

NUEVAS EVIDENCIAS ACERCA DE LA ESTABILIDAD DE LAS BETAS DE LAS CARTERAS

Susana Iglesias Antelo
Universidad de A Coruña

RESUMEN

En este trabajo se pretende analizar la influencia que ejerce en la estabilidad de las betas de las carteras el número de títulos constitutivos de éstas. A tal fin se lleva a cabo un test con datos del mercado de capitales español, siguiendo la metodología propuesta por Tole (1981), y en él se obtiene evidencia de una mejora significativa en la estabilidad de las betas a medida que aumenta el tamaño de la cartera. Este resultado es coincidente que los alcanzados en estudios similares realizados en otros países.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los conceptos clave de la teoría del mercado de capitales es el de riesgo sistemático, que identifica aquella parte de la variabilidad de la rentabilidad de un activo financiero que depende de la evolución del mercado en que éste se negocia. A diferencia del riesgo no sistemático o específico, que deriva de las características particulares de la empresa emisora del activo en cuestión, y que puede reducirse o eliminarse por completo a través de la agrupación de títulos en carteras, aquél no puede ser evitado. Esto justifica el enunciado principal del Modelo de Valoración de Activos Financieros o CAPM; esto es, que un inversor adverso al riesgo que adquiere activos arriesgados únicamente se verá compensado con una rentabilidad superior a la ofrecida por un activo libre de riesgo por aquella parte de la variabilidad total de su rendimiento que no sea capaz de eliminar mediante diversificación o, lo que es lo mismo, por su riesgo sistemático.

Análiticamente, la relación entre las distintas clases de riesgo mencionadas es la siguiente:

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon_j}^2 \quad (1)$$

donde

- $\sigma_j^2 =$ riesgo total del título / cartera j, expresado por su varianza
- $\beta_j =$ coeficiente de volatilidad o beta del título / cartera j
- $\sigma_M^2 =$ riesgo del mercado, medido por su varianza
- $\beta_j^2 \sigma_M^2 =$ riesgo sistemático o de mercado del título / cartera j
- $\sigma_{\epsilon_j}^2 =$ riesgo no sistemático o específico del título / cartera j, ajeno al mercado y expresado por su varianza residual.

La expresión (1) se obtiene a partir del modelo de mercado de Sharpe (1963), que pone de relieve el hecho de que la rentabilidad de un activo está integrada por un componente correlacionado con el mercado y por otro residual, sin relación con aquél:

$$r_j = \alpha_j + \beta_j r_M + \epsilon_j \quad (2)$$

donde

- $r_j =$ rentabilidad del título / cartera j
- $r_M =$ rentabilidad del mercado
- $\alpha_j =$ parámetro a estimar que identifica la parte de la rentabilidad del título / cartera j que es independiente del mercado
- $\beta_j =$ parámetro a estimar que representa la ponderación o peso con que la rentabilidad del mercado afecta a la rentabilidad del activo j
- $\epsilon_j =$ perturbación aleatoria que recoge todos aquellos factores que individualmente no afectan de forma significativa a la rentabilidad del activo j, pero sí en su conjunto. Dependen de las características peculiares del activo, y no del mercado.

Cuando r_M y ϵ_j son independientes, la rentabilidad del activo j tiene una varianza como la expresada en la ecuación (1).

Disponiendo de una serie de observaciones muestrales de r_j y r_M , es posible obtener una estimación de los parámetros α_j y β_j . Si para ello se aplica, como suele ser habitual, la técnica de regresión de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), la estimación de la beta del activo j resulta

$$\beta_j = \frac{\sigma_{jM}}{\sigma_M^2}$$

donde σ_{jM} es la covarianza de las rentabilidades del activo y el mercado.

Gran parte de la popularidad que el coeficiente beta ha alcanzado se debe, sin duda, a su actuación como variable explicativa en el CAPM. Este modelo ha sido y sigue siendo aplicado con profusión a nivel académico, no sólo en la valoración de activos con riesgo, sino también en aspectos tales como la determinación del coste de capital a efectos de la selección de nuevas inversiones, o la medida de la *performance* de carteras. Con todo, recientes evidencias empíricas¹ -precedidas por un ya célebre trabajo de Fama y French de 1992- arrojan serias dudas acerca de la validez de dicho modelo y de beta, por cuanto son otras variables distintas de ésta, como el tamaño o el cociente valor en libros / valor de mercado, las que aparentemente explican de forma significativa las rentabilidades de los activos con riesgo.

