La estructura compleja de las redes sociales

The complex structure of social networks

*José Ignacio García-Valdecasas,
Universidad Carlos III de Madrid. España/*Spain*
joseignacio.garcia-valdecasas@uc3m.es

Recibido/*Received*: 13/09/2014
Aceptado/*Accepted*: 16/04/2015

RESUMEN

Durante las dos últimas décadas, físicos y matemáticos han creado una serie de modelos que pretenden explicar tanto la estructura como la dinámica de las redes sociales entre otros tipos de redes. Se ha escrito mucho sobre estos modelos originados en la física estadística, pero casi siempre en un lenguaje lejano y oscuro para las ciencias sociales. El objetivo de este artículo es presentar los primeros modelos (Watts-Strogatz, Barabási-Albert y Newman) en un lenguaje accesible para los científicos sociales. La relevancia de analizar dichos modelos radica en que permiten entender las estructuras que presentan las redes sociales, a saber: mundo pequeño, libre escala y "asortatividad", así como explicar numerosas dinámicas sociales que derivan de tales estructuras.
Palabras clave: Mundo pequeño, libre escala, asortatividad.

ABSTRACT

Over the last two decades, physicists and mathematicians have created a series of models that attempt to explain both the structure and the dynamics of social networks among other kinds of networks. It has been written a lot about these models originated in statistic physics, but almost always in a distant and dark way for Social Sciences. The purpose of this paper is to present the first models (Watts-Strogatz, Barabási-Albert and Newman) in an accessible language for social scientists. The relevance of analyse such models lies in the fact that they allows one to understand the structure of social networks, such as small world, scale free and "assortativity", as well as explain several social dynamics derived from such structures.
Keywords: *Small world, scale free, assortativity*

INTRODUCCIÓN

Podemos considerar que el universo está constituido por redes. En todos los niveles de la realidad física podemos encontrar distintos tipos de redes. Por ejemplo, las células, las unidades básicas de la vida, están gobernadas por una red de genes; el cerebro, el órgano más complejo de la evolución, puede ser concebido como una red de neuronas; las sociedades humanas, desde las más primitivas hasta las más avanzadas, pueden ser consideradas como una red de individuos. Sin embargo, lo importante de este nuevo punto de vista no son las entidades que constituyen las redes, esto es, los genes, neuronas o personas, sino los vínculos que se establecen entre dichas entidades, es decir, las proteínas represoras que ligan

***Autor para correspondencia /** *Corresponding author*: **José Ignacio García-Valdecasas**; dirección postal: c/ Cádiz, 6, esc. 5, 2B, 28903 - Getafe (Madrid); email:joseignacio.garcia-valdecasas@uc3m.es

Sugerencia de cita / *Suggested citation*: **García-Valdecasas, J. I. (2015). La estructura compleja de las redes sociales. *Revista Española de Sociología*, 24**: 65-84.

a los genes, las sinapsis celulares que conectan a las neuronas o las relaciones sociales que enlazan a los individuos. Pero quizás lo más fascinante aún de este universo reticular sea el hecho de que cualquier entidad constitutiva de una red sea a su vez una red de otras entidades. Desde esta perspectiva, por ejemplo, las personas están constituidas por una red de células, las neuronas están compuestas por una red de metabolitos, y los genes están formados por una red de nucleótidos. No debe sorprender, pues, que la trama del universo esté entretejida por una red de redes.

La ciencia de las redes no ha sido considerada como una disciplina científica en sí misma hasta hace relativamente pocos años. Anteriormente, los matemáticos habían estudiado la estructura abstracta de las redes a través de la teoría de grafos, los neurocientíficos habían analizado las redes neuronales, los epidemiólogos habían examinado las redes de transmisión de enfermedades, los sociólogos y psicólogos sociales estaban interesados en la estructura de las redes sociales humanas, etc. Sin embargo, en la última década un grupo de matemáticos y físicos aplicados han desarrollado un conjunto de principios unificados que gobiernan las redes de cualquier tipo (Mitchell, 2009). Así pues, esta nueva disciplina puede ser concebida como el punto de convergencia de una multitud de disciplinas tradicionales aparentemente alejadas entre sí tales como la sociología, la física, la antropología, la biología, la economía, la geografía o la informática, entre muchas otras.

La ciencia de las redes se centra en las relaciones entre entidades más que en las entidades en sí mismas. Por ejemplo, los seres humanos y la planta de la mostaza tienen el mismo número de genes (25.000). Sin embargo, la complejidad biológica de los primeros es sin duda mucho mayor que la de la segunda. A juicio de muchos biólogos, lo que genera la complejidad de los humanos comparada con la simplicidad de la mostaza no es el número de genes —que es el mismo—, sino cómo se organizan en redes estos genes. Las redes de regulación genética de los humanos son mucho más complejas que las de la mostaza. Desde la sociología se defiende que no existen sujetos aislados, sino una trama compleja de relaciones constituida por los propios sujetos; así pues, cuando se quiere actuar sobre un sujeto, no se interviene solo sobre dicho sujeto, sino sobre la trama de relaciones en la que el sujeto está inserto (Herrera y Barquero, 2012).

Las estructuras que subyacen a muchas redes existentes en el universo presentan una serie de propiedades comunes. Por ejemplo, muchas de las redes sociales, biológicas, y tecnológicas poseen una característica estructural significativa, a saber, la propiedad de mundo pequeño (*small-world*) (Newman, Barabási y Watts, 2003; Watts, 2004). Se dice que una red es un mundo pequeño cuando existen relativamente pocos pasos de separación por término medio entre dos nodos cualesquiera independientemente del tamaño de dicha red (Milgram 1967; Watts y Strogatz 1998). Es asombroso que redes en principio tan dispares en tamaños, densidades y naturaleza como las neuronales, las del sistema eléctrico de un país o las de amigos, entre otras muchas, puedan poseer en común dicha característica.

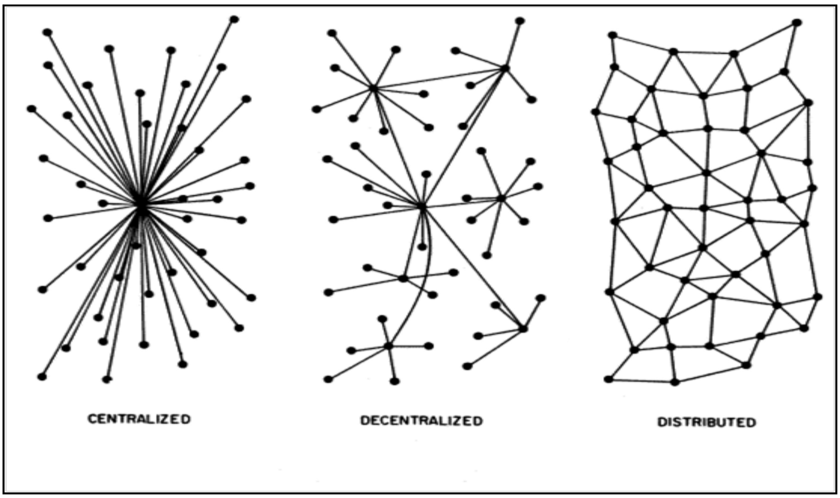
Otra propiedad común que presentan muchos tipos de redes es la de libre escala. Se dice que una red es de libre escala (*scale-free*) cuando la función de distribución del número de vínculos de los nodos de dicha red sigue una ley de potencias (*power-law)* (Barabási y Albert, 1999). Esto significa que, en una primera aproximación, en este tipo de redes podemos encontrar muchos nodos que poseen relativamente pocos vínculos y pocos nodos que tienen comparativamente muchos vínculos. Algunos ejemplos de este tipo de redes son la "World Wide Web", las de contactos sexuales, las de regulación genética o las de citación de artículos académicos, por citar tan solo algunas.

Existen, sin embargo, algunas propiedades características sólo de las redes sociales, por ejemplo la "asortatividad" (Newman, 2002), que las distinguen de otros tipos de redes. Se dice que una red es "asortativa" cuando los nodos tienden a enlazarse con nodos cuyo número de vínculos es similar, es decir, nodos con gran número de vínculos tienden a unirse entre sí, y nodos con pocos enlaces tienen más probabilidad de relacionarse entre ellos. Mientras que las redes sociales son "asortativas", las redes biológicas y tecnológicas son "disasortativas".

