

# Dificultades conceptuales en la relación de gráficas de cinemática: Estudio de casos



Santa Tejada Torres<sup>1</sup>, Ángeles Domínguez<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey, Eugenio Garza Sada # 2501, Col Tecnológico, CP. 64849, Monterrey, N. L.

<sup>2</sup>Departamento de Matemáticas, Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey, Eugenio Garza Sada # 2501, Col Tecnológico, CP. 64849, Monterrey, N.L.

<sup>3</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad Andrés Bello, Sede Santiago, Sazié 2315, Santiago, Chile.

**E-mail:** stejeda@itesm.mx

(Recibido el 3 de Junio de 2014; aceptado el 28 de Abril de 2015)

## Resumen

El objetivo de este trabajo fue profundizar en la comprensión de dificultades de interpretación de los estudiantes al relacionar las gráficas de posición, velocidad y aceleración. La abstracción de gráficas se ha estudiado desde diferentes perspectivas, aunque se carece de abordajes de la expresión de ideas del estudiante al interpretar una gráfica como parte de su lenguaje científico. En esta investigación cualitativa se indaga la interpretación de gráficas de cinemática mediante entrevista semiestructurada y participaron estudiantes de ingeniería inscritos en un curso de Física propedéutica. Como parte del contenido del curso, estos estudiantes tomaron instrucción de análisis cualitativo y cuantitativo de gráficas, esto tomó lugar en las semanas previas a la entrevista. Se analizaron los discursos de los participantes a través de la rúbrica de habilidades científicas. Esta herramienta teórica establece aspectos fundamentales de comunicación científica, de los cuales se eligieron aspectos de representación, comunicación y resolución de problemas, dada la naturaleza de esta investigación de problemas de cinemática con gráfica. Durante el análisis de las categorías se identificaron los aspectos de comunicación científica presentes en el discurso del estudiante. Los resultados presentan las habilidades de relación entre conceptos y elementos de gráficas de posición, velocidad y aceleración. Se discuten las implicaciones de estas habilidades en función de las dificultades de interpretación de gráficas que manifestaron los participantes.

**Palabras clave:** Solución de problemas, representaciones, gráfica en Cinemática, relaciones conceptuales.

## Abstract

The aim of this work was to study in depth the difficulties that students have interpreting the relation among graphs of position, velocity and acceleration. In kinematics, the graphs are didactic resources that teachers use quite often under the assumption that graphs help to understand better. The graphic abstraction has been studied with different perspectives, even though there are not enough research designs about student's ideas-expressions when they analyze a graph within their scientific language. In this qualitative research, we investigate interpretation of graphics of kinematics through semi-structured interview. Engineering students participated after they learned graphical analysis as part of their physics course. We analyzed participants' discourses through the scientific communication skills. This theoretical tool set up fundamental aspects of scientific communication. We chose to apply representation, communication, and problem solving, given the nature of this study related with graphics of kinematics. During the analysis of categories, we identified the scientific communication aspects that emerged from the students' discourse. Results show us relation analysis between concepts and graphical elements. We discuss the implications of these abilities through interpretation of graphics. The results show us the relations and concepts that students use to interpret kinematics graphs.

**Keywords:** Problem-solving, representations, graphs in Kinematics, conceptual relationships.

**PACS:** 1.40.Fk, 01.40.-d, 01.20.+x

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

En cinemática, las gráficas son un recurso didáctico que los profesores utilizan con frecuencia, infiriendo que éstas permiten al estudiante un mayor entendimiento de temas complejos en Física. Sin embargo, la dificultad que algunos

estudiantes tienen para leer e interpretar gráficas limita el potencial de dicho recurso. En el aprendizaje activo de la Física, el estudio de los procesos cognitivos de los estudiantes proporciona una mirada a sus dificultades conceptuales más profundas [1].

Esta investigación explora las dificultades de los estudiantes al interpretar gráficas de posición, velocidad y aceleración. En la segunda sección se presentan antecedentes teóricos de investigaciones previas. En particular se mencionan estudios sobre los procesos cognitivos que manifiestan los estudiantes de psicología al resolver un problema gráfico [2] y sobre el tipo de razonamiento que muestran estudiantes de ingeniería en problemas de posición, velocidad o aceleración [1]. En la tercera sección se presenta el diseño del método de esta investigación cualitativa. En la cuarta sección se presentan los resultados de acuerdo a la clasificación del análisis y se exponen los hallazgos más representativos obtenidos de las entrevistas. En la sección final se presentan las conclusiones del estudio.

