

Influencia de la Cobertura de Dependencia en los planes de pensiones: el caso de la prestación definida

Fernández Ramos, M. Cristina mcrisferra@gmail.com

Departamento Economía Financiera I

Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU)

De La Peña Esteban, J. Iñaki jinaki.delapena@ehu.es

Departamento Economía Financiera I

*Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU)*¹

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es analizar los efectos que acarrea contemplar la cobertura de dependencia severa y gran dependencia en un plan de prestación definida de empleo y establecer los principios actuariales derivados de su implantación. Ello queda contemplado la Ley 17/2012, de 27 de diciembre, de Presupuestos Generales del Estado para el año 2013.

Su aplicación se basa en los procesos de Markov (Haberman y Pitacco, 1999; Pociello y Varea, 2004) con los que se establecen las diferentes causas de salida de los diferentes estados del colectivo y que condicionan la valoración de una prestación definida. Con lo anterior se redefinen las prestaciones generales objeto del plan de empleo, para finalizar con el desarrollo actuarial de las principales magnitudes de dos métodos de coste bajo la capitalización individual.

¹ Agradecemos las ayudas dadas por la UFI 11/51 Dirección Empresarial y Gobernanza Territorial y Social de la UPV/EHU, y por la Fundación MAPFRE a través de las Ayudas a la investigación Ignacio Hernando de Larramendi.

Como conclusiones principales se obtienen la mayor exactitud de cada cobertura, obteniendo provisiones matemáticas más exactas acordes al verdadero riesgo asumido.

ABSTRACT

The aim of this paper is to analyze the effects of the coverage of high dependence into a define benefit pension plan, establishing the actuarial formulae derived from its implantation. This benefit it is included in the Law 17/2012, of December 27, of General Budgets of the State for the year 2013.

The methodology to include the benefit follows Markov's process (Haberman and Pitacco, 1999; Pociello and Varea, 2004). This implies different exit causes of the group and it determines the valuation of a define benefit. So, it is necessary to re-define the benefits' objectives into an employment plan, to finish with the actuarial development of the principal magnitude of two cost-methods under the individual capitalization.

As principal conclusion is the major accuracy of every coverage, obtaining more exact mathematical provisions to the real assumed risk.

Palabras claves:

Dependencia ; Planes de pensiones ; Prestación definida

Área temática: Matemáticas Financieras y Actuariales

1. INTRODUCCIÓN

En España, los cambios demográficos y sociales están produciendo un incremento progresivo de la población en situación de dependencia. A nivel mundial el fenómeno es irreversible y carente de precedentes (ONU, 2002). Se estima que para 2050 el 21,8% de la población mundial superará los 60 años y el 4,4% los 80 años (ONU, 2007). Sin embargo, la esperanza de vivir más años no siempre significa gozar de una buena calidad de vida. El cumplir años lleva implícito la merma de las capacidades mentales y físicas y para algunas profesiones tiene mayor incidencia en la esperanza y calidad de vida de las personas (Cambois y Robine, 2004).

En el proceso de envejecimiento, especialmente para mayores de 80 años, será necesario destinar mayores recursos para la atención y cuidados sanitarios (Jacob y Rodríguez, 2007) donde el mayor porcentaje de personas que demandan ayuda a la dependencia se encuentran a partir 65 años. El impacto es mayor en lo que se denomina cuarta edad, es decir, los mayores de 80 años.

Hay estudios que plantean un incremento de estos gastos en las próximas décadas (Economic Policy Committee; 2005; Kotlikoff y Hagist, 2005; Abio, 2006). Hacer frente a ese gasto conlleva plantear el desarrollo de los seguros públicos en la cobertura de los servicios demandados (Courbage y Costa-Font, 2006). Más, si cabe al reducirse los cuidados informales directos de las familias, por los cambios de hábitos sociales y demográficos (De La Peña, 2000; Wiener, Tilly y Cuéllar, 2003; Zweifel, Fólder y Werblow, 2004). Sin embargo es muy probable que el sector público no pueda hacer frente a todo este incremento de gasto por lo que implica para la sostenibilidad financiera del sistema público de pensiones (Rodríguez, 1999; Casado y López, 2001; Puga, 2001; OECD, 2005; OECD, 2006). Como resultado, se plantea una cobertura de dependencia dentro del sector privado ligada a un plan de pensiones empresarial, habida cuenta de que según sea el sector de la empresa, los riesgos asociados de padecer una u otra patología serían diferentes.

El objetivo del presente trabajo es analizar las consecuencias técnicas que acarrearía incorporar la cobertura de dependencia dentro de un plan de empleo. Como metodología, se analiza el ámbito de aplicación privada para la cobertura de

dependencia en base a las dos legislaciones afectas: Ley de Dependencia y Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones. Se determinan los casos en los que sería necesaria tal cobertura a través de una aproximación biométrica basándonos en procesos de Markov y teniendo en cuenta los estados de los partícipes dentro del plan de empleo. Para la determinación de las probabilidades hemos seguido el estudio de modelos de múltiples estados basados en los procesos estocásticos de Markov (Haberman y Pitacco, 1999; Pociello y Varea, 2004), fijándonos en la operativa propia de un plan de pensiones bajo colectivo cerrado. Para la mortalidad del dependiente severo (Sánchez, López y De Paz, 2008) seguimos un ajuste aditivo sobre la mortalidad general (Rickayzen y Walsh, 2002). Para la dependencia menos severas no se aplica sobremortalidad (Leung, 2003).

La primera consecuencia deriva a los efectos financiero-actuariales de los diferentes estados en la valoración de un plan de pensiones. Estos efectos, nos llevan a redefinir las principales magnitudes y los diferentes métodos de coste de un plan de pensiones de prestación definida.

Finalmente se incluyen una serie de conclusiones así como una aplicación directa que ilustra cuantitativamente el efecto de consideración de la prestación por dependencia en un plan de pensiones de empleo y de prestación definida.

2. LA COBERTURA DE DEPENDENCIA DENTRO DE LOS PLANES DE PENSIONES

Con anterioridad a la promulgación en España de la Ley de Dependencia (Ley 39/2006, de 14 de diciembre, de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las personas en situación de dependencia) no existía ninguna garantía estatal para establecimiento de este tipo de cobertura. En otros países de nuestro entorno, como Alemania o Francia, desde 1995 y 1997 respectivamente ya ofrecían esta cobertura con carácter universal (Libro Blanco, 2005). La legislación española establece tres grados de dependencia, que como en estos países, son financiados a través del Estado, comunidades o federaciones y los propios trabajadores:

- i) **Nivel Básico:** en el que se da una cobertura esencial financiada por la Administración General del Estado.

- ii) **Nivel Complementario:** en el que se puede complementar las ayudas por parte de las Comunidades Autónomas. Para ello se articulan convenios entre la administración general del estado y las comunidades autónomas
- iii) **Nivel de Mejora:** en el que tiene cabida el sector privado.

La Ley contempla un sistema de cobertura financiado con recursos públicos y privados disponibles. Dentro de las prestaciones recogidas en el catálogo de servicios de la mencionada ley, se encuentran servicios continuados de carácter personal y sanitario, en función del tipo de dependencia y grado de intensidad de la misma. Esta prestación suele tener carácter permanente o temporal (vacaciones, temporadas determinadas, fines de semana) y suele ser la de mayor coste económico.

Existen estudios que vislumbran posibilidades de cobertura privada (Fernández y De La Peña, 2013) en los tres niveles de dependencia, siendo su campo casi exclusivo las que se enmarcan dentro de la cobertura privada, bien a través de los productos que ofertan las propias entidades aseguradoras, bien a través de los planes de pensiones.