La relevancia de analizar la estructura de las redes sociales radica en que puede ser un factor clave para explicar diversos fenómenos sociales. Un mismo conjunto de agentes distribuidos de forma diferente puede generar dinámicas sociales distintas, como ponen de manifiesto estudios pioneros en este campo (Coleman et al., 1957; Granovetter, 1973; Milgram, 1967; Schelling, 1978). En la figura 1, por ejemplo, se puede observar el mismo conjunto de actores, pero unidos de manera diferente, lo cual podría generar resultados sociales distintos. Así pues, no es de extrañar que el análisis de las relaciones entre la estructura de las redes sociales y los procesos dinámicos que tienen lugar dentro de ella esté siendo uno de los campos más apasionantes de las ciencias sociales (Boccaletti et al., 2006; Hedström, 2005; Hedström y Bearman, 2009). Incluso pequeños cambios en la estructura de interacción social pueden tener un profundo impacto en los resultados sociales, como muestran recientes investigaciones realizadas por autores cuyas disciplinas están aparentemente alejadas de las ciencias sociales (Newman et al., 2003).

Este artículo pretende situar las redes sociales dentro de un esquema más general: las redes complejas, así como presentar los primeros modelos sobre dichas redes complejas elaborados, hace más de una década, por autores procedentes de la física y las matemáticas con objeto de entender mejor tanto la estructura como la dinámica de las redes sociales. El artículo está organizado de la siguiente manera: en primer lugar, se explica por qué el foco de atención en la investigación de redes sociales se ha ido desplazando desde las simples y pequeñas hasta las complejas y grandes. En segundo lugar, se analizan con detalle algunas de las estructuras complejas de las redes sociales, a saber: mundo pequeño, libre escala y "asortatividad". En tercer lugar, se comentan algunos modelos que pueden implementarse fácilmente en el ordenador, y que permiten explicar dichas características estructurales. Por último, se proponen algunas causas de tales tipos de estructuras.

Figura 1. Diferentes estructuras de redes sociales.



Fuente: tomada de Barabási 2002:145

REDES SIMPLES Y COMPLEJAS

La sociometría tiene una larga tradición en sociología y antropología que se remonta a los trabajos pioneros de Moreno (1961) en la década de los treinta. A través de encuestas o entrevistas, los sociólogos y antropólogos han sido capaces de reconstruir redes sociales pequeñas y simples de muy diversa índole llamadas sociogramas, pudiendo estudiar mediante técnicas sencillas por ejemplo la centralidad —que nos indica qué agentes poseen más poder y control sobre los recursos— o la conectividad de la red —que nos señala qué actores están conectados entre sí y cómo lo están—.

En los últimos años, sin embargo, el centro de atención ha ido desplazándose desde las redes sociales pequeñas y simples (con decenas o en el mejor de los casos centenares de nodos) hasta las redes sociales grandes y complejas (con miles o incluso millones de puntos). El foco de interés, por tanto, se ha trasladado desde el estudio de las propiedades individuales de nodos y vínculos al análisis de las propiedades estadísticas a gran escala de las redes. Este cambio de perspectiva ha sido posible en gran parte gracias a la potencia y rapidez de los ordenadores actuales, así como a la información disponible en Internet que han permitido reunir y analizar datos a una escala mucho más amplia que la disponible previamente (Newman, 2003).

El modo de analizar las redes sociales ha cambiado significativamente debido a este cambio de escala. Muchas preguntas que tenían sentido en el análisis de redes sociales pequeñas y sencillas no son útiles para el análisis de aquellas redes enormes y complejas. En el análisis tradicional de redes sociales tiene sentido preguntar, por ejemplo, qué nodo afectaría en mayor grado a la conectividad de red si este fuera retirado; dicha pregunta, sin embargo, no tiene ningún sentido en redes con millones de nodos en las que ninguno afecta drásticamente a la conectividad de la red. En este caso, la pregunta clave sería, por ejemplo, qué porcentaje de nodos habría que excluir para que se viera afectada sustancialmente la conectividad de la red (Newman, 2003).

No obstante, existe otra razón por la que el enfoque del estudio de redes sociales ha cambiado tanto en los últimos años. Las redes sociales pequeñas con decenas o centenares de nodos son relativamente sencillas de representar en un grafo (dibujando incluso a mano alzada sus puntos y vínculos), y no es difícil examinar su estructura observando directamente el grafo. Éste fue el método primitivo de análisis de redes sociales (Newman, 2003). El ojo humano es una herramienta analítica valiosísima para el análisis de redes sociales de tamaño pequeño y estructura simple, como lo fue para la observación de las estrellas y el análisis de la estructura del sistema solar antes del uso del telescopio por parte de Galileo. Por el contrario, para redes sociales de millones de nodos este método visual es insuficiente. El reciente desarrollo de métodos matemáticos para analizar redes sociales a gran escala con objeto de indagar su estructura compleja es similar al uso de los actuales telescopios para conocer la compleja estructura del universo más allá de los límites de nuestra propia galaxia. El reto que se plantea la comunidad científica actual es cómo desarrollar herramientas que nos permitan conocer la estructura profunda del universo o de las redes sociales, que no podemos ver o tocar directamente. Sofisticadas herramientas matemáticas, rápidos ordenadores e Internet están haciendo posible la respuesta a dicho desafío.

El análisis tradicional de redes sociales sufre a veces de problemas de subjetividad, imprecisión y muestras de tamaño reducido. Las colecciones de datos son recogidas a través de encuestas y entrevistas, pero tales métodos implican mucho tiempo y esfuerzo y, por consiguiente, limitan el tamaño de la red (Newman, 2003). Además, los datos de las encuestas utilizados posteriormente para reconstruir redes sociales pueden ser subjetivos: por ejemplo, si diferentes encuestados tienen distintas definiciones de amistad, la reconstrucción de una red de amigos puede volverse un problema difícil.

Con el propósito de evitar estos problemas, muchos investigadores han buscado nuevas fuentes de datos para la reconstrucción de redes sociales. Hasta el momento, la "World Wide Web" está siendo un semillero enorme de datos para recrear redes sociales. Ejemplos de redes sociales reconstruidas a partir de la información suministrada por la Web son las redes de directores de empresas, en las que dos directores están enlazados si pertenecen al mismo consejo de administración (Davis y Greve, 1997); o las redes de coautoría de artículos académicos, donde dos autores están vinculados si han escrito juntos uno o más artículos (Barabási et al., 2002; Molina et al., 2001; Newman, 2001). En resumen, el análisis sistemático de las bases de datos de redes sociales está siendo posible gracias a Internet, que ha puesto al alcance de todos dichas bases de datos, así como también a la gran potencia y rapidez de los ordenadores actuales.

Otra fuente de datos ingente son los registros de comunicaciones. Se han reconstruido redes de llamadas telefónicas realizadas en un solo día de más de cincuenta millones de nodos, en las que los puntos de estas redes son los números telefónicos y los vínculos directos son las llamadas realizadas desde un teléfono a otro (Aiello et al., 2002). Redes de correo electrónico (Newman et al., 2002) o de mensajería instantánea son otros ejemplos de los muchos tipos de redes que pueden ser reconstruidas a partir de los registros de las empresas de telecomunicaciones.

LA ESTRUCTURA DE MUNDO PEQUEÑO

Se dice que una red —con independencia de su tamaño— es un mundo pequeño cuando existen relativamente pocos pasos de separación por término medio entre dos nodos cualesquiera de dicha red (Watts, 1999a; 1999b; 2003; Watts y Strogatz, 1998). El término "mundo" hace alusión a lo inabarcable de la red, puesto que pueden ser redes de millones y millones de nodos; sin embargo, el término "pequeño" hace referencia a la proximidad entre los nodos de la red, ya que todos los nodos están conectados por un número relativamente pequeño de pasos por término medio (Molina, 2004). Así pues, la propiedad de mundo pequeño es una característica de aquellas redes en las que, a pesar de existir un gran número de nodos, es posible encontrar caminos cortos que conecten a dos nodos cualesquiera.

