

CORRECCIÓN DEL ERROR DE FASE PARA UN SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS SINUSOIDALES

Alexander Ballesteros, Andrés L. González, Carlos R. Contreras Llanos^{*†}, Jaime E. Meneses

*Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS), Universidad Industrial de Santander (UIS),
Carrera 27 Calle 9 Ciudad Universitaria, Bucaramanga, Colombia.*

Recibido 25 Noviembre 2013; aceptado 15 Diciembre 2015
Disponible en línea: 19 Diciembre 2016

Resumen: Los sistemas de reconstrucción tridimensional (3D) formados por dispositivos digitales y que se basan en el algoritmo de corrimiento de fase, son usados ampliamente para realizar mediciones 3D de alta precisión. Tradicionalmente se emplean proyectores digitales clásicos para proyectar las franjas sobre el objeto de estudio. Sin embargo, la distorsión gamma de estos dispositivos, produce que el perfil de las franjas capturadas por la cámara no sea sinusoidal, lo que introduce un error en la fase y por lo tanto un error en la medición. En el presente trabajo se propone un método para corregir el error de fase generado por los armónicos de alta frecuencia del perfil de las franjas y por la distorsión gamma del proyector, teniendo en cuenta el carácter no tele-céntrico del sistema de adquisición y las aberraciones de los sistemas formadores de imágenes. Debido a las propiedades del sistema, el método propuesto adopta aproximación spline para modelizar con precisión el error de fase a partir de la fase de referencia, que se obtiene a partir de un ajuste polinómico. Con el método propuesto se puede obtener un sistema de reconstrucción 3D de alta precisión, utilizando el algoritmo de corrimiento de fase a cuatro imágenes. Los resultados experimentales obtenidos prueban su fiabilidad y validez.

Palabras clave: Reconstrucción tridimensional, Proyección de franjas sinusoidales, Error de fase.

CORRECTION OF PHASE ERROR FOR A THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION SYSTEM BY SINE FRINGE PROJECTION

Abstract: Three-dimensional reconstruction systems formed by digital devices that use the phase shifting algorithm are highly implemented to make high accuracy three-dimensional measures. Traditionally digital projectors are implemented to project, on the object surface, sinusoidal fringes. However, the gamma distortion of the projector causes that fringes profile, captured by the camera be seen like non-sinusoidal. This introduces a phase error and thus a measure error. This paper proposes a method to correct the phase error generated by high frequency harmonics of the fringes profile and by gamma distortion of the projector, taking to account the non telecentric character of the acquisition system and its geometrical aberrations. Due to the properties of the system, the proposed method implements spline interpolation to extract with accuracy the phase error since reference phase, which is obtained by polynomial interpolation. With the proposed method is possible to obtain a high accuracy three-dimensional reconstruction system by using the phase-shifting algorithm. The experimental results obtained prove his reliability and validity.

Keywords: Three-dimensional reconstruction, Sinusoidal fringe projection, Phase error.

[†] Autor al que se le dirige la correspondencia:
Tel. (+577) 6344000 extensión 2752
E-mail: ricardocp07@gmail.com (Ricardo Contreras).

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, diversos dispositivos ópticos de reconstrucción 3D han sido desarrollados y aplicados en muchos campos debido a su precisión, rapidez de procesamiento, amplio campo de trabajo y a que el uso de los mismos no implica el contacto con la superficie del objeto de estudio ([Chen et al., 2000](#)). Entre estos se encuentran aquellos que se basan en la técnica de proyección de franjas sinusoidales ([Gorthi et al., 2010](#); [Wang et al., 2010](#); [Zhang, 2010](#); [Chen et al., 2005](#)). Un sistema clásico de proyección de franjas está formado por un proyector y una cámara digital, ver [Fig. 1](#). El proyector proyecta un patrón de franjas sobre la superficie del objeto; debido a las variaciones topográficas de la superficie del mismo el patrón proyectado se distorsiona, por último, el patrón distorsionado se captura por medio de la cámara digital. Después del procedimiento de proyección adquisición se calcula el mapa de fase bidimensional (2D) a partir de métodos de recuperación de fase, tales como el método de la transformada de Fourier ([Quan et al., 1995](#); [Takeda et al., 1982](#); [Chen et al., 2010](#)), el de la transformada de Hilbert ([Kumar et al., 2013](#)) o la técnica de corrimiento de fase ([Quan et al., 2001](#); [Chen et al., 2005](#)).