Precisamente en la regulación específica de éstos, en el Real Decreto 304/2004, de 20 de febrero, por el que se aprueba el Reglamento de planes y fondos de pensiones, en su artículo 7 se indica las prestaciones que se pueden otorgar en un plan de pensiones:

- i) Jubilación.
- ii) Incapacidad permanente total para la profesión habitual, absoluta para todo trabajo, y gran invalidez.
- iii) Fallecimiento del partícipe o beneficiario.

Por tanto, la prestación de dependencia puede contemplarse como una prestación complementaria de un plan de pensiones, sustituyendo y/o completando tanto a la prestación complementaria de jubilación como a la prestación complementaria de incapacidad permanente. De esta forma, en vez de otorgar un importe económico periódico, el plan podría abonar los gastos de alojamiento y asistencia en residencias previamente concertadas o elegidas por el asegurado a partir de que deje de ser activo en la entidad.

Esta posibilidad soslayada en la regulación específica de los planes y fondos de pensiones queda ratificada en la Ley 17/2012, de 27 de diciembre, de Presupuestos

Generales del Estado para el año 2013, en la disposición final novena que modifica el Real Decreto Legislativo 1/2002, de 29 de noviembre, por el que se aprueba el Texto Refundido de la Ley de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones, da una nueva redacción al apartado 6 del artículo 8 del Real Decreto Legislativo 1/2002, de 29 de noviembre, por el que se aprueba el Texto Refundido de la Ley de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones.

Con esta nueva redacción se incluiría:

- iv) Dependencia severa o gran dependencia del partícipe regulada en la Ley de promoción de la autonomía personal y atención a las personas en situación de dependencia.

Es, por tanto una prestación que puede contemplarse dentro de las especificaciones propias de un plan de pensiones. En aquellos que son de modalidad de aportación definida, el contemplar la prestación de dependencia como hecho causante va a implicar la disposición del fondo de capitalización correspondiente con el fin de hacer frente a los gastos de dependencia.

Sin embargo, en los planes de prestación definida, la consideración de la cobertura por dependencia lleva a cambios más profundos. La prestación definida implica, inicialmente definir la propia prestación así como las variables y parámetros que influyen en su valoración.

3. LA COBERTURA DE DEPENDENCIA

3.1. La definición de las prestaciones

El diseño de una cobertura de dependencia privada (Herranz, 2007) pasaría por establecer, de manera precisa, las diferentes coberturas en caso de caer en dependencia. Las posibilidades de formulación son múltiples y, su diseño debe contemplar en todos los casos la dotación de provisiones matemáticas, por lo que se debe tender a modelos de capitalización individual o colectiva, dependiendo de su ámbito de desarrollo (De La Peña, 2000 a). El desarrollo acertado de esta cobertura pasa por el desarrollo de una base técnica seria (Winklevoss, 1993); (Bohn, 1980) que incluya probabilidades de fallecimiento de activos y de inválidos, probabilidades de necesitar asistencia

permanente y probabilidades de retorno o reactivación (que normalmente no suelen considerarse) (De La Peña, 2001).

La consideración de la cobertura por dependencia conlleva modificar la definición dada a cada una de las prestaciones definidas en el plan de pensiones. De esta forma, al causar la prestación de dependencia se cesa en la percepción de la prestación que se viene recibiendo, lo que lleva a una redefinición de las prestaciones objeto de cobertura del propio plan de pensiones:

- a) Prestación de Jubilación (B^j): Renta periódica que recibe el partícipe autónomo a partir de alcanzar la edad de retiro y mientras no fallezca ni pase a la situación de dependiente².
- b) Prestación de Invalidez (B^i): Renta periódica que recibe el partícipe autónomo a partir de incapacitación para su trabajo habitual y mientras no fallezca ni pase a la situación de dependiente.
- c) Prestación de fallecimiento (B^b): Renta periódica que recibe el beneficiario autónomo del partícipe a partir de su deceso y mientras no fallezca ni pase a la situación de dependiente.
- d) Prestación de dependencia (B^d): Renta periódica que recibe el partícipe a partir de ser dependiente y mientras no fallezca.

Estas prestaciones así definidas nos condicionan el paso de un estado a otro, con lo que se debe contemplar en la base técnica del plan de pensiones las probabilidades correspondientes a cada estado específico tanto del partícipe como de los beneficiarios.

3.3. Las probabilidades de transición

El principal problema con que un investigador puede encontrarse a la hora de realizar valoraciones sobre dependencia en España es la ausencia de datos precisos sobre este fenómeno (Albarrán y Alonso, 2009). Es esta una prestación que necesita para su validación algún tipo de documentación médica, como los casos de invalidez, y que posteriormente lleva un sistema periódico de control, por lo que los plazos de

² Bajo el estado de jubilación, la dependencia se entiende como aquel estado de incapacidad de la persona para desempeñar una tarea.

espera deben ser los mínimos posibles (Arróniz, 2001). Sin embargo, a diferencia de la invalidez, la dependencia conlleva una discapacidad, pero existen discapacidades que no implican dependencia (Albarrán y Alonso, 2009).

Para la determinación de las probabilidades hemos seguido el estudio de modelos de múltiples estados basados en los procesos estocásticos de Markov, (Amsler, 1968); (Hoem, 1988); (Jones, 1994); (Wolthius, 1994); (Haberman y Pitacco, 1999); (Pociello y Varea, 2004), fijándonos en las situaciones propias de un plan de pensiones para un colectivo cerrado. Esta es una potente herramienta que permite representar bajo un mismo enfoque una estructura actuarial asociada a múltiples estados.

- i) **Situación de actividad.** En la situación de actividad el partícipe abandona el plan de empleo por fallecimiento o invalidez.

$$p_x^{(T)} + q_x^{(m)} + q_x^{(i)} = 1$$

$p_x^{(T)}$: Probabilidad de que un partícipe de un plan de empleo de edad x , siga a la edad $x+1$ como partícipe del plan.

$q_x^{(m)}$: Probabilidad de que un partícipe activo de edad x , fallezca como activo antes de alcanzar la edad $x+1$.

$q_x^{(i)}$: Probabilidad de que un partícipe activo de edad x caiga en una situación de dependencia severa antes de invalidarse como activo y antes de alcanzar la edad $x+1$.

- ii) **Situación de invalidez.** Una vez que el partícipe se ha invalidado es beneficiario de la prestación de incapacidad permanente. Supuesta una invalidez sin retorno, el beneficiario sale de este estado de invalidez autónoma debido a su fallecimiento o causar un estado de dependencia. Por tanto, $i l_x^{(T)}$ indica el número de personas que cumplen la edad x en estado de inválido, expuestos durante un año a todas las causas de salida del estado de invalidez: fallecimiento o dependencia. Debe cumplirse, por tanto, que la suma de probabilidades de transición de un mismo estado suman la unidad, tomando cada una de ellas valores no negativos (Pociello et al, 2001):

$$i p_x^{(T)} + i q_x^{(m)} + i q_x^{(d)} = 1$$

${}^i p_x^{(T)}$: Probabilidad de que un inválido de edad x , alcance vivo la edad $x+1$ como inválido.

${}^i q_x^{(m)}$: Probabilidad de que un inválido de edad x , fallezca antes de alcanzar la edad $x+1$.

${}^i q_x^{(d)}$: Probabilidad de que un inválido de edad x caiga en una situación de dependencia severa antes de alcanzar la edad $x+1$.

Una vez establecidas las probabilidades de dependencia se puede estimar el número de beneficiarios de la prestación de invalidez que alcanzarán la edad $x+1$ (${}^i l_{x+1}^{(T)}$) como,

$${}^i l_{x+1}^{(T)} = {}^i l_x^{(T)} - {}^i d_x^{(m)} - {}^i d_x^{(d)}$$

$${}^i l_{x+1}^{(T)} = {}^i l_x^{(T)} - {}^i l_x^{(T)} \cdot {}^i q_x^{(m)} - {}^i l_x^{(T)} \cdot {}^i q_x^{(d)}$$

${}^i d_x^{(m)}$: Número de inválidos de edad x , que abandonan la condición de inválidos por fallecimiento antes de cumplir la edad $x+1$, estando también expuestos a otra causa de salida.