Las redes sociales están constituidas por grupos fragmentados y, a la vez, solapados de individuos: por un lado, dichas redes están fragmentadas debido a la tendencia de los seres humanos a la homofilia (a conectarse con individuos similares); y, por otro lado, están solapadas como resultado de la capacidad de las personas de tener múltiples afiliaciones o roles. La fragmentación supone altos valores del coeficiente de clustering medio de red[1], ($\bar{C}$) (los amigos de un individuo suelen ser amigos entre sí), y el solapamiento implica bajos valores de la longitud media de paso de red[2], ($\bar{L}$) (existen pocos pasos de separación por término medio entre dos individuos cualquiera) (Wasserman y Faust, 1994; Hanneman y Riddle, 2005). Así pues, en las redes sociales —a pesar de la fragmentación— es posible encontrar caminos cortos (distancias geodésicas pequeñas) que conecten a dos individuos cualquiera (Díaz-Guilera et al., 2003; Molina, 2004).

El psicólogo social de la Universidad de Harvard Stanley Milgram (1967) realizó un experimento para comprobar si las redes sociales tenían la propiedad de mundo pequeño. Seleccionó al azar un grupo de personas del medio oeste americano para que enviaran tarjetas a una persona desconocida que vivía en Massachusetts, a varios miles de kilómetros de distancia. Los

1 Los vecinos de un nodo *i* son todos los nodos adyacentes a dicho nodo *i*. El coeficiente de clustering del nodo *i* (C_i) es el cociente entre el número de vínculos existente entre los vecinos del nodo *i* y el número de vínculos posible entre dichos vecinos. Se define el coeficiente de clustering medio de red como la media de los coeficientes de clustering de todos los nodos para los que está definido dicho coeficiente (*n*):

$$\bar{C} = \frac{\sum_i C_i}{n}$$

2 Sean dos nodos cualesquiera, $i \neq j$, la longitud de paso entre dichos nodos ($l_{i,j}$) es la distancia geodésica entre dichos nodos, es decir, el número de vínculos entre ambos nodos por el camino más corto. La longitud media de paso de un nodo *i* (L_i) es la media de todas las longitudes de paso entre el nodo *i* y el resto de los nodos de una red (*n*-1):

$$\bar{L}_i = \frac{\sum_{i \neq j} l_{i,j}}{(n-1)}$$

Se define la longitud media de paso de una red ($\bar{L}$) como la media de las longitudes medias de paso de todos los nodos (n):

$$\bar{L} = \frac{\sum_i L_i}{n}$$

remitentes conocían el nombre del destinatario, su ocupación y la localización aproximada. Se les indicó que enviaran la tarjeta a la persona conocida con mayores probabilidades de hacer llegar dicha tarjeta al destinatario final. Esta persona, a su vez, tendría que hacer lo mismo hasta que la tarjeta fuera entregada personalmente a dicho destinatario.

Aunque los participantes esperaban que la cadena incluyera a cientos de intermediarios, la entrega de cada tarjeta solamente llevó, como promedio, entre cinco y siete intermediarios. Los descubrimientos de Milgram, publicados en el famoso artículo "The Small World Problem", confirmaron la famosa expresión de "los seis grados de separación", esto es, que es posible contactar con una persona desconocida de cualquier parte del mundo a través de unos pocos intermediarios.

Sin embargo, los descubrimientos de Milgram fueron criticados porque estaban basados sólo en el número de tarjetas que alcanzaron al destinatario final, que fueron alrededor de un tercio del total de tarjetas enviadas (Kleinfeld, 2002). Además, muchos mantuvieron que el experimento de Milgram era parcial en favor del éxito de la entrega de las tarjetas porque seleccionó a sus participantes de una lista de personas con ingresos por encima de la media, y, por tanto, no era una muestra representativa del ciudadano medio. No obstante, independientemente de la mayor o menor validez de los resultados de Milgram, investigaciones empíricas posteriores (Kochen, 1989) muestran que las redes sociales poseen la propiedad de mundo pequeño y que el número de pasos entre las personas es muy pequeño en comparación con el número de individuos de la red, resultando de este modo irrelevante el número concreto medio de pasos que los separan.

El físico Duncan Watts y el matemático Steve Strogatz (1998), ambos de la Universidad de Cornell, publicaron un célebre artículo en la revista *Nature*, "Collective Dynamics of "Small World" Networks", donde proponían un modelo teórico que explicaba la propiedad de mundo pequeño en diversos tipos de redes. El modelo consiste en una red regular (muy fácil de implantar en un ordenador) donde cada nodo está conectado con sus vecinos directos, y algunos nodos están conectados al azar con nodos situados en lugares distantes. De esta manera, se consigue una red con la propiedad de mundo pequeño, caracterizada por una alta fragmentación local (multitud de pequeños clusters) y un bajo diámetro global. En dicho modelo, si el número de nodos, n, tiende al infinito, la distancia media entre dos nodos cualquiera crece logarítmicamente, esto es, la distancia media entre dos nodos —medida a través del número de enlaces que los separa— crece muchísimo más despacio que el número de nodos de la red, o lo que es lo mismo, que el número de vínculos de la red.

Para entender dicho modelo, Watts (2003:74-78) parte de los dos mundos futuristas completamente opuestos descritos en la Serie de los Robots del escritor Isaac Asimov. El primer mundo es el planeta Tierra de Asimov, un lugar densamente poblado donde las ciudades están encapsuladas en enormes bóvedas de acero, sin contacto directo con el mundo exterior. Los habitantes, agorafóbicos y recelosos de cualquier influencia externa, viven totalmente aislados y sólo se relacionan con aquellos que viven en su misma bóveda. Además, las relaciones previas son importantísimas para establecer nuevas relaciones. De este modo, en el planeta Tierra de Asimov, la probabilidad de que dos personas se conozcan, $p(x)$, es 0 (nula) si no tienen ningún conocido común ($x = 0$), y 1 (segura) si tienen al menos un conocido común ($x >= 1$):

$$p(x=0) = 0$$

$$p(x>=1) = 1$$

siendo x el número de conocidos que se comparten. La ausencia de conocidos en común en este mundo aislado implica que ambas personas viven en bóvedas diferentes, y, por tanto, que nunca llegarán a conocerse; de la misma manera, la presencia de al menos un conocido común a dos personas significa necesariamente vivir en la misma bóveda.

Totalmente contrapuesto al planeta Tierra de Asimov, el mundo espacial Solaria es un mundo escasamente poblado en el que los individuos han desarrollado una psicología sociópata caracterizada por un arraigado miedo al contacto físico entre individuos: las interacciones entre los solarianos son puramente virtuales, reduciendo al mínimo los contactos personales. De aquí que conozcan a otros individuos por azar, y, por tanto, todas las relaciones potenciales son posibles. La existencia de contactos previos no es importante para establecer nuevas relaciones. En este sentido, la probabilidad de conocer a otra persona no depende del número de conocidos en común:

p(x) es independiente de x

En el mundo espacial Solaria, la historia social de una persona es irrelevante para su futuro. Incluso aunque dos personas tengan muchos conocidos en común, no por ello es más probable que se conozcan.

En el gráfico 1 se representa la probabilidad de que un individuo *i* conozca a otro individuo *j* en función del número de conocidos que ambos individuos tienen en común: la función superior concierne al planeta Tierra de Asimov, y la función inferior se corresponde con el mundo espacial Solaria. En la curva de arriba, tan pronto como dos personas tengan un conocido en común, la probabilidad de que se conozcan es extremadamente alta. En la curva de abajo, sin embargo, aun teniendo muchos conocidos en común, la probabilidad de que dos personas se conozcan es notoriamente menor.

Gráfico 1. Probabilidades de conocer a otra persona en el planeta de Asimov y en el mundo Solaria.