Para los dispositivos que se basan en la técnica de corrimiento de fase la distorsión gamma del proyector y los armónicos de alta frecuencia del perfil de las franjas son las principales fuentes del error de fase. Para compensar el error generado por la distorsión gamma del proyector se han propuesto muchos métodos. En ([Huang et al., 2003](#)) se corrige directamente la distorsión gamma del proyector y se muestra que el error de fase se reduce significativamente, sin embargo, los errores residuales no son eliminados. Guo y colaboradores ([Guo et al., 2004](#)) propusieron un método que modeliza la distorsión gamma del proyector por medio de una función que depende sólo de un parámetro, esta función se obtiene a partir de un análisis estadístico de las imágenes de las franjas.

Este método reduce notablemente el error de fase debido a la distorsión gamma. Pero, modelizar dicha distorsión por medio de una función que depende sólo de un parámetro no es una buena opción debido a que la distorsión gamma se comporta de una manera más compleja. Por lo

tanto, este método no puede remover completamente el error producido por la distorsión gamma del proyector. Zhang y Huang ([Zhang et al., 2005](#)) propusieron un método que se basa en la calibración de la distorsión gamma del proyector, en éste primero se calcula el error de fase que es almacenado en una estructura de datos con el propósito de ser compensado al calcular la fase de cualquier objeto de estudio. Este método se usa para reducir significativamente el error de fase de un sistema de reconstrucción 3D basado en el algoritmo de corrimiento de fase a tres imágenes. Zhang y Yau propusieron un método que no requiere la calibración de la distorsión gamma del proyector. En vez de esto, se usa un plano de calibración para obtener la estructura de datos que modeliza el error introducido por la distorsión gamma del proyector ([Zhang et al., 2007](#)). Para tal propósito se usa una superficie plana uniforme, sobre ésta se proyecta un patrón de franjas que permite calcular la fase discontinua asociada a dicha superficie, la cual en teoría debe ser lineal en el intervalo $(-\pi, \pi)$.

Teniendo en cuenta esta información se calcula el error introducido por la distorsión gamma del proyector restando a la fase real, que se obtiene por medio del algoritmo de corrimiento de fase, la fase ideal que como se dijo anteriormente debe ser lineal. El error de fase obtenido se almacena en una estructura de datos. Los resultados que se obtienen utilizando este método son muy buenos, sin embargo, se asume que el sistema de observación es tele-céntrico y que no posee aberraciones geométricas. En el presente trabajo se propone una técnica para corregir el error de fase, introducido por la distorsión gamma del proyector, basado en el método propuesto en ([Zhang et al., 2007](#)), pero con un sistema de observación no tele-céntrico que posee aberraciones geométricas, por lo tanto, la fase ideal se obtiene a partir de un ajuste polinómico. Los resultados experimentales muestran que el método propuesto corrige notablemente el error introducido por la distorsión gamma del proyector, y que se puede aplicar a cualquier dispositivo de reconstrucción 3D independientemente de que su sistema de observación sea tele-céntrico o no y que posea aberraciones geométricas o no.

El presente artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se introduce brevemente el marco teórico del algoritmo de

corrimiento de fase a cuatro imágenes y de la corrección del error de fase. En la sección 3 se explica el procedimiento que permite obtener la estructura de datos que modeliza el error de fase introducido principalmente por la distorsión gamma del proyector. En la sección 4 se muestran los resultados experimentales y en la sección 5 se concluye el artículo.

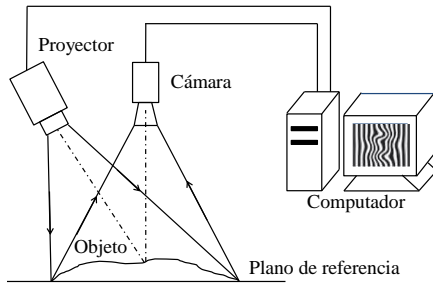


Fig. 1. Montaje experimental de un sistema de proyección de franjas.