## II. REVISIÓN DE LITERATURA

En un problema gráfico, el razonamiento e integración de elementos visuales provocan procesos cognitivos asociados a la solución del problema. La naturaleza de estos elementos ha generado inquietudes de investigación, provenientes de ciencias dedicadas a estudiar el pensamiento humano y de ciencias exactas, las cuales utilizan como herramienta didáctica y de comunicación a las representaciones gráficas.

En el estudio de [2] se entrevistó a estudiantes de psicología a quienes se les mostró una gráfica formada por segmentos y se les preguntó sobre aspectos generales de ella.

La clasificación de las preguntas utilizadas en las entrevistas a los estudiantes fueron: 1) descriptivas, 2) integradoras, 3) de extracción específica y 4) de extracción múltiple. Las preguntas de este estudio cumplieron diferentes funciones.

Con las preguntas descriptivas se solicitó una descripción general de lo que representó la gráfica para los participantes.

Con las preguntas integradoras se cuestionó sobre tendencias que debían identificarse. Con las de extracción específica se indagó sobre un aspecto particular de una pregunta y con las de extracción múltiple se cuestionó sobre muchos aspectos de un ítem en particular. Las características de estas preguntas detonan razonamientos completos y elaborados, útiles para la indagación de problemas gráficos.

Por esta razón se retomaron sus aspectos elementales para generar un protocolo de entrevista de procesos cognitivos sobre conceptos de posición, velocidad y aceleración.

El entendimiento del estudiante sobre gráficas de cinemática y la manera en que emplea la relación entre conceptos y gráficas motivó el reconocimiento de la naturaleza de esta investigación, por lo que se diseñó una metodología de entrevista semi-estructurada inspirada en el trabajo de [3], quienes entrevistaron a estudiantes de ingeniería sobre diversos casos de cinemática. Estos investigadores presentaron diversas gráficas de cinemática

y analizaron la coherencia y claridad de las respuestas de los estudiantes como una manera de entender su razonamiento físico.

Los hallazgos de McDermott *et al.* [1] se centran en que los estudiantes carecen de habilidades de conexión de la pendiente en gráficas de posición contra tiempo, ya que ellos prefieren calcular una razón mediante la lectura de la posición y pueden llegar a omitir el cálculo de la pendiente.

Los razonamientos encontrados en las respuestas de los estudiantes permitieron a los investigadores inferir una falta de conexión entre elementos que forman parte de una gráfica, en este caso de la velocidad.

En la generación de este estudio se consideraron dos aristas para acotar los problemas de investigación. Por un lado se debía plantear un problema de características visuales detonantes de razonamiento y con preguntas diseñadas para explorar los aspectos significativos de un problema gráfico de cinemática [2]. Por otro lado, la exploración del razonamiento manifestado al abordar el problema gráfico y el entendimiento conceptual siguieron una línea de entrevista clínica similar a la aproximación de [1]. La combinación de las perspectivas [2] y [3] permitió explorar los procesos cognitivos y el entendimiento conceptual de gráficas de posición, velocidad y aceleración.

## III. METODOLOGÍA

El diseño de investigación se basó en la entrevista semiestructurada con enfoque hacia la percepción y aplicación de elementos en un problema con gráfica. La estructura de los problemas de investigación admite cierta profundidad y alineación a las gráficas investigadas en psicología cognitiva y en educación de la Física.

Se invitó a 35 estudiantes de un curso propedéutico de Física impartido en una universidad privada del norte de México. Ese curso propedéutico se ofrece a estudiantes que no alcanzaron el puntaje mínimo requerido en el examen de ubicación de Física universitaria. El criterio de selección de participantes se basó en el puntaje obtenido en la evaluación mensual de la materia en análisis cualitativo y cuantitativo de gráficas de cinemática. Los profesores de la materia informaron cuáles estudiantes cumplieron el puntaje requerido. El grupo de investigación invitó a estos alumnos a participar en el estudio. De acuerdo al puntaje de los participantes se conformaron tres categorías: a) estudiante A, con un puntaje de 86 a 100, se le denominó de desempeño alto, b) estudiante B, con puntaje de 70 a 85, se le denominó de desempeño mediano y c) estudiante C, con un puntaje de 55 a 69, se le denominó de desempeño bajo.