Fuente: tomada de Watts 2003:76

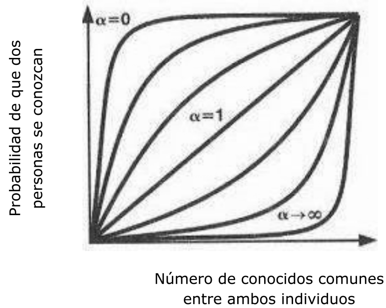
El mundo pequeño, característico de las redes sociales reales, tiene que estar situado en algún punto intermedio entre el planeta Tierra de Asimov y el mundo espacial Solaria. En dicho mundo pequeño la probabilidad de conocer a una persona elegida al azar depende del número personas conocidas en común:

p(x) depende de x

De manera que, a medida que aumenta el número de conocidos en común, crece la probabilidad de que dos personas se conozcan.

En el gráfico 2 se representa la probabilidad de que un individuo *i* conozca a otro individuo *j* en función del número de conocidos que dichos individuos tienen en común para diferentes valores de α. El planeta Tierra de Asimov y el mundo espacial Solaria son dos mundos extremos donde los valores de α son respectivamente 0 y ∞; por el contrario, el valor de α en el mundo pequeño debe estar comprendido entre ambos valores extremos: $0 < \alpha < \infty$. Así pues, el mundo pequeño tiene que corresponderse con alguna de las curvas situadas entre las dos curvas extremas que representan a estos dos mundos imaginarios.

Gráfico 2. Probabilidades de conocer a otra persona en función del parámetro α.



Fuente: tomada de Watts 2003:77

El planeta Tierra de Asimov está caracterizado por una *altísima cohesión local* y, a su vez, por una *nula conectividad global*: por un lado, una *altísima cohesión local* significa que todos los conocidos de un individuo son conocidos entre sí, y, por tanto, el valor de ($\bar{C}$) es 100% (el valor máximo); por otro lado, una *nula conectividad global* quiere decir que no hay conexión posible entre las diferentes bóvedas, y, por tanto, que el valor de ($\bar{L}$) es ∞. Por el contrario, el mundo Solaria se distingue por combinar una *baja cohesión local* con una *alta conectividad global*. En este mundo es difícil que dos individuos conectados entre sí tengan conocidos en común, y, por tanto, el valor de ($\bar{C}$) es bajo. Además, el número de pasos entre los individuos que pueblan este mundo es pequeño, y, por tanto, el valor de ($\bar{L}$) es pequeño.

Las redes sociales reales caracterizadas por ser mundos pequeños se encuentran a medio camino entre el planeta Tierra de Asimov y el mundo espacial Solaria. Dichas redes están definidas por dos rasgos aparentemente contradictorios entre sí, a saber, una alta fragmentación local y un reducido diámetro global; es decir, poseen a la vez valores altos de ($\bar{C}$) y valores bajos de ($\bar{L}$). Para la intuición humana es difícil entender que las redes sociales tengan a la vez ambas características, esto es, que el mundo "inabarcable" pueda ser, a su vez, "un pañuelo". Sin embargo, los ordenadores nos muestran que dichas características pueden ir juntas.

Tabla 1. Modelos por ordenador de distintos tipos de redes sociales.

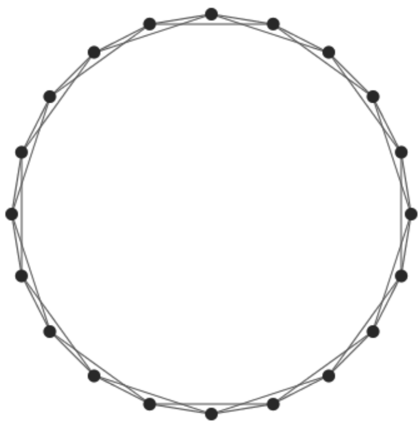
Redes sociales	**Modelos**	$\bar{C}$	$\bar{L}$	α	β
Planeta de Asimov	Redes regulares	muy altos	muy altos	0	0
Mundo pequeño	Watts-Strogatz	altos	bajos	$0 < \alpha < \infty$	$0 < \beta < 1$
Mundo Solaria	Redes aleatorias	bajos	bajos	∞	1

Fuente: elaboración propia

Las redes del planeta de Asimov se pueden implementar de manera sencilla en el ordenador mediante redes regulares —donde los nodos solo están conectados a sus vecinos, pero no a otros nodos más alejados—. De la misma manera, las redes del mundo Solaria se pueden representar también fácilmente en el ordenador a través de redes aleatorias (donde cada nodo establece al azar sus conexiones). El modelo de Watts y Strogatz representa a las redes del mundo pequeño (tabla 1).

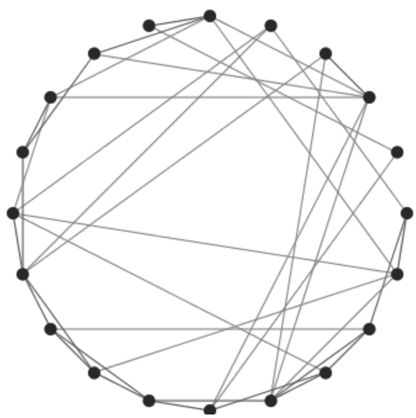
El punto de partida del modelo de Watts y Strogatz es una red regular de una dimensión (un anillo) con un número fijo de nodos *n* enlazados a sus *k* vecinos, y un número constante de vínculos. Posteriormente se reemplazan, con una probabilidad β, algunos vínculos de corto alcance —los enlaces con los vecinos— por vínculos de largo alcance —enlaces con nodos situados más allá del vecindario— (véase figuras 2, 3 y 4 generadas por el modelo de mundos pequeños de Wilensky (2005) en NetLogo). Mientras que las redes regulares que representan el planeta de Asimov tienen un valor β nulo (figura 2), las redes aleatorias que se corresponden con el mundo Solaria poseen un valor β de 1 (figura 4). Sin embargo, el modelo de Watts y Strogatz para mundos pequeños posee un valor β entre 0 y 1: $0 < \beta < 1$ (figura 3). Cuando β es cero, ningún vínculo es reemplazado y la red regular no se modifica; mientras que cuando β es 1, todos los vínculos son reemplazados y se genera una red aleatoria. El parámetro β puede ser, por tanto, interpretado como un índice la globalización de los vínculos de una red: $\beta = 0$ significa que todos los vínculos son locales, y, en el otro extremo, $\beta = 1$ quiere decir que todos los vínculos son globales.

Figura 2. Red regular (n = 20, k = 4) ($\beta = 0$; $\overline{C} = 50\%$; $\overline{L} = 2{,}895$).



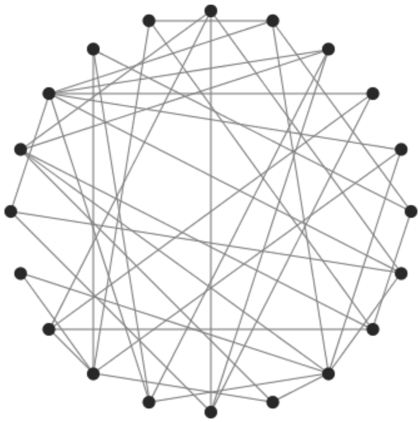
Fuente: elaboración propia (generado por el modelo de mundos pequeños en NetLogo de Wilensky 2005)

Figura 3. Red Watts-Strogatz (Mundo pequeño) (n = 20, k = 4) ($\beta = 0{,}5$; $\overline{C} = 22{,}5\%$; $\overline{L} = 2{,}189$).



Fuente: elaboración propia (generado por el modelo de mundos pequeños en NetLogo de Wilensky 2005)

Figura 4. Red aleatoria (n = 20, k =4) ($\beta = 1$; $\overline{C} = 0{,}07\%$; $\overline{L} = 2{,}111$).



Fuente: elaboración propia (generado por el modelo de mundos pequeños en NetLogo de Wilensky 2005)

El mundo pequeño (figura 3) se puede concebir como un modelo intermedio entre las redes regulares (figura 2) y las aleatorias (figura 4). De esta manera, dicho modelo recoge las dos características propias del mundo pequeño, a saber, cohesión local y conexión global. Es importante también destacar que los nodos que establecen conexiones de largo alcance en el mundo pequeño acaparan casi todos los caminos cortos posibles (geodésicos) entre los nodos de una red.