La validez del CAPM es un tema ampliamente controvertido, al respecto del cual aún no ha sido posible alcanzar un juicio definitivo. Por un lado, la imposibilidad de obtener observaciones de la auténtica cartera de mercado² propicia que cualquier test que se realice del modelo sea ambiguo e incorrecto. Por otro lado, y aun asumiendo que la utilización de índices como sustitutos de la cartera de mercado pueda ser considerada una aproximación razonable, la evidencia empírica obtenida durante 25 años ha sido poco concluyente y de signo contrario, lo que le ha impedido refrendar definitivamente la validez del modelo -aunque tampoco le ha permitido rechazarla por completo-

Esta evidencia empírica, a menudo contradictoria, ha puesto en entredicho la validez del modelo y de beta, llegando a ser cuestionada la posible "muerte" de esta última. No obstante, el que las rentabilidades esperadas de los activos no se comporten como el CAPM establece, no tiene por qué implicar la inutilidad del coeficiente beta. En primer lugar, ya hemos visto que se obtiene con independencia de dicho modelo; y, en segundo lugar, es una medida de riesgo de indudable interés para los inversores: como Chan y Lakonishok (1993) señalan, muchos inversores, principalmente institucionales, piensan en el riesgo como la sensibilidad de los rendimientos ante movimientos del mercado; concepción del riesgo a la cual se ajusta beta perfectamente.

¹ Véanse, entre otros, los trabajos de Davis (1994), Fant y Peterson (1995) y Fama y French (1993, 1995).

² Crítica hecha por Roll (1977).

Por otra parte, a los inversores les interesa conocer el carácter ofensivo, defensivo o neutro de un determinado activo -con beta mayor, menor o igual a uno, respectivamente- a fin de considerar cómo puede afectar al riesgo futuro de su cartera su inclusión en la misma. Este tipo de valoraciones se hace siempre en función de cálculos realizados con datos *ex-post* o históricos, que se toman como aproximaciones de valores futuros. Sin embargo, esta forma de proceder sólo será correcta si los coeficientes calculados son estables en el tiempo y, dado que las contrastaciones del CAPM (modelo *ex-ante*) se suelen llevar a cabo empleando datos pasados, pudiera ser una posible razón de la escasa fiabilidad de los resultados ofrecidos por los tests del modelo la inestabilidad que acusan las betas.

En el presente trabajo se pretende analizar la estabilidad o inestabilidad de las betas de carteras. Se trata de un estudio continuación de otros anteriores centrados en títulos individuales (Iglesias, 1996, 1997). En ellos se comprobó la acentuada inestabilidad de sus betas; si bien ésta variable en función del tiempo, hasta el punto de resultar recomendable utilizar series históricas largas (intervalos de estimación cuatrimestrales antes que anuales, por ejemplo) y rentabilidades de escasa frecuencia (semanal o mensual mejor que diaria) para su cálculo. Siguiendo estas recomendaciones, las betas obtenidas serán más estables. Sin embargo, puestos a analizar la inversión en un título determinado, sería aconsejable estudiar el grado de estabilidad concreto de su beta, así como contar con cualquier otra información de interés para el futuro, como pueden ser las perspectivas de evolución de la empresa emisora.

Lo que se plantea a continuación es estudiar de qué manera puede verse influenciada la estabilidad³ de las betas por el hecho de agrupar los títulos en carteras. A tal fin se lleva a cabo un test con datos del mercado de capitales español que, en línea con estudios precedentes realizados en otros países, ofrece como resultado principal una sensible mejora en la estabilidad de la beta al aumentar el número de activos integrados en una misma cartera.

2. ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DEL NÚMERO DE TÍTULOS EN LA ESTABILIDAD DE LAS BETAS DE LAS CARTERAS

2.1. CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS PREVIAS

Los estudios tradicionales realizados sobre el tema de la estabilidad de las betas de carteras se diferencian entre sí básicamente en dos cuestiones:

- en el método de construcción de carteras empleado, y
- en el test de estabilidad realizado.

