Influencia de la Constante Cosmológica en el Ángulo de Deflexión de una Lente Gravitacional

Infuence of The Cosmological Constant in the Angle of Deflection of a Gravitational Lens

Ubaldo Enrique Molina Redondo*
Davincy Tovar**
Ingrid Steffanell De Leon***
Yussy C. Arteta Pena****

RESUMEN

Se hizo un estudio detallado sobre cómo influye la constante cosmológica en el ángulo de deflexión de una lente gravitacional por galaxia. Para ello se desarrolla una de las soluciones de las ecuaciones de campo de Einstein concerniente a la métrica de Schwarzschild, pero esta vez con constante cosmológica y expresada en coordenadas isotrópicas. Se obtiene el índice de refracción y el potencial simétrico, que son parámetros característicos para el estudio de una lente gravitacional. Con base en esto se obtiene el ángulo de deflexión de una lente gravitacional por galaxia en un universo local con constante cosmológica en cercanías de la lente.

Palabras Claves: *métrica, lente gravitacional, ángulo de desviación, constante cosmológica.*

ABSTRACT

A detailed study concerning the role of cosmological constant in the angle of deflec-tion by a gravitational lens galaxy was made. This develops one of the solutions of the Einstein field equations concernment to the Schwarzschild metric, but this time with cosmological and expressed in isotropic coordinates constant. The refractive index and symmetrical potential, which are characteristic for the study of gravitational lens parameters, are obtained. Based on this is obtained the deflection angle of a gravitational lensing by galaxy in the local universe with a cosmological constant in the vicinity of the lens.

Key Words: *Metric, Lens gravitational, deflection angle, cosmological constant.*

**Lic. En Matemáticas y Física. Especialista y Magister en Ciencias Físicas, Especialista en Estudios Pedagógicos. Docente Universidad de la Costa, CUC. umolina@cuc.edu.co*

***Físico. Estudiante de Magister en Ciencias Físicas Universidade Estatal de Londrina de Brasil.*

**** Ingeniera Química; Especialización en Estudios Pedagógicos y en Física General, Doctorante en Ciencias Técnicas, Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya", Cuba. Docente de la Facultad de Ingeniería Universidad Libre Seccional Barranquilla, Colombia. isteffanell@unilibrebaq.edu.co.*

***** Ingeniera Civil. Magíster en Ingeniería Civil. Universidad de los Andes, Doctorante en Ciencias Técnicas, Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya", Cuba. Decana de la Facultad de Ingeniería. Universidad Libre Seccional Barranquilla, Colombia. yarteta@unilibrebaq.edu.co*

Fecha de recepción: 12 de febrero del 2014 • Fecha de aceptación: 17 de marzo del 2014

1. INTRODUCCIÓN

Entre los años de 1915 y 1916 se dio un paso transcendental en la historia de la física, ya que en ese periodo se encontraron las ecuaciones que relacionan la estructura geométrica del espacio-tiempo con las fuentes del campo gravitatorio. Ese mismo año (1916), Karl Schwarzschild encontraría la primera solución exacta a las ecuaciones de campo de Albert Einstein, llamada métrica de Schwarzschild. Luego, en el año de 1917, Einstein apuntó su teoría de campos al universo, centrándose en el campo de la cosmología relativista, en la que idealizó el universo de forma estática, y en la que añadiría un nuevo parámetro a su ecuación original.Esta sería la constante cosmológica para poder visualizar una posible solución de un universo estático.

Las lentes gravitacionales fueron una consecuencia espectacular predicha por la teoría de la relatividad general de Albert Einstein, en las que la luz se desvía por efecto de la gravedad. La teoría de las lentes gravitacionales predice, entre otros asuntos,, la manifestación de una creación de imágenes múltiples de una fuente de fondo, o la aparición de arcos o de anillos. También prevé la amplificación de la intensidad de un objeto lejano, haciendo posible la observación de cuerpos celestes débiles o muy distantes, que de otro modo no podrían ser hallados. Así, las lentes gravitacionales pueden actuar como telescopios naturales.

