

## Modelos de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana* en la región de Pueblo Nuevo, Durango

### Models of taper and merchantable volume for *Pinus oocarpa* and *Pinus douglasiana* in the region of Pueblo Nuevo, Durango

Juana Constanza López Martínez<sup>1\*</sup>, Francisco Cruz Cobos<sup>2</sup>, Juan Abel Nájera Luna<sup>2</sup>, Francisco Javier Hernández<sup>2</sup>

López Martínez, J. C., Cruz Cobos, F., Nájera Luna, J. A., Hernández, F. J. Modelos de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana* en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*. Número 64: 47-53, enero-abril 2015.

#### RESUMEN

El objetivo de la presente investigación fue ajustar 10 modelos compatibles de ahusamiento y volumen comercial para la región de Pueblo Nuevo, Durango. Los datos provienen de 163 árboles de *Pinus oocarpa* y 223 de *Pinus douglasiana*, a los cuales se les midió el diámetro a diferentes alturas del árbol y la altura total. Se calculó el volumen; con la ecuación del cilindro para el tocón, las trozas intermedias con la de Smalian y la punta con la del cono. El ajuste se realizó a través de Máxima Verosimilitud con Información Completa (FIML), los criterios de selección fueron el Coeficiente de Determinación (R<sup>2</sup>) y la Raíz del Cuadrado Medio del Error (RCME). El mejor ajuste se obtuvo con el modelo compatible de Cruz et al. (2008), el sistema generado permite estimar los volúmenes comerciales a diferentes secciones del árbol, el diámetro a cualquier altura y la altura a cualquier diámetro.

**Palabras clave:** diámetro normal, ahusamiento, modelos compatibles, *Pinus oocarpa*, *Pinus douglasiana*, volumen comercial.

**Keywords:** normal diameter, taper, compatible models, *Pinus oocarpa*, *Pinus douglasiana*, merchantable volume.

Recibido: 13 de noviembre de 2013, aceptado: 5 de enero de 2015

<sup>1</sup> Programa de Maestría en Ciencias en Desarrollo Forestal Sustentable, Instituto Tecnológico de El Salto.

<sup>2</sup> División de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de El Salto.

\* Autor para correspondencia: c\_lopez\_martinez@hotmail.com

#### ABSTRACT

The objective of this research was to set 10 compatible models of taper and merchantable volume for the region of Pueblo Nuevo, Durango. The data come from 163 trees of *Pinus oocarpa* and 223 of *Pinus douglasiana*, to which the diameter at different heights of the tree and overall height was measured. We calculated the volume; with the equation of the cylinder to the stump, with the Smalian intermediate logs and the tip of the cone. The adjustment was made through Maximum Likelihood with Complete Information (FIML), the selection criteria were the Determination Coefficient (R<sup>2</sup>) and the Root of the Square Means of Error (RCME). The best fit was obtained with the compatible model Cruz et al. (2008), the generated system allows estimating trading volumes to different sections of the tree, the diameter at any height and height to any diameter.

#### INTRODUCCIÓN

Posiblemente uno de los elementos más importantes en la evaluación de recursos forestales es la determinación del volumen existente dentro de un rodal. Debido a la dificultad que existe en su medición directa, el volumen se estima en forma indirecta utilizando expresiones matemáticas como las funciones de ahusamiento y volumen comercial, ya que el manejador requiere de estimaciones objetivas del crecimiento e incremento de los árboles (Luján, 2012). Los productores generalmente tienen interés en conocer cuál es el volumen maderable de sus bosques y para poder estimarlo necesitan apoyarse en las tablas de volumen por especie, o bien contar con datos de diámetros y alturas para poder construir las, con el ajuste de

los datos a modelos volumétricos conocidos. En la actualidad existe mayor interés en estimar el *volumen comercial* –que puede definirse como el volumen de fuste comprendido entre la altura del tocón y un diámetro mínimo definido según el destino comercial del mismo–, como se encuentra en Prodan et al. (1997), ya que esto permitirá al productor estimar ingresos por tipos de productos maderables generados en su bosque, y es motivo para buscar alternativas de estimación precisa de la distribución de los mismos mediante modelos de regresión para *P. oocarpa* y *P. douglasiana*, por lo que el objetivo del presente trabajo es ajustar modelos de ahusamiento y volumen comercial que permitan estimar el volumen comercial de los árboles de *P. oocarpa* y *P. douglasiana* de la región de Pueblo Nuevo, Durango.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Descripción del área de estudio