${}^i d_x^{(d)}$: Número de inválidos de edad x , que abandonan la condición de inválidos por dependencia antes de cumplir la edad $x+1$, estando también expuestos a otra causa de salida.

iii) **Situación de jubilado.** Una vez que el partícipe se ha jubilado es beneficiario autónomo de la prestación de jubilación. El jubilado deja de percibir su prestación de jubilación debido a su fallecimiento o causar un estado de dependencia. Por tanto, partimos de una situación de jubilación donde ${}^j l_x^{(T)}$ indica el número de jubilados de edad x expuestos durante un año a todas las causas de salida del estado de jubilación: fallecimiento o dependencia. Debe cumplirse por tanto que:

$${}^j p_x^{(T)} + {}^j q_x^{(m)} + {}^j q_x^{(d)} = 1$$

${}^j p_x^{(T)}$: Probabilidad de que un jubilado de edad x , alcance vivo y no dependiente la edad $x+1$ como jubilado.

${}^j q_x^{(m)}$: Probabilidad de que un jubilado de edad x , fallezca antes de alcanzar la edad $x+1$.

${}^j q_x^{(d)}$: Probabilidad de que un jubilado de edad x caiga en una situación de dependencia severa antes de alcanzar la edad $x+1$.

Una vez establecidas las probabilidades de dependencia se puede estimar el número de beneficiarios de la prestación de jubilación que alcanzarán la edad $x+1$ (${}^j l_{x+1}^{(T)}$) como,

$${}^j l_{x+1}^{(T)} = {}^j l_x^{(T)} - {}^j d_x^{(m)} - {}^j d_x^{(d)}$$

$${}^j l_{x+1}^{(T)} = {}^j l_x^{(T)} - {}^j l_x^{(T)} \cdot {}^j q_x^{(m)} - {}^j l_x^{(T)} \cdot {}^j q_x^{(d)}$$

${}^j d_x^{(m)}$: Número de jubilados de edad x , que abandonan la condición de jubilados por fallecimiento antes de cumplir la edad $x+1$, estando también expuestos a otra causa de salida.

${}^j d_x^{(d)}$: Número de jubilados de edad x , que abandonan la condición de jubilados por dependencia antes de cumplir la edad $x+1$, estando también expuestos a otra causa de salida.

iv) **Situación de dependencia.** Una vez que el partícipe se ha convertido en dependiente deja de percibir su prestación debido a su fallecimiento. Por tanto, partimos de una situación donde l_x^d indica el número de dependientes de edad x expuestos durante un año a la única causa de salida de su estado: fallecimiento. Debe cumplirse por tanto que:

$${}^d p_x^m + {}^d q_x^m = 1$$

${}^d p_x^m$: Probabilidad de que un dependiente de edad x , alcance vivo la edad $x+1$ como dependiente.

${}^d q_x^m$: Probabilidad de que un dependiente de edad x , fallezca antes de alcanzar la edad $x+1$.

Una vez establecidas las probabilidades de salida de este estado se puede estimar el número de beneficiarios de la prestación de dependencia que alcanzarán la edad $x+1$ (${}^d l_{x+1}^m$) como,

$${}^d l_{x+1}^m = {}^d l_x^m - {}^d d_x^m$$

${}^d d_x^m$: Número de dependientes de edad x , que fallecen antes de cumplir la edad $x+1$, no estando expuestos ninguna otra causa de salida.

4. TANTOS PARA LA DEPENDENCIA

4.1. Mortalidad del dependiente severo y gran dependiente

En la literatura actuarial sobre la mortalidad de los asegurados dependientes, existe unanimidad en cuanto a que los tantos de mortalidad de los dependientes son distintos y más elevados que los de la mortalidad general que expresan las tablas estándar utilizadas por los aseguradores para la valoración de riesgos normales, y por supuesto, sensiblemente mayores a la mortalidad de los asegurados autónomos (Sánchez, López y De Paz, 2008). Por consiguiente se acepta la siguiente relación:

$${}^d q_x^m > q_x^m > q_x^{(m)}$$

Las diferencias en la mortalidad de los dependientes, según su grado, da lugar no sólo a valores de sobremortalidad diferentes sino también a las funciones que modelan dichos valores, de modo que se suelen asociar correcciones aditivas a los casos de gran dependencia y correcciones multiplicativas a las dependencias menos severas (Gatenby, 1991).

La mortalidad de los dependientes se suele derivar a partir de estadísticas de mortalidad general. Para un plan de pensiones es de recibo derivarlas a partir de unas tablas de rentas, dado que, en esta modalidad el asegurador también debe hacer frente al riesgo de supervivencia (Pitacco, 2002). Se puede partir de las tablas dinámicas españolas PERMF-00P y ajustarlas a las estadísticas francesas, HID 98-01 (Sánchez, López y De Paz, 2008). La corrección fija ajusta mejor la mortalidad de los grandes dependientes (MacDonald y Pritchard, 2001) que otro tipo de aproximaciones, y es muy sencilla su implementación, si bien tiende a sobrevalorar la mortalidad del dependiente en las edades más bajas e infravalorar la de edades más elevadas. Ante ello, es más correcto realizar un ajuste aditivo sobre la mortalidad general considerando la edad como variable independiente en una forma funcional (Rickayzen y Walsh, 2002). Con ello se obtiene que los tantos de mortalidad se incrementan con el nivel de dependencia, siendo más bajas a edades más jóvenes y para la dependencia menos severas no se aplica sobremortalidad (Leung, 2003).

Sin embargo los diferenciales de sobremortalidad con respecto a la tabla PERMF-00P decrecen a partir de los 96 años. Para recoger este efecto, incluye una variación de la fórmula de Rickayzen y Walsh a partir de una corrección mixta sobre la mortalidad general para modelar la mortalidad de los dependientes. En esta corrección mixta, se considera una modificación aditiva considerando la expresión de Rickayzen y Walsh y una corrección multiplicativa sobre los tantos de mortalidad general que recoja la disminución de los diferenciales absolutos de mortalidad en las últimas edades de la tabla. La función elegida es

$${}^d q_x^m = \begin{cases} q_x^m + \frac{\delta}{1 + \lambda^{x_i - x}} & \forall x_i < 95 \\ q_x^m \cdot (1 + \beta) + \frac{\delta}{1 + \lambda^{x_i - x}} & \forall x_i \geq 95 \end{cases}$$

δ : Es el valor máximo a incorporar en función de la edad al que se converge asintóticamente.

λ : Es el factor de pendiente.

x_i : Es la edad de inflexión en la que la curva cambia de forma, de convexa a cóncava.

β : Es el factor multiplicativo sobre la mortalidad general.

Los valores obtenidos (Sánchez, López y De Paz, 2008) para δ , λ , β y x_i con un procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios con respecto a los valores brutos de gran dependencia estimados para España son:

Tabla 2: Factores de sobremortalidad de dependiente

Factores	Hombres	Mujeres
δ	0,245	0,165
λ	1,135	1,09
x_i	62,5	58,61
β	0,1142	0,0962

Fuente: (Sánchez, López y De Paz, 2008)

4.2. Tantos de dependencia

Una vez obtenidos los tantos de fallecimiento en dependencia, sólo resta por determinar la probabilidad de convertirse en dependiente en los grados de severo y gran dependiente. La legislación actual contempla 3 grados diferenciados:

- i) dependiente moderado: d_1
- ii) dependiente severo: d_2
- iii) gran dependiente: d_3

El plan de pensiones contempla la cobertura por dependencia en los casos de dependencia severa y gran dependencia: $d = d_1 + d_2$. Con ello el riesgo de dependencia se encuentra en patologías de carácter crónico, y por tanto, la dependencia se convierte en un estado irreversible en el que la persona dependiente no puede volver a ser autónoma ni puede pasar a un grado de menor dependencia (Alegre et al, 2007).