2. ALGORITMO DE CORRIMIENTO DE FASE

La técnica de corrimiento de fase es muy usada en metrología óptica debido a que posee las siguientes características: (i) medición punto a punto, (ii) es menos sensible a las variaciones de las características reflectantes de la superficie del objeto, (iii) es menos sensible a la luz del ambiente. Se han desarrollado una variedad de algoritmos de corrimiento de fase, que incluyen dos pasos (dos imágenes), tres pasos (tres imágenes) o cuatro pasos (cuatro imágenes). En este último caso la diferencia de fase entre cada patrón de franjas proyectado es igual a $\pi/2$, y la intensidad de cada uno de estos patrones está dada por,

$$I_i(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_i], \quad (1)$$

con $\delta_i = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. Donde $I'(x, y)$ es la intensidad de modulación y $\phi(x, y)$ es la fase que se debe recuperar. A partir de (1) se puede obtener la fase mencionada anteriormente, la cual está dada por,

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right), \quad (2)$$

y el contraste de las franjas por,

$$I''(x, y) = \frac{\sqrt{(I_2 - I_4)^2 + (I_1 - I_3)^2}}{2}. \quad (3)$$

La ecuación (2) solo proporciona los valores de fase ubicados en el intervalo $(-\pi, +\pi)$, la fase continua se obtiene a partir del algoritmo de 'phase unwrapping' (Ghiglia et al., 1998).

3. CORRECCIÓN DEL ERROR DE FASE

Las imágenes formadas por la cámara se obtienen siguiendo el proceso ilustrado en la Figura 2. Se asume que el patrón de franjas sinusoidales generado por un computador tiene una intensidad dada por (1).

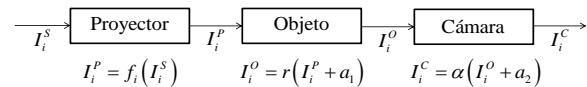


Fig. 2. Procedimiento de generación de la imagen en la cámara.

Después de que las franjas son proyectadas, la intensidad de que las franjas son proyectadas, la intensidad de las mismas estará dada por,

$$I_i^p(x, y) = f_i(I_i), \quad (4)$$

donde $f_i(I_i)$ es una función de I_i , que representa la respuesta del proyector a la función de intensidad de la i -ésima imagen de entrada. Si se asume que el proyector proyecta luz sobre una superficie con reflectancia $r(x, y)$, y la luz ambiental que ilumina dicha superficie es $a_1(x, y)$, la intensidad luminosa reflejada será

$$I_i^o(x, y) = r(x, y) [I_i^p(x, y) + a_1(x, y)]. \quad (5)$$

La imagen reflejada es capturada por una cámara con sensibilidad α , que es constante si se asume que la cámara tiene una respuesta lineal a la intensidad de luz que entra en la misma. Entonces, la intensidad de la imagen capturada por la cámara es:

$$I_i^C = \alpha [I_i^O(x, y) + a_2(x, y)] \quad (6)$$

$$= c_1 I_i^P(x, y) + c_2,$$

donde $a_2(x, y)$ representa la luz ambiental que entra a la cámara. $c_1 = \alpha r(x, y)$ y $c_2 = \alpha r(x, y)a_1(x, y) + \alpha a_2(x, y)$.

Teniendo en cuenta el algoritmo de corrimiento de fase a cuatro imágenes, la fase se puede calcular de la siguiente manera,

$$\Phi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_4^C - I_2^C}{I_1^C - I_3^C} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{f_4(I_4(\phi)) - f_2(I_2(\phi))}{f_1(I_1(\phi)) - f_3(I_3(\phi))} \right) \quad (7)$$