El área de estudio se ubica al suroeste del estado de Durango, tiene una extensión superficial superior a las 558,000 ha y colinda al norte con las UMAFORES 1006, "San Dimas" y 1007, "Durango" y al este con la UMAFOR 1009 y la 1010 (Figura 1). La altura fluctúa entre los 1,400 y los 2,600 m.s.n.m. De acuerdo a la clasificación de Köeppen modificada por García (1973), presenta climas predominantes de (A) ( $w_1$ ) semicálido en la región de la cañada y los C ( $w_2$ ) y (E) ( $w_3$ ), templado y templado extremo en la parte alta, todos ellos subhúmedos con lluvias en verano. La zona presenta condiciones de vegetación que van desde masas puras de encino y pino y, en su mayor parte, bosques mezclados de pino-encino.

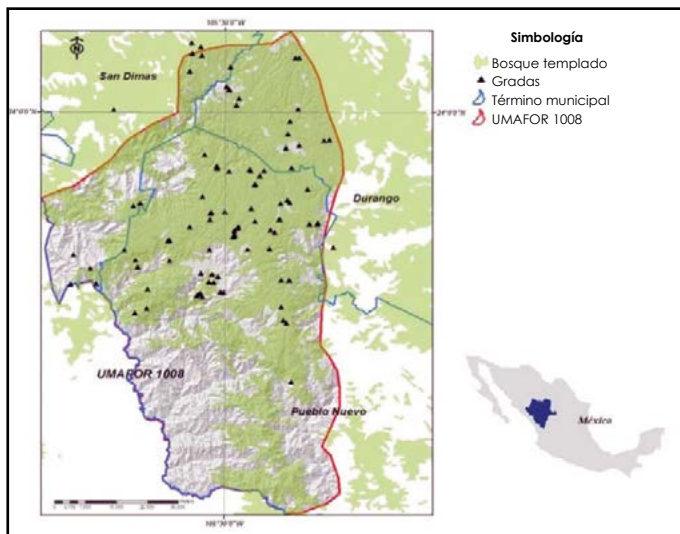


Figura 1. Localización del área de estudio.

### Base de datos

Mediante un muestreo destructivo y aprovechando las áreas de corta de los diferentes predios, se derribaron y midieron 386 árboles de los cuales 163 correspondieron a *P. oocarpa* y 223 a *P. douglasiana*, cada individuo presentó características libres de daño físico, mecánico, plagas y enfermedades.

### Variables que se midieron

A cada árbol derribado se le tomó la información de control: predio, rodal, número de árbol, especie, fecha, responsable; asimismo, información específica como: altura total (m), y diámetro a diferentes alturas del árbol (cm), como se muestra en la Figura 2. Los árboles se derribaron a una altura máxima de 0.30 m sobre el nivel de suelo, después se obtuvieron dos secciones a 0.30 m. Las siguientes secciones corresponden con el diámetro normal (1.30 m), y a continuación secciones de 2.44 m de longitud, hasta llegar a la punta del árbol.



Figura 2. Toma de datos en diferentes secciones del árbol.

### Ecuaciones de volumen y ahusamiento que se ajustaron

En la Tabla 1 se muestran los modelos de ahusamiento y volumen comercial que se ajustaron en el presente estudio. Las expresiones utilizadas cumplen con la condición de que  $h=H$  cuando  $d=0$ . En particular, el modelo de Fang et al. (2000) es segmentado, ya que se compone de submodelos injertados. Este sistema usa distintas ecuaciones para las diferentes partes del fuste del árbol e integra tales ecuaciones de forma que sus primeras derivadas son iguales en el punto de intersección, después se unen con la condición de que las funciones se conectan

correctamente en los puntos de unión para formar un modelo polinomial segmentado (Max y Burkhart, 1976).

**Criterios de selección del mejor modelo**

La estimación de los sistemas compatibles se realizó de manera simultánea con la técnica de Máxima Verosimilitud con Información Completa (FIML), la cual es apropiada para el ajuste simultáneo (SAS Institute, 2004). Los criterios para juzgar la bondad de ajuste de las ecuaciones de ahusamiento y volumen

comercial se basaron en el análisis numérico donde se utilizaron estadísticos como el Coeficiente de Determinación para Regresión no Lineal (R2) y la Raíz del Cuadrado Medio del Error (RCME).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{Y} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad RCME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-p}}$$

donde:  $\bar{Y}_i$ ,  $\bar{y}_i$  y  $Y_i$  = valor predicho; media y valor observado de la variable dependiente; n= número de observaciones y p= número de parámetros del modelo.