Las tasas de prevalencia estimadas a partir de la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud (2008), llevada a cabo por el Instituto Nacional de Estadística se han suavizado con un ajuste Wittaker-Henderson para la dependencia severa y gran dependencia, aplicando la corrección mixta anteriormente indicada (ANEXO I).

Inicialmente, del ajuste, se obtiene las tasas de prevalencia λ_x que se define como la proporción de personas dependientes de grado s (1, 2 ó 3) y de edad x , con respecto a la población general de esa edad. A partir de la adopción de las tablas de mortalidad y del conocimiento de las tasas de prevalencia se determinan las probabilidades de transición. Para ello nos basamos en el método de conversión de las tasas de prevalencia en probabilidades de transición (Pitacco, 1995).

Bajo una cohorte de personas l_x^{TM} cuya evolución se adapta a una tabla de mortalidad (como puede ser la PE2000), conocida la tasa de prevalencia a dicha edad λ_x , el número de personas autónomas y dependientes que forman parte de esta cohorte la podemos indicar como l_x^{TA} para las autónomas y l_x^{TD} para las dependientes a dicha edad, donde se cumple que:

$$l_x^{TD} = l_x^{TM} \cdot \lambda_x$$
$$l_x^{TA} = l_x^{TM} \cdot (1 - \lambda_x)$$

Dado que la cohorte l_x^{TM} es decreciente y la tasa de prevalencia aumenta con la edad podemos asegurar que l_x^{TA} también va a decrecer con la edad. La evolución dinámica del número de personas dependientes será:

$$l_{x+1}^{TD} = l_x^{TD} - {}^d q_x^m \cdot l_x^{TD} + q_x^{(d)} \cdot l_x^{TA}$$

$$l_{x+1}^{TA} = l_x^{TA} - q_x^m \cdot l_x^{TA} + p_x^{(T)} \cdot l_x^{TA}$$

$p_x^{(T)}$: Es la probabilidad dependiente de que un activo alcance la edad $x+1$ como activo, sin salir por fallecimiento ni dependencia. Su valor será:

$$p_x^{(T)} = p_x^m \cdot p_x^d$$

p_x^m : Es la probabilidad de que una persona alcance viva la edad $x+1$.

p_x^d : Es la probabilidad de que una persona de edad x no sea dependiente a la edad $x+1$. Su complementaria a la unidad es q_x^d .

Al determinar la tasa de prevalencia a cada edad a partir de la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud y para la cobertura por dependencia en los casos de dependencia severa y gran dependencia: $d = d_1 + d_2$, se tiene a cada edad λ_x , con lo que aplicado a una cohorte de personas hipotética, l_x^{TM} nos permite calcular

$$l_x^{TD} = l_x^{TM} \cdot \lambda_x$$

Y

$$l_{x+1}^{TD} = l_{x+1}^{TM} \cdot \lambda_{x+1}$$

Luego,

$$q_x^d = \frac{l_{x+1}^{TM} \cdot \lambda_{x+1} - l_x^{TM} \cdot \lambda_x \cdot (1 - {}^d q_x^m)}{\left(1 - \frac{1}{2} \cdot q_x^m\right) \cdot l_x^{TM} \cdot (1 - \lambda_x)}$$

4.3. Factores financiero-actuariales

La consideración de los diferentes estados, así como las probabilidades de transición anteriores determinan el valor de los factores financiero-actuariales a emplear en la valoración de los planes de pensiones de prestación definida: factores de actualización y rentas actuariales:

Invalidez	${}_n E_x^{(T)} = v^n \cdot {}_n p_x^{(T)}$
Jubilación	${}_n E_x^{(T)} = v^n \cdot {}_n p_x^{(T)}$
Fallecimiento	${}_n E_y^{(T)} = v^n \cdot {}_n p_y^{(T)}$
Dependencia	${}_n E_x^m = v^n \cdot {}_n p_x^m$

La renta actuarial define una sucesión de capitales con vencimientos equidistantes, que se devengan en tanto una persona de edad x no salga del subcolectivo

en el que esté incluida por una causa determinada. Las expresiones generales supuesta una renta anual, constante y prepagable:

	Temporal	Vitalicia
Invalidez	$i\ddot{a}_{x:\overline{n} }^{(T)} = \sum_{h=0}^{n-1} iE_x^{(T)}$	$i\ddot{a}_x^{(T)} = \sum_{h=0}^{w-x} iE_x^{(T)}$
Jubilación	$j\ddot{a}_{x:\overline{n} }^{(T)} = \sum_{h=0}^{n-1} jE_x^{(T)}$	$j\ddot{a}_x^{(T)} = \sum_{h=0}^{w-x} jE_x^{(T)}$
Fallecimiento	$b\ddot{a}_{y:\overline{n} }^{(T)} = \sum_{h=0}^{n-1} bE_y^{(T)}$	$b\ddot{a}_y^{(T)} = \sum_{h=0}^{w-y} bE_y^{(T)}$
Dependencia	$d\ddot{a}_{x:\overline{n} }^m = \sum_{h=0}^{n-1} dE_x^m$	$d\ddot{a}_x^m = \sum_{h=0}^{w-x} dE_x^m$

5. PRINCIPALES MAGNITUDES EN UN PLAN DE PRESTACIÓN DEFINIDA

5.1. Valores Actuariales

Tomando como causas de salida del subcolectivo de jubilados el fallecimiento y la dependencia severa o gran dependencia, denotaremos como $(Va)_x^j$ valor actual actuarial o valor actuarial de las prestaciones futuras a la edad alcanzada (x), para un partícipe y para la prestación directa de jubilación como:

Jubilación	$(Va)_x^j = B_{x_j}^j \cdot j\ddot{a}_{x_j}^{(T)} \cdot {}_{x_j-x}E_x^{(T)}$
------------	--

Tomando como causas de salida del subcolectivo de inválidos el fallecimiento y la dependencia severa o gran dependencia, denotaremos como $(Va)_x^i$ valor actual actuarial o valor actuarial de las prestaciones futuras a la edad alcanzada (x), para un partícipe y para la prestación directa de invalidez como:

Invalidez	$(Va)_x^i = \sum_{h=x}^w B_{h+0,5}^i \cdot u_h^i \cdot {}_{h-x}E_x^{(T)}$
	$u_h^i = q_h^{(i)} \cdot {}_{0,5}p_{h+0,5}^{(T)} \cdot i\ddot{a}_{h+1}^{(T)} \cdot v^1$

u_h^i : Coste que representa abonar una unidad monetaria vitalicia de prestación de invalidez, siempre que no fallezca ni cause dependencia, a aquel partícipe de edad h-ésima que salga del colectivo de activos por esta causa.

Para el $(Va)_{x:y}^b$ valor actuarial de las prestaciones futuras a la edad alcanzada (y), para un beneficiario de una prestación de fallecimiento:

Fallecimiento ³	$(Va)_{x:y}^b = \sum_{h=x}^w B_{h+0,5}^b \cdot u_h^b \cdot {}_{h-x:y}E_x^{(T)}$
	$u_h^b = q_h^{(m)} \cdot {}_{0,5}p_{y+(h-x)}^{(T)} \cdot {}_b\ddot{a}_{y+(h-x)+0,5}^{(T)} \cdot v^{0,5}$

u_x^b : Coste que representa abonar una unidad monetaria vitalicia de prestación al beneficiario de una prestación de fallecimiento, siempre que no fallezca ni cause dependencia, al beneficiario del partícipe que salga del colectivo de activos a la edad h por esta causa.