$$= F(\phi).$$

Esta ecuación indica que la fase $\Phi(x, y)$ es independiente de la respuesta de la cámara, las propiedades reflectantes de la superficie del objeto, y de la intensidad de la luz ambiental. Esto indica que el error de fase es ocasionado principalmente por la distorsión gamma del proyector. Por lo tanto, si se calcula el error de fase producido por la distorsión gamma del proyector, se puede construir una estructura de datos que lo almacene para que sea compensado posteriormente, teniendo en cuenta que es posible calcular la fase ideal a partir de las características del sistema formador de imágenes del dispositivo de reconstrucción 3D. Como en este caso el sistema no es tele-céntrico y no está libre de aberraciones geométricas, dicha fase se obtiene realizando un ajuste polinómico. La diferencia de fase entre la fase real y la fase ideal es

$$\Delta\Phi(x, y) = \Phi(x, y) - g(x, y). \quad (8)$$

Donde $g(x, y)$ es la fase ideal y $\Delta\Phi(x, y)$ es función de la fase real. Por lo tanto, la estructura de datos que modeliza el error se puede construir como un mapeo $(\Phi, \Delta\Phi)$.

4. GENERACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE DATOS QUE MODELIZA EL ERROR DE FASE

Para estudiar las características del error de fase se proyectaron cuatro patrones de franjas con diferencias de fase de $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \pi/2$, $\delta_3 = \pi$, y $\delta_4 = 3\pi/2$ sobre una superficie plana, se adquirieron las imágenes por medio de la cámara digital y se calculó el error de fase usando la ecuación (8), teniendo en cuenta que en nuestro caso la fase ideal está representada matemáticamente por el siguiente polinomio de orden 5,

$$\Phi = -1.6 \times 10^{-13} x^5 + 9.8 \times 10^{-11} x^4$$

$$+ 3.7 \times 10^{-8} x^3 - 4.7 \times 10^{-5} x^2$$

$$+ 4.2 \times 10^{-2} x - 9.5 \quad (9)$$

En la [Figura 3](#) se muestran la fase ideal y la fase real obtenidas usando un patrón de franjas con un paso de 128 píxeles, a partir de éstas se calculó el error de fase que se muestra en la [Figura 4](#).

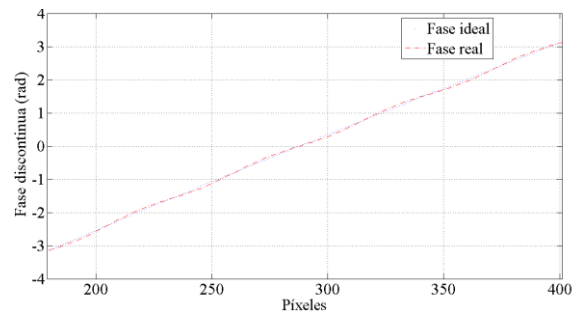


Fig. 3. Fase ideal y fase real.

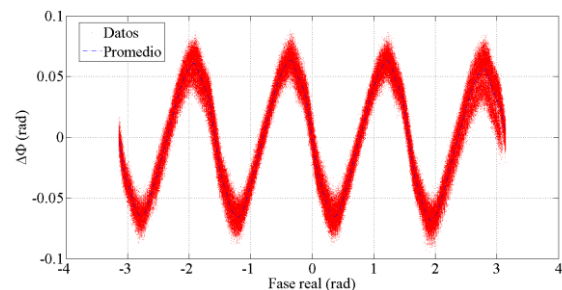


Fig. 4. Error de fase.

Con el objetivo de obtener la estructura de datos que modeliza el error de fase se realiza una

interpolación *spline* en la cual los datos a ajustar están dados por los promedios de la curva de error. La curva punteada de la [Figura 5](#) corresponde al error promedio mientras que la curva sólida corresponde a la interpolación *spline*. La estructura de datos $g(\Phi)$, que está dada por la interpolación y que permite evaluar el error de fase para un valor específico de la fase real Φ , se almacena en la memoria del computador. De esta manera el error asociado a la fase que pertenece al patrón de franjas proyectado sobre la superficie de cualquier objeto de estudio se puede compensar usando esta estructura de datos $g(\Phi)$. Por lo tanto si Φ es la fase real, la fase compensada, es decir la fase que se obtiene después de eliminar el error, es