**Tabla 1.** Modelos compatibles de ahusamiento y volumen comercial

Modelo	Volumen	Ahusamiento
Clutter (1980)	1) $V_c = e^{\alpha_0} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} (1 - \beta_0 d^{\beta_1} D^{\beta_2})$	$d = \left[ \frac{k(H-h)}{\beta_0 \alpha_0 D^{\alpha_1} - \beta_2 H^{\alpha_2}} \left(1 - \frac{2}{\beta_1}\right) \right]^{\frac{1}{\beta_1 - 2}}$
Cruz et al. (2008)	2) $V_c = k D^{\delta} H^{-1} \left( \beta_1 \left( (H h_c - \frac{h_c^2}{2}) - (H h_t - \frac{h_t^2}{2}) \right) - \frac{\beta_2}{3H} \left( (H h_c)^3 - (H h_t)^3 \right) - \frac{\beta_3}{4H^2} \left( (H h_c)^4 - (H h_t)^4 \right) \right)$	$d = \sqrt{D^{\delta} (\beta_0 X + \beta_1 X^2 + \beta_2 X^3)}$
Demaerschalk (1972)	3) $V_c = \frac{k D^{\beta_0}}{\beta_1 + 1} \left[ H \cdot \frac{(H-h)^{\beta_1 + 1}}{h^{\beta_1}} \right]$	$d = \sqrt{\beta_0 D^2 X^{\beta_1}}$
Fang y Bailey (1999) caso I a	4) $V_c = e^{\alpha_0} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} - \beta_0 d^2 h_t$	$d = \sqrt{\frac{\alpha_0}{\beta_0} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} - k / \beta_0 h_t^{(k-\beta_0)/\beta_0}}$
Fang y Bailey (1999) caso II a	5) $V_c = e^{\alpha_0} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} - \beta_0 d^{\beta_1} h_t^{\frac{\beta_1}{2}}$	$d = \left[ \frac{k(\beta_2 - 1)}{\beta_2 \beta_0} \ln h_t + \left( \frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2}}{\beta_0} \right)^{1/\beta_2} - \frac{k(\beta_2 - 1)}{\beta_2 \beta_0} \ln H \right]^{\frac{1}{(2\beta_2 - 2)}} h_t^{-0.5}$
Fang y Bailey (1999) caso II b	6) $V_c = e^{\alpha_0} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} - \beta_0 d^{\beta_1} h_t^{\beta_2}$	$d = \left[ \frac{k(\beta_1 - 2)}{(\beta_1 - 2\beta_2) \beta_0} h_t^{1-2\beta_2/\beta_1} - H^{1-2\beta_2/\beta_1} + \left( \frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2}}{\beta_0} \right)^{1-2/\beta_1} \right]^{\frac{1}{(\beta_1 - 2)}} h_t^{-\beta_2/\beta_1}$
Kozak et al. (1969)	7) $V_c = \frac{1}{3} k D^2 \left( \frac{\beta_1}{H^2} \right) h^3 + \frac{1}{2} k D^2 \left( \frac{\beta_0}{H h^2} \right) + k D^2 (-\beta_0 - \beta_1) h$	$d = \sqrt{\beta_0 (q-1) + \beta_1 (q^2 - 1)}$
Lenhart y clutter (1971)	8) $V_c = e^{\alpha_0} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} - \beta_0 \frac{d^{\beta_1}}{D^{\beta_1 - 2}} (H-1.3)$	$d = \left[ D \left( \frac{H-h}{H-1.3} \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1 - 2}}$
Piennar y Rehenev (1988)	9) $V_c = \alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} - \beta_0 \frac{d^{\beta_1}}{D^{\beta_1 - 2}} (H-1.3)$	$d = D \left[ \frac{H-h}{H-1.3} \right]^{\frac{1}{\beta_1 - 2}}$
Fang et al. (2000)	10) $r_0 = (1 - h_0/H)^{\frac{k}{\beta_1}}$ $r_1 = (1 - p_1)^{\frac{k}{\beta_1}}$ $r_2 = (1 - p_2)^{\frac{k}{\beta_2}}$ $c_1 = \frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \frac{k}{\beta_1}}{\beta_1 (r_0 - r_1) + \beta_2 (r_1 - \alpha_1 r_2) + \beta_3 \alpha_1 r_2}$ $V_c = c_1^{\frac{k}{\beta_1}} H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_1 r_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) r_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2)}{\alpha_1 r_2 - \beta (1-q)^{\frac{k}{\beta_1}} \alpha_1^{1+I_2} \alpha_2^I} \right]$	$d = c_1 \sqrt{\frac{k - \beta_1}{H^{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k - \beta_1}{\beta_1}} \alpha_1^{1+I_2} \alpha_2^I}$ donde $I_1 = 1$ si $p_1 \leq q \leq p_2$ ; de lo contrario 0 $I_2 = 1$ si $p_2 \leq q \leq 1$ ; de lo contrario 0 $\beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$ $\alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(\beta_2 - \beta_1)k}{\beta_1 \beta_2}}$ $\alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(\beta_3 - \beta_2)k}{\beta_2 \beta_3}}$

