Ansatz para la Matriz de Masa de los Neutrinos con Fermiones Espejo

Ansatz for the Mass Matrix of the Neutrinos with Mirror Fermions

Hernando González Sierra *
Osmin Ferrer Villar **
Ricardo Gaitán Lozano ***

RESUMEN

Trabajando en un modelo izquierdo-derecho, con simetría espejo, con grupo de norma $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{Y'}$, se propone un Ansatz de la matriz de masa de Dirac y Majorana para los neutrinos. Este Ansatz no toma en consideración las mezclas de los neutrinos, en primera aproximación y se establecen las escalas dentro de las cuales ocurren los procesos de ruptura espontánea de las simetrías, de acuerdo a los valores de expectación del vacío.

Una diagonalización del Ansatz de la matriz permite analizar los comportamientos de las masas para los neutrinos livianos y pesados.

Palabras Claves: Fermiones, Modelo Estándar, simetría, Higgs, Majorana.

ABSTRACT

Working in a left-right model, with mirror symmetry and gauge group $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{Y'}$, an Ansatz of the Dirac and Majorana mass matrix for neutrinos is proposed. This Ansatz does not consider mixings of neutrinos, at a first approximation, and the scales at which the spontaneous symmetry breaking occurs in accordance with the vacuum expectation values is established.

An Ansatz diagonalization of the matrix allows to analyze the behavior of the masses for light and heavy neutrinos.

Key Words: Fermions, Standard Model, symmetry, Higgs, Majorana

** PhD en Física. Docente Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Surcolombiana. Director Grupo de Investigación en Física Teórica. Correo Electrónico: hergosi@usco.edu.co*

*** Candidato a Doctor en Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad Surcolombiana. Correo Electrónico: oferrer@usco.edu.co*

**** PhD en Física. Investigador Facultad de Estudios Superiores de la Universidad Nacional Autónoma de México de Cuautitlán. Estado de México, México. Correo electrónico: rgaitan@unam.mx*

Fecha de recepción: 05 de Agosto del 2014 • Fecha de aceptación: 30 de Octubre del 2014

1. INTRODUCCIÓN

La evidencia de las oscilaciones de los neutrinos, obtenida en experimentos con neutrinos atmosféricos, solares, de acelerador y de reactores, permite concluir que estas partículas tienen masa diferente de cero. Los datos sobre experimentos de neutrinos (Super-Kamiokande, SNO, Kamland, K2K, GNO, CHOOZ) pueden ser explicados por las oscilaciones entre la mezcla de tres neutrinos [1]. Los datos presentes proporcionan el ángulo de mezcla solar para el neutrino del leptón [2].

$$tan^2\theta_{12} = 0.45 \pm 0.05 \quad (1)$$

Los ángulos atmosféricos

$$sin^2 2\theta_{13} = 0 \pm 0.05 \quad (2)$$

$$sin^2 2\theta_{23} = 1.02 \pm 0.04 \quad (3)$$

La fase compleja no ha sido aún medida.

La información experimental sobre masas y mezclas de los neutrinos implica Física más allá del modelo estándar de la Física de partículas (SM), lo cual ha generado mucha actividad sobre las implicaciones teóricas de estos resultados. Entre los posibles mecanismos de la generación de masas de los neutrinos, el más simple y atractivo es el mecanismo *see-saw* [3], el cual explica la pequeñez de las masas observadas en los neutrinos, a través del intercambio de partículas superpesadas. Una explicación alternativa de la pequeñez de las masas de los neutrinos proviene del concepto de dimensiones extras más allá de las tres usuales [4]. Ha sido sugerido que los neutrinos derechos tienen la singular propiedad de experimentar una o más de estas dimensiones extras, de tal forma que ellos solamente emplean una parte de su tiempo en el mundo, dando, aparentemente, pequeñas masas a los neutrinos. Hasta el presente, no se conoce si los neutrinos son fermíones de Dirac o de Majorana.

Los modelos con neutrinos pesados, con masas del orden de *1 Tev*, pueden dar lugar a significativas mezclas ligero-pesado y desviaciones de la unitariedad de la matriz de mezcla de Pontecorvo- Maki-Nakagawa-Sakata, matriz *PMNS*, [5]. La naturaleza no unitaria de la matriz, debido a la mezcla con campos más pesados que ${}^{M_Z}/_{2}$, puede manifestarse en procesos a nivel árbol como $\pi \to \mu\nu \quad Z \to \bar{\nu}\nu$ o en decaimientos raros de leptones cargados con violación de sabor como $u \to e\gamma \quad \tau \to \mu\gamma$, etc., los cuales ocurren a nivel de un rizo [6].