Cabe preguntarse, por último, por qué las redes sociales, desde un punto de vista evolutivo, han adoptado dicha estructura y no la estructura regular o aleatoria. Se puede considerar la existencia de dos fuerzas selectivas opuestas entre sí que pueden ser responsables de la propiedad de mundo pequeño: por una parte, la necesidad de que la información viaje rápidamente a través de la red, lo que presupone valores bajos de $\overline{L}$; por otro lado, el alto coste de crear y mantener vínculos de larga distancia. Los mundos pequeños son capaces de solucionar ambos problemas porque son capaces de poseer altas velocidades en la transmisión de la información con relativamente pocos vínculos de larga distancia. Sin embargo, las redes regulares son bastante más lentas en la difusión de la información por la carencia de vínculos de larga distancia, y las redes aleatorias muy costosas por su alto número de vínculos de larga distancia.

LA ESTRUCTURA DE LIBRE ESCALA

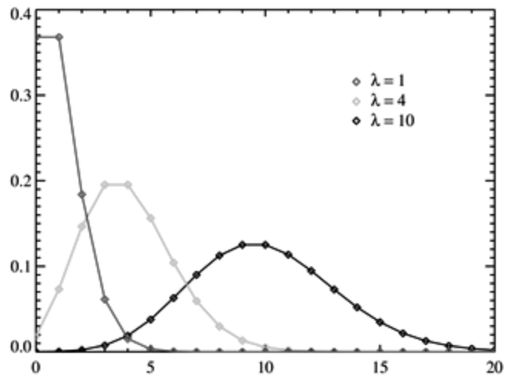
Otra propiedad que presentan ciertos tipos de redes es la de libre escala (Barabási, 2002; Barabási y Albert, 1999; Barabási y Bonabeau, 2003). Se dice que una red es de libre escala cuando la función de distribución del número de vínculos de los nodos de dicha red sigue una ley de potencias (*power-law*), $p(k) = Ck^{-\gamma}$. En este tipo de redes existen pocos nodos (llamados *hubs*) que poseen relativamente muchos vínculos y numerosos nodos que tienen relativamente pocos vínculos. En dicha ley de potencias, la probabilidad, $p(k)$, de que un nodo de la red elegido al azar esté conectado con k nodos es proporcional a $k^{-\gamma}$. El exponente de la potencia γ es un parámetro cuyo valor depende del tipo específico de red, aunque para la mayoría de las redes se cumple que $2 < \gamma < 3$. C es una constante de proporcionalidad asociada a la normalización.

La denominación "libre escala" hace alusión no sólo a que la función de distribución permanece inalterable si cambiamos la escala de su variable independiente (la forma de la función se mantiene, aunque la constante C cambia), sino también a que no existen valores característicos como en una distribución gaussiana —que está centrada en un valor concreto— o en una distribución exponencial —que decae a partir de cierto valor—. Existe evidencia empírica de que bastantes redes sociales son mundos pequeños, pero quizás sólo algunas son de libre escala. El modelo de Watts-Strogatz explica la característica de mundo pequeño de las redes, pero no la propiedad de libre escala. Sin embargo, el modelo Barabási-Albert sí explica el rasgo de libre escala.

Muchas variables continuas asociadas a fenómenos naturales, sociales o tecnológicos siguen una distribución normal o de Gauss. Por ejemplo, la altura de los individuos de una población se ajusta a una distribución normal que especifica la probabilidad, *p(i)*, de que un individuo elegido al azar tenga *i* unidades de altura. Sin embargo, el número de vínculos o grado de un nodo (la variable fundamental para el análisis de las redes de libre escala) no es una variable continua, sino discreta.

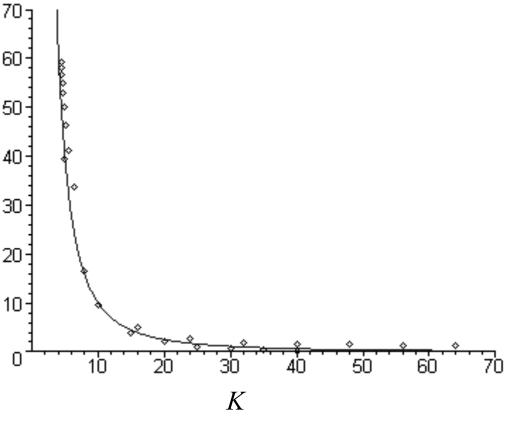
Muchas variables discretas asociadas a una amplia variedad de fenómenos siguen una distribución de Poisson (gráfico 3). Por ejemplo, el número de delitos violentos cometidos por día en una ciudad obedece a una distribución de Poisson que especifica la probabilidad, *p(i)*, de que un día cualquiera elegido al azar tenga un número *i* de delitos, siendo λ la media de delitos cometidos al día. Sin embargo, la distribución de grado de una red no sigue una distribución de Poisson, sino una ley de potencias (*power law*) (gráficos 4 y 5).

Gráfico 3. Distribuciones de Poisson.



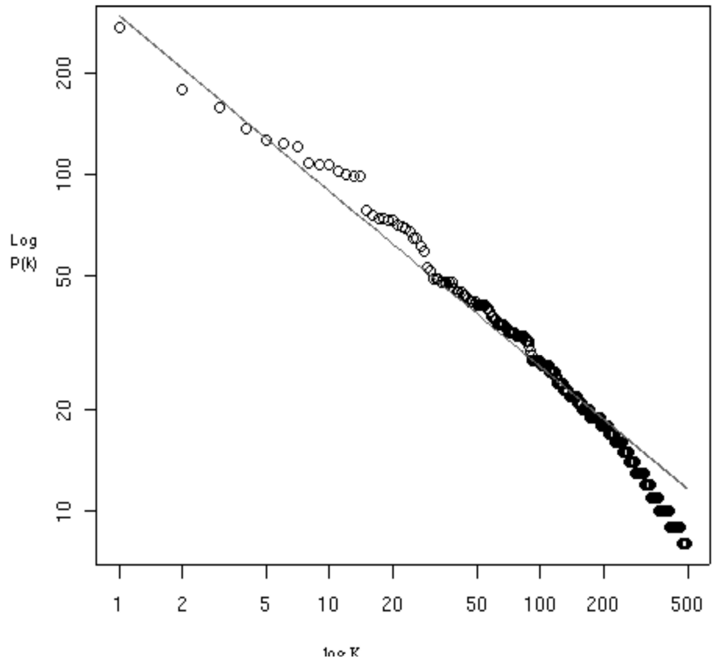
Fuente: elaboración propia

Gráfico 4. Ley de potencias.



Fuente: elaboración propia

Gráfico 5. Ley de potencias en una gráfica log-log



Fuente: elaborada a partir de http://atalaya.blogalia.com/historias/22146

Esta distribución estadística, que sigue una ley de potencias, es frecuente no sólo en las redes de libre escala, sino también en otros órdenes de cosas. El economista Wilfredo Pareto, por ejemplo, analizando la distribución de la riqueza, observó que 20% de la población acapara el 80% de la riqueza, y, sin embargo, el 80% de la población posee el 20% de la riqueza (regla del 80-20). De igual manera, el lingüista George Zipf, analizando el uso de las palabras en textos, descubrió que solemos utilizar muchísimo unas pocas palabras al escribir, y, sin embargo, usamos muy poco una enorme mayoría de palabras (la ley Zipf).

Los físicos Laszlo Barabási y Reka Albert (1999) de la Universidad de Notre Dame publicaron un importante artículo, "Emergence of Scaling in Random Networks" en la revista *Science*, donde mostraban que muchos tipos de redes eran de libre escala, y, por tanto, seguían una ley de potencias. Existen muchos ejemplos de redes no sociales de libre escala: las redes de páginas Web, donde unas pocas páginas son nombradas por muchas otras páginas a través de enlaces, aunque la mayoría apenas sean citadas; las redes metabólicas, donde unas pocas moléculas participan en muchas reacciones bioquímicas, pero la mayoría sólo participan en una reacción; o las redes de vuelos aéreos, donde la mayoría de los vuelos pasan por ciertos aeropuertos, mientras que la mayoría de los aeropuertos tienen pocos vuelos. También existen redes sociales de libre escala[3]: las redes de llamadas telefónicas entre amigos, donde unos pocos son llamados por muchos, pero a la mayoría apenas les llaman (Aiello et al., 2002); las redes de contactos sexuales

3 Estrictamente hablando es difícil hablar de redes sociales de libre escala. En algunos de los trabajos pioneros en el campo de la física se mostró que las redes sociales no se ajustan exactamente a una red de libre escala: aunque es cierto que hay un decaimiento potencial en uno o dos órdenes de magnitud, el decaimiento final se hace exponencial, es decir, mucho más rápido que el mismo decaimiento potencial (Barthelemy et al., 2004).