D= diámetro normal (m); d= diámetro (cm) a la altura h (m) desde el nivel del tocón; H= altura total de los arboles (m); ht= altura del tocón (m); hc= altura de la base; Vc= volumen comercial variable en (m3); k= π/40000; α<sub>1</sub>, β<sub>1</sub>, p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>= coeficientes a determinar mediante el ajuste; X= (H-h)/H; q= h/H; hb= altura de la base (m); q= h/H.

**RESULTADOS**
**Características de la base de datos**

Para observar la dispersión de los datos y detectar datos atípicos en la base que se utilizó se graficaron los diámetros y volúmenes acumulados contra las alturas, en donde se puede observar que la base de datos es apropiada para realizar los análisis correspondientes, ya que no se observan valores atípicos (Figura 3).

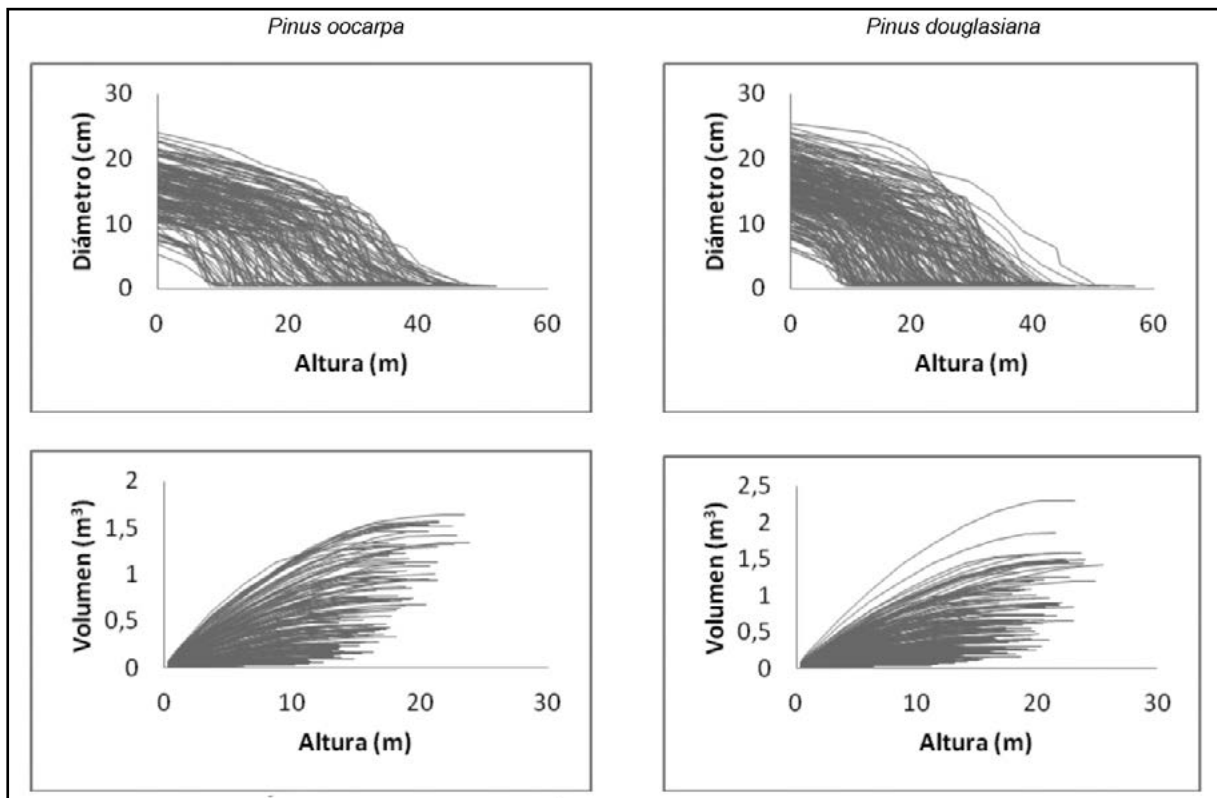
En la Tabla 2 se observa que se cubre un amplio rango de diámetros normales (D), alturas totales (H) y volumen total (Vt) presentes en el área de estudio.