La escala *Tev*de los modelos see-saw son interesantes debido a que podrían obtenerse señales en el Gran Colisionador de Hadrones*, LHC*, del Centro Europeo de Investigaciones Nucleares (CERN) en un futuro cercano [7].Los neutrinos son también importantes en Astrofísica y Cosmología [8] y probablemente ellos contribuyan a la materia oscura caliente en el universo, jugando un importante papel en su evolución, desde su inicio hasta el estado presente.

El descubrimiento de la violación de la paridad fue una de las más grandes sorpresas de la Física de partículas [9]. Antes de esta observación, de acuerdo a la hipótesis de Fermí, se sabía que las interacciones débiles tenían paridad puramente vectorial o vectorial -axial conservando la estructura de Lorentz [10]. La teoría de Lee y Yang, en 1956, [11] propuso una corriente fermiónica con estructura vectorial (V) y axial (A). Es conocido que el modelo estándar (SM), de las interacciones electro-débiles, tiene una forma vector-axial (V-A), con sólo fermíones izquierdos (ordinarios) acoplados a los bosones de norma débiles . Se pueden incluir también fermíones espejo con un acoplamiento *V+A*, de tal forma que la transformación de paridad *P* se conserve. En este sentido, el término "fermión espejo" es equivalente a "el mismo fermión vectorial", en donde para una teoría con grupo de norma *G*, cada conjunto de fermíones izquierdos, en una representación *R*, es combinado con un conjunto de fermíones derechos, en la misma representación *R*. Un segundo significado del término "fermión espejo" es diferente del primero: el grupo de norma *G* de la teoría, es extendido a la teoría de norma *G x G*, y para cada multiplete *(R, 1)* un compañero espejo *(1, R)* es adicionado, de tal forma que no existe un término de masa, invariante de norma, conectando los multipletes *LH* y *RH* [12].

Varios modelos incorporan fermíones espejo como extensiones del SM: las teorías de gran unificación (GUT), super-simetría extendida (SUSY) $2 < N < 8$ [13], Teoría de cuerdas y Teoría de Kaluza-Klein. Adicionalmente, modelos con fermíones espejo, en el contexto de una simetría izquierda-derecha (L-R), [14] dan una solución alternativa al problema de *CP* fuerte. Entonces es natural considerar la existencia de fermíones espejo. Otras aplicaciones de estos modelos pueden ser encontrados en el trabajo de Fernandez de Córdoba [15].

El problema de *CP* fuerte está relacionado con la supresión del término θ que rompe las simetrías *P* y *CP* del lagrangeano de *QCD*. Algunos autores [16] proponen una clase de modelos que ofrecen una solución al problema de *CP* fuerte, basados en la invariancia completa de la teoría bajo *P*, el más simple es una extensión del grupo electrodébil a $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$, y el contenido material de la teoría es también aumentado por inclusión de los fermíones espejo. De otro lado, estos fermíones están relacionados con la cancelación de las anomalías y son conjugados de los ordinarios, con respecto al grupo de simetría de norma, de tal manera que una representación fermiónica, incluyéndolos a ambos, es real y la cancelación de las anomalías es automática. El modelo de unificación de Pati-Salam fue introducido con este propósito [17].

Las masas de las partículas espejo provienen de la ruptura de la simetría, y si una generación espejo existe, su espectro de masas puede estar por debajo de *1 Tev*, y ello podría ser descubierto en el Colisionador Tevatrón del Fermilab y en el colisionador LHC.

En este trabajo, se considera un modelo con grupo de norma $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y$ el cual contiene fermíones espejo. Este modelo simple resuelve el problema de *CP* fuerte [18].

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta y discute el proceso de ruptura espontánea de la simetría con dos dobletes escalares. En la sección 3 se introduce un Ansatz, en primera aproximación, para la matriz de masa de Majorana y Dirac de dos familias de neutrinos y que contiene 5 parámetros. Seguidamente, se diagonaliza la matriz y se obtienen los valores propios, y los vectores propios, para los neutrinos livianos y pesados. En la parte final se introducen los valores experimentales, y cotas aproximadas para los diversos parámetros del Ansatz.

