

Propuesta metodológica al tratamiento de teoremas y sus demostraciones

Lic. Andrés Ricardo Harriette
M.Sc Deisy Moya Ricardo

RESUMEN

Se ofrece una propuesta metodológica para el tratamiento de teoremas y sus demostraciones como parte de la estrategia de trabajo metodológico del Departamento de Ciencias Exactas y la Comisión Provincial de la asignatura Matemática, en la búsqueda de diferentes vías de demostración de teoremas, que implica a su vez el tratamiento a las diferentes operaciones con los conceptos matemáticos asociados, así como el dominio de las relaciones entre estos, de modo que se logre en los alumnos un aprendizaje caracterizado por: independencia y creatividad, razonamiento lógico y habilidades para la búsqueda, de manera heurística, de soluciones a los problemas y con particular énfasis, en los problemas de demostración.

Palabras clave: Teoremas, Demostraciones, Problemas, Cálculos, Ecuaciones

ABSTRACT

It is offered a methodological proposal for the treatment of theorems and their demonstrations as a part of the methodological work strategy of the Department of Exact Sciences and the Provincial Commission of Mathematics, in the search of different ways of demonstration of theorems, that implies, in turn, the treatment to the different operations with the associate mathematical concepts, as well as the mastering of the relationships among these, so it is achieved in the students a learning characterized for: independence and creativity, logical reasoning and abilities for searching, in a heuristic way, solutions to problems and, with particular emphasis, to the demonstration problems.

Keywords: Theorems, Demonstrations, Problems, Calculations, Equations.

El rápido desarrollo de la ciencia conlleva al aumento constante del volumen de los conocimientos que deben asimilar los alumnos. En relación con esto la pedagogía se traza nuevos retos en lo que se refiere a qué es lo que debe ser asimilado de forma sólida por los alumnos, por lo que esta nos plantea nuevas exigencias a partir de las transformaciones educacionales acometidas en la que se considera la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje como un proceso integral que permite el desarrollo del pensamiento lógico del estudiante para lo cual se requieren nuevos métodos de enseñanza que propicien una clase desarrolladora.

La importancia de la enseñanza de la Matemática para la formación multilateral de los educandos es universalmente reconocida. Los contenidos básicos de esta asignatura son indispensables para lograr un aprendizaje significativo, sólido y aplicable tanto en la vida cotidiana como en el desempeño profesional.

En las clases de geometría se hace imprescindible que el profesor tenga todos los elementos teóricos para enfrentar las demostraciones que son necesario realizar. Se ha comprobado que uno de los grandes problemas que enfrenta la enseñanza de la geometría es precisamente el pobre tratamiento a los conceptos dentro de las demostraciones geométricas y la falta de una variedad de modos de demostraciones que den respuesta a las necesidades de los alumnos en dependencia de sus características. Otro factor que influye en la asimilación de las demostraciones geométricas es que los alumnos no sienten la necesidad de demostrar, lo que no motiva la búsqueda de la demostración.

No se trata simplemente enseñar a realizar cálculos, a resolver ecuaciones, a aplicar algún algoritmo, o a demostrar alguna proposición en particular. La tarea es otra: consiste, sobre todo, en dirigir el proceso de modo que se logre en los alumnos un aprendizaje caracterizado por: independencia y creatividad, razonamiento lógico y habilidades para la búsqueda, de manera heurística, de soluciones a los problemas y con particular énfasis, a los problemas de demostración.

En este sentido es necesario el trabajo metodológico debe centrarse mayormente en que los docentes expliquen de manera clara y con ejemplos concretos, la utilidad que tiene el estudio de la geometría y en particular el lugar que ocupan las demostraciones geométricas en la comprensión de contenidos de otras ciencias y

de problemas de la vida práctica.

Como parte de la estrategia de trabajo metodológico del Departamento de Ciencias Exactas y la Comisión Provincial de la asignatura Matemática, está la búsqueda de diferentes vías de demostración de teoremas, que implica a su vez el tratamiento a las diferentes operaciones con los conceptos matemáticos asociados, así como el dominio de las relaciones entre estos.

Este objetivo se logra con la preparación efectiva de los docentes para lo cual deben contar con todo el arsenal de conocimientos que anteceden al nuevo aspecto de estudio, de modo que les permitan disponer de los argumentos necesarios y suficientes para la justificación de uno u otro paso que se sigue en las demostraciones geométricas, para lo cual deben apoyarse en las Nuevas Tecnologías de la Informática y la Comunicación; constituye, por tanto, una dirección de la superación y de los Entrenamientos Metodológicos Conjuntos.