Finalmente para determinar el valor actuarial de las prestaciones futuras a la edad alcanzada (x) para la cobertura de dependencia $(Va)_x^{di}$, si esta es derivada de una situación de invalidez, viene definida como:

Dependencia de invalidez	$(Va)_x^{di} = \sum_{h=x}^{x_j-1} q_h^{(i)} \cdot \sum_{t=h}^w B_{t+0,5}^{di} \cdot u_{t+0,5}^{di} \cdot {}_{t+0,5}E_x^{(T)} \cdot {}_{t+0,5-h}E_h^{(T)} \cdot {}_{h-x}E_x^{(T)}$
	$u_{t+0,5}^{di} = {}_i q_{t+0,5}^{(d)} \cdot {}_{0,5}p_{t+0,5}^m \cdot {}_d\ddot{a}_{t+1}^m \cdot v$

$u_{t+0,5}^{di}$: Coste que representa abonar una unidad monetaria vitalicia de prestación al dependiente inválido de edad t, siempre que no fallezca y salga del colectivo de inválidos por esta causa.

El beneficiario de la prestación directa de invalidez deja de percibirla al causar la dependencia severa o gran dependencia. Es a partir de ese momento cuando comienza a recibir la prestación correspondiente, ajustada a la probabilidad de fallecimiento como

³ La cobertura de la prestación de fallecimiento sería a favor del cónyuge y lo percibiría mientras estuviese autónomo. Su desarrollo como prestación de riesgo es parejo a la cobertura de invalidez, por lo que solamente se desarrolla esta última. Igualmente ocurriría con la prestación de dependencia en fallecimiento, donde la prestación la percibiría el cónyuge dependiente hasta su fallecimiento. Su desarrollo sigue las mismas pautas que la prestación de dependencia en invalidez.

dependiente severo o gran dependiente. Aunque el importe sea el mismo, la expectativa de pago difiere, pues la situación biométrica en la que se encuentra es realmente diferente, con unas probabilidades de fallecimiento diferentes a la de la situación de inválido.

Gráfico 1: Valor actual de Invalidez (VAI) y Dependencia de Inválido (VADI) (miles de €).

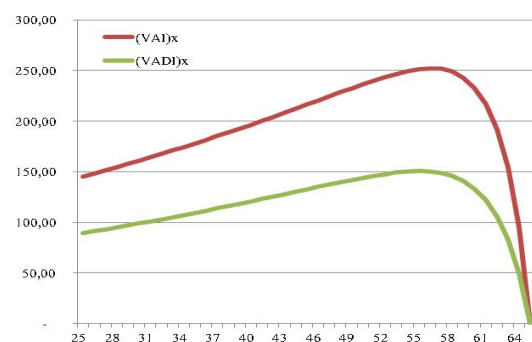
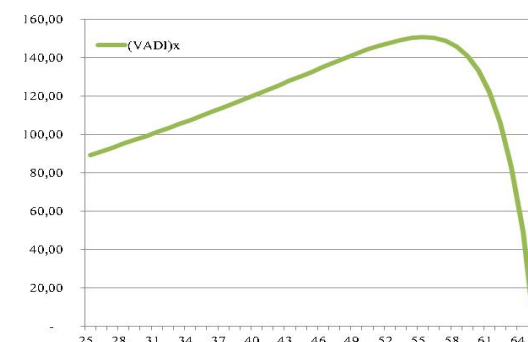


Gráfico 2: Valor actual de Dependencia de Inválido (VADI) (miles de €).



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 3: Valor actual de Jubilación (VaJ) y Dependencia de Jubilación (VaDJ) (miles de €).

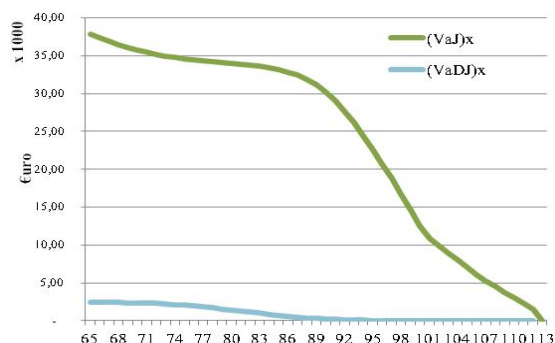
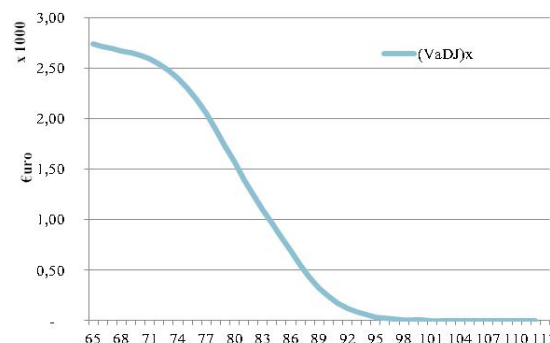


Gráfico 4: Valor actual de Dependencia de Jubilación (VaDJ) (miles de €).



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en los [Gráfico 1](#), y [Gráfico 2](#), el valor actual de la prestación por invalidez es la prestación más importante a cada edad, con respecto a la prestación por dependencia. Ello se debe, en parte, a que la probabilidad de incurrir en dependencia no es muy elevada, respecto de la probabilidad de supervivencia a cada edad como inválido, por lo que la prestación que con mayor probabilidad se activará será la de invalidez y no la de la dependencia. Se puede destacar que la distancia existente entre los valores actuales a cada edad de invalidez respecto de la dependencia

Depar
Elimin
Depar
Elimin
Depar
Con f
Depar
Con f

es importante; como se puede observar sus formas son similares, tienen un ritmo de aumento y descenso parecido. Supone una parte importante sobre un valor actuarial total y permiten una correcta valoración de los capitales acuerdo al verdadero riesgo de fallecimiento en cada momento.

Si la prestación de dependencia proviene de una situación de jubilación directa, el valor actuarial vendrá determinado como:

Dependencia de jubilación	$(Va)_x^{dj} = B_{x_j}^{dj} \cdot \sum_{h=x_j}^w u_h^{dj} \cdot {}_{h-x_j}E_{x_j}^{(T)} \cdot {}_{x_j-x}E_x^{(T)}$
	$u_h^{dj} = {}^j q_h^{(d)} \cdot {}_{0,5}p_{h+0,5}^m \cdot {}^d \ddot{a}_{h+1}^m \cdot v$

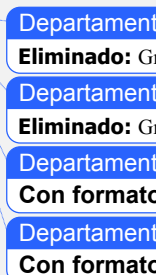
u_h^{dj} : Coste que representa abonar una unidad monetaria vitalicia de prestación al dependiente jubilado, siempre que no fallezca y salga del colectivo de jubilados por esta causa.

Como se puede observar en los [Gráfico 3](#), y [Gráfico 4](#), el valor actual de la prestación por jubilación es más importante a cada edad, con respecto a la prestación por dependencia. Ello se debe, en parte, a que la probabilidad de incurrir en dependencia no es muy elevada, respecto de la probabilidad de supervivencia a cada edad como autónomo, por lo que la prestación que con mayor probabilidad se activará será la de la jubilación directa y no la de la dependencia. Se puede destacar la distancia existente entre los valores actuales a cada edad de jubilación respecto de la dependencia, y que no supone un peso excesivo sobre un valor actuarial total y sin embargo permiten una correcta valoración de los capitales de acuerdo al verdadero riesgo de fallecimiento en cada momento.

5.2. Magnitudes por submétodos de coste

Una vez calculado el coste total de cada prestación, el siguiente paso consiste en la periodificación del coste a través de cuotas y la determinación de las provisiones matemáticas idóneas. Dentro de la matemática actuarial de pensiones, las dos familias de métodos de coste para los planes de pensiones de prestación definida son (De la Peña, 2000: 200):

- Modelos de prestaciones o beneficios devengados o acumulados



- Modelos de prestaciones proyectadas.