En cuanto al estudio de la constante cosmológica y su influencia en las lentes gravitacionales, vemos por ejemplo que en el año 2006, el articulo "Solar and stellar system tests of the cosmological constant", de los autores M. Sereno y P. Jetzer [1], presentan un estudio de la teoría del cambio de periastro (punto en una órbita elíptica donde la distancia entre los cuerpos es mínima), la precesión geodésica, el cambio en media marcha y corrimiento al rojo gravitacional, que se le atribuye a sistemas de energías solares y estelares para restringir la constante cosmológica, que considera un rango de escala de longitud de aproximadamente de 108 a 1015 Km. Al siguiente año en el trabajo "Contribution of the cosmological constant to the relativistic bending of light revisited ", los autores W. Rindler y M. Ishak [2], hicieron un estudio del efecto de la constante cosmológica en la curvatura de la luz por una masa de simetría esférica centrada, y mostraron que, cuando se tiene en cuenta la geometría de Schwarzschild-De Sitter, efectivamente la constante cosmológica contribuye a la deflexión. Ese mismo año los señores: F. Finelli, M. Galaverni y A. Gruppuso [3], estudiaron la curvatura de la luz para un espacio-tiempo de simetrías esféricas y estáticas (SSS). En el año 2008, en el artículo de M. Sereno, titulado, "On the influence of the cosmological constant on gravitational lensing in small systems", hizo un estudio sobre el límite de la deformación débil de las ecuaciones de movimiento en la métrica de Schwarzschild-De Sitter [4]. Posteriormente, I. Mustapha [5],, en su trabajo "Light Deflection, Lensing, and Time Delays from Gravitational Potentials and Fermat's Principle in the Presence of a Cosmological Constant", realizó un estudio de las posibles consecuencias en las expresiones del retardo temporal mediante la integración de los potenciales gravitacionales y el principio de Fermat Encontró que un término, en este caso la constante cosmológica, aparece en el ángulo de desviación, y esto se manifestó en los cálculos que arrojó el retardo temporal.

En nuestro caso se encuentra la solución de la métrica de Schwarzschild con constante cosmológica, interpretando ésta en coordenadas isotrópicas e incluyendo el parámetro cosmológico. Para ello se introduce el concepto de lente gravitacional con sus respectivos elementos básicos, y se obtiene el ángulo de deflexión con constante cosmológica para el caso de una masa puntual [6]. Se exploran las consecuencias de cómo influye la constante cosmológica en el ángulo de deflexión de una lente gravitacional, en un intento de explicar la naturaleza del comportamiento de la luz cuando viaja a través del tiempo en el universo local de la lente.

2. MÉTRICA DE SCHWARZSCHILD

Para abordar la métrica de Schwarzschild, se estudia el fenómeno partiendo de las ecuaciones de campo de Einstein de la relatividad general, lo cual se hace de acuerdo a la simetría del problema, siguiendo a B. Janssen, en su libro “Teoria General de la Relatividad” [7]. Allí se expone una solución de Schwarzschild, en la cual se considera una masa estática con simetría esférica de las ecuaciones de Einstein, para el caso de vacío. Por tanto, es una buena descripción para el campo gravitatorio, causado por objetos masivos esféricos, como estrellas y planetas. En ausencia de energía y materia, el tensor de energía-momento es cero, $T_{\mu\nu} = 0$ y las ecuaciones de Einstein se reducen a:

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= (1-2\Phi/c^2)c^2dt^2 \\
&-(1-2\Phi/c^2)^{-1}dr^2 - r^2\left(d\theta^2 - sin^2\theta d\phi^2\right)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Donde el potencial gravitacional newtoniano es definido como:

$$
\Phi = \frac{GM}{c^2} \tag{2}
$$

quel contribuye con la desviación del rayo de luz.

2.1 MÉTRICA DE SCHWARZSCHILD CON CONSTANTE COSMOLÓGICA

Nuestro punto de estudio se centrará en la métrica de Schwarzschild; para averiguar de qué manera se ve afectada por la contribución cosmológica y cómo es el cambio que experimenta la solución de Schwarzschild, bajo nuevos parámetros que modifican la estructura geométrica del espacio-tiempo. Para el caso anterior se resolvió la ecuación de campo de Einstein $R_{\mu\nu} = 0$. Ahora se considera la constante cosmológica en el cual tensor momento-energía es diferente

de cero, $T_{\mu\nu} \neq 0$ lo que implica que $R_{\mu\nu} \neq 0$. Después de obtener la métrica de Schwarzschild, transforma a coordenadas isotrópicas, en donde se considera que el rayo de luz se propaga uniformemente en todas las direcciones, como se aborda el tema por los autores C. Misner, K. Thorne, J. Wheeler [8].
siendo que el factor espacial toma la forma $d\bar{\Omega}^2 = dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 sin^2\theta d\phi^2$

$$ds^2 = \left(\frac{1 - \frac{M}{2r} - \frac{r^2\Lambda}{12}}{1 + \frac{M}{2r} + \frac{r^2\Lambda}{12}} \right)^2 dt^2 - \frac{\left(1 + \frac{M}{2r}\right)^4}{\left(1 + \frac{r^2\Lambda}{12}\right)^2} d\bar{\Omega}^2 \qquad (3)$$