En cuanto al método de construcción de carteras, los autores pioneros en análisis de estabilidad, como Blume (1971), Levy (1971), Fielitz (1974) y Altman, Jacquillat y Levasseur (1974a, 1974b), agrupan los títulos en carteras clasificándolos previamente en función de su beta histórica. Así, forman carteras de N títulos cada una, asignando los N títulos de mayor beta a la primera de ellas, los N siguientes a la segunda y así sucesivamente, hasta incluir los N de menor beta en la última. Este procedimiento es puesto en entredicho por Porter y Ezzell (1975), quienes, a la vista de los resultados de su propio test, aducen que, si los títulos se hubiesen incorporado aleatoriamente a las carteras, no se habría incrementado de manera significativa la estacionariedad de las betas de éstas, a pesar de aumentar el número de títulos integrantes de las mismas. Concluyen, en definitiva, que los resultados de los tests tradicionales son consecuencia directa del método de constitución de carteras, no del incremento de N. Sin embargo, Alexander y Chervany (1980) demuestran que ambos métodos son válidos y, por tanto, conducen a resultados consistentes.

La explicación más plausible de los resultados obtenidos por Porter y Ezzell se encuentra en la conjunción en su estudio del método aleatorio de construcción de carteras y el test de estabilidad realizado. Este último, también utilizado en los trabajos de estabilidad pioneros antes mencionados, pasa por calcular betas de carteras para cada dos períodos de estimación consecutivos y obtener los coeficientes de correlación entre ellas. En caso de valores elevados -próximos a 1- para tales coeficientes en los diversos períodos, nos encontraríamos ante betas significativamente estables, y no lo serían en caso contrario.

Ahora bien, este procedimiento, antes de indicar hasta qué punto los valores de beta cambian a lo largo de tiempo, lo que permite es detectar en qué medida "las betas permanecen en el mismo grupo en períodos de tiempo sucesivos" (Eubank y Zumwalt, 1979, pág. 22). Y es que, con carteras construidas en función de títulos jerarquizados por su beta, va a ser difícil que se produzcan cambios drásticos en el valor de sus betas que les hagan cambiar de clase de riesgo. De hecho, en diversos estudios se ha constatado una mayor estabilidad en las carteras de beta alta o baja que en las de valor intermedio. En cambio, con títulos agrupados aleatoriamente, lo normal es que las carteras resultantes tengan betas poco extremas y, por tanto, que, ante inestabilidades en los valores de las betas a lo largo del tiempo, las carteras cambien de clase de riesgo en mayor medida.

En definitiva, que resulta razonable esperar mayores coeficientes de correlación con carteras de títulos previamente jerarquizados por su beta, que con carteras de títulos seleccionados aleatoriamente. Esto explica los resultados del test de Porter y Ezzell (1975) y la constatación por parte de Alexander y Chervany (1980) de mejoras en la estabilidad de las betas, independientemente del método de construcción de carteras empleado, al utilizar como test de estabilidad el cálculo de desviaciones absolutas en los valores de beta, en lugar de coeficientes de correlación.

2.2. METODOLOGÍA APLICADA

A la luz de las consideraciones apuntadas en el apartado anterior, y con el propósito de medir la inestabilidad de los valores de beta, no de los *rankings* o *clases* de betas, parece más apropiado formar carteras con títulos seleccionados aleatoriamente y emplear alguna medida de desviación o cambio en los valores de aquéllas a lo largo del tiempo, antes que coeficientes de correlación. De ahí que se haya procedido de esta manera en este trabajo⁴, siguiendo para ello el método propuesto por Tole (1981).

Tole pone de relieve que "en el mundo real, los inversores están más preocupados de que sus carteras no *cambien* de clase de riesgo de lo que lo están de los cambios de ranking de sus carteras *en relación a otras carteras*. La estacionariedad, por tanto, debería ser una medida absoluta, y no relativa"⁵ (pág. 46). Por este motivo propone la satisfacción simultánea de dos condiciones para que se pueda afirmar que una beta es estacionaria:

- La beta histórica o *ex-post* debe ser una aproximación adecuada de la beta futura o *ex-ante*. El cumplimiento de esta condición es necesario para poder utilizar beta con fines predictivos.