A continuación se detalla la formulación conducente a la determinación de la cuota de aportación para el modelo de prestación constante (unitcredit) bajo los modelos de prestaciones o beneficios devengados o acumulados, y el de cuota salarial para los modelos de prestaciones proyectadas.

5.2.1. Prestaciones Acumuladas. Prestación Constante

La característica de este submodelo es la acreditación lineal de la prestación a lo largo del periodo de aportaciones.

5.2.1.1. Cuotas

De esta forma resultan las expresiones de tanto el coste normal (CN) como la acreditación anual (b) en el siguiente cuadro:

	Coste Normal	Acreditación Anual
Dependencia en invalidez	$CN_x^{di} = b^{di} \cdot \sum_{h=x}^{x_j-1} q_h^{(i)} \cdot \sum_{t=h}^w u_{t+0,5}^{di} \cdot {}_{t+0,5-h}E_h^{(T)} \cdot {}_{h-x}E_x^{(T)}$	$b^{di} = \frac{B_h^{di}}{h - x_e}$
Dependencia en jubilación	$CN_x^{dj} = b^{dj} \cdot \sum_{h=x_j}^w u_h^{dj} \cdot {}_{h-x_j}E_{x_j}^{(T)} \cdot {}_{x_j-x}E_x^{(T)}$	$b^{dj} = \frac{B_{x_j}^{dj}}{x_j - x_e}$

CN_x^Z : Cuota normal de aportación a la edad x para la contingencia Z.

x_e : Edad a partir de la cual se reconocen los derechos con el plan de pensiones.

b^Z : Prestación anual acreditada constante para la prestación de z.

Gráfico 5: Coste Normal de Dependencia en Jubilación, en Invalidez e invalidez autónoma. Prestaciones Acumuladas

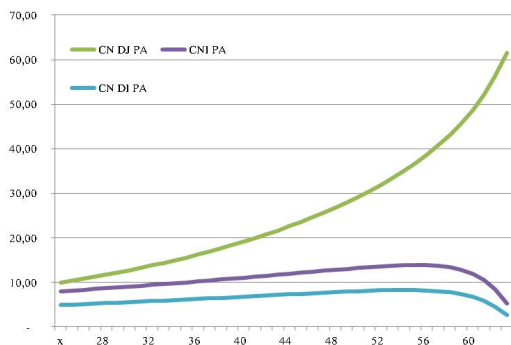
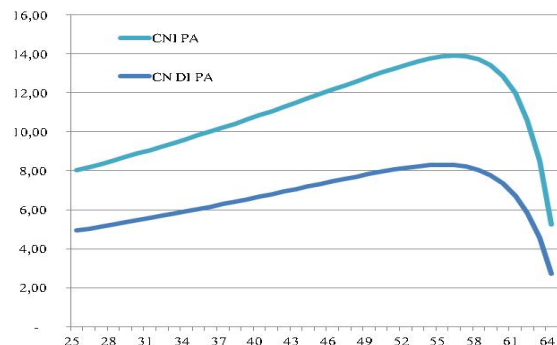


Gráfico 6: Coste Normal de Invalidez y Dependencia en Invalidez. Prestaciones Acumuladas.



Fuente: Elaboración propia

5.2.1.2. Provisión Matemática

Bajo el submodelo de prestaciones acumuladas, la provisión matemática (PM) resultante corresponde a la prestación acumulada hasta la fecha del cálculo de dicha provisión a abonar en los riesgos futuros contemplados.

Gráfico 7: Provisión Matemática de Jubilación y de Dependencia en Jubilación. Prestaciones Acumuladas.

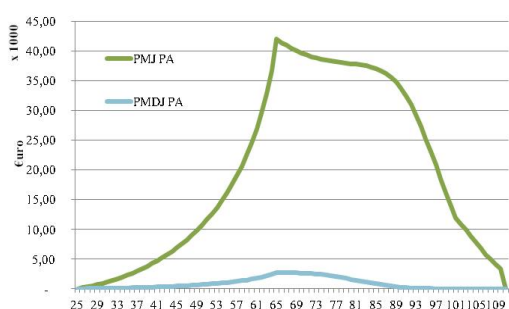
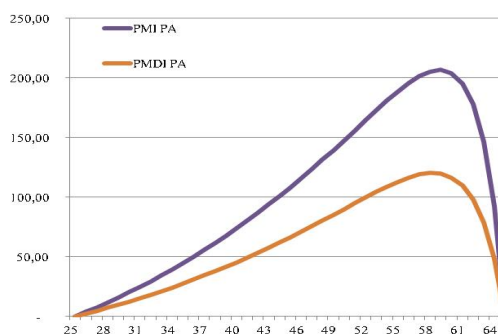


Gráfico 8: Provisión Matemática de Invalidez y de Dependencia en Invalidez. Prestaciones Acumuladas.



Fuente: Elaboración propia.

Para las contingencias indicadas, la expresión resultante es:

	Provisión Matemática	Prestación Acumulada
Dependencia en invalidez	$PM_x^{d_i} = B_{x+0,5}^{d_i} \cdot \sum_{h=x}^{x_j-1} q_h^{(i)} \cdot u_{h+0,5}^{d_i} \cdot {}_{h+0,5-h}E_h^{(T)} \cdot {}_{h-x}E_x^{(T)}$	$B_x^{d_i} = b^{d_i} \cdot (x + 0,5 - x_e)$
Dependencia en jubilación	$PM_x^{d_j} = B_x^{d_j} \cdot \sum_{h=x_j}^w u_h^{d_j} \cdot {}_{h-x_j}E_{x_j}^{(T)} \cdot {}_{x_j-x}E_x^{(T)}$	$B_x^{d_j} = b^{d_j} \cdot (x - x_e)$

5.2.2. Prestaciones Proyectadas.

Todas y cada una de las cuotas se determinan en base a la equivalencia financiero-actuarial a la edad de inicio del plan de pensiones (x_e entendida como edad a partir de la cual se generan derechos),

5.2.2.1. Cuota salarial

En el siguiente cuadro se indica la expresión del coste normal a dicha edad de entrada, donde en el denominador se incluye el valor actuarial de la renta salarial del partícipe activo ($S\ddot{a}_{x_e:x_j-x_e}^{(T)}$).

Coste Normal	
Dependencia en invalidez	$CN_{x_e}^{di} = \frac{(Va)_{x_e}^{di}}{S\ddot{a}_{x_e:x_j-x_e}^{(T)}}$
Dependencia en jubilación	$CN_{x_e}^{dj} = \frac{(Va)_{x_e}^{dj}}{S\ddot{a}_{x_e:x_j-x_e}^{(T)}}$

Gráfico 9: Coste Normal de Dependencia en Invalidez y Jubilación, en Invalidez y Prestación de Invalidez. Prestaciones Proyectadas

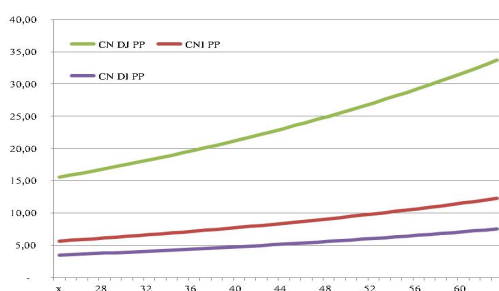
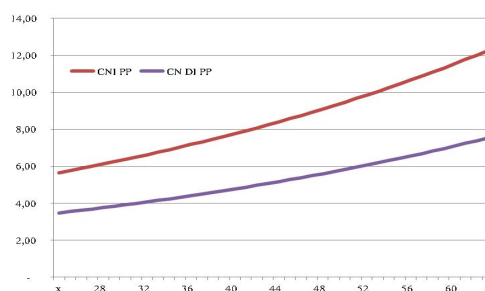


Gráfico 10: Coste Normal de Invalidez y Dependencia en Invalidez. Prestaciones Proyectadas



