

El sistema de vergencias ópticas como derivación de la óptica geométrica

Gabriel Merchán De Mendoza*

RESUMEN

Muchos estudiantes de optometría no captan fácilmente la similitud entre el Sistema de Vergencias Ópticas y la Óptica Geométrica que debieron cursar en el semestre inmediatamente anterior. También existen diferencias entre los dos sistemas pero son más de forma que de fondo.

Palabras clave: vergencias ópticas, distancia focales, dioptrías, lentes delgados, lentes gruesos.

OPTICAL VERGENCES SYSTEM AS A DERIVATIVE OF GEOMETRICAL OPTICS

ABSTRACT

Many optometry students don't grasp easily the similarities between the Optical Vergences System and Geometrical Optics through which they went during the previous academic semester. There are, of course, some differences but these are mostly of form rather than essentials.

Key words: optical vergences, geometrical optics, focal distance, diopters, thin lenses, thick lenses.

* Doctor en Optometría de *Pensilvania College of Optometry*. Docente investigador de la Universidad de La Salle.
Correo electrónico: gmerchan@lasalle.edu.co
Fecha recibido: 27 de agosto de 2007.
Fecha aceptado: 5 de octubre de 2007.

LENTE DELGADO

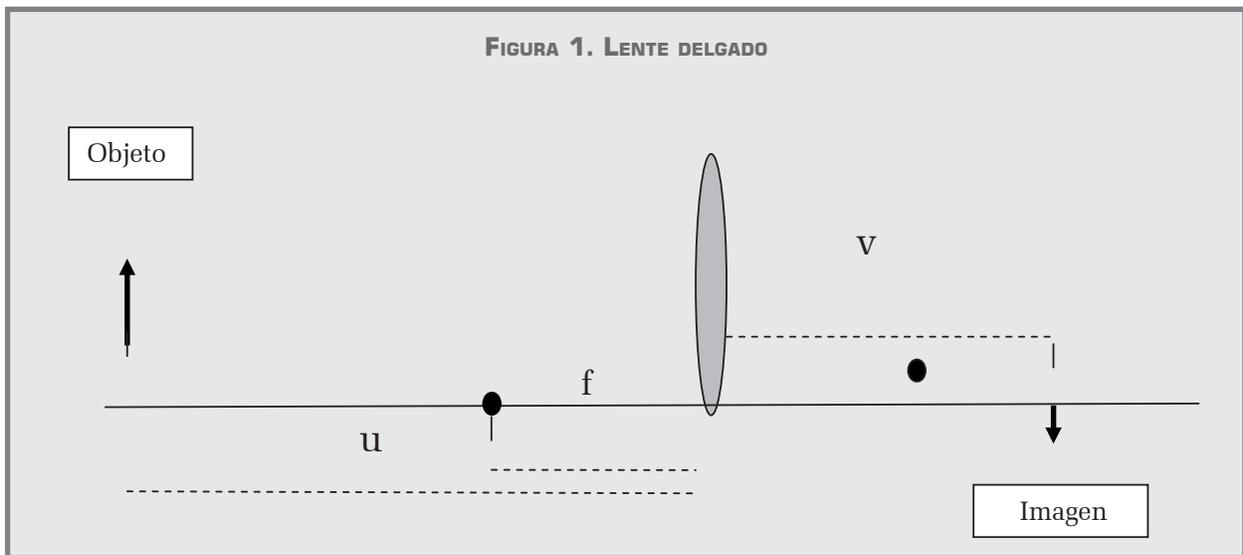
El caso más sencillo es el de los lentes delgados, entendiendo por tales, aquéllos en los cuáles el espesor es despreciable respecto de la longitud focal del lente. La fórmula básica que relaciona la posición del objeto con la imagen y la distancia focal, es la siguiente:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Donde, u = distancia del Objeto al lente; v = distancia del lente a la Imagen y f = distancia focal del lente.

Es una fórmula sencilla: si conocemos la posición del Objeto y la distancia focal del lente, podemos calcular fácilmente la posición de la Imagen (Figura 1). Si invertimos un poco los términos, podemos obtener la siguiente versión de la misma fórmula:

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{f} = \frac{1}{v}$$



Desde luego el numerador **1**, de cada término se refiere al índice del aire, 1 y el denominador representa distancias expresadas en cualquier unidad. Si expresamos los denominadores en metros, obtenemos los mismos términos ahora en Dioptrías en razón de que el índice dividido por la distancia, en metros, es justamente la fórmula de las dioptrías. Cuando se trata de medios diferentes al aire, en vez 1 ponemos en el numerador el índice n , del medio en cuestión.