- El valor de la beta futura no debe traspasar ciertos límites aceptables para los inversores, de modo que la cartera permanezca dentro de una misma clase de riesgo en el horizonte considerado. Esta condición se satisfará si la desviación típica (o la varianza) de la beta *ex-ante* es pequeña, ya que esto implicará que los posibles valores esperados para beta muestran poca dispersión en torno a un valor medio previsible.

En resumen, se dirá que la estacionariedad mejora cuando aumenta el número de títulos en cartera si

- 1) la beta media *ex-post* proporciona una aproximación mejor de la beta media *ex-ante* a medida que aumenta el tamaño de la cartera, y
- 2) la desviación típica de la beta *ex-ante* disminuye cuando se incrementa el número de títulos en cartera.

³ Estrictamente hablando, se va a realizar un test de estacionariedad de las betas. Así, se suele entender que beta es estacionaria si su valor permanece aproximadamente constante a lo largo del tiempo -no cambia sustancialmente de período en período-, mientras que se dice que es estable si se mantiene invariante, independientemente de haber sido calculada en función de datos de rentabilidad diarios, semanales o con otra frecuencia. Sin embargo, habitualmente se utiliza el término estabilidad para hacer referencia a cualquiera de estos dos conceptos; de ahí que también se empleen en este texto como sinónimos.

⁴ Es habitual contrastar la estabilidad de las betas empleando algún test de estabilidad post-muestral como el de Chow. Pero este test sólo se puede llevar a la práctica con garantías si se cumplen las hipótesis de esperanza nula, incorrelación, homocedasticidad y normalidad de la variable perturbación. Habiéndose comprobado que al menos la hipótesis de normalidad no puede ser aceptada en la mayor parte de los casos, se optó por no recurrir a este test por no ser fiables sus resultados.

⁵ En cursiva en el original.

Para contrastar estas hipótesis se contó con las rentabilidades semanales de 50 títulos negociados en el mercado continuo, así como con las correspondientes al IBEX35; todas ellas referidas al período cuatrianual comprendido entre 1995 y 1998.

Con la pretensión de que los títulos elegidos constituyesen una muestra representativa del mercado de capitales español, fueron seleccionados entre los de mayor volumen y frecuencia de contratación, procurando que todos los sectores de actividad se viesen representados.

A partir de la muestra utilizada, se construyeron en total 40 carteras: cuatro grupos de diez carteras de tamaño N, tomando N los valores 1, 5, 10 y 20. Los títulos fueron escogidos aleatoriamente y se incluyeron en las carteras equiponderados.

Para los cálculos de las betas de las carteras se empleó la técnica de regresión MCO aplicada al modelo de mercado, expresado de la forma recogida en la ecuación (2). Mediante dichas regresiones se obtuvieron las betas correspondientes a cada uno de los períodos de tres meses⁶ en que puede dividirse el intervalo de cuatro años empleado, de modo que, para cada cartera, se hallaron 16 betas. Respecto a éstas, se consideró que la beta *ex-post* (β_{c1}) quedaba bien representada por la media de las ocho primeras (primer bienio) y, la beta *ex-ante* (β_{c2}), por la media de las ocho últimas (segundo bienio).

2.3. RESULTADOS

Según la primera de las condiciones enunciadas en el apartado 2.2, la beta de una cartera c será estable si el valor de β_{c1} se aproxima al de β_{c2} . A fin de verificar su grado de aproximación, se calculó su diferencia en términos relativos según la siguiente fórmula:

$$\Delta\beta_c = \left| \frac{\beta_{c2} - \beta_{c1}}{\beta_{c1}} \right|$$

En la segunda columna de la tabla 1 se recoge la variación media de las betas de las carteras de cada tamaño, obtenida como la media aritmética de los $\Delta\beta_c$ de sus 10 carteras constitutivas. En las otras dos columnas se indican la mayor y la menor variación porcentual que experimentan las betas de un bienio a otro.