2. METODOLOGÍA

En esta sección se continúa con lo planteado por [19]. La formulación del modelo izquierdo-derecho espejo LRMM, está fundamentada en el grupo de norma $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{Y'}$. Con el propósito de resolver diferentes problemas, tales como las jerarquías de las masas de los quarks y los leptones o el problema de *CP* fuerte, diferentes autores han aumentado el contendido fermiónico del modelo estándar a la forma:

$$\mathrm{l}^0_{\mathrm{i\,L}} = \begin{pmatrix} \mathrm{v}^0_{\mathrm{i}} \\ \mathrm{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i}} \end{pmatrix}_{\mathrm{L}} \ , \ \mathrm{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,R}} \ , \mathrm{v}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,R}} \qquad ; \qquad \hat{\mathrm{l}}^0_{\mathrm{i\,L}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathrm{v}}^0_{\mathrm{i}} \\ \hat{\mathrm{e}}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i}} \end{pmatrix}_{\mathrm{R}} \ , \ \hat{\mathrm{e}}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,L}} \ , \hat{\mathrm{v}}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,L}} \tag{4}$$

$$\mathrm{Q}^0_{\mathrm{i\,L}} = \begin{pmatrix} \mathrm{u}^0_{\mathrm{i}} \\ \mathrm{d}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i}} \end{pmatrix}_{\mathrm{L}} \ , \ \mathrm{u}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,R}} \ , \mathrm{d}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,R}} \ ; \qquad \hat{\mathrm{Q}}^0_{\mathrm{i\,L}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathrm{u}}^0_{\mathrm{i}} \\ \hat{\mathrm{d}}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i}} \end{pmatrix}_{\mathrm{R}} \ , \ \hat{\mathrm{u}}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,L}} \ , \hat{\mathrm{d}}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{i\,L}} \tag{5}$$

Donde el índice *i* corre para tres familias fermiónicas. El superíndice ° especifica los estados propios de norma. Los números cuánticos de estos fermiones, bajo el grupo de norma $G \equiv SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R U\,(1)_{Y'}$ están dados por:

$$l^0_{i\,L} \sim (1,2,1,-1)_{i\,L}, \quad v^0_{i\,R} \sim (1,1,1,0)_{i\,R}, \quad e^0_{i\,R} \sim (1,1,1,0)_{i\,R} \tag{6}$$

$$\hat{v}^0_{i\,L} \sim (\,1,1,1,0)_{i\,L}, \quad \hat{e}^0_{i\,L} \sim (\,1,1,1,-2)_{i\,L}, \hat{l}^0_{i\,L} \sim (\,1,1,2,-1)_{i\,R} \tag{7}$$

$$u^0_{i\,R} \sim (3,1,1,\tfrac{4}{3})_{i\,R} \qquad , \qquad d^0_{i\,R} \sim (3,1,1,\tfrac{2}{3})_{i\,R} \tag{8}$$

$$\hat{u}^0_{i\,L} \sim (\,3,1,1,\tfrac{4}{3})_{i\,L} \qquad , \qquad \hat{d}^0_{i\,L} \sim (\,3,1,1,\tfrac{2}{3})_{i\,L} \tag{9}$$

$$Q^0_{i\,L} \sim (3,2,1,\tfrac{1}{3})_{i\,L} \qquad , \qquad \hat{Q}^0_{i\,R} \sim (\,3,2,1,\tfrac{1}{3})_{i\,R} \tag{10}$$

Los números en paréntesis son los números cuánticos de los campos fermiónicos bajo los grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $SU(2)_R$, y $U(1)_{Y'}$, respectivamente; la última entrada corresponde a la hipercarga *(Y´)*, con la carga eléctrica definida como:

$$Q = T_{3L} + T_{3R} + \frac{Y'}{2} \tag{11}$$

La “Ruptura espontánea de la simetría” (SSB) es obtenida siguiendo las etapas:

$$G \;\rightarrow\; G_{SM} \;\rightarrow\; SU(3)_C \otimes U(1)_Q \tag{12}$$

Donde $G_{SM} = SU(3)_C \otimes U(1)_Y$ es el grupo de simetría del “Modelo Estándar”, y $\frac{Y}{2} = T_{3R} + \frac{Y'}{2}$. El sector de Higgs, usado para inducir la SSB en la ecuación (12), involucra dos dobletes de campos escalares de Higgs:

$$\Phi = (1,2,1,1) \qquad , \qquad \hat{\Phi} = (1,2,1,1) \tag{13}$$

Donde las entradas corresponden a las propiedades de transformación bajo las simetrías del grupo *G,* con los “Valores de expectación del vacío” (VEVs)

$$< \Phi > = \frac{1}{\sqrt{2}}\binom{o}{v} \qquad , \qquad < \hat{\Phi} > = \frac{1}{\sqrt{2}}\binom{o}{\hat{v}} \tag{14}$$