$$\frac{n}{d} = \text{Dioptrías}$$

Donde n representa el índice de refracción del medio por el cual viaja la luz y d , la distancia desde la fuente luminosa hasta donde se encuentra un sistema óp-

tico de cualquier clase (lente, superficie refractiva, etc.). En el caso de los lentes delgados en aire, $n = 1$. Si sustituimos entonces, la fórmula básica por la de las dioptrías en cada término, tendremos la misma fórmula pero expresada ahora en dioptrías:

$$D_{\text{objeto}} + D_{\text{lente}} = D_{\text{imagen}}$$

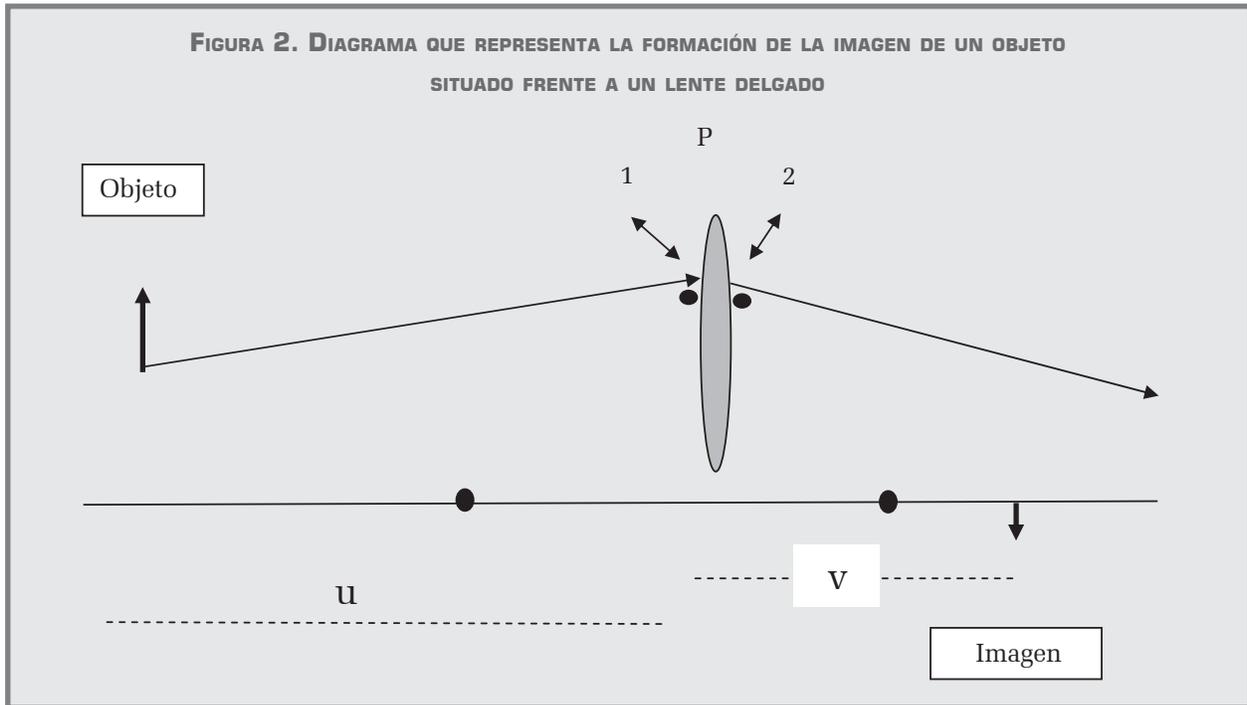
Dicho en otra forma, “el poder dióptrico de los rayos que vienen del Objeto + el poder dióptrico del Lente = poder dióptrico de los rayos que van a la Imagen”.

Ahora bien, el poder de los rayos que vienen del Objeto depende del índice del medio y de la distancia

en metros de éste hasta el lente. El poder del lente depende de su distancia focal en metros y el poder de los rayos que van hacia la Imagen depende del índice del medio y de la distancia en metros desde el lente hasta el sitio de la Imagen. Además, a los rayos

divergentes se les asigna el signo menos (-), a los convergentes, más (+) y a los paralelos, cero (0).

Entonces el gráfico de la Figura 1 puede expresarse de la siguiente forma:



En este gráfico se puede apreciar el sistema de vergencias ópticas: la distancia u nos proporciona el poder óptico (1), del rayo que viene del Objeto, más el poder del lente (P), nos da el poder óptico del rayo que sale del lente (2), y se dirige al sitio de la Imagen. El cálculo para hallar la posición de la Imagen se simplifica enormemente dado que ahora solamente es necesario sumar la vergencia de los rayos al llegar al lente más el poder del lente, para obtener la vergencia del rayo que emerge del lente y seguidamente calcular la distancia del lente a la Imagen mediante el inverso de dicha vergencia.