TABLA 1. VARIACIÓN PORCENTUAL EN LA BETA A CORTO PLAZO ENTRE DOS BIENIOS (RESULTADOS PROMEDIO PARA 10 PRUEBAS)

Nº de títulos en la cartera	Variación de beta		
	Media	Máxima	Mínima
1	36,08%	51,09%	14,39%
5	17,28%	30,08%	2,33%
10	13,78%	28,61%	2,39%
20	12,76%	20,16%	2,72%

En dicha tabla se observa que, por término medio, si las carteras están integradas sólo por un título, se puede esperar que su beta cambie entre dos períodos consecutivos en un 36,08% por término medio. Sin embargo, a medida que se incluyen nuevos títulos en la cartera, vemos cómo dicho porcentaje disminuye significativamente –la reducción más significativa se produce al incluir los cuatro primeros–, al tiempo que también lo hace de forma sustancial el límite máximo de cambio observado. Conocer dicho límite es especialmente interesante para el inversor que no desee cambiar la clase de riesgo de sus inversiones.

En cuanto a la segunda condición, beta será estable si su valor *ex-ante* no traspasa los límites aceptables para los inversores en relación a su nivel *ex-ante* medio. En la segunda columna de la tabla 2 se recogen las desviaciones típicas que, en promedio, presentan dichas betas para cada uno de los grupos, apreciándose en ella cómo la dispersión disminuye considerablemente a medida que el tamaño de la cartera aumenta.

TABLA 2. VARIABILIDAD DE LAS BETAS DEL SEGUNDO BIENIO (RESULTADOS PROMEDIO PARA 10 PRUEBAS)

Nº de títulos en la cartera	Desviación típica	Intervalo de confianza*	Amplitud del intervalo**
1	0,493	0,571 - 0,787	± 0,108
5	0,249	0,705 - 0,814	± 0,054
10	0,168	0,723 - 0,797	± 0,037
20	0,144	0,748 - 0,811	± 0,031

* Nivel de confianza del 95%.

** Los extremos del intervalo se calculan sumando y restando los valores de la columna a la beta media.

En la tercera columna de esta tabla se representan los intervalos dentro de los cuales esperamos se encuentren los verdaderos valores de las betas *ex-ante*, con un 95% de confianza. Estos intervalos han sido calculados respecto a las betas medias β_{c2} . Se observa claramente cómo se estrechan a medida que aumenta el tamaño de las carteras. Así, los límites del intervalo de confianza para las carteras de 20 títulos son 0,748 y 0,811, mientras que su distancia es mucho mayor si se trata de títulos individuales –con valores extremos de 0,571 y 0,787–. Esto significa que la estabilidad de beta aumenta al tiempo que también lo hace el tamaño de la cartera.

En la cuarta columna se aprecia mejor la reducción que experimenta la amplitud del intervalo de confianza, expresada ésta en relación al valor de beta medio.

3. CONCLUSIONES

Con este estudio se aporta nueva evidencia de la influencia que ejerce el número de títulos de una cartera en la estabilidad de la beta de ésta. Se observa cómo, a medida que aumenta el tamaño de la cartera, se reduce notablemente la variación que experimenta beta entre dos períodos consecutivos, así como la dispersión mostrada por sus valores en relación a la media en un determinado intervalo temporal. Esto denota una sensible mejora en la estabilidad de este coeficiente al aumentar el número de títulos en poder del inversor, lo que redundará en una mayor fiabilidad del mismo a efectos de su utilización con fines predictivos.

⁶ Determinar betas a tan corto plazo, en lugar de otras calculadas para lapsos de tiempo anuales o mayores, permite apreciar con más detalle la evolución temporal de la variabilidad conjunta de las rentabilidades de carteras y mercado.