2.2 LENTES GRAVITACIONALES

El estudio de las lentes gravitacionales se inicia como consecuencia de la solución de la ecuación de campo de Albert Einstein, sin constante cosmológica, para el caso de una masa puntual y estática, lograda por Karl Schwarzschild. El fenómeno de lentes gravitacionales puede dar lugar a la formación de imágenes múltiples correspondientes a una sola fuente [6]. Mediante este elemento de línea nace el fenómeno de las lentes gravitacionales, cuyo estudio ha evolucionado y ha extendido los resultados a microlentes, lentes por galaxias y cúmulos de galaxias. A partir de este descubrimiento, las lentes gravitacionales dejaron de ser una curiosidad teórica para transformarse en herramientas muy útiles en varias ramas de la astrofísica.

2.3 ÍNDICE DE REFRACCION EFECTIVO DE LA LENTE

Al estudiar la métrica de Schwarzschild partimos de la consideración que la trayectoria de un rayo de luz, que pasa cerca de la frontera de una distribución de masa es ligeramente desviado por el cúmulo de masas o una masa puntual. El efecto que experimenta la curvatura del espacio-tiempo, en el camino de la luz, define un índice de refracción,

$$n = 1 - \frac{2\Phi}{c^2} \qquad (4)$$

A partir del índice de refracción y del potencial gravitatorio se definen varios elementos de las lentes gravitacionales.

2.4 ÁNGULO DE DEFLEXION DEL RAYO DE LUZ

Cuando un haz de luz viaja desde el plano de la fuente y entra en el plano de la lente (región del espacio donde las propiedades de la materia experimentan un cambio debido a la influencia de la gravedad), sufre una desviación, producto de la interacción de la luz con el campo gravitatorio en esa región del espacio-tiempo, lo cual se conoce como ángulo de deflexión. El ángulo de deflexión se define como la integral a lo largo de la trayectoria de la luz, respecto al cua,l el gradiente perpendicular al índice de refracción n [6],

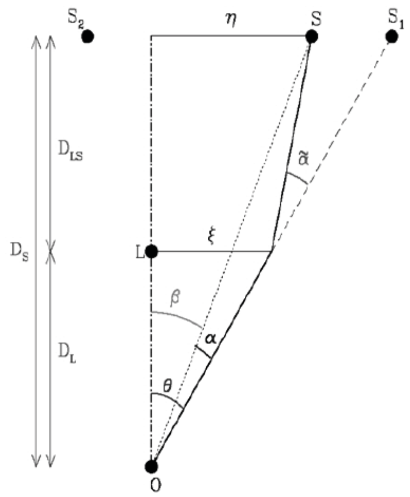

Figura1. Esquema de una lente gravitacional

Fuente: Elaborado por autores

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2}\int \Delta_{\perp} n dl \tag{5}$$

De tal manera que al introducir el potencial Newtoniano se obtiene,

$$\vec{\hat{\alpha}} = \frac{4GM}{c^2 R} \tag{6}$$

Dónde: *M* es la masa de la lente, *R* es el parámetro de impacto del rayo de luz imperturbable, *G* es la constante de Cavendish, c la velocidad de la luz.

3. ÍNDICE DE REFRACCIÓN CON CONSTANTE COSMOLÓGICA

Para encontrar el índice de refracción bajo la contribución de la constante cosmológica, partimos de (3), haciendo que , y resolviendo se deduce la relación para la velocidad de la luz en el espacio-tiempo de la lente,

$$v = \frac{d\bar{\Omega}}{dt} = \left(\frac{1 - \frac{M}{2r} - \frac{r^2\Lambda}{12}}{1 + \frac{M}{2r} + \frac{r^2\Lambda}{12}} \right) \frac{\left(1 + \frac{r^2\Lambda}{12}\right)}{\left(1 + \frac{M}{2r}\right)^2} \tag{7}$$

De esta manera el índice de refracción definido como $n = \frac{c}{v}$, queda expresado después de haber efectuado operaciones,

$$n = 1 + \frac{2GM}{c^2 r} + \frac{\Lambda c^2}{12} \tag{8}$$

El índice de refracción en presencia de la constante cosmológica hace que éste aumente su contribución en forma proporcional a ella.