Adicionalmente, el ojo humano es justamente una superficie refractiva esférica única. Consecuentemente, no tiene importancia la extensión física de cada medio en el sentido contrario a la propia superficie.

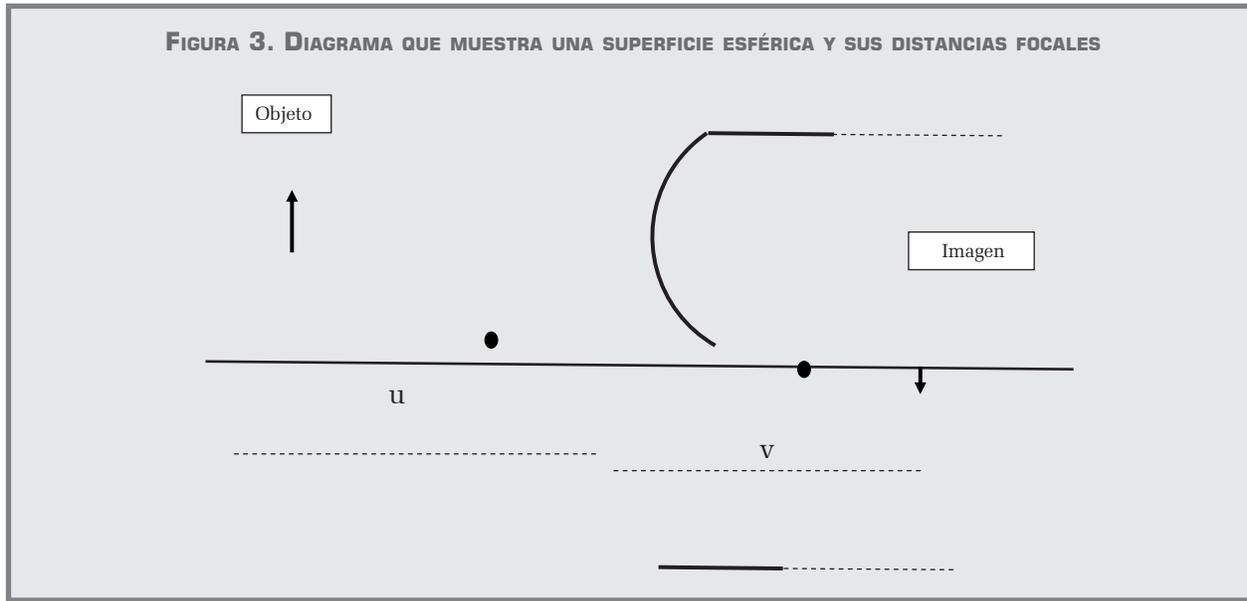
SUPERFICIES REFRACTIVAS ESFÉRICAS ÚNICAS

Las superficies refractivas esféricas únicas constituyen la base fundamental de todos los sistemas ópticos

La Óptica Geométrica utiliza la misma fórmula de los lentes delgados con algunas modificaciones:

- Emplea como numerador el índice de refracción de cada medio.
- El poder de la superficie se calcula teniendo en cuenta la diferencia entre el segundo índice menos el primero (dependiendo de la dirección de la luz).

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{(n_1 - n_2)}{r}$$



Repetimos la operación y podemos escribir la fórmula de la siguiente manera:

$$\frac{n_1}{u} + \frac{(n_2 - n_1)}{r} = \frac{n_2}{v}$$

donde n_1 representa el índice del primer medio, n_2 , el del segundo y r , el radio de curvatura de la superficie en metros. Las distancias u y v ya las conocemos.

El sistema de vergencias expresa la misma ecuación en dioptrías, así:

$$-V_1 + P = V_2$$

$$\text{Vergencia}_1 = \frac{n_1}{u}$$

$$\text{Poder superficie (P)} = \frac{(n_2 - n_1)}{r}$$

$$\text{Vergencia}_2 = \frac{n_2}{v}$$

Nuevamente la fórmula de la Óptica Geométrica, compuesta de fraccionarios, se convierte en una simple y fácil suma, la cual vista en el mismo gráfico de la Figura 3 se ve como aparece en la Figura 4.