Fuente: Elaboración propia

5.2.2.2. Provisión Matemática

Viene determinada por la diferencia del valor actuarial de las prestaciones sobre el valor actuarial de las aportaciones (método prospectivo) donde se obtienen las siguientes expresiones para el periodo de actividad:

Provisión Matemática	
Dependencia en invalidez	$(Va)_x^{di} \cdot \frac{(S\ddot{a})_{x_e y_e : x-x_e}^{(T)}}{(S\ddot{a})_{x_e y_e : x_j-x_e}^{(T)}} - (Vps)_x^{di} \cdot \frac{{}_{x-x_e}E_{x_e y_e}^{(T)} \cdot (1+is)^{x-x_e} \cdot (S\ddot{a})_{xy:x_j-x}^{(T)}}{(S\ddot{a})_{x_e y_e : x_j-x_e}^{(T)}}$

Provisión Matemática	
Dependencia en jubilación	$PM_x^{dj} = (Va)_x^{dj} \cdot \frac{(S\ddot{a})_{x_e:x-x_e}^{(T)}}{(S\ddot{a})_{x_e:x_j-x_e}^{(T)}}$

Gráfico 11: Provisión matemática para prestación por jubilación y prestación por dependencia en jubilación. Prestaciones proyectadas

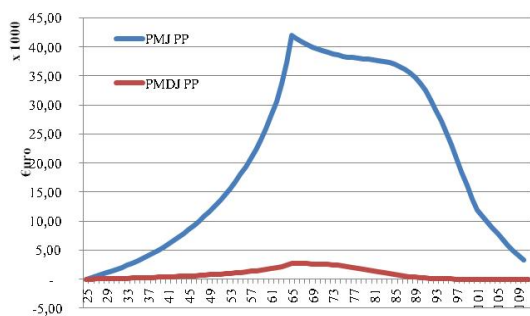
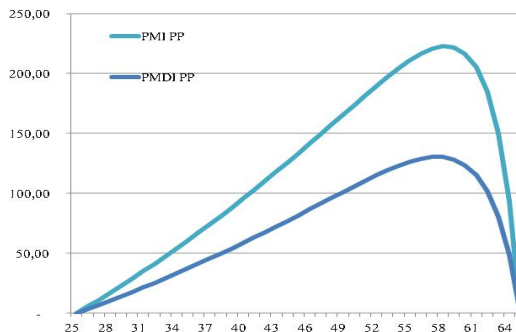


Gráfico 12: Provisión matemática para prestación de invalidez y de dependencia en invalidez. Prestaciones proyectadas.



Fuente: Elaboración propia

6. CONCLUSIONES

Es de destacar que, para igualdad de importe en prestación directa y prestación por dependencia, los valores actuales de las prestaciones por dependencia severa o gran dependencia no suponen un peso excesivo respecto al valor actuarial total y, sin embargo, permite una correcta valoración de los capitales, de acuerdo al verdadero riesgo de fallecimiento en cada momento.

Tanto con el método de coste de prestaciones acumuladas como proyectadas, los valores relevantes corresponden a las coberturas de jubilación, fallecimiento e invalidez lo que se confirma de igual modo en cuanto al coste de las prestaciones. Se debe resaltar que, la prestación por dependencia, toma valores cercanos a los de invalidez, con lo que queda de manifiesto la cercanía existente entre la invalidez (permanente para el trabajo habitual o grado superior) y el grado de dependencia severa o gran dependiente.

Hay que tener en cuenta que la cuantía de la prestación que se genera en principio no tiene por qué variar en función de la situación en la que se encuentre el

beneficiario: invalidez, jubilación o dependencia; sin embargo, a la hora de valorarla, es necesario emplear la probabilidad de ocurrencia correspondiente a cada uno de los supuestos. Bajo esta premisa en este capítulo se ha conseguido establecer de una manera precisa el cálculo del riesgo afectado respecto a cada una de las prestaciones objeto de cobertura, por lo que se ha ajustado el valor de cada prestación.

Es este diseño el que permite diferenciar, dentro del plan de pensiones de empleo, la parte que puede corresponder a abonar los gastos del cuidado de larga duración, frente a la pensión en sí misma como sustitución de las rentas del trabajo o complemento a ellas (salario diferido). De hecho, si se otorga una prestación por dependencia de igual cuantía que la prestación de jubilación (invalidez), la cuantificación del coste permite determinar aquella parte, que concretamente, se destina como complemento salarial diferido, y aquella otra que, se destina a cuidado de larga duración. En este último caso incluso se puede definir una prestación de importe diferente.

7.REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABIO, G. (2006). “Population Ageing and the Sustainability of the Spanish National Health System: Some Financial Policy Alternatives”, *The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice*, Vol. 31; pp. 557-580.
- ALBARRÁN, I Y ALONSO, P. (2009). “La población dependiente en España: estimación del número y coste global asociado a su cuidado”. *Estudios de Economía*. Vol. 36. Nº 2. Pp. 127-163.
- ALEGRE, A; PONS, M. A.; SARRASÍ, F. J.; VAREA, J. (2008). “Seguro de Fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia”. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, tercera época- número 13, 47-72.
- ALEGRE, A; PONS, M. A.; SARRASÍ, F. J.; VAREA, J. (2007). “Rentas y seguros privados de dependencia: un complemento a las prestaciones públicas de dependencia”. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, tercera época- número 12, 162.
- AMSLER, M.H. (1968). Les chaînes de Markov des assurances vie, invalideté et maladie, en *Transactions of the 18th international congress of actuaries*, vol. 5, 731-746. Mónaco.
- ARRÓNIZ, E., (2001). «Garantizando la financiación de la Asistencia Sanitaria en el Futuro: Un modelo para Europa», en *Actuarios Nº 19*, Ed. Instituto de Actuarios Españoles. Madrid.

- BOHN, K., (1980). «*Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik: Die Mathematik der deutschen Privaten Krankenversicherung*». Ed. DGVM, Heft 11. Bonn.
- CASADO, D. Y LÓPEZ, G. (2001). *Vejez, dependencia y cuidados de larga duración en España*. Barcelona. Fundación La Caixa.
- CAMBOIS, E. Y ROBINE, J.M. (2004). "*Problèmes fonctionnels et incapacités chez les plus de 55 ans: des différences marquées selon les professions et le milieu social. Études et Résultats*." Direction de la Recherche des Études d'Évaluation et des Statistiques (DREES). Ministère des affaires sociales, du travail et de la solidarité. Ministère de la santé, de la famille et des personnes handicapées. Marzo nº 295.
- COURBAGE, C. Y COSTA-FONT, J. (2006). "On Health, Ageing and Insurance", *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*, Vol. 31: pp. 551-556.
- ECONOMIC POLICY COMMITTEE. (2005). "*Budgetary challenges posed by ageing populations: the impact on public spending on pensions, health and long-term care for the elderly and possible indicators of the long term sustainability of public finances*". European Economy, Reports and Studies 04-01.
- DE LA PEÑA, J. I., (2001). «Enfoque Actuarial de una prestación complementaria de residencia para mayores», en *Matemática financiera y actuarial, Vol. 1*, Ed. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco. Bilbao.
- DE LA PEÑA, J. I., (2000 a) «Más allá del seguro de dependencia: El seguro de Residencia» en *Actualidad Financiera. Octubre de 2000*. Madrid.
- DE LA PEÑA, J. I., (2000 b). «*Planes de Previsión Social*», Ed. Pirámide. Madrid.
- FERNÁNDEZ, C. Y DE LA PEÑA, J.I. (2014). "Desarrollo legislativo de protección por dependencia. Oportunidades del sector privado: caso de Castilla y León" *Revista de Estudios Regionales*.
- GATENBY, P. (1991). *Long Term Care*. The Staple Inn Actuarial Society. London.
- HABERMAN, S.; PITACCO, E. (1999). "*Actuarial models for disability insurance*". Chapman. & Hall.
- HERRANZ, P. (2007). "*Análisis de la dependencia de las personas mayores en España. Aproximación actuarial a las bases técnicas de un seguro privado de dependencia*". Universidad Pablo de Olavide.
- HOEM, J.M. (1988). "The Versatility of the Markov Chain as a Tool in the Mathematics of Life Insurance," Record of Proceedings, International Congress of Actuaries, 71-202. Helsinki, Finland
- IACOB, I. N. Y RODRÍGUEZ, S. (2007). *A European perspective of services organization for dependent elderly people care*. Rennes (France): ENSP.