En ese empeño, en los departamentos docentes se han dado algunos pasos, pero la realidad nos muestra que no es suficiente el trabajo metodológico que se lleva a cabo manifestadas en limitaciones relacionadas con el tratamiento de las demostraciones geométricas que se están estudiando y su relación con los teoremas que los preceden y suceden, por lo que aún constituye un problema conceptual metodológico:

La insuficiente preparación de los docentes de los departamentos de Ciencias Exactas para dar un tratamiento efectivo a las demostraciones de teoremas, de modo que este procedimiento sea asimilado conscientemente por los alumnos. Este elemento debe continuar formando parte de la labor metodológica que debe desarrollarse en los departamentos para perfeccionar la dirección del proceso de aprendizaje. Para ello en este trabajo abordamos el tema: Algunas consideraciones metodológicas para el tratamiento de teoremas en la unidad de relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas y sus aplicaciones.

La solución de este problema implica asumir una posición respecto a las concepciones metodológicas actuales relacionadas con el tratamiento que se le da a los teoremas, y en particular ejemplificaremos con el teorema de Pitágoras. Seguiremos la tesis que sustenta que en la representación de la demostración debe enfatizarse en la cadena de inferencias y los argumentos

que la hacen comprensible y además, elementos como los siguientes deben ser tenidos en cuenta para despertar en los alumnos el interés por probar la veracidad de una proposición:

- Errores de medición
- Ilusiones ópticas.
- Existencia de recíprocos falsos de proposiciones verdaderas
- Formulación de una proposición universal, tras haber analizado solo un número limitado de casos.

.Por ello este trabajo va dirigido a:

-
- Orientar a los docentes de los Departamento de Ciencias Exactas, algunas consideraciones metodológica para el tratamiento de teoremas, de modo que logre en sus estudiantes una asimilación conciente de este procedimiento.

A continuación se abordan algunas sugerencias didácticas para ser tenidas en cuenta por los profesores de Matemática en el tratamiento a las demostraciones. Primera: Hacer consideraciones genético histórica sobre el aspecto de estudio. Esta sugerencia implica que deben hacerse reflexiones sobre la importancia y lugar que ocupa dentro de la Matemática y la relación con otras ciencias el aspecto de estudio.

En particular, para nuestro tema de estudio “ Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas y sus aplicaciones”, esto se manifiesta como sigue:

La importancia de este tema para la enseñanza de la Matemática radica en que constituye la base para la comprensión de otros teoremas y propiedades, o sea, que constituye un instrumento de demostración de gran utilidad para el desarrollo de las habilidades relacionadas con las demostraciones geométricas.

Las formas y métodos de trabajo propios de estas demostraciones influyen de manera considerable en el desarrollo de las capacidades mentales generales y específicas del profesional y su estructuración o tratamiento adecuado permite la sistematización de las acciones que garantizan el desarrollo gradual de las habilidades fundamentales. Además permite que los estudiantes tengan una cabal comprensión de los conceptos, propiedades y relaciones que se estudian y dominen la base conceptual que subyace a los algoritmos y procedimientos de

trabajo que emplean, de modo de alejar todo formalismo en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

Para la presentación y análisis de este tema se impone responder algunas interrogantes que motivarán el interés del nuevo aspecto de estudio.

-
- ¿Dónde surge la geometría?
 - ¿Por qué es necesario estudiar la geometría?
 - ¿Quiénes fueron los primeros geómetras?
 - ¿Qué es demostrar?
 - ¿Por qué es necesario la demostración en Matemática?
 - ¿Quién era Pitágoras?
 - ¿Cuáles fueron sus principales aportes y qué influencia tuvieron en el desarrollo de otras ciencias?
-

Pueden hacerse otras preguntas en dependencia de la preparación que tengan los profesores y los alumnos.

Con las respuestas a estas interrogantes damos una breve reseña histórica del surgimiento y evolución del aspecto de estudio, donde se valoren los conceptos básicos que se emplean en las demostraciones geométricas.

Completar desde disertación con la historia

Segunda: Analizar los presupuestos teóricos precedentes al aspecto de estudio.

Se refiere a la precisión de cuáles conceptos, proposiciones y procedimientos anteceden al nuevo aspecto de estudio.

Contenidos anteriores.

La demostración atribuida a Pitágoras, en la que se emplean elementos conocidos por todos los alumnos, por lo que el profesor de forma inductiva hará un sistema de preguntas para llegar a la demostración, como son:

-
- Diga algunas propiedades de los cuadrados.
 - ¿Cuál es la fórmula del área del cuadrado?
 - ¿Cuál es la fórmula del área del triángulo rectángulo?
 - Desarrolle un binomio al cuadrado
-

A partir de estos elementos los alumnos estarán en condiciones de llegar a la demostración planteada por Pitágoras.

Tercera: Analizar las posibilidades reales de la selección de una vía para realización de una demostración.

Se refiere a hacer consideraciones no solo de la existencia de la posibilidad conforme al contenido teórico antecedente sino al contexto de realización.