El punto es que ambos sistemas emplean las mismas matemáticas y las mismas fórmulas pero expresadas de distinta forma: la Óptica Geométrica utiliza fraccionarios basados en las distancias y el Sistema de Vergencias Ópticas convierte las fracciones a dioptrías.

COMBINACIÓN DE LENTES DELGADOS

Cuando se trata de combinaciones de lentes delgadas el Sistema de Vergencias muestra su enorme ventaja sobre la Óptica Geométrica. Veámos:

En la Figura 5 nos preguntamos ¿dónde se forma la Imagen de un Objeto situado en el infinito después de pasar por los 2 lentes?

La respuesta de la Óptica Geométrica se logra mediante dos fórmulas de fraccionarios; la posición de la Imagen después del primer lente se convierte en el Objeto para el segundo lente, así:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \text{ y luego, } \frac{1}{v} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

FIGURA 4. DIAGRAMA QUE REPRESENTA LOS PUNTOS EXACTOS DE LAS VERGENCIAS 1 Y 2

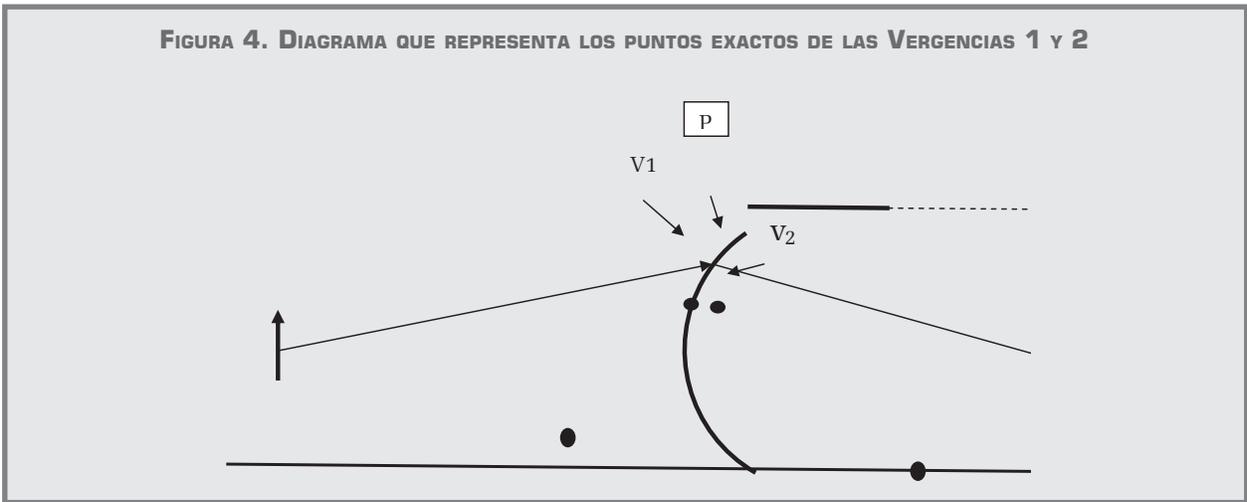


FIGURA 5. COMBINACIÓN DE LENTES DELGADAS

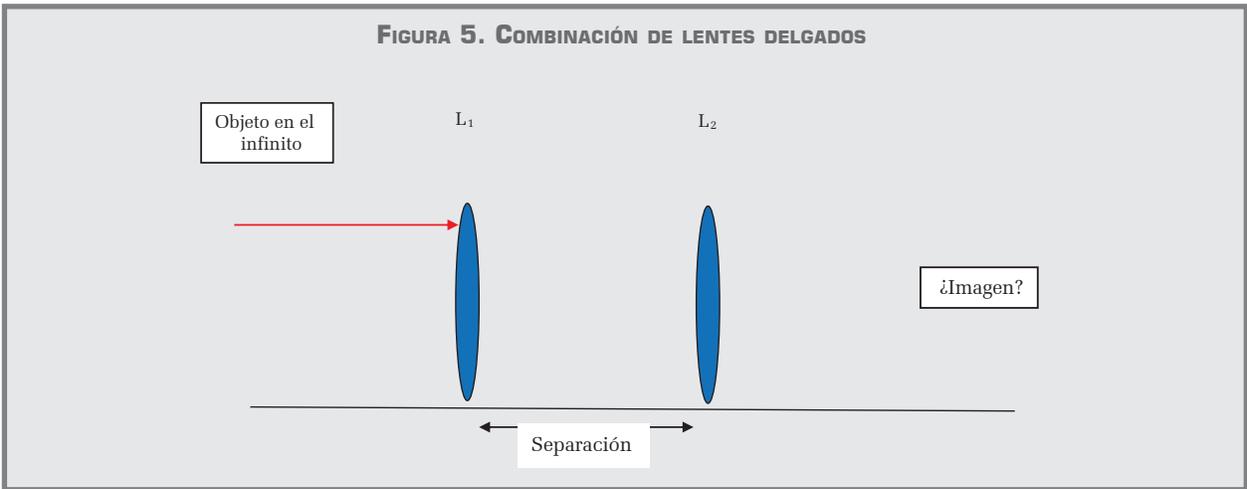
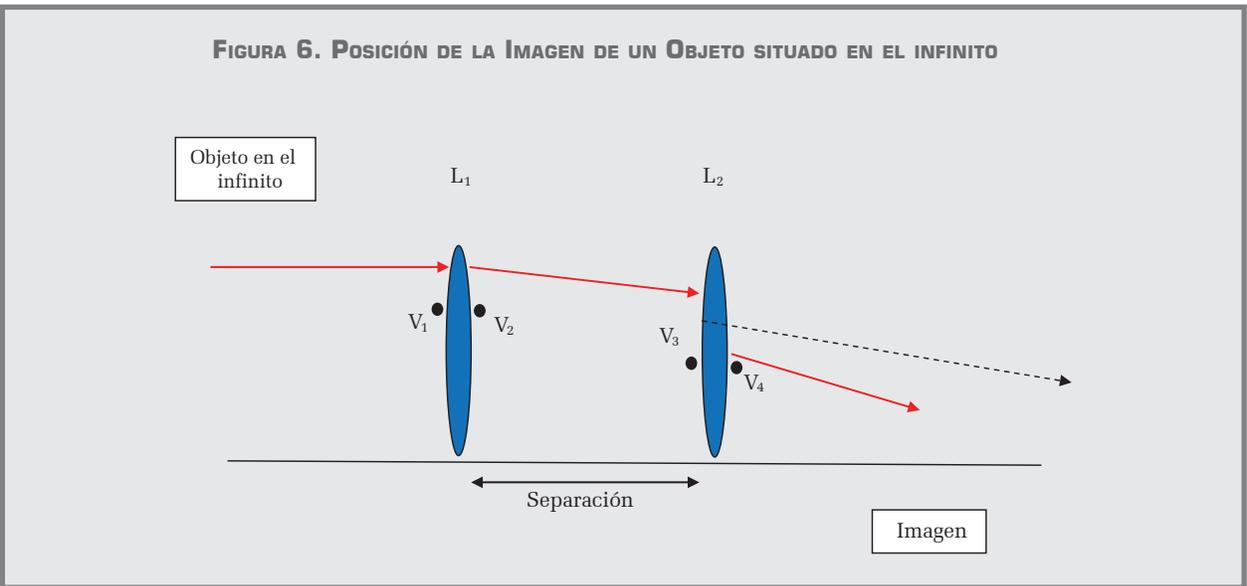