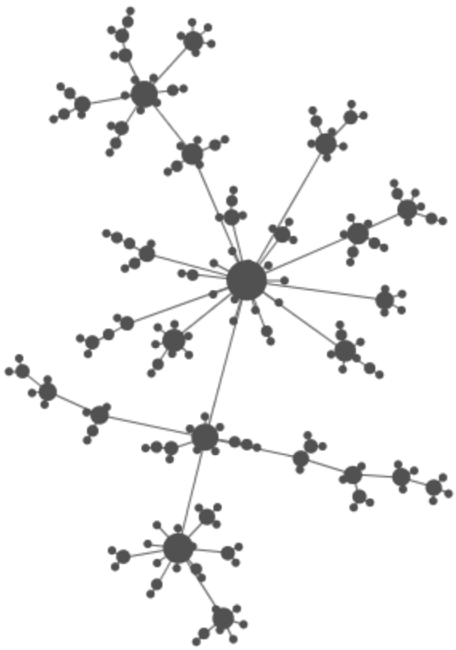
humanos, donde unos pocos individuos tienen muchas parejas sexuales, y el resto pocas (Liljeros et al., 2001); las redes de citas bibliográficas, donde siempre se hace referencia a unos pocos libros o artículos, mientras que la mayoría de los libros o artículos tienen pocas o incluso ninguna citación (Molina et al., 2002).

El modelo de Barabási-Albert es un algoritmo que puede ser empleado para generar redes de libre escala en el ordenador utilizando un mecanismo que está basado en dos conceptos, a saber, el crecimiento y la conexión preferencial (*preferential attachment*). Ambas características pueden encontrarse en las redes sociales: la propiedad de crecimiento consiste en que las redes sociales poseen una cantidad de nodos creciente, y la característica de conexión preferencial hace referencia a que los nuevos nodos poseen preferencia a enlazarse con los nodos más conectados. Los modelos de redes aleatorias, regulares o Watts-Strogatz mantienen un número fijo de nodos, pero sin embargo un modelo más realista debe permitir el crecimiento de la red. El modelo empieza con dos nodos conectados a los que se van añadiendo nuevos nodos uno a uno. Cada nuevo nodo añadido se puede conectar a cualquier otro nodo de la red con una probabilidad proporcional al número de enlaces que poseen los nodos de la red; es decir, los nuevos nodos se enlazan preferencialmente con aquellos nodos más conectados de la red. Así, por ejemplo, un nodo que posea el doble de vínculos que otro tendrá pues el doble de probabilidad de recibir un nuevo enlace. De esta manera, los nodos con gran número de conexiones tienden a acumular más enlaces, mientras que los que poseen pocos enlaces son cada vez más difícilmente el origen de nuevos vínculos (ver figura 5, generada por el modelo en NetLogo de conexión preferencial de Wilensky, 2005). Además, este modelo explica por qué los nodos más antiguos tienen más probabilidad de ser los más conectados, es decir, por qué los individuos que comienzan una red son los que tienen comparativamente más ventajas. También podría explicar por qué el número de citaciones de un artículo no siempre es un indicio de calidad. La conexión preferencial a menudo desempeña un papel importante en el número de citaciones que obtiene un artículo. Supongamos que A y B son dos autores que han escrito de manera independiente un excelente artículo sobre el mismo tema. Si otro autor C lee el artículo de A, pero no el de B, todos los autores que lean a C, citarán a A, pero no a B. De esta manera, cada vez habrá más autores que citen a A y no a B, aunque ambos artículos tengan la misma calidad.

Es importante notar que los nodos mejor conectados, los "hubs", son al mismo tiempo la fuerza y la debilidad de las redes de libre escala. Dicha ambivalencia se debe a que casi todos los caminos más cortos entre dos nodos (los geodésicos) pasan por algún "hub" (por ejemplo, para ir de una ciudad pequeña a otra también pequeña, a través de la red ferroviaria, normalmente hay que pasar por una ciudad grande). Así pues, por un lado, dichos "hubs" reducen los valores de $\overline{L}$, conectando regiones de la red alejadas entre sí y permitiendo que la velocidad con que se transmite la información sea mayor; sin embargo, por otro lado, si dichos nodos desaparecen, la red entera puede desvanecerse (si colapsan algunos de los más importantes aeropuertos, el tráfico aéreo podría verse severamente limitado). Si el ataque o el fallo de la red es al azar, la probabilidad de que desaparezca un "hub" es muy baja puesto que hay un gran número de nodos, por lo que probablemente quede descartado un nodo poco conectado y las repercusiones para la red serán mínimas. En cambio, si el ataque es selectivo y se suprime un nodo altamente conectado, las consecuencias pueden ser importantes y la conectividad de la red se puede ver seriamente afectada.

Tanto las redes aleatorias donde los nodos establecen conexiones al azar (y por esta razón son también llamadas redes de Erdös-Rényi) como las redes de libre escala poseen en común valores de $\overline{L}$ relativamente bajos como para que la conectividad global sea bastante alta (tabla 2). Sin embargo, ambas se distinguen en la distribución de grados: las redes aleatorias obedecen a una distribución de Poisson (similar pero no igual a una curva de Gauss, gráfico 6), mientras que las redes de libre escala siguen una distribución de ley de potencias (gráfico 7). Además, podemos añadir que, en las redes aleatorias, la probabilidad de que existan nodos mucho más conectados que la mayoría es muy baja porque la distribución de Poisson —que caracteriza dicho tipo de redes— decrece de forma exponencial, mientras que, en las redes de libre escala, la probabilidad de que haya nodos mucho más vinculados que la mayoría es mayor debido a que el decaimiento de la ley de potencias es potencial, es decir, mucho más lento que cualquier decrecimiento exponencial.

Figura 5. Red de libre escala (n = 200).



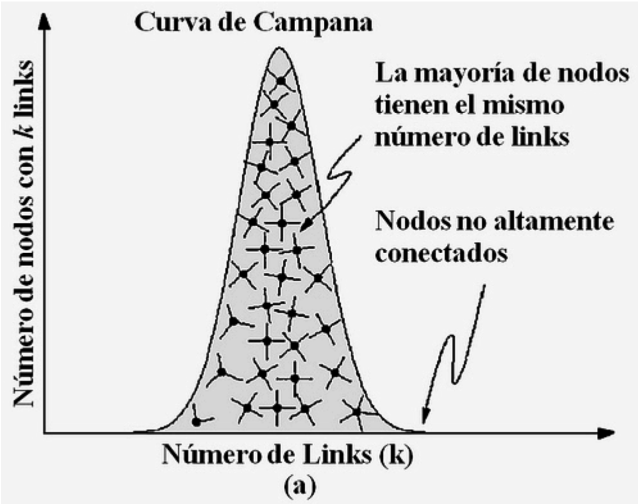
Fuente: elaboración propia (creada por el método de la conexión preferencial de NetLogo de Wilensky, 2005)

Tabla 2. Comparación entre diferentes redes.