En este caso hay tres tendencias: una en la que se utilizan los elementos de la circunferencia, en otro, las propiedades del triángulo y el cuadrado y otra basada en elementos de trigonometría. Esta última no podría hacerse en un contexto donde el nivel sea inferior al 11no grado.

Las diferentes vías analizar.

Cuarta: Reflexionar sobre los elementos heurísticos (principios, reglas y procedimientos) concretos factibles en cada caso.

Poner de allá lo que se haya usado

Área de un cuadrado.

Recursos del álgebra: fórmulas del binomio

Descomposición del área de una figura en áreas de figuras conocidas.

En este caso es conveniente analizar las formas más adecuadas de trabajar con el alumno los procesos demostrativos incongruentes, provocados por una de las variantes siguientes:

-
- Inclusión de argumentos falsos
 - Aplicación falsa del argumento
 - Demostración falsa
 - Tesis falsa.

En la práctica la variante 3 es una de las más frecuentes, pues lo que más se da sistemáticamente es un proceso que se realiza con el propósito de llegar a toda costa al resultado, por lo tanto se impone acudir a cualquier conjunto de argumentos sin que estos sean siempre los necesarios y suficientes y con la, secuencia lógica adecuada

Otros elementos a tener en cuenta son los siguientes:.

-
- ¿Qué es un teorema?
 - ¿Qué es una demostración?
 - ¿Qué es una demostración geométrica?
 - ¿Qué es un postulado?
 - ¿Qué es un axioma?

Entre otros conceptos, los cuales no aparecen en los libros de texto, de la enseñanza media, por lo que el profesor debe adiestrar al alumno en el trabajo

con las enciclopedias, diccionarios especializados, software educativos y bibliografías complementarias, por la vía del trabajo independiente.

Quinta:

Proponer tareas de trabajo independiente encaminadas a la asimilación y sistematización del aspecto de estudio. teniendo en cuenta los niveles de desempeño en que se encuentran los alumnos para la selección de la demostración, dándole las vías para su demostración y la bibliografía correspondiente.

Lo anterior significa que las tareas propuestas deben permitir que el estudiante se apropie, en primer lugar, del enunciado de la propiedad (aquí se significará en los casos de ejercicios que son portadores de información) en segundo lugar la aplicación de su contenido a nuevas situaciones, seguidamente, la reafirmación de los conceptos involucrados y de particular interés el uso de los recursos heurísticos que puedan ser aportados en analogía para otros resultados. Esto incluye también el hecho de que la misma propiedad constituya un recurso. Como sucede por ejemplo cuando en demostraciones relacionadas con la igualdad de segmentos usamos el recurso que nos brinda las propiedades sobre igualdad de triángulos.

Sexta: Entrenar a los alumnos en la identificación de palabras claves, y la obtención de toda la información, que en forma de inferencia inmediata, se puede obtener de ella. Esto significa que se deben proponer ejercicios donde la orden no sea demostrar la veracidad de una tesis, sino, que solo aspire a que se saque toda la información que se puede obtener a partir de los datos que aparecen en el enunciado de forma explícita e implícita, así como las relaciones entre ellos. Se deben consignar, además, tareas de cuya orden se exija la delimitación de la información necesaria de la no necesaria.

En estas clases el profesor debe demostrar dominio del lenguaje técnico, conocimiento de las palabras claves, así como su significado y forma de escritura, de manera que le sirva de modelo de actuación a los estudiantes con los que trabaja.

Es importante que en la próxima clase, que será de ejercitación, se trabajen ejercicios vinculados con otras asignaturas y con problemas de la realidad, consolidando la importancia del tema para la comprensión de otros problemas de

la vida. Se hace necesario implementar esta forma de trabajo como parte de la estrategia metodológica de la dirección del aprendizaje de la Matemática para Ciencias Exactas, incluir en la estrategia provincial de aprendizaje de la Matemática un sistema de acciones encaminadas a la concreción de las ideas expuestas en este trabajo y elaborar materiales de apoyo a la docencia donde se recopilen diferentes ejemplos de tratamiento a las situaciones anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

- 1-Ballester Pedroso, Sergio y otros. Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo I. La Habana. Pueblo y Educación. 2001. 459 p.
 - 2-Campistrous Pérez, Luis y otros. Matemática Décimo Grado. Libro de Texto. La Habana. Pueblo y Educación. 2005. 347 p.
 - 3-Cuba. Ministerio de Educación. Programas Décimo Grado. Educación Preuniversitaria Primer Año Educación Técnica y Profesional. La Habana. Pueblo y Educación. 2006. 369 p.
 - 4-Muñoz Baños, Félix y otros. Matemática Octavo Grado. Libro de Texto. La Habana. Pueblo y Educación. 2001. 214 p.
-