$$\Phi' = \Phi - g(\Phi). \quad (10)$$

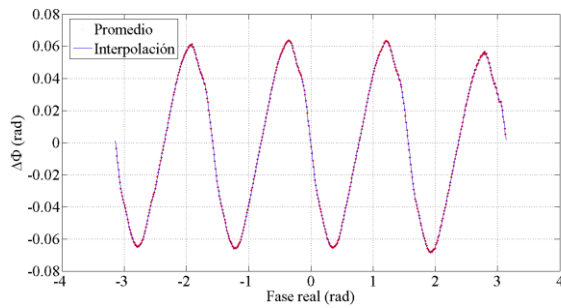


Fig. 5. Error promedio e interpolación.

Posteriormente se analizó el error de fase usando patrones de franjas con pasos de 8, 16, 32, y 64 píxeles. En la [Figura 6](#) se muestra la función que modeliza el error de fase para cada uno de estos casos, además del resultado que se obtuvo con un paso de 128, en ésta se puede apreciar que el error de fase es independiente del paso de las franjas para pasos de 64 y 128, tal como se concluye en ([Zhang et al., 2007](#)), sin embargo para valores inferiores a 64 el error depende del paso y tiene un comportamiento decreciente, es decir tanto más pequeño es el paso de las franjas proyectadas menor es el error de fase asociado. Aunque esto en realidad no genera inconvenientes, debido a que, si se quiere reconstruir la superficie de un objeto de estudio utilizando un paso de franjas específico, el error asociado al mismo se puede modelizar y compensar satisfactoriamente como se muestra en los resultados experimentales.

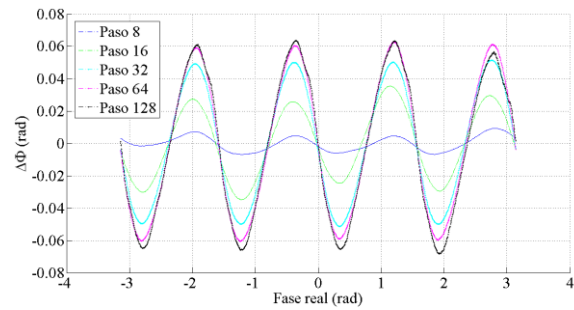


Fig. 6. Error de fase asociado a diferentes pasos del patrón de franjas proyectado.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El dispositivo de reconstrucción 3D que se implementó para evaluar el desempeño de la metodología propuesta que corrige el error de fase está formado por un proyector Aigo Discovery Box PT 6216 2 GB de 100 lúmenes y resolución de 800 píxeles x 600 píxeles, una cámara CCD Ueye UI-2310-M, USB 2.0, monocromática y resolución 640 píxeles x 480 píxeles, con lente Computar de 12 mm. Para el procesamiento digital de las imágenes se usó el software MATLAB® R2010a instalado en un computador portátil SONY VAIO VPCEG30EL con procesador Intel Core i3 y 4 GB de RAM. Se proyectaron, sobre un objeto plano, cuatro patrones de franjas cuyas intensidades están dadas por la ecuación (1).

La [Figura 7a](#) muestra la reconstrucción 3D del objeto plano antes de la corrección del error de fase mientras que la [Figura 7b](#) muestra la reconstrucción después de la corrección, en este caso el paso del patrón de franjas fue de 64. En la [Figura 7b](#) se puede apreciar que el error de fase, el cual se hace evidente en la [Figura 7a](#) debido a las ondulaciones que aparecen en la reconstrucción, se elimina notablemente. En la [Figura 8](#) se muestra el error de fase antes de la corrección, su valor eficaz es 0.0507 rad, mientras que en la [Figura 9](#) se muestra el error después de la corrección, su valor eficaz es 0.0149 rad. El error es aproximadamente 3.4 veces más pequeño después de la corrección. Además, se realizó un estudio del comportamiento del error de fase para diferentes valores del paso del patrón de franjas; dicho estudio se llevó a cabo reconstruyendo el mismo objeto plano. En la [Tabla 1](#) se muestran los errores eficaces antes y después de la

corrección del error de fase para diferentes pasos del patrón de franjas.