El potencial más general, consistente con la simetría *P* es:

$$V = -\left(\mu\, \Phi^\dagger \Phi + \hat{\mu}\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi}\right) + \frac{\lambda_1}{2}\left[(\Phi^\dagger \Phi)^2 + (\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi})^2\right] + \lambda_2\,(\Phi^\dagger \Phi)(\hat{\Phi}^\dagger\hat{\Phi}) \tag{15}$$

El lagrangeano escalar para el modelo está escrito como:

$$\mathcal{L}_{SC} = \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger (D^\mu \Phi) + \left(\hat{D}_\mu \hat{\Phi}\right)^\dagger (\hat{D}^\mu \hat{\Phi}) \tag{16}$$

Donde D_μ y $\hat{D}_\mu$ son las derivadas covariantes, asociadas al *SM* y a la parte espejo, respectivamente. Las interacciones de norma de los quarks y leptones, pueden ser obtenidas del lagrangeano:

$$\mathcal{L}^{int} = \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi + \bar{\hat{\psi}} i\, \gamma^\mu \hat{D}_\mu \hat{\psi} \tag{17}$$

Los valores de expectación del vacío *v* y *v ´*están relacionados a las masas de los bosones de norma *W* y $\hat{W}$, a través de $M_W = \frac{1}{2} g_L v$ y $M_{\hat{W}} = \frac{1}{2} g_R \hat{v}$, con g_L y g_R siendo las constantes de acoplamiento de $SU(2)_L$ y $SU(2)_R$ y $g_L = g_R$ Si exigimos la simetría L-R.

3. RESUMEN Y DISCUSIÓN

Introduciendo los términos de masa en el modelo se obtiene, para dos familias, el lagrangeano de Yukawa siguiente:

$$L = h\overline{N}_{iL}\, \acute{\imath}_{jR} + V_L \bar{\imath}_{iL}\, \acute{\imath}_{jR} + V_R \overline{N}_{iL} N_{jR} + V_L' \bar{\imath}^{C}_{iL}\, \acute{\imath}_{jL} + V_R' \overline{N}^{C}_{iR} N_{jR} \tag{18}$$

Para dos familias *i, j=1,2* el Ansatz de la matriz de masa de los neutrinos propuesto es:

$$M_\nu=\begin{pmatrix} V_L & V_L & h & h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_L & V_L & h & h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_R & V_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_R & V_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V'_L & V'_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V'_L & V'_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V'_R & V'_R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V'_R & V'_R \end{pmatrix} \quad (19)$$

Se han considerado los acoplamientos de Yukawa en el lagrangeano (7) del orden unidad.

La diagonalización de la matriz M_ν^0, genera los siguientes valores propios:

$$\begin{aligned} M_1 &= 0 \text{ de multiplicidad 4} \\ M_2 &= 2V_L \\ M_3 &= 2\,V_R \\ M_4 &= 2\,V'_L \\ M_5 &= 2\,V'_R \end{aligned} \quad (20)$$

Los vectores propios de la matriz M_ν son:

$$\begin{aligned} u_1 &= (-1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ u_2 &= (0, 0, -1, 1, 0, 0, 0, 0) \\ u_3 &= (0, 0, 0, 0, -1, 1, 0, 0) \\ u_4 &= (0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 1) \\ u_5 &= (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ u_6 &= \left(\frac{-h}{V_L-V_R}, \frac{-h}{V_L-V_R}, 1,1,0,0,0,0\right) \\ u_7 &= (0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0) \\ u_8 &= (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1) \end{aligned} \quad (21)$$

Introduciendo las escalas de energía correspondientes:

$$V_L = 246\ Gev, \quad V_R = 1Tev, \quad V'_L = 10^7\ Gev, \qquad V'_R = 1Tev,$$

Se obtiene el espectro de masas de los 8 neutrinos especificadas así:

$$\begin{aligned} M_1 &= 0 \quad \text{(de multiplicidad 4)} \\ M_2 &= 492\ Gev \\ M_3 &= 2\ Tev \\ M_4 &= 2\text{x}10^7\ Gev \\ M_5 &= 2\ Tev \end{aligned}$$

4. CONCLUSIONES

En este artículo se ha propuesto un Ansatz, sobre la matriz de masas, en el sector neutro de un modelo con grupo de norma $SU(3)_C$ X $SU(2)_L$ X $SU(2)_R$ X $U(1)_{Y'}$ y que contiene fermiones con propiedades especulares.