Redes	Característica explicada	$\overline{C}$	$\overline{L}$	**Distribución de grado**
Erdös-Rényi (aleatorias)	Lo global	Bajo	Bajo	Poisson
Watts-Strogatz	Mundo pequeño (global y local)	Alto	Bajo	Poisson
Regulares	Lo local	Alto	Alto	Constante
Barabási-Albert	Libre escala	Bajo	Bajo	Ley de potencias
Sociales reales	Mundo pequeño y libre escala	Alto	Bajo	Ley de potencias

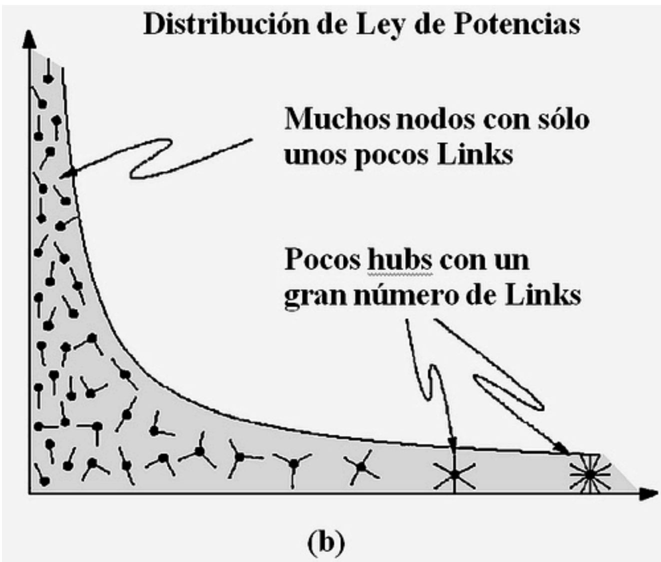
Fuente: elaboración propia

Gráfico 6. Distribución de Poisson.



Fuente: tomada de Barabási, 2002:71

Gráfico 7. Distribución de Potencias.



Fuente: tomada de Barabási, 2002:71

Por último, se debe señalar que, aunque el modelo de Barabási-Albert consigue explicar la característica de libre escala de la distribución de grados de las redes sociales, no consigue explicar la propiedad de mundo pequeño: los mundos pequeños tienen valores de $\overline{C}$ relativamente altos, pero el modelo de Barabási-Albert no. Otro problema de este modelo es que un nodo puede ir adquiriendo un número de vínculos cada vez mayor de manera ilimitada, lo cual, en realidad, no es posible. Por ejemplo, el número de amigos de un individuo no sólo no puede exceder el número de personas de la población mundial, sino que además viene limitado por el tiempo y el esfuerzo que supone crear y mantener relaciones de amistad (véase Boccaletti et al., 2006). Además, existen otros mecanismos distintos de la conexión preferencial que también originan distribuciones de grado "power-law". Así pues, no es obvio que la conexión preferencial sea el mecanismo que se despliegue en el seno de las redes sociales con la característica de libre escala.

LA ESTRUCTURA "ASORTATIVA"

Múltiples sistemas biológicos, tecnológicos y sociales adoptan la forma de redes, y algunas de las características de dichas redes han sido exitosamente reproducidas por modelos tales como el de Watts-Strogatz o el de Barabási-Albert. El modelo Watts-Strogatz explica la característica de mundo pequeño, el modelo Barabási-Albert explica la propiedad de libre escala, pero ninguno de los modelos explica la propiedad de "asortatividad" o correlación de conectividad, característica exclusiva de las redes sociales que no poseen ni las redes biológicas ni las tecnológicas. Sin embargo, el coeficiente de "asortatividad" propuesto por Newman (2001; 2002; 2003) permite entender dicha propiedad.

Se dice que una red es asortativa cuando los nodos tienden a enlazarse con otros nodos cuyo número de vínculos es similar, es decir, nodos con gran número de vínculos tienden a unirse entre sí, mientras que los de menor número tienden a relacionarse entre ellos. Las redes sociales son bastante "asortativas" (con coeficientes de "asortatividad", *r*, altos y positivos); sin embargo, redes biológicas y tecnológicas son "disasortativas" (con *r* negativos).

Para definir formalmente el coeficiente de "asortatividad", podemos considerar una red de N tipos distintos de nodos; siendo *p* (*j/i*) la probabilidad condicional de que un nodo del tipo *i* tenga un vecino del tipo *j*. Esta probabilidad condicional satisface las condiciones normalizadas:

$$1 \geq p(\mathrm{j/i}) \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} p(\mathrm{j/i}) = 1$$

Se puede definir el coeficiente de "asortatividad", *r*, como

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N} p(j/\mathrm{i}) = 1}{N-1}$$

En el modelo Barabási-Albert, la probabilidad de que un nodo emisor forme un vínculo con un nodo receptor depende del grado de dicho nodo receptor, pero no del grado del nodo emisor. Es decir, cuanto mayor sea el número de vínculos del nodo receptor, mayor probabilidad tendrá un nodo emisor de que se vincule con él, independientemente del grado de dicho nodo emisor. Sin embargo, dicho modelo no tiene en cuenta que en las redes sociales la probabilidad de conexión entre dos nodos depende fundamentalmente tanto del grado del nodo emisor como del nodo receptor; de manera que cuanto mayor sea el grado de similaridad entre los grados de ambos nodos, más tendencia tendrán a unirse entre sí (redes "asortativas"). En las redes biológicas y tecnológicas, por el contrario, cuanto menor sea el grado de similaridad entre los grados, más posibilidad tendrán a conectarse (redes "disasortativas"). Aquellos modelos que no tengan en cuenta esta característica no podrán explicar correctamente el comportamiento de las redes sociales reales.

El coeficiente de asortatividad varía entre 1 y –1 (Newman, 2002), y dicho coeficiente, *r*, permite distinguir entre redes sociales, por un lado, y redes biológicas y tecnológicas por otro (tabla 3). Las redes "asortativas" son aquellas con $r > 0$; "disasortativas con $r < 0$ y las neutrales con $r = 0$.

En la mayoría de las redes se puede observar diferentes tipos de nodos cuya probabilidad de conexión depende de la clase de nodo a la que pertenecen. Por ejemplo, la cadena trófica de un ecosistema se puede considerar como una red donde plantas, herbívoros y carnívoros pueden ser representados por distintos tipos de nodos. En dicha red se puede observar que existen muchos vínculos entre plantas y herbívoros, y entre herbívoros y carnívoros, pero no existen conexiones directas entre los herbívoros, plantas o carnívoros. Así pues, las cadenas tróficas —y muchas otras redes biológicas— son heterófilas, característica responsable de la "disasortatividad" de dicha redes.

Tabla 3. Coeficiente de "asortatividad".

Redes	*r*
Biológicas	<0
Tecnológicas	<0
Sociales	>0
Barabási	0
Aleatorias	0

Fuente: elaboración propia

De igual manera, la estructura de red de Internet contiene tres categorías amplias de nodos, a saber: los usuarios finales del servicio de Internet, los proveedores de la conectividad y los ISPs que unen a las dos categorías anteriores. Se puede observar la existencia de muchos vínculos entre los usuarios y los ISPs, y entre los ISPs y los operadores de Internet, pero hay pocos vínculos directos entre las propias ISPs, entre los propios usuarios o entre los proveedores fundamentales. Por tanto, la red de Internet también es un ejemplo de red heterófila, y, por tanto, "disasortativa".

Tabla 4. Composición étnica de parejas.

		Mujeres				
		Negras	**Hispanas**	**Blancas**	**Otras**	**totales**
Hombres	**Negros**	506	32	69	26	633
	Hispanos	23	308	114	38	483
	Blancos	26	46	599	68	739
	Otros	10	14	47	32	103
	Totales	565	400	829	164	1.958

Fuente: elaboración a partir de Newman 2003:16

A diferencia de las anteriores, las redes sociales suelen ser homófilas y presentar "asortatividad". Muchos estudios empíricos muestran que los individuos tienden a asociarse con otros individuos que poseen características similares a ellos mismos. Por ejemplo, en un estudio sobre la etnia de las personas que constituyen una pareja (Catania, 1992) se mostraron los siguientes resultados (tabla 4).

Otros estudios parecidos arrojan resultados similares respecto a la edad o a los ingresos. Análogamente, los individuos con más vínculos en una red social tienen más tendencia a conectarse con los individuos más conectados, y los de menos vínculos con los menos conectados. Tendemos a interactuar con aquellos que son similares a nosotros de alguna manera.

Así pues, no es de extrañar que la causa de la "asortatividad" de las redes sociales sea la homofilia entre los individuos. Sin embargo, tanto las redes biológicas (por ejemplo, los ecosistemas) como las redes tecnológicas (por ejemplo, Internet) son "heterófilas" y, por tanto, no poseen la propiedad de la "asortatividad".

