \quad (8)$$

A continuación definimos unas nuevas variables  $DesMax_{tk}$  que actuaran de cota superior de las desviaciones en demanda para cada periodo y producto, es decir

$$\begin{aligned} ED_{tk}^s &\leq DesMax_{tk} \\ DD_{tk}^s &\leq DesMax_{tk} \end{aligned} \quad (9)$$

Sustituyendo la primera expresión en la ecuación (6) y operando se obtiene

$$PT_{tk} + EF_{t-1,k} - EF_{tk} - D_{tk}^s \leq DesMax_{tk} \quad \forall t, k, s \quad (10)$$

y haciendo lo mismo con la segunda en la ecuación (7)

$$D_{tk}^s - PT_{tk} - EF_{t-1,k} + EF_{tk} \leq DesMax_{tk} \quad \forall t, k, s \quad (11)$$

Así pues, si  $DesMax_{tk} = 0$ , significa que existe una producción  $PT_{tk}$  que satisface la demanda de todos los escenarios. Pero dado que la demanda de cada escenario es distinta, esto no va a ser posible, por tanto se trata de elegir una producción que haga mínimas las



desviaciones respecto a cada escenario, lo cual se consigue minimizando la máxima de las desviaciones respecto de cada periodo y producto para todos los escenarios, es decir,

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \text{DesMax}_{tk}$$

El objetivo del modelo consiste en maximizar el VAN de la inversión, pero al mismo trata de evitar desviaciones no deseadas en la demanda que podrían hacer peligrar la viabilidad de la empresa. Por este motivo planteamos como función objetivo una combinación lineal convexa entre los objetivos de maximización del VAN (optimalidad) y minimización de las desviaciones (factibilidad). Es decir

$$\text{Min } Z = \lambda \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \text{DesMax}_{tk} + (1 - \lambda)(-\text{VANCOOR})$$

Donde

$$\begin{aligned} \text{VANCOOR} = & -\text{PAMN} + \text{CVP} - \text{PCP} - \text{POC} + \text{CVMV} + \text{AFAN} + \\ & + \text{AFAV} + \text{VRMN} + \text{VRMV} - \text{VPMV} \end{aligned}$$

Así pues,  $\lambda$  representa la ponderación dada a cada uno de los objetivos, de modo que si  $\lambda=1$  lo que se persigue es la factibilidad mientras que cuando  $\lambda=0$  se persigue la optimalidad

### 3. CONCLUSIONES

Con el modelo planteado consideramos que se alcanza el objetivo planteado puesto que

- a) Permite determinar las inversiones productivas a realizar
- b) Minimiza las desviaciones respecto de la factibilidad consiguiendo que si no acertamos con el escenario adecuado las desviaciones que se van a producir serán mínimas y en consecuencia no se pondrá en peligro la viabilidad de la empresa.
- c) Se maximiza el Van y en consecuencia la rentabilidad de las inversiones independientemente del escenario que se produzca.

#### 4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BORREGO, A. y RAPALLO, (2001): “Utilización de las técnicas de valoración y selección de inversiones”, *Análisis Financiero*, 84, pp. 12-18.
- BREALEY, R. A.; MARCUS, A. (2007): *Fundamentos de finanzas corporativas*. McGraw-Hill. Madrid.
- BREALEY, R. A. y MYERS, S. C. (2006): *Principios de finanzas corporativas*. McGraw-Hill. Madrid.
- DE LLANO MONELOS, P. y PIÑEIRO SÁNCHEZ, C. (2007): *Modelo de gestión financiera*. McGraw-Hill. Madrid.
- DEMBO, R. S. (1991): “Scenario optimization”, *Annals of Operations Research*, 30, pp. 63-80.
- DURBAN, S. (2008): *Dirección financiera*. McGraw-Hill. Madrid.
- FERNÁNDEZ GÜELL, J. M. (2004): *El diseño de escenarios en el ámbito empresarial*. Pirámide. Madrid.
- MULVEY, J. M. y RUSZCZYNSKI, A. (1995): “A new scenario decomposition method for large-scale stochastic optimization”, *Operations Research*, Vol. 43, 3, pp. 477-490.
- MULVEY, J. M., VANDERBEI, R. J. y ZENIOS, S.A. (1995): “Robust optimization of large-scale systems”, *Operations Research*, 43, pp. 262-281.
- MOCHOLÍ, M. y NAVARRO, V. (2000): “Viabilidad de nuevos productos mediante optimización por escenarios”, *ESIC*, 106, pp. 39-46.
- NAVARRO, V., CANÓS, M. J. y MOCHOLÍ, M. (1999): “Optimización de planes de inversión”, *Actas del XIII Congreso Nacional AEDEM y IX Congreso Hispano-Francés*. Universidad de la Rioja. Logroño. La Rioja.
- WILD, J. (2007): *Análisis de estados financieros*. McGraw-Hill. Madrid.