**Ajuste de los modelos de ahusamiento y volumen comercial**

En la Tabla 3 se muestran los resultados del ajuste de los modelos de ahusamiento y volumen comercial. Se puede observar que para *P. oocarpa* el modelo que mejor se ajustó fue el de Cruz et al. (2008), con estadísticos muy similares al modelo de Fang et al. (2000); este modelo presenta mejor ajuste en la ecuación de ahusamiento. En este caso se decidió seleccionar el modelo de Cruz et al. (2008), porque es más simple en su estructura y es de mayor interés hacer predicciones más precisas en la variable volumen.

**Tabla 2.** Estadísticos de las variables usadas en el ajuste de los modelos

Variable	<i>Pinus oocarpa</i>				<i>Pinus douglasiana</i>			
	Máx.	Mín.	Promedio	N	Máx.	Mín.	Promedio	N
D (cm)	46.2	7.4	27.12	163	49.5	7.4	24.36	223
H (m)	23.94	5.34	15.96		25.49	5.83	16.41	
Vt (m <sup>3</sup> )	1.6418	0.01635	0.5568		2.3059	0.01894	0.4654	



**Figura 3.** Diámetros sobre el fuste y el volumen acumulado vs. alturas sobre el fuste.



**Tabla 3.** Estadísticos de ajuste de los sistemas probados de ahusamiento y volumen comercial para *P. oocarpa*

Sistema de volumen compatible	Ecuación de volumen comercial		Ecuación de ahusamiento	
	RCME	R <sup>2</sup>	RCME	R <sup>2</sup>
Clutter (1980)	0.097	0.93	2.08	0.97
Cruz et al. (2008)	0.037	0.99	1.99	0.97
Demaerschalk (1972)	0.041	0.98	2.03	0.97
Fang et al. (2000)	0.040	0.98	1.86	0.97
Fang y Bailey (1999) caso I-a	0.067	0.97	1.95	0.97
Fang y Bailey (1999) caso II-a	0.065	0.97	1.96	0.97
Fang y Bailey (1999) caso II-b	0.060	0.97	1.93	0.97
Kozak et al. (1969)	0.041	0.98	2.05	0.97
Lenhart (1971)	0.106	0.92	2.14	0.97
Piennar y Reheney (1988)	0.108	0.91	2.22	0.95

**Tabla 4.** Estadísticos de ajuste de los sistemas probados de ahusamiento y volumen comercial para *P. douglasiana*

Sistema de volumen Compatible	Ecuación de volumen comercial		Ecuación de ahusamiento	
	REMC	R <sup>2</sup>	RCME	R <sup>2</sup>
Clutter (1980)	0.092	0.93	1.90	0.97
Cruz et al. (2008)	0.036	0.98	1.80	0.97
Demaerschalk (1972)	0.101	0.91	2.09	0.95
Fang et al. (2000)	0.038	0.98	1.62	0.97
Fang y Bailey (1999) caso I-a	0.062	0.96	1.78	0.97
Fang y Bailey (1999) caso II-a	0.061	0.97	1.78	0.97
Fang y Bailey (1999) caso II-b	0.060	0.97	1.80	0.97
Kozak et al. (1969)	0.036	0.98	1.82	0.97
Lenhart (1971)	0.101	0.91	1.99	0.96
Piennar y Reheney (1988)	0.101	0.91	2.09	0.95

En la Tabla 4 se muestran los resultados del ajuste de los modelos de ahusamiento y volumen, en el cual se observa que para *P. douglasiana* el sistema que mejor ajustó para las dos ecuaciones fue el de Cruz et al. (2008); en este caso el modelo de Kozak (1998) también presenta buenos resultados en la ecuación de volumen y no en la de ahusamiento.

En las tablas 5 y 6 se muestran los estimadores y errores estándar de los parámetros obtenidos mediante estimación simultánea, lo cual hace más eficientes los estimadores de los parámetros de ahusamiento y volumen comercial, minimizando los errores en forma conjunta; además de uniformizar los valores de los estimadores en ambas ecuaciones (Borders, 1989).

Aunque los estimadores obtenidos en el ajuste de regresión permanecen insesgados ante la presencia de heterocedasticidad, estos no son los más eficientes (Meyers, 1963; Gujarati, 1988; Kozak, 1998). Por ello, se hizo un análisis gráfico de los residuales del modelo compatible de Cruz et al. (2008), en donde se puede observar que en lo general no se muestra un aumento sistemático en los residuales a medida que aumentan los volúmenes estimados, por lo que se asume que no existen problemas de heterocedasticidad aunque se observan ligeros desajustes del modelo en los árboles de dimensiones mayores, esto debido a poca información en la base de datos para esas categorías (Figura 4).

**Tabla 5.** Estimadores y significancia de los parámetros obtenidos con el ajuste simultáneo de ahusamiento y volumen comercial para *P. oocarpa*

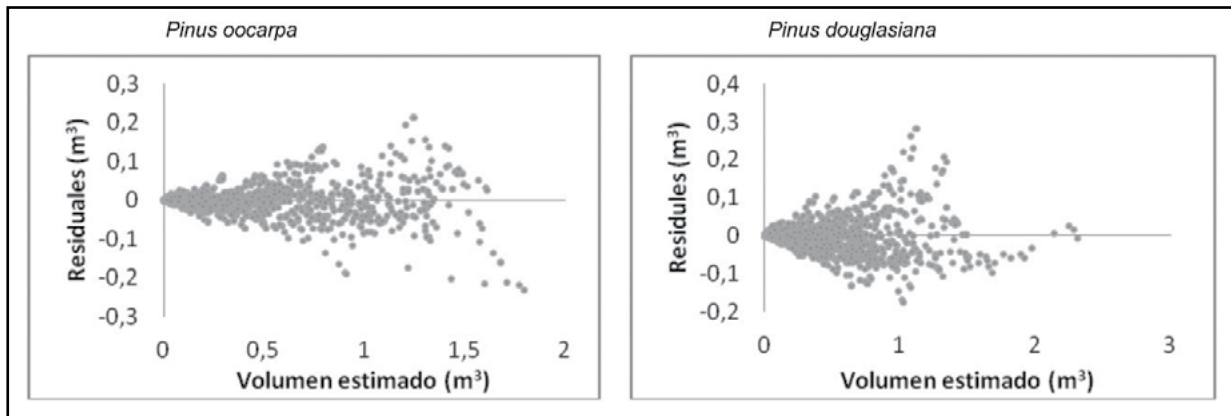
Sistema de ahusamiento volumen	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$p_1$	$p_2$	$\delta$
1)	-9.1948	1.7934	0.9598	0.4147	2.5044	2.3364				
2)					1.5727	0.7851	-0.1934			1.8183
3)					1.1286	1.1806				
4)	-9.5879	1.8867	0.9615		8.55E-06	0.000037	6.2772	0.0332	0.9996	
5)	-9.4602	1.8858	0.9177	0.000035						
6)	-9.3599	1.8651	0.9089	0.000042	1.9606					
7)	-9.2245	1.7276	1.0300	0.000063	1.6586	1.2258				
8)					-1.4523	0.3111				
9)	-9.8672	1.9717	0.9350	0.000032	3.6194					
10)	2.40E-05	1.8253	1.1118	-756E-06	3.7654					

Todos los parámetros fueron significativos al <.0001.

**Tabla 6.** Estimadores y significancia de los parámetros obtenidos con el ajuste simultáneo de ahusamiento y volumen comercial para *P. douglasiana*

Sistema de ahusamiento volumen	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$p_1$	$p_2$	$\delta$
1)	-9.714	1.9378	0.9407	0.4766	3.5171	3.4099				
2)					1.2124	0.2016	1.9232			1.9232
3)					1.1447	1.1521				
4)	-9.8036	1.9860	0.9209		0.000013	0.00004	0.000032	0.0541	0.6576	
5)	-9.6068	1.9604	0.8846	0.000036						
6)	-8.1826	1.5833	0.6737	7.44E-44	-32.4221					
7)	-9.5201	1.8889	0.9396	0.000043	1.8541	1.1106				
8)				-1.4327	0.2753					
9)	-9.9785	2.0222	0.9174	0.000032	3.6460					
10)	0.00002	2.0658	1.1305	0.000016	2.3513					

Todos los parámetros fueron significativos al <.0001.