FIGURA 6. POSICIÓN DE LA IMAGEN DE UN OBJETO SITUADO EN EL INFINITO



donde v , la posición de la Imagen después del primer lente (primera ecuación) es ahora la posición del objeto para el segundo lente en la segunda ecuación.

Para el mismo caso, el Sistema de Vergencias determina la vergencia justo antes del primer lente, inmediatamente después del mismo, justo antes del segundo lente e inmediatamente después de éste. La distancia de la Imagen después del segundo lente se deriva simplemente por el inverso de la última Vergencia, teniendo en cuenta el índice del medio en el que se encuentran los dos lentes (Figura 6).

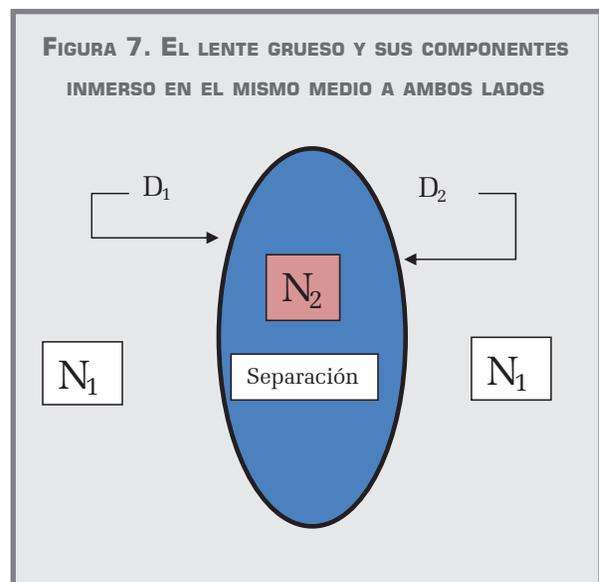
- La Vergencia 1 es 0, en razón de que los rayos vienen del infinito.
- La Vergencia 2 es = la Vergencia 1 + el poder del Lente 1.
- La Vergencia 3 es el inverso de la distancia desde el primer lente hasta la imagen formada por el éste, si no estuviera el segundo lente en posición (línea negra punteada).
- La Vergencia 4 es = la Vergencia 3 + el poder del segundo lente.
- La posición de la Imagen es el inverso de la Vergencia 4.