Se informó a los estudiantes el objetivo de la investigación y tres de ellos accedieron a participar. Las entrevistas se realizaron de manera individual, se grabaron en video, se transcribieron y se estudiaron en tres ciclos del análisis mediante la rúbrica de habilidades científicas [3]. En este trabajo se presentan segmentos representativos de este análisis.

Al inicio de la entrevista se le recordó al estudiante el objetivo de investigación y se le proporcionó una hoja en

**IV. RESULTADOS**

blanco, disponible para cualquier anotación o diagrama que consideraran pertinente realizar durante el desarrollo de la entrevista. La duración aproximada de cada entrevista fue de 30 minutos.

Durante la entrevista se mostraron al estudiante 6 gráficas, una por una y en el mismo orden: a) gráfica creciente de posición, b) gráfica de velocidad constante positiva, c) gráfica creciente de velocidad lineal positiva, d) gráfica de aceleración constante positiva, e) gráfica de aceleración lineal creciente positiva y f) gráfica de velocidad lineal decreciente positiva. Todas las gráficas se trazaron en el primer cuadrante.

El último problema con gráfica incluyó respuestas de opción múltiple y se motivó al estudiante a explicar su razonamiento para resolver el problema. Esto se hizo con la finalidad de explorar la capacidad de conectar una gráfica de cinemática con su descripción, su interpretación.

Para esta investigación se verificó el cumplimiento de los aspectos cognitivos [2] en los problemas planteados de cinemática [3]. En la tabla siguiente se expone cómo se relacionaron los aspectos cognitivos con el análisis físico esperado por el estudiante.

**TABLA I.** Clasificación de las preguntas y aspectos que acompañaron a las gráficas del estudio.

Tipo de pregunta	Aspecto de análisis físico
Descriptiva	Identificación de gráfica
Integradora	Asociación con otro concepto físico
Extracción específica	Obtención mediante el uso de un concepto matemático
Extracción múltiple	Relación con gráfica de otra variable Física

Con estas medidas se generó un panorama de exploración más amplio del razonamiento físico y gráfico del estudiante.

Este panorama de exploración (Tabla I) se retomó para su análisis mediante una rúbrica de habilidades científicas [3].

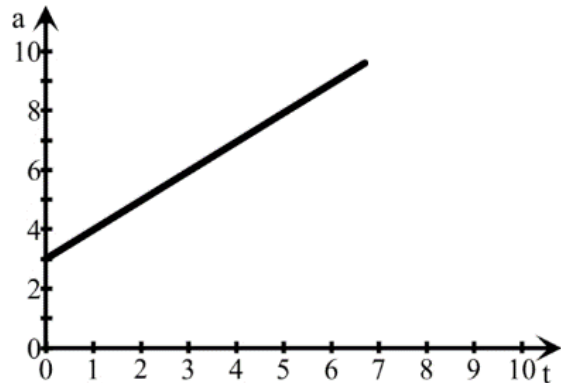
Esta rúbrica representa una herramienta teórica confiable para la evaluación sumativa de habilidades. Para el diseño del criterio de análisis se seleccionaron las siguientes categorías: (a) habilidad de representar un proceso físico en múltiples formas, b) habilidad de aplicar y probar una explicación cualitativa o relación cuantitativa, c) habilidad de modificar una explicación cualitativa o relación cuantitativa, d) habilidad de evaluar afirmaciones conceptuales, solución de problemas y modelos y e) la habilidad de comunicar de manera oral o escrita.

La rúbrica de [3] permite clasificar las habilidades científicas como: (i) inexistente, (ii) inadecuado, (iii) necesita mejora y (iv) adecuado. Se partió las clasificaciones detectadas en los participantes para profundizar en los razonamientos manifestados.

El resultado del análisis se presenta por participante, junto con sus extractos de entrevista.

A continuación se presentan los razonamientos más coherentes alcanzados por los participantes.

**IV.A Estudiante A**



**FIGURA 1.** Gráfica de aceleración lineal creciente positiva.

Al presentar la quinta gráfica (Figura 1) al Estudiante A (A), la investigadora (I) le preguntó qué representaba esa gráfica.

A continuación se presenta su respuesta.

A: Que la aceleración va aumentando, va cambiando.

I: ¿Qué otra información podrías leer de esta gráfica?

A: El cambio de velocidad y el cambio de aceleración.

I: ¿Cómo podrías obtener esa información?

A: Con la pendiente y el área bajo la curva.

I: ¿Cómo sería un problema en un contexto que se pudiera representar con esta gráfica?

A: Te piden la razón de cambio de la aceleración, la aceleración promedio y el cambio de velocidad.

Algunas características de las respuestas de este estudiante fueron: a) claridad en la identificación de gráficas, observándose una respuesta sobresaliente en el caso de la aceleración que se incrementa, b) facilidad en la asociación de conceptos físicos, c) facilidad en la utilización de conceptos físicos y matemáticos. Estas características se relacionan con las habilidades científicas (a) habilidad de representar un proceso físico en múltiples formas, b) habilidad de aplicar y probar una explicación cualitativa o relación cuantitativa, c) habilidad de modificar una explicación cualitativa o relación cuantitativa, y e) la habilidad de comunicar de manera oral o escrita.

La asociación adecuada de conceptos físicos y matemáticos de este estudiante también se encontró en el problema de velocidad decreciente positiva.

De la misma forma que en el extracto anterior, el participante A evidenció habilidades científicas adecuadas para su nivel educativo.

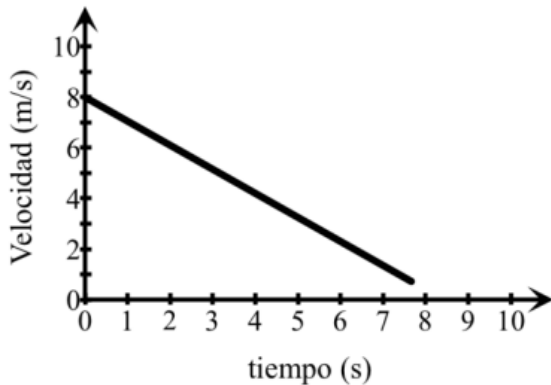


FIGURA 2. Gráfica de velocidad lineal decreciente positiva.

En este problema (Figura 2), el estudiante A mostró un desempeño sobresaliente en la integración de conceptos de cálculo con conceptos físicos, ya que mencionó poder realizar cálculos con el área bajo la curva. Este concepto matemático no fue mencionado de ninguna forma durante la entrevista de manera directa al estudiante, surgió de su propia percepción.

#### IV.B Estudiante B

La gráfica de velocidad creciente (Figura 3) se diseñó para explorar el razonamiento acerca de una gráfica más elaborada que una velocidad rectilínea constante, así como a la evocación de conceptos matemáticos útiles.

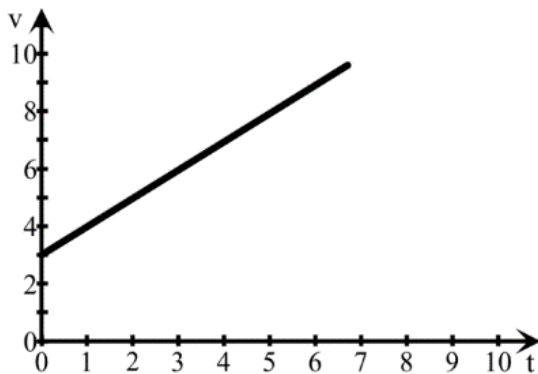


FIGURA 3. Gráfica de velocidad lineal creciente.

I: ¿Qué tipo de gráfica te parece?

B: La de velocidad.

I: ¿Qué representa para ti?

B: Que la velocidad va cambiando en diferentes tiempos.

I: ¿Qué otra información podrías leer de esa gráfica?

B: Que su aceleración/velocidad es creciente, que inicia con una velocidad de 3 en el tiempo cero y alcanza una de aproximadamente 10 en el tiempo 7.

I: Y algún otro dato que pudieras obtener de esta gráfica?

B: Mmm, también hacia donde se mueve la partícula, que se mueve hacia la derecha.

I: ¿Cómo sería un problema en el contexto del movimiento que se representara con una gráfica como esta?