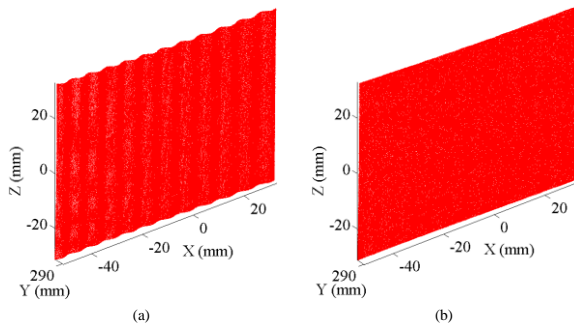


Fig. 7. Reconstrucción 3D del objeto plano. (a) Reconstrucción 3D sin corregir el error de fase. (b) Reconstrucción 3D corrigiendo el error de fase.

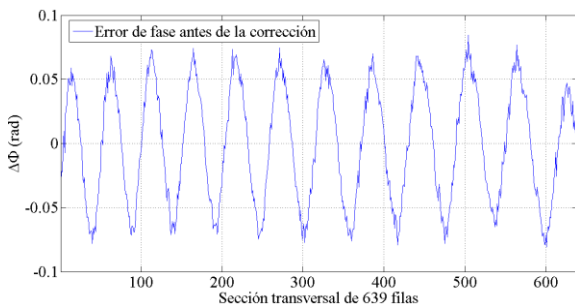


Fig. 8. Error de fase antes de la corrección para un paso de 64.

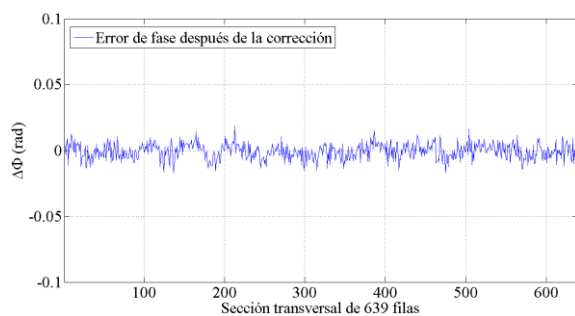


Fig. 9. Error de fase después de la corrección para un paso de 64.

Los resultados obtenidos muestran que tanto más grande es el paso de las franjas mayor es el error eficaz antes de la corrección y mayor es la reducción del error. Además, se aprecia que para el paso de 8, el paso más pequeño con el que se

trabajó, la diferencia entre los errores eficaces, antes y después, es prácticamente despreciable, lo que indica que para pasos menores o iguales a 8 no es necesario aplicar el procedimiento de reducción del error.

Tabla 1. Error eficaz, antes y después de la corrección

| Paso | E.A. (rad) | E.D. (rad) | Relación |
|------|------------|------------|----------|
| 8 | 0.0411 | 0.0393 | 1.05 |
| 16 | 0.0392 | 0.0273 | 1.44 |
| 32 | 0.0489 | 0.0183 | 2.67 |
| 64 | 0.0507 | 0.0149 | 3.40 |
| 128 | 0.0597 | 0.0132 | 4.52 |

6. CONCLUSIONES

Se desarrolló un procedimiento que compensa el error de fase, y por lo tanto el error de medición del sistema de reconstrucción 3D, que se introduce debido a la distorsión gamma del proyector. La estructura de datos que modeliza el error de fase se obtuvo utilizando un objeto plano uniforme y teniendo en cuenta que la fase ideal está dada por un polinomio de grado cinco debido al carácter no tele-céntrico del sistema de adquisición y a las aberraciones geométricas del mismo. Los resultados experimentales muestran que el error de fase aumenta con el paso de las franjas. Sin embargo, para un paso del patrón de franjas igual o superior a 64 el error no depende de éste; además se puede inferir que para un paso igual o inferior a 8 el error de fase es prácticamente despreciable.

AGRADECIMIENTO

La presente investigación fue realizada con recursos de COLCIENCIAS y del SENA según proyecto titulado: Diseño y desarrollo de dispositivos de reconstrucción 3D aplicados a la exploración corporal, No. 110250226846 ante COLCIENCIAS y No. 8186 ante la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de la Universidad Industrial de Santander.