CONCLUSIÓN

En las últimas décadas, el centro de atención en la investigación de redes se ha ido desplazando desde las redes pequeñas y simples hasta las redes grandes y complejas. El análisis sistemático de las enormes bases de datos de las redes sociales, biológicas y tecnológicas (con miles o incluso millones de nodos) ha sido posible gracias al desarrollo tanto de Internet como de los ordenadores actuales.

La propiedad de mundo pequeño y la de libre escala están presentes en muchos tipos de redes. Sin embargo, las redes sociales poseen características propias que las distinguen del resto de las redes, como la propiedad de la "asortatividad". Muchas redes sociales son mundos pequeños y también "asortativas", pero sólo algunas son de libre escala (por ejemplo, las redes de contactos sexuales). El modelo de Watts-Strogatz explica la propiedad de mundo pequeño, mientras que el modelo de Barabási-Albert explica la característica de libre escala y el "coeficiente de asortatividad" de Newman permite entender el rasgo de "asortatividad". Las redes de mundo pequeño permiten que los nodos estén separados por relativamente pocos vínculos independientemente del tamaño de dicha red. Las redes de libre escala tienen una distribución de grado que sigue una ley de potencias. Estas redes están caracterizadas por el crecimiento del número de nodos y por la conexión preferencial (los nuevos nodos prefieren enlazarse con los nodos más conectados). Aunque desde un punto de vista estrictamente matemático no hay redes sociales de libre escala, algunas de ellas sí se acercan bastante a este modelo. Por último, las redes sociales son "asortativas", es decir, los nodos con el mismo grado poseen más tendencia a unirse entre sí que cuando el grado es distinto.

Los científicos deben ser escépticos con nuevas ideas no completamente comprobadas, especialmente con ideas que proponen un nuevo marco para entender multitud de fenómenos aparentemente alejados entre sí. Así pues, no es de extrañar que algunas voces se hayan alzado contra la ciencia de las redes. Tal escepticismo no sólo es saludable, sino que es esencial para el progreso de la ciencia (Mitchell, 2009). Algunas críticas afirman que los modelos del mundo pequeño y libre escala son demasiado simples y están basados en presupuestos irreales (Keller, 2005). Sin embargo, los modelos, por propia definición, son representaciones simplificadas de parcelas concretas de la realidad; por tanto, los modelos siempre son mucho más simples que la realidad, pero sin modelos somos incapaces de entender dicha realidad. Ahora bien, es cierto que los modelos son incapaces de explicar toda la realidad. Por otra parte, estos modelos presuponen que todos los nodos son idénticos entre sí excepto en su grado y que todos los vínculos son del mismo tipo y de la misma fuerza, pero este no es el caso de las redes del mundo real. Así pues, nuevos modelos que tengan en cuenta tales diferencias en los nodos y entre los vínculos pueden tener efectos importantes sobre el estudio de, por ejemplo, cómo se expande la información sobre las redes, efectos que no han sido capturados por los modelos aquí expuestos (Mitchell, 2009).

BIBLIOGRAFÍA

Aiello, W.; Chung, F. y Lu, L. (2002), "Random evolution of massive graphs", en Abello, J.; Pardalos, P. M., Resende, M. G. C. (eds.), *Handbook of Massive Data Sets.* Dordrecht: Kluwer Academic.

Barabási, A.-L. (2002), *Linked. The New Science of Networks*, Cambridge, MA: Perseus.

Barabási, A.-L., Reka, A. (1999), "Emergence of Scaling in Random Networks", *Science*, 286, 509-12.

Barabási, A.-L., Bonabeau, E. (2003), "Redes sin Escala", *Investigación y Ciencia*, julio, 58-67.

Barabási, A.-L., Jeong, H., Ravasz, E., Néda, Z., Schuberts, A., Vicsek, T. (2002), "Evolution of the social network of scientific collaborations", *Physica A*, 311, 590-614.

Barthelemy, M.; Barrat, A.; Pastor-Satorras, R., Vespignani, A. (2004), "The architecture of complex weighted networks", *PNAS USA*, 101, 3747-3752.

Boccaletti, S.; Latora, V.; Moreno, Y.; Chavez, M., Hwang, D. U. (2006), "Complex networks: Structure and dynamics", *Physics Reports*, 424, 175-308.

Catania J. A.; Coates, T. J.; Kegels, S. y Fullilove, M. T. (1992), "The population-based AMEN (AIDS in Multi-Ethnic Neighborhoods) Study", *American Journal of Public Health*, 82, 284-287.

Coleman, J. S.; Menzel, H. Katz, E. (1957), "The diffusion of an innovation among physicians", *Sociometry*, 20, 253-270.

Davis, G. F., Greve, H. R. (1997), "Corporate elite networks and governance changes in the 1980s", *American Journal of Sociology*, 103, 1-37.

Díaz-Guilera, A. et al. (2003), "Comentarios a *El problema del mundo pequeño* de S. Milgram", *Araucaria*, 4 (10).

Granovetter, M. (1973), "The strength of weak ties", *American Journal of Sociology*, 76, 1360-1380.

Hanneman, R. A., Riddle, M. (2005), *Introduction to social network methods.* Riverside, CA: University of California, Riverside.

Herrera, M., Barquero, J. M. (2012), *Redes sociales. De metáfora a paradigm*, Madrid, Mc Graw Hill.

Keller, E. F. (2005), "Revisiting "scale-free" networks", *Bioessays*, 27, 1060-8.

Kleinfeld, J. S. (2002). "Six degrees: urban myth?", *Psychology Today*, 74.

Hedström, P. (2005). *Dissecting the Social. On the Principles of Analytical Sociology*, Cambridge: Cambridge University Press.

Hedström, P., Bearman, P. (eds.) (2009), *The Oxford Handbook of Analytical Sociology*, Oxford, Oxford University Press.

Kochan, M. (ed.) (1989), *The Small World*, Norwood, NJ, Ablex.

Milgram, Stanley (1967), "The Small World problem", *Psychology Today*, 2, 60-67.

Molina, José L. (2004), "La Ciencia de las Redes", *Apuntes de Ciencia y Tecnología*, 11: 36-42.

Molina, J. L.; Muñoz Justicia, J. M. Doménech, M. (2001), "Redes de publicaciones científicas. Un análisis de la estructura de coautorías", *REDES-Revista hispana para el análisis de redes sociales*, 1 (3).

Moreno, J. L. (1961), *Fundamentos de la Sociometría*, Buenos Aires, Paidós.

Mitchell, M. (2009), *Complexity: a Guided Tour*, Oxford, Oxford University Press.

Newman, M. E. J. (2001). "Scientific collaboration networks: I. Network construction and fundamental results", *Physical Review*, *E* 64, 016131.

Newman, M. E. J. (2002), "Assortative mixing in Networks", *Physical Review Letters* 89, 208901.

Newman, M. E. J. (2003), "The Structure and Function of Complex Networks", *SIAM Review*, 45, 167-256.

Newman, M. E. J.; Barabási, A.-L., Watts, D. J. (2003), *The structure and Dynamics of Networks*, Princeton, Princeton University Press.

Newman, M. E. J.; Forrest, S. y Balthrop, J. (2002). "Email networks and the spread of computer viruses", *Physical Review*, *E* 66, 035101.

Schelling, T. C. (1978). *Micromotives and Macrobehavior*, New York, W. W. Norton.

Watts, D. J. (1999a). "Network, Dynamic and Small-World Phenomenon", *American Journal of Sociology*, 105, 493-527.

Watts, D. J. (1999b). *Small Worlds: The dynamic between Order and Randomness*, Princeton, Princeton University Press.

Watts, D. J. (2003), *Six Degrees: the Science of a connected Age*, New York: Norton.

Watts, D. J. (2004). "The new science of networks", *Annual Review of sociology*, 30, 243-270.

Watts, D. J., Strogatz, S. H. (1998). "Collective dynamics of 'small world' networks", *Nature*, 393, 440-2.

Wasserman, S., Faust, K. (1994). *Social Network Analysis.* Cambridge: Cambridge University Press.

Wilensky, U. (2005). *NetLogo Small World's model*. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/SmallWorlds

Wilensky, U. (2005). *NetLogo Preferential Attachment model*. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/PreferentialAttachmen