B: De esta se le saca la pendiente (señala), podríamos ver hacia donde, o sea la pendiente en diferentes intervalos para trazar una gráfica de tiempos y también se podría trazar una gráfica de posición.

Esta estudiante manifestó las siguientes actividades:

(a) identificó correctamente todas las gráficas de cinemática,

b) asoció correctamente conceptos físicos aunque en algunas ocasiones titubeó,

c) mostró dispersión en la relación de una gráfica de aceleración constante con otra gráfica diferente de movimiento.

Mostró un desempeño sobresaliente en la asociación de una gráfica de velocidad que se incrementa con otra gráfica relacionada. Este desempeño se relaciona con las habilidades científicas (a) habilidad de representar un proceso físico en múltiples formas y b) habilidad de aplicar y probar una explicación cualitativa o relación cuantitativa,, y muestra que se pueden mejorar las habilidades c) habilidad de modificar una explicación cualitativa o relación cuantitativa, y e) la habilidad de comunicar de manera oral o escrita.

#### IV.C Estudiante C

La gráfica de posición creciente se diseñó para explorar el razonamiento sobre una gráfica creciente.

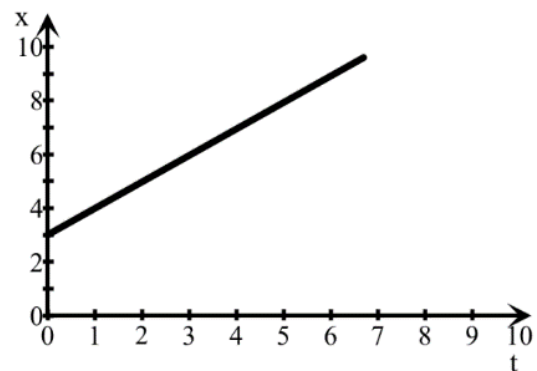


FIGURA 4. Gráfica de posición lineal creciente.

S: ¿Qué tipo de gráfica te parece?

C: Pues...x me parece la distancia, t me parece el tiempo, o sea, distancia sobre tiempo, o sea que me parece una gráfica de ...velocidad.

I: ¿Qué representa para ti?

C: Representa cómo va aumentando la velocidad del objeto, la partícula que se mueve, conforme al tiempo.

I: ¿Qué otra información podríamos leer de esta gráfica?

C: Pues...podemos saber cuál es el punto inicial en el que estaba la partícula y... en el intervalo de segundos cuánto avanza.

I: Y, ¿cómo se obtiene?

C: Se obtiene con la fórmula (escribe):  $f(x) = \text{velocidad inicial, que es de 3, velocidad inicial, más velocidad inicial, mm, velocidad inicial más tiempo, mm, ya se cómo, ya se me olvidó...}$

Las respuestas de este estudiante no siguieron una línea de razonamiento propiamente definida. Se encontró:

- (a) dispersión descriptiva en la gráfica de posición que se incrementa,
- b) habilidades insuficientes en la asociación de un concepto físico a otro,
- c) dispersión e insuficiencia en la utilización de un concepto matemático y
- d) habilidades insuficientes en la relación de una gráfica a otra.

La tendencia del pensamiento de este estudiante fue a la consideración de fórmulas que “debía haber visto pero que no recordaba”.

Desde la perspectiva de habilidades científicas de [2], este participante careció de: habilidades de aplicación, prueba y modificación de explicación cualitativa o relación cuantitativa y de comunicación. Las consecuencias de esta carestía podrían reflejarse en un desempeño bajo a lo largo de sus cursos universitarios de Física que involucren problemas con gráfica.

## V. CONCLUSIONES

Las habilidades científicas de los estudiantes A, B y C fueron analizadas a la luz del planteamiento de [1] y [3]. La interpretación del alcance de las habilidades científicas aumenta la comprensión de los razonamientos manifestados por los participantes.

Se encontró que el razonamiento del estudiante A es funcional a un nivel conceptual, ya que sus habilidades científicas le permiten manipular y recorrer conceptos físicos y matemáticos con facilidad, además de emplear las gráficas con naturalidad. Estas habilidades pueden considerarse herramientas próximas de aprendizaje de la Física universitaria.