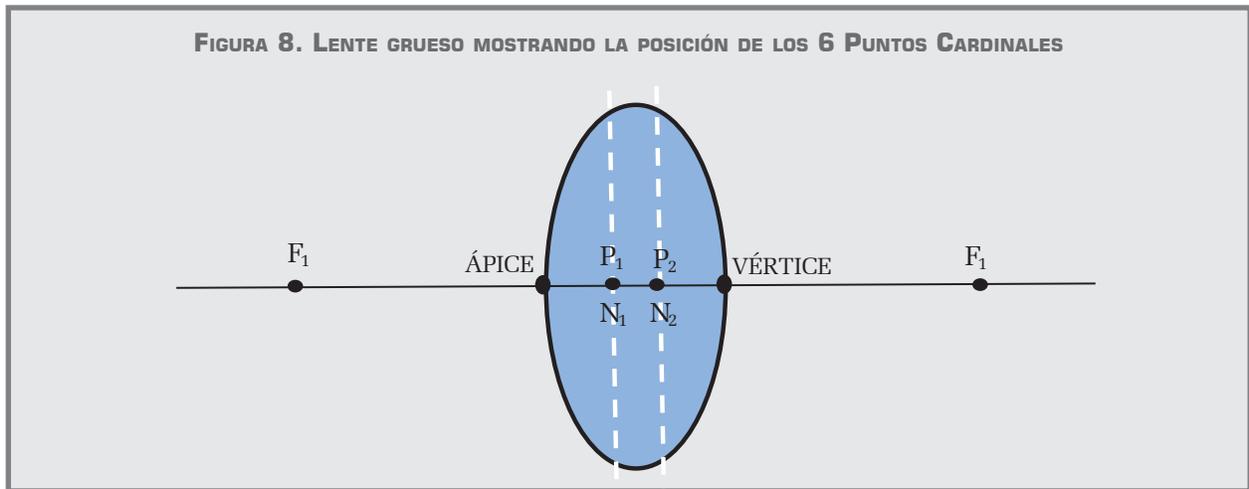
LENTES GRUESOS

Los lentes gruesos se definen como aquéllos cuyo espesor es significativo relativo a la distancia focal y, por consiguiente, no es posible hacer caso omiso de él. También puede pensarse en el lente grueso como dos lentes delgados separados por un medio diferente a los medios antes y después de los dos lentes. Visto así, las superficies del lente grueso equivalen a los respectivos lentes delgados de manera que L_1 y L_2 son ahora D_1 (primera superficie) y D_2 (segunda superficie) (Figura 7).

Los lentes gruesos son mucho más complejos que los delgados. En primer lugar, si los lentes delgados tienen dos distancias focales, anterior y posterior, los gruesos tienen 4: la distancia focal anterior o apical, la posterior o vertex y las distancias focales principales, anterior y posterior. Adicionalmente, tiene 6 puntos de importancia, llamados puntos cardinales: Foco anterior, Foco posterior, Punto Principal anterior, Punto principal posterior, Punto Nodal anterior y Punto Nodal posterior. Veámos la Figura 8.

- Los Focos, ya sabemos, son los puntos donde convergen los rayos de luz que vienen del infinito después de pasar por el lente.
- Los Puntos Principales (también los Planos Principales) indican el lugar donde es posible sustituir el lente grueso por uno delgado de igual poder al grueso que converja los rayos en el mismo Foco.
- Los Puntos Nodales determinan el tamaño de la Imagen sobre una pantalla ubicada a determinada distancia de un Objeto situado también a determinada distancia.
- Los otros puntos, Ápice y Vértice son puntos de referencia para denominar las distancias.





La Óptica Geométrica presenta una serie de fórmulas para determinar la distancia focal, anterior y posterior y la ubicación de los Planos Principales y Puntos Nodales. Veamos las diferencias entre los dos sistemas para el manejo de los Lentes Gruesos.