**Figura 4.** Residuales de volumen vs. volumen predicho del modelo compatible de Cruz et al. (2008).

## DISCUSIÓN

Estos modelos fueron ajustados por Martínez y Fierros (2013) para *Pinus cooperi* y *Pinus engelmannii* en la región de San Dimas, Durango; por Quiñónez Barraza (2009) para las principales especies de *Pinus* en la región norte de Durango, y Hernández (2012) en *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo; se

encontraron ligeras mejorías en el ajuste con el sistema de Fang et al. (2000). También recomiendan como modelo promisorio por sus buenos ajustes y simplicidad el sistema de Cruz et al. (2008), lo que avala la flexibilidad del sistema de ahusamiento y volumen comercial seleccionado en este estudio.

## CONCLUSIONES

El modelo compatible de ahusamiento y volumen comercial de Cruz et al. (2008) fue el que presentó mejores ajustes en ambas ecuaciones tanto para *P. oocarpa* como para *P. douglasiana*, este sistema tiene una estructura simple y por tanto, una fácil implementación, comparado con el sistema de Fang et al. (2000).

Los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial ajustados constituyen una herramienta importante en la planeación del manejo, ya que permiten que los técnicos responsables del manejo de los bosques de la región en estudio estimen de manera precisa la distribución de productos maderables.

## LITERATURA CITADA

- BORDERS, B. E. Systems of equations in forest stand modelling. *For. Sci.*, 35(2): 548-556, 1989.
- CRUZ C. F. et al. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia*, 42: 473-485, 2008.
- FANG, Z. et al. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.*, 46(1): 1-12, 2000.
- GARCÍA, M. E. *Modificación al sistema de clasificación climática de Köppen; para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana*. México, D. F.: UNAM. Instituto de Geografía. 243 pp., 1973.
- GUJARATI, D. *Econometría básica*. México: McGraw-Hill Interamericana. 463 pp., 1988.
- HERNÁNDEZ, P. D. *Modelos de volumen comercial variable para Pinus patula en Zacualtipán, Hidalgo*. Tesis de Maestría en Ciencias. Texcoco, Edo. de México: Colegio de Posgraduados, Instituto de Enseñanzas e Investigación en Ciencias Agrícolas. 69 pp., 2012.
- KOZAK, A. Effects of upper stem measurements on the predictive ability of a variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.*, 28: 1078-1083, 1998.
- LUJÁN, V. L. B. *Modelos de volumen comercial para Pinus durangensis de la región de San Dimas, Durango*. Tesis de licenciatura. Pueblo Nuevo, Durango: Instituto Tecnológico de El Salto. 42 pp., 2012.
- MARTÍNEZ, A. L. y FIERROS, M. R. *Modelos compatibles de ahusamiento y volumen para Pinus cooperi y Pinus engelmannii en la región de San Dimas, Durango*. Tesis de licenciatura. Durango, México: Instituto Tecnológico de El Salto. 41 pp., 2013.
- MAX, T. A. y BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.*, 22: 283-289, 1976.
- MEYERS, C. A. Estimating volumes and diameters at breast height from stump diameters, Southwestern ponderosa pine. US Dept. Of Agriculture Forest Service Research Note RM, 9. 2 pp., 1963.
- PRODAN, M. et al. *Mensura Forestal*. San José, Costa Rica. IICA-GTZ0. 561 pp., 1997.
- QUIÑÓNEZ BARRAZA, G. *Estimación de relaciones alométricas para el manejo forestal del Ejido San Diego de Tezains, Durango, México*. Tesis de maestría. Pueblo Nuevo, Durango: Instituto Tecnológico de El Salto. 36 pp., 2009.
- SAS INSTITUTE INC. *SAS/ETS 9.1 User's Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2004.
- TORRES, R. J. M. y MAGAÑA, T. O. S. *Evaluación de Plantaciones Forestales*. México: Limusa. 472 pp., 2001.

### De páginas electrónicas

- INEGI (INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, GEOGRAFÍA E INFORMÁTICA). *Cuéntame...de México*. Recuperado en enero de 2012, de <http://cuentame.inegi.org.mx>