BIBLIOGRAFÍA

- ALEXANDER, G. J. Y N. L. CHERVANY (1980): "ON THE ESTIMATION AND STABILITY OF BETA", *JOURNAL OF FINANCIAL AND QUANTITATIVE ANALYSIS*, VOL. 15, Nº 1, MARZO, PÁGS. 123-137.
- ALTMAN, E., B. JACQUILLAT Y M. LEVASSEUR (1974A): "LA STABILITÉ DU COEFFICIENT BÊTA", *ANALYSE FINANCIÈRE*, Nº 16, PRIMER TRIMESTRE, PÁGS. 43-54.
- ALTMAN, E., B. JACQUILLAT Y M. LEVASSEUR (1974B): "COMPARATIVE ANALYSIS OF RISK MEASURES: FRANCE AND THE UNITED STATES", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL. 29, Nº 5, DICIEMBRE, PÁGS. 1495-1511.
- BLUME, M. E. (1971): "ON THE ASSESSMENT OF RISK", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL. 26, Nº 1, MARZO, PÁGS. 1-10.
- CHAN, L. K. Y J. LAKONISHOK (1993): "ARE THE REPORTS OF BETA'S DEATH PREMATURE?", *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, VOL. 19, Nº 4, VERANO, PÁGS. 51-62.
- DAVIS, J. L. (1994): "THE CROSS-SECTION OF REALIZED STOCK RETURNS: THE PRE-COMPUSTAT EVIDENCE", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL. 49, Nº 5, DICIEMBRE, PÁGS. 1579-1593.
- EUBANK, A. A. JR. Y J. K. ZUMWALT (1979): "AN ANALYSIS OF THE FORECAST ERROR IMPACT OF ALTERNATIVE BETA ADJUSTMENT TECHNIQUES AND RISK CLASSES", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL. 34, Nº 3, JUNIO, PÁGS. 761-776.
- FAMA, E. F. Y K. R. FRENCH (1992): "THE CROSS-SECTION OF EXPECT STOCK RETURNS", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL. 47, Nº 2, JUNIO, PÁGS. 427-465.
- FAMA, E. F. Y K. R. FRENCH (1993): "COMMON RISK FACTORS IN THE RETURNS ON STOCK AND BONDS", *JOURNAL OF FINANCIAL ECONOMICS*, VOL. 33, Nº 1, FEBRERO, PÁGS. 3-56.
- FAMA, E. F. Y K. R. FRENCH (1995): "SIZE AND BOOK-TO-MARKET FACTORS IN EARNINGS AND RETURNS", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL. 50, Nº 1, MARZO, PÁGS. 131-155.
- FANT, L. F. Y D. R. PETERSON (1995): "THE EFFECT OF SIZE, BOOK-TO-MARKET EQUITY, PRIOR RETURNS, AND BETA ON STOCK RETURNS: JANUARY VERSUS THE REMAINDER OF THE YEAR", *THE JOURNAL OF FINANCIAL RESEARCH*, VOL. 18, Nº 2, VERANO, PÁGS. 129-142.
- FIELTIZ, B. D. (1974): "INDIRECT VERSUS DIRECT DIVERSIFICATION", *FINANCIAL MANAGEMENT*, VOL. 3, Nº 4, INVIERNO, PÁGS. 54-62.
- IGLESIAS, S. (1996): *ANÁLISIS DEL MODELO C.A.P.M. Y ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD DE LOS COEFICIENTES DE VOLATILIDAD O BETAS DE LOS TÍTULOS*, TESIS DOCTORAL, UNIVERSIDAD DE A CORUÑA, OCTUBRE.
- IGLESIAS, S. (1997): "ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD DE LAS BETAS DE TÍTULOS INDIVIDUALES", EN RUIZ GONZÁLEZ, ED., *ACTAS DEL XI CONGRESO NACIONAL Y VII CONGRESO HISPANO-FRANCÉS DE AEDEM. PONENCIAS*, LLEIDA, JUNIO, PÁGS. 539-552.
- LEVY, R. A. (1971): "ON THE SHORT-TERM STATIONARITY OF BETA COEFFICIENT", *FINANCIAL ANALYSTS JOURNAL*, VOL. 27, Nº 6, NOVIEMBRE-DICIEMBRE, PÁGS. 55-62.
- PORTER, R. B. Y J. R. EZZELL (1975): "A NOTE ON THE PREDICTIVE ABILITY OF BETA COEFFICIENTS", *JOURNAL OF BUSINESS RESEARCH*, VOL. 3, Nº 4, OCTUBRE, PÁGS. 365-372.
- ROLL, R. (1977): "A CRITIQUE OF THE ASSET PRICING THEORY'S TESTS. PART I: ON PAST AND POTENTIAL TESTABILITY OF THE THEORY", *JOURNAL OF FINANCIAL ECONOMICS*, VOL. 4, Nº 2, MARZO, PÁGS. 129-176.
- SHARPE, W. F. (1963): "A SIMPLIFIED MODEL FOR PORTFOLIO ANALYSIS", *MANAGEMENT SCIENCE*, VOL. 9, Nº 2, ENERO, PÁGS. 277-293.
- TOLE, T. M. (1981): "HOW TO MAXIMIZE STATIONARITY OF BETA", *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, VOL. 7, Nº 2, INVIERNO, PÁGS. 45-49.