LENTES GRUESOS POR EL SISTEMA DE VERGENCIAS ÓPTICAS

Para hallar el F_2 desde el vértice, V_x (Figura 9).

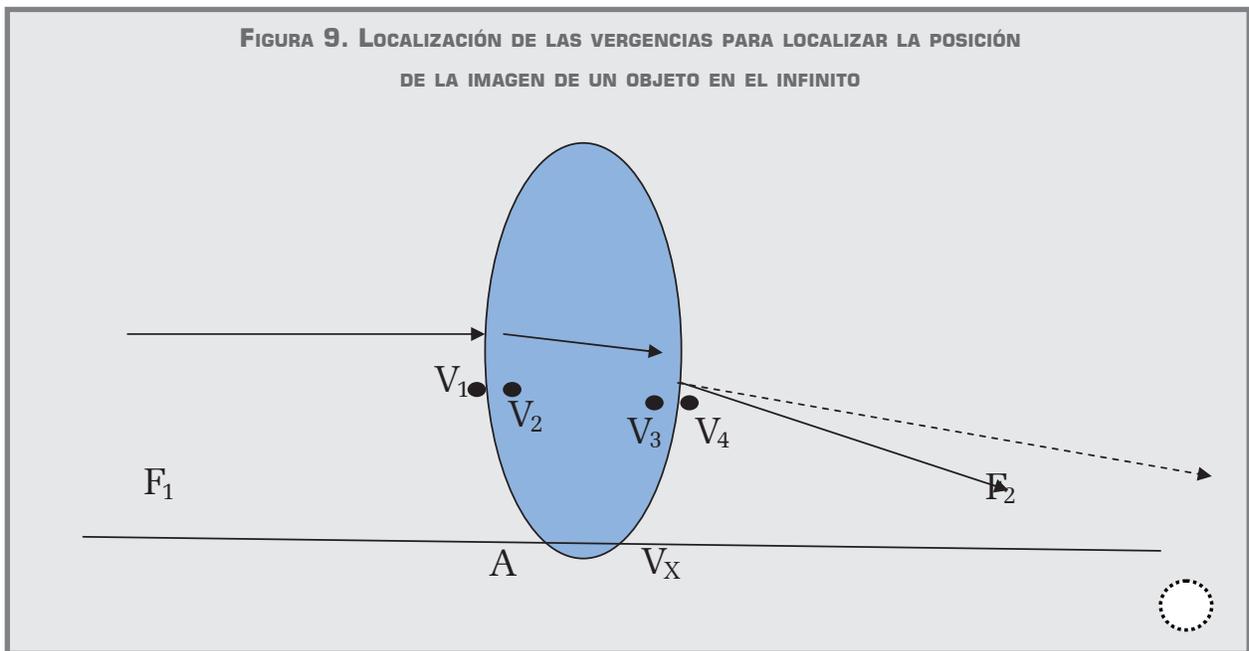
La Vergencia 1 = 0 (los rayos vienen paralelos del infinito).

La Vergencia 2 = $V_1 + D_1$ (poder de la primera superficie).

La Vergencia 3 = Inverso de la distancia desde D_2 hasta el Objeto virtual

La Vergencia 4 = $V_3 + D_2$ (poder de la segunda superficie).

Para hallar el F_1 desde el ápice, A.



Se sigue el mismo procedimiento desde la dirección contraria. Los resultados son los siguientes:

- $F_1 \rightarrow A$: distancia focal anterior, f_1 .
- $Vx \rightarrow F_2$: distancia focal posterior, f_2 .
- $F_1 \rightarrow P_1$: distancia focal verdadera, anterior.
- $F_2 \rightarrow P_2$: distancia focal verdadera, posterior.
- $F_1 \rightarrow N_1$: ubica la posición del Punto Nodal.
- $F_1 \rightarrow N_2$: ubica la posición del Punto Nodal.

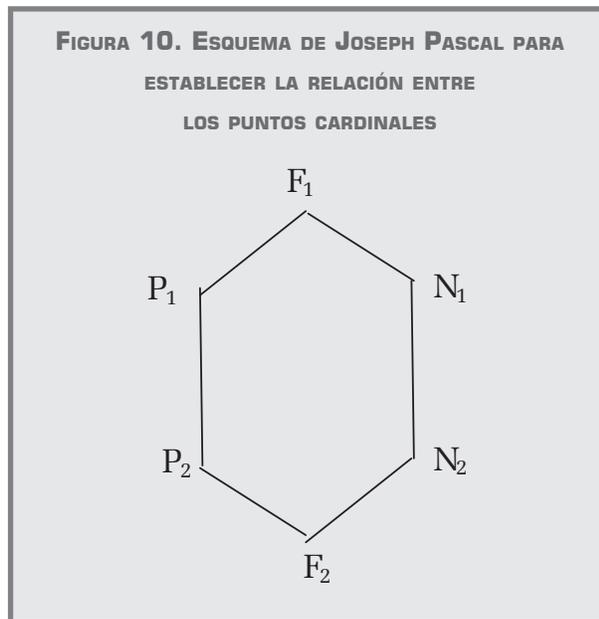
Para ubicar los Puntos Nodales podemos utilizar el esquema de Joseph Pascal, OD, MD., que se representa en el clásico anillo de benceno.