Se ha trabajado con neutrinos de Dirac y Majorana y la matriz de masas se escribió en términos de bloques que representan los fermiones estándar y espejo. El gran número de parámetros involucrados conduce a hacer algunas simplificaciones sobre la estructura de la matriz.

Una vez se realiza la diagonalización, las masas de los neutrinos resultan ser del orden de magnitud de las escalas del rompimiento de la simetría.

AGRADECIMIENTOS

El grupo de Investigación en Física Teórica de la Universidad Surcolombiana agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Proyección Social, por su colaboración en las actividades que hicieron posible el desarrollo del proyecto de Investigación *“Fenomenología de las Interacciones Fundamentales”*, año 2013, entre las cuales se encontraba programada la elaboración de este artículo sobre la fenomenología de neutrinos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Y. Fukuda *et al.* “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos”, *Physical Review Letters*, n° 81, pp. 1562-1567., 1998.

[2] M. Maltoni, T. Schwetz, M.A. Tortotla and W.F.J, “ValleStatus of global fits to neutrino oscillatiosn”*, Phys. Rev*, n°. D68., 2003.

[3] M. Gell-Mann, P. Ramond and S. Slansky, *Complex spinors and unified theories in Supergravity*, 1979.

[4] A. Aranda and J.L. Díaz-Cruz, “Flavor Symmetries in Extra Dimensions”, *Mod. Phys*. Lett,n° 203.,2005.

[5] P. Langacker and D. London, “Lepton-number violation and massless nonorthogonal neutrinos”, *Phys. Rev*, n°. D38, 1988.

[6] P. Langacker. and D.London, “Lepton-number violation and massless nonorthogonal neutrinos”, *Phys. Rev*, n°. D38., 1988.

[7] J.A. Aguilar-Saavedra, and R. Pittau, “Heavy neutrino signal al large hadron colliders.J”, *High Energy Phys*, n°.10., 2007.

[8] M. Fukugita and T. Yanagida, “Bariogenesis sin Granunificación”, *Phys. Lett*, n°. B174,1986.

[9] C.S. Wu, E. Ambler, R. Hayward and D. Hopes, “D.Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay”, *Phys. Rev*, n°.105., 1957.

[10] E. Fermí, “Radioattiviteprodotta da bombardamento di neutroni”, *E. Fermi Nuovo Cimento*,n°.1, 1934.

[11] C.N. Yang and T.D. Lee, “Question of Parity Conservation in weak interactions”, *Phys. Rev,* n°. 254, 1956.

[12] L.B. Okun, “Mirror particles and mirror matter. 50 years of speculation and searches”, 2006.

[13] M.T. Grisaru, S.J. Gates, M. Rocek and W. Siegel, “Superspace or one thousand and one lessons in Supersymmetry”. *Frontiers in Physics, Benjamin/Cummings, Reading,M.*A., 1983.

[14] V.E. Cerón, U. Cotti, J.L. Díaz-Cruz and M. Maya, “Constraints on the parameters of the left-right mirror model”*, Phys. Rev*, n°. D57, 1998.

[15] R. Fernandez de Córdoba, R. Gaitán Hernández and J.M. Rivera-Rebolledo, “Decay with the context of the left-right mirror model”*, Rev. Mex. Fis*., n°. 239, 2004

[16] S.M. Barr, D. Chang and G. Senjanovic, “Strong CP Problem”, *Phys. Rev.Lett,* n°. 67, 1991.

[17] J.C. Pati and A. Salam. “Anomalous lepton-hadron interactions and gauge models”, *Phys. Rev*, n°. D 11, 1975.

[18] S.M. Barr, D. Chang and G. Senjanovic, “Strong CP Problem”, *Phys. Rev.Lett*, n°. 67, 1991.

[19] R. Gaitán, S. Rodríguez-Romo, A. Hernández-Galeana, J.M. Rivera-Rebolledo and P. Fernández de Córdoba, “Dirac neutrino masses and mixing parameters in a left- right model with mirror fermions”, *Int. J. Mod. Phys*, n°. A 22, 2007.