El estudiante B no alcanzó este grado de habilidades científicas. Este participante mostró un grado de explicación Física suficiente, pero tendencia a la dispersión entre sus conocimientos de cinemática y cálculo. Además, presentó un nivel de dominio con posibilidades de mejorar en el empleo de gráficas de cinemática. Las habilidades científicas de este estudiante de mediano desempeño requieren aumentar en términos de elaboración y relación entre conceptos físicos y matemáticos, con lo que podría mejorar su desempeño en un problema con gráfica.

Por último, el razonamiento del estudiante C evidenció carestía crítica de habilidades científicas. Este participante se expresó de manera confusa sobre la mayoría de las gráficas, mostró alta dispersión en la expresión de conceptos matemáticos y de relación entre cinemática y cálculo. Su desempeño en la utilización de gráficas de cinemática fue pobre, aunque manifestó saber construir una gráfica similar a la mostrada. Este desempeño muestra que

*Dificultades conceptuales en la relación de gráficas de cinemática* la herramienta más fuerte de este estudiante es su habilidad de representar una gráfica similar a la presentada. Esto significa que de la gama de habilidades científicas, este participante se localiza en la habilidad más básica para el aprendizaje de las ciencias.

El contraste entre los resultados de los estudiantes A, B y C muestra que para el entendimiento de una gráfica debe existir un conocimiento robusto de los conceptos asociados a ésta. En el caso de las gráficas de cinemática exploradas en este estudio, se observó una tendencia general a referenciar con gráficas conocidas de cálculo, aunque sólo los estudiantes A y B relacionaron de manera adecuada los conceptos de derivada y antiderivada con los conceptos de posición, velocidad y aceleración. En cuanto a la asociación de una gráfica con otra relacionada, se observó en el estudiante C una gran dificultad en generar de manera personal la gráfica correspondiente a la mostrada. En tanto, en la estudiante B se observó que de manera recurrente pensó en gráficas similares aprendidas en su clase de cálculo, aunque desconoció la manera de encajarlas de manera precisa con algunos aspectos físicos.

Cada gráfica mostrada fue creciendo en complejidad, lo que permite identificar el nivel de entendimiento de los entrevistados. Las evidencias de razonamiento obtenidos muestran que el estudiante A cuenta con procesos cognitivos más sólidos y claros que sus compañeros. En cambio, el razonamiento del estudiante B expone elementos cognitivos y de conocimiento conceptual que requieren una estructuración más robusta. El estudiante responde correctamente menos preguntas que el estudiante A. El estudiante C evidencia la necesidad de buscar un reforzamiento de habilidades de razonamiento efectivas para su desempeño en el aprendizaje de las ciencias. El estudiante C es quien menos respuestas correctas obtiene de los tres participantes. Aún y con los primeros problemas presenta dificultades que evidencian su limitado entendimiento de gráficas.

Los resultados de esta investigación amplían la perspectiva sobre la manera en que los estudiantes interpretan una gráfica de antiderivada a derivada y viceversa. La conexión con la rúbrica de habilidades científicas entrega un perfil del estudiante. Esta característica del estudio se ubica en un área del conocimiento donde las gráficas son una herramienta diaria de enseñanza-aprendizaje. La situación podría ser distinta en otros contextos científicos donde también se instruya mediante las gráficas como herramientas docentes y de comunicación.

## REFERENCIAS

- [1] McDermott, L. C., Rosenquist, M. L. & Van Zee, E. H., *Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics*, American Journal of Physics **55**, 503-513 (1987).
- [2] Ratwani, R. M., Trafton, J. G. & Boehm-Davis, D. A., *Thinking graphically: Connecting vision and cognition*

*Santa Tejada Torres & Ángeles Domínguez*  
*during graph comprehension*, Journal of Experimental  
Psychology Applied **14**, 36-49 (2008).  
[3] Etkina, E., Van Heuvelen, A., White-Brahmia, S.,  
Brookes, D. T., Gentile, M., Murthy, S., Rosengrant, D. &  
Warren, A., *Scientific abilities and their assessment*,

Physical Review Special Topics on Physics Education  
Research **2**, 1-15 (2006).  
[4] Ubuz, B., *Interpreting a graph and constructing its  
derivative graph: stability and change in students'  
conceptions*, International Journal of Mathematical  
Education in Science and Technology **38**, 609-637 (2007).