La clave del anillo de Pascal (Figura 10) radica en la igualdad de los lados paralelos, de manera que:

$$(F_1 \rightarrow P_1) = (F_2 \rightarrow N_2) \quad \text{y} \quad (P_2 \rightarrow F_2) = (F_1 \rightarrow N_1)$$

El poder real, llamado también verdadero, del lente se obtiene mediante la fórmula de Gullstrand:

$$D_{\text{real}} = D_1 + D_2 - D_1 \times D_2 \times t/n$$



Que se lee así: el poder real, verdadero, de un lente grueso es igual a la primera superficie más la segunda menos la primera por la segunda por el espesor (en metros) dividido por índice de refracción del material del lente.

Entonces, para determinar los seis puntos cardinales, se procede de la siguiente forma:

1. El Sistema de vergencias nos permite localizar los Focos 1 y 2.
2. La fórmula de Gullstrand nos proporciona el poder real del lente.
3. El inverso de dicha fórmula es igual a la distancia focal verdadera anterior y posterior.
4. A partir de los Focos localizamos los Planos Principales 1 y 2.
5. Con el esquema de Pascal localizamos los Puntos Nodales 1 y 2.
6. Localizados los Puntos Nodales podemos determinar el tamaño de las imágenes sobre una pantalla.

No sobra anotar las siguientes particularidades:

1. La distancia entre los Puntos Principales es la misma que hay entre los Puntos Nodales.
2. Si los índices a ambos lados del lente son iguales, los Puntos Nodales estarán en el mismo lugar que los Puntos Principales.
3. Si el índice antes del lente es diferente al índice después, los Puntos Nodales no coincidirán con los Puntos Principales.
4. No siempre los Puntos Principales o los Puntos Nodales se sitúan dentro del lente sino que se acercan interior o exteriormente a la superficie de mayor poder.

LENTES GRUESOS POR EL SISTEMA DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

La Óptica Geométrica utiliza una serie de fórmulas como se ve a continuación:

$e = t/n$; (t : espesor del lente y n el índice del material)

D_1 , poder de la primera superficie. D_2 , poder de la segunda superficie.

D_t , poder total, real, verdadero del lente según fórmula de Gullstrand, vista arriba.

(1) $A P_1 = D_2 e / D_1$, distancia entre el ápice y el Plano Principal 1.

(2) $V P_2 = D_1 e / D_2$, distancia entre vértice y el Plano Principal 2.

(3) $D_v = D_t / (1 - D_1 e)$, poder del lente al vértice o Poder Vertex.

(4) $D_a = D_t / (1 - D_2 e)$, poder del lente al ápice o Poder Apical.

Para encontrar los Puntos Nodales utilizamos el esquema de Pascal. Siempre es necesario hacer la gráfica para obtener una idea comprensiva de la función del Lente Grueso.

CONCLUSIONES

Los dos métodos, Óptica Geométrica y Vergencias Ópticas, son esencialmente iguales y se fundamentan en el comportamiento de la luz al encontrar un sistema óptico en su camino.

Las Vergencias Ópticas no tienen fórmulas matemáticas complejas excepto por la más elemental (n/d). Lo demás, son simples sumas. Cuando se trata de la óptica del ojo, indudablemente que el Sistema de Vergencias Ópticas es el más adecuado.

BIBLIOGRAFÍA

Merchán, G. *Vergencias Ópticas*. Colombia: editorial Haftschalen Gruppe, 1993.

Boris, I. *Clinical Refraction*. Estados Unidos: editorial, 1975

Pascal, J. *Studies in Visual Optics*. Estados Unidos: The Saint Louis Mosby Co, 1952.

Duke-Elder Sir Stewart, "System of Ophthalmology" Volúmenes V y VI, 3a edición, Henry Kimpton, Londres 1974.

Jenkins F & White H. *Fundamentals of Optics*. (4 ed.). New York: McGraw Hill, 1965.