3.2 ÁNGULO DE DEFLEXION BAJO LA INFLUENCIA DE LA CONSTANTE COSMOLÓGICA

Iniciaremos suponiendo que estamos en la presencia de un campo gravitacional débil, que deja prácticamente el espacio-tiempo en el que nos encontramos plano; y usando las coordenadas isotrópicas para pequeñas perturbaciones, y las respectivas contribuciones del parámetro cosmológico. Introduciendo la ecuación (8) en (5), se tiene el ángulo de desviación con constante cosmológica,

$$\hat{\alpha}_{\Lambda} = -\frac{\Lambda R r_b}{3} \tag{9}$$

El ángulo de deflexión es proporcional al parámetro cosmológico Λ, además de ser proporcional al producto de las distancias del parámetro de impacto R y al rayo de luz no perturbado r_b.

De tal manera que al resumir los dos resultados como son el ángulo de desviación encontrado en la literatura normal sobre lentes gravitacionales, ecuación (6), y el encontrado en nuestro caso expresado en la ecuación (9), se infiere que,

$$\vec{\hat{\alpha}}_T = \vec{\hat{\alpha}}_\Lambda + \vec{\hat{\alpha}} = \frac{4GM}{c^2R} - \frac{\Lambda R r_b}{3} \qquad (10)$$

El cual expresa que constante cosmológica hace que el ángulo de desviación original debido a los efectos gravitacionales únicamente se reduce cuando se consideran los efectos de la constante cosmológica.

4. CONCLUSIONES

Se analizó el comportamiento del ángulo de deflexión en presencia de la constante cosmológica, haciendo un estudio del índice de refracción y del potencial newtoniano, que son elementos básicos de las lentes gravitacionales, usando para ello coordenadas isotrópicas para que la métrica tenga la misma forma en todas las direcciones en las cuales viaja la luz.

Cuando un haz de luz entra en el campo gravitatorio de un cuerpo celeste, el cual se considera débil, el índice de refracción efectivo de la lente gravitacional en presencia de la constante cosmológica , tiende a incrementarse proporcionalmente a éste parámetro. En este mismo sentido, para el ángulo de deflexión, se tuvo en cuenta que estas estimaciones se realizaron considerando que el rayo de luz se mueve en cercanías de cuerpos cuyos campos gravitacionales son débiles, lo que permite que las contribuciones de la constante cosmológica jueguen un papel apreciable, y que pueda ser detectable por aparatos de medidas sofisticados.

El hecho de considerar campos gravitatorios débiles hace pensar que el espacio-tiempo, donde se encuentra la lente gravitacional, sea considerado aproximadamente plano, y se presenten soluciones para un espacio del tipo De-Sitter.

De acuerdo con lo encontrado, el ángulo de deflexión en presencia del parámetro cosmológico, además de ser proporcional a ésta, varía proporcionalmente al producto de las distancias del parámetro de impacto y del rayo de luz, que es perturbado por el campo gravitacional.

La influencia de la constante cosmológica hace que el ángulo de deflexión total se reduzca, lo cual hace pensar que su efecto es inverso al que realiza una lente gravitacional. Este hecho constituye un fenómeno novedoso en astrofísica, y puede ser tenido en cuenta en investigaciones futuras.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] M. Sereno y P. Jetzer, “Solar and stellar system tests of the cosmological constant”, Phys. Rev, D73, 063004. 2006.

[2] W. Rindler y M. Ishak, “Contribution of the cosmological constant to the relativistic bending of light revisited “, Phys. Rev. D76, 043006. 2007.

[3] F. Finelli, M. Galaverni y A. Gruppuso, “Light bending as a probe of the nature of dark energy”, Phys. Rev. D75, 043003. 2007.

[4] M. Sereno, “On the influence of the cosmological constant on gravitational lensing in small systems”, Phys. Rev, D77, 043004, 2008.

[5] I. Mustapha, “Light Deflection, Lensing, and Time Delays from Gravitational Poten-tials and Fermat’s Principle in the Presence of a Cosmological Constant”, Phys. Rev, D78, 103006, 2008.

[6] R. Narayan, M. Bartelmann, Lecture on Gravitational Lesing. Inglaterra: Cambridge University Press, 1995.

[7] B. Janssen, Teoria General de la Relatividad. España: Universidad de Granada, Departamento de Física Teórica y del Cosmos, 2011.

[8] C. Misner, K. Thorne, J. Wheeler, Gravitation W.H. Freeman y Co. San Francisco, 1973.