- JONES, B. L. (1994). “Actuarial calculations using a Markov model”, en *Transactions of society of actuaries*, vol. 46, 227-250.
- KOTLIKOFF, L. J. Y C. HAGIST. (2005). “Who’s going broke? Comparing healthcare costs in ten OECD countries”. *NBER Working Paper* 11833.
- LEUNG, E. (2003). “Projecting the Needs and Costs of Long Term Care in Australia”. Research Paper nº 110. Centre for Actuarial Studies. Department of Economics. University of Melbourne.
- MACDONALD, A. Y PRITCHARD, D. (2001). “Genetics, Alzheimer’s and Long-Term Care Insurance”. *North American Actuarial Journal*, vol. 5, nº 2, pp. 54-78.
- OECD (2005). *Long-term Care for Older People*. The OECD Health Project.
- OECD (2006). Projecting OECD health and long-term care expenditures: What are the main drivers? *Economics Department Working Papers*, Nº 477.
- ONU. (2007). *División de Población del Departamento de Asuntos Económicos y Sociales de la Secretaría de las Naciones Unidas. World Population Prospects: The 2006 Revision*. Nueva York: Naciones Unidas. En www.who.int.
- ONU. (2002). *United Nations. Population Division. World Population Ageing 1950-2050*. En www.who.int.
- PITACCO, E. (1995). *Modelli attuariali per le assicurazioni sulla salute*. EGEA.
- PITACCO, E. (2002). “Longevity Risk in Living Benefits. Center for Research on Pensions and Welfare Policies”, *Working Paper* nº 23.
- POCIELLO, E.; VAREA, J. Y MARTÍNEZ, A. (2001). “Construcción de tablas de dependencia: una aproximación metodológica”. En *Anales del Instituto de Actuarios Españoles* Número 7, 3ª Época - 2001, p. 91-106.
- POCIELLO, E.; VAREA, J. (2004). “*El seguro de dependencia. Una visión general*”. Cuadernos de la fundación Mapfre estudios no. 81.
- PUGA, D. (2001). *Dependencia y necesidades asistenciales de los mayores en España, una previsión a 2010*. Madrid. Fundación Pfizer
- RICKAYZEN, B.D.E., WALSH, D.E.P. (2002). A Multi-State Model of Disability for the United Kingdom: Implications for Future Need for Long-Term Care for the Elderly. *British Actuarial Journal*, vol. 8, nº 2, pp. 341-393.
- RODRÍGUEZ, G. (1999). *La protección social de la dependencia*. Madrid. IMSERSO.
- SÁNCHEZ, E.; LÓPEZ; J.M. Y DE PAZ, S. (2008). La corrección de los tantos de mortalidad de los dependientes: una aplicación al caso español. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, tercera época- número 13: pp.135-151.
- SANCHO, M.; ABELLÁN, A.; PÉREZ, L.; MIGUEL, J.A. (2002). “*Longevidad y estado de salud*”. Envejecer en España. II Asamblea mundial sobre el envejecimiento. Ministerio de trabajo y asuntos sociales. Madrid.

- WIENER, J. M.; TILLY, J. Y CUÉLLAR, A. E. (2003). *Consumer-Directed Home Care in the Netherlands, England and Germany*. Washington DC. Public Policy Institute.
- WINKLEVOSS, HOWARD E., (1993). «*Pension Mathematics: with numerical illustrations*». Ed. Pension Research Council. Illinois.
- ZWEIFEL, P.; FELDER, S. Y WERBLOW, A. (2004). “A. Population ageing and health care expenditure: New evidence for the ‘red herring’”, *The Geneva Papers on Risk and Insurance – Issues and Practice*, Vol. 29 (4): pp. 652-666.

ANEXO

Tantos de prevalencia obtenidos para dependencia severa y gran dependencia.

x	Hombres	Mujeres
6	0,00453967	0,00065922
7	0,00355829	0,00080382
8	0,00308040	0,00094795
9	0,00297799	0,00104185
10	0,00302904	0,00105806
11	0,00309527	0,00098883
12	0,00317443	0,00086403
13	0,00324387	0,00074391
14	0,00332752	0,00064566
15	0,00358206	0,00054776
16	0,00402592	0,00046943
17	0,00449692	0,00047042
18	0,00460477	0,00057847
19	0,00428129	0,00075871
20	0,00392052	0,00094681
21	0,00370544	0,00108126
22	0,00364744	0,00119205
23	0,00363971	0,00133395
24	0,00369547	0,00145179
25	0,00384348	0,00142140
26	0,00439604	0,00131835
27	0,00540643	0,00126827
28	0,00647852	0,00137720
29	0,00716142	0,00161373
30	0,00732046	0,00182316
31	0,00705885	0,00196615
32	0,00673465	0,00202252
33	0,00657826	0,00203221
34	0,00647675	0,00209982
35	0,00648525	0,00231820
36	0,00649767	0,00269985
37	0,00642230	0,00313752
38	0,00628420	0,00350712
39	0,00641492	0,00376888
40	0,00691037	0,00399507
41	0,00777211	0,00421066
42	0,00878027	0,00436895
43	0,00947561	0,00457716
44	0,00965490	0,00477452
45	0,00931257	0,00505469
46	0,00867028	0,00537949
47	0,00802896	0,00566408
48	0,00771869	0,00576841
49	0,00775491	0,00550734
50	0,00785469	0,00499105
51	0,00790328	0,00459944
52	0,00816033	0,00468448
53	0,00864744	0,00522582
54	0,00902877	0,00594310
55	0,00930651	0,00677240
56	0,00960090	0,00771348
57	0,00984280	0,00855374
58	0,00984695	0,00905926
59	0,00958605	0,00910438
60	0,00914561	0,00873557
61	0,00890570	0,00830566
62	0,00924625	0,00834669
63	0,01017578	0,00884367
64	0,01160329	0,00947234
65	0,01310244	0,00992112
66	0,01404892	0,01012350
67	0,01416289	0,01045564
68	0,01384961	0,01131624
69	0,01390878	0,01296459
70	0,01459400	0,01511271
71	0,01585013	0,01748834
72	0,01742911	0,01996130
73	0,01918746	0,02243829
74	0,02114753	0,02474704
75	0,02340677	0,02693501
76	0,02570873	0,02889463
77	0,02795530	0,03074410
78	0,02994891	0,03257683
79	0,03124854	0,03435885
80	0,03124759	0,03607631
81	0,03013582	0,03760437
82	0,02838021	0,03890385
83	0,02650438	0,03975776
84	0,02509808	0,03990237
85	0,02453765	0,03879951
86	0,02428907	0,03631108
87	0,02318239	0,03274590
88	0,02089889	0,02881653
89	0,01788238	0,02533479
90	0,01485122	0,02282412
91	0,01211052	0,02101256
92	0,00975843	0,01913899
93	0,00775074	0,01677626
94	0,00600499	0,01392652
95	0,00452395	0,01081181
96	0,00338255	0,00787875
97	0,00256269	0,00549815
98	0,00188220	0,00379741
99	0,00131197	0,00262450
100	0,00085310	0,00174920
101	0,00047766	0,00098623
102	0,00017171	0,00036115