REFERENCIAS

Chen, F., Brown, G. M. and Song, M. M. (2000). Overview of three-dimensional shape

- measurement using optical methods. *Optical Engineering*, **39**: 10-22.
- Chen, L. and Quan, C. (2005). Fringe projection profilometry with nonparallel illumination: a least square approach. *Optics Letters*, **30**:2101-2103.
- Chen, L., Quan, C., Tay, C. J. and Huang, Y. (2005). Fringe contrast-based 3D profilometry using fringe projection. *Optics Letters*, **30**:2101-2103.
- Chen, L. C., Ho, H. W. and Nguyen, X. L. (2010). Fourier transform profilometry (FTP) using an innovative band-pass filter for accurate 3D surface reconstruction. *Optics and Lasers in Engineering*, **48**:182-190.
- Ghiglia, D. C. and Pritt, M. D. (1998). *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*. Ed. Wiley.
- Gorthi, S. and Rastogi, P. (2010). Fringe projection techniques: whiter we are? *Optics and Lasers in Engineering*, **48**: 133-140.
- Guo, H., He, H. and Chen, M. (2004). Gamma correction for digital fringe projection profilometry. *Applied Optics*, **43**: 2906-2914.
- Huang, P. S., Zhang, C. and Chiang, F-P. (2003). High speed 3-D shape measurement based on digital fringe projection. *Optical Engineering*, **42**:163-168.
- Kumar, U. P., Somasundaram, U., Kothiyal, M. P. and Mohan, N. K. (2013). Single frame digital fringe projection for 3-D surface shape measurement. *Optik – International Journal for Light and Electron Optics*, **124**:166-169.
- Quan, C., Tay, C. J., Shang, H. M. and Brianston-Cross, P. J. (1995). Contour measurement by fibre optic fringe projection and Fourier transform analysis. *Optics Communications*, **118**:479-483.
- Quan, C., He, X. Y., Wang, C. F. and Shang, H. M. (2001). Shape measurements of small objects using LCD fringe projection with phase shifting. *Optics Communications*, **189**:21-29.
- Takeda, M., Ina, H. and Kobayashi, S. (1982). Fourier transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *Journal of the Optical Society of America*, **72**:156-160.
- Wang, Z., Nguyen, D. and Barnes, J. (2010). Some practical considerations in fringe profilometry. *Optics and Lasers in Engineering*, **48**:218-225.
- Zhang, S. (2010). Recent progress on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques. *Optics and Lasers in Engineering*, **48**:149-158.
- Zhang, S. and Huang P. S. (2005). Phase error compensation for a 3-D shape measurement system based on the phase shifting method. *Two and Three-Dimensional Methods for Inspection and Metrology III*, K. G. Harding, ed., Proc. SPIE 6000 133-142.
- Zhang, S. and Yau, S-T. (2007). Generic nonsinusoidal phase error correction for three-dimensional shape measurement using a digital video projector. *Applied Optics*, **46**:36-43.

SOBRE LOS AUTORES

Alexander Ballesteros

Estudiante de Física de la Universidad Industrial de Santander (UIS). Forma parte del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) desde 2011.

Andrés L. González

Ingeniero Mecatrónico de la Universidad Autónoma de Bucaramanga (UNAB), título recibido en 2007, especialista en Telecomunicaciones de la Universidad Pontificia Bolivariana (UPB), título recibido en 2010 y estudiante de Maestría en Telemática de la misma institución. Forma parte del grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) desde 2012.

Carlos R. Contreras

Físico, Magister en Física y estudiante de Doctorado en Ciencias Naturales Físicas de la Universidad Industrial de Santander. Es profesor Cátedra de la misma institución desde 2007. Forma parte del grupo de Óptica y Tratamiento de Señales desde 2006.

Jaime E. Meneses

Físico y Magister en Física de la Universidad Industrial de Santander, especialista en Docencia Universitaria de la misma institución. Doctor en Sciences Pour L'ingénieur de la Université de Franche Comté. Es profesor titular de la Escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander.