

NUMERALISMO: UN ASUNTO QUE INCUMBE A TODO EL MUNDO

(Sí, también a usted a quien las matemáticas lo aturden)

SILVIA ALATORRE

Resumen:

Este artículo define la competencia de “numeralismo”: un concepto hermano al de alfabetismo, pero que no se refiere a la lectoescritura de la lengua, sino a todo lo que concierne a las matemáticas (números, geometría, relaciones, estadística, etc.), cuando se presentan no tanto en la escuela, sino en la vida cotidiana, laboral y cívica de los adultos. También define el concepto de “comportamiento numerológico”, que permite evaluar la competencia de numeralismo. Se describe la parte de numeralismo del Programa para la Evaluación Internacional de Competencias de Adultos (PIAAC, por sus siglas en inglés), que realiza actualmente la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. Aunque México no participa en el PIAAC, se reporta aquí un estudio similar realizado a pequeña escala en nuestro país.

Abstract:

This article defines the competence of “numeracy”: a concept related to literacy in language, that deals with numerical literacy in mathematics (numbers, geometry, relations, statistics, etc.) in the employment and civic activities of adults’ daily lives rather than in school contexts. The article also defines the concept of “numerate behavior”, which permits assessing competence in numeracy. The basis of the description is numeracy in the Programme for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC), of the Organisation for Economic Cooperation and Development. Although Mexico does not participate in PIAAC, the article reports on a similar study conducted on a small scale in our country.

Palabras clave: numeralismo, analfabetismo, competencias, educación de adultos, educación y sociedad, enseñanza de las matemáticas, evaluación, México.

Keywords: numeracy, illiteracy, skills, adult education, education and society, mathematics teaching, evaluation, Mexico.

Silvia Alatorre es profesora en el Cuerpo Académico Concepciones y Saberes Matemáticos, del área de Enseñanza y Aprendizaje en Ciencias, Humanidades y Artes, de la Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco. Carretera al Ajusco 24, Col. Héroes de Padierna, delegación Tlalpan, 14200, México, DF. CE: alatorre.silvia@gmail.com

Introducción

Haga usted la prueba: mencione la palabra “matemáticas” en un corrillo de adultos. No pasará mucho tiempo antes de que la gente empiece a relatar sus experiencias como alumno. “Ay, nunca le entendí”, “me gustaban hasta que me tocó un maestro malísimo”, “tuve una maestra que me las hizo divertidas”... Después de un rato, cuando la conversación haya tomado otro giro, mencione la palabra “historia”, o la palabra “biología”. Las reacciones ahora serán diversas; puede ocurrir que la gente se refiera a sus experiencias como alumno, pero también hablarán de otros ámbitos de la vida, del interés por conocer de dónde venimos como sociedad o como seres vivos, de las repercusiones históricas o biológicas de algo de la vida cotidiana... Para muchas personas, la historia o la biología están presentes en una amplia variedad de esferas de la vida, pero las matemáticas no: sólo son un asunto escolar, algo necesario (en general, un mal necesario) para salir adelante en los estudios. Claro, todos sabemos que *se supone* que las matemáticas sirven de algo en la vida real; es más, todos realmente *las usamos* en mayor o menor grado, pero cuando pensamos en las matemáticas eso pasa a un segundo nivel o de plano se olvida.

El conocimiento que tienen los adultos de las matemáticas necesarias para la vida, para el trabajo y para la participación como ciudadanos en la sociedad, así como la capacidad de aplicar ese conocimiento, son conocidos en países de habla inglesa con el término *numeracy*. De manera análoga, “la capacidad para identificar, entender, interpretar, crear, comunicar, calcular y usar materiales impresos y escritos en diversos contextos” se conoce con el término *literacy* (Unesco, 2009). Ambos conceptos implican un aprendizaje continuo para que los individuos cumplan algunas metas, desarrollen su conocimiento y su potencial y participen plenamente en su comunidad y en la sociedad en general (Unesco, 2009). En muchos países, ambos conceptos han sido considerados desde hace décadas como fundamentales en la creación de políticas públicas de educación, tanto para el diseño de planes y programas de la educación formal en todos sus niveles, como para la creación de líneas de educación continua, sobre todo para el trabajo.

En México todo esto está aún en pañales. Una muestra es que no tenemos términos usuales que sean equivalentes a *numeracy* y *literacy* aceptados por todos. En el segundo caso algunas personas hablan de *alfabetismo*: lo opuesto a *analfabetismo*. ¿Y en el primer caso? Hay quienes hablan de “cultura matemática”, o de “alfabetismo matemático”, pero yo prefiero el

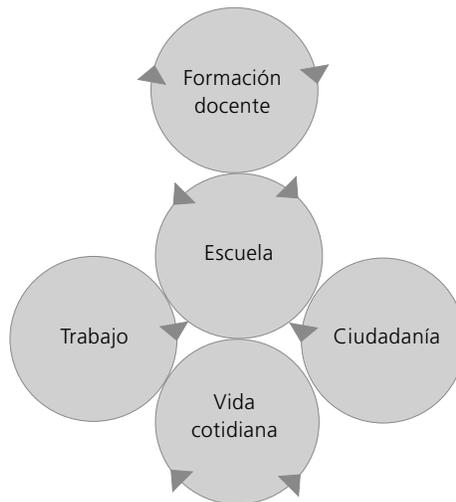
término **numeralismo**, que se está empezando a usar. Y prefiero ese término, a pesar de que tiene el inconveniente que parece referirse exclusivamente a *números* –siendo que abarca muchas más áreas matemáticas que la aritmética– porque es el más parecido *numeracy*, que es el término aceptado en la comunidad internacional aunque tiene el mismo inconveniente.

Un panorama del entorno social

Los distintos ámbitos en los que pueden considerarse tanto el alfabetismo como el numeralismo forman círculos “viciosos” interrelacionados (o virtuosos, según se los quiera mirar) (figura 1): lo que se aprende y se ejerce en la escuela afecta a la vida cotidiana, al trabajo, a la ciudadanía, y lo que se aprende y ejerce en estos tres ámbitos afecta también a los demás.

FIGURA 1

Los ámbitos del alfabetismo y el numeralismo



En la figura 1 he colocado como el círculo superior la formación docente, porque de su calidad (en términos de contenidos, de creencias, de posibilidades de relacionar los aprendizajes propios y de sus alumnos entre los distintos ámbitos, etc.) depende en buena medida el éxito de la generación y aplicación de conocimientos en los demás ámbitos (Alatorre, 2010). Las

interrelaciones de estos círculos se vuelven particularmente álgidas en las condiciones límite en la que se mueven los sectores desfavorecidos de la población: peor situación socioeconómica, formación insuficiente de los maestros, peores condiciones escolares y circunstancias de trabajo, menos opciones para defenderse y desarrollarse en la vida cotidiana, y menos oportunidades precisamente para intervenir, a través de una participación activa en la vida ciudadana, en el posible cambio de esas mismas condiciones.

Las matemáticas que se utilizan en los contextos cotidianos, cívicos y laborales de la vida suelen ser matemáticas simples llevadas a cabo en un entorno complejo. En su mayor parte esas matemáticas corresponden a contenidos que se abordan en la escuela primaria o secundaria, y la complejidad yace no en ellas sino en el contexto, donde la información con la que se cuenta es excesiva o insuficiente o está oculta o no es confiable (y a veces todo ello), donde la interpretación de los resultados está sujeta a reglas que no siempre son explícitas, donde hay que tomar decisiones que involucran también consideraciones éticas o de otro tipo, etcétera. En el otro extremo del espectro están las matemáticas de los profesionales en el campo, que son matemáticas sofisticadas llevadas a cabo en un entorno simple o, de alguna manera, simplificado. Esas matemáticas suelen ser muy complejas, pero el entorno en que se realizan es abstracto: se ha prescindido de todos los elementos que no son necesarios, y a los que se han conservado se los considera solamente en los aspectos que son relevantes para la tarea.

¿Qué matemáticas son necesarias para la vida, para el trabajo y para la participación como ciudadanos en la sociedad? La vida diaria es una fuente de conocimiento matemático y también un campo en el que el éste se aplica. Sin que importe dónde y cómo lo aprendemos, tenemos que poder saber cuánto nos tienen que dar de cambio si pagamos una cuenta de \$115.20 con un billete de \$200, estimar cuánto debemos pagar cuando compramos 76 objetos de \$12.30 cada uno, calcular cuánta tela se necesita para un mantel cuando conocemos las medidas de la mesa, conocer cuánto tenemos que pagar en una máquina expendedora de boletos, entender que una “oferta” de dos por \$279.90 en vez del precio normal de \$136.20 no es una oferta sino un engaño, distinguir que un descuento de 20% calculado sobre un descuento de 50% no es un descuento de 70%, comprender cuánto nos cobran en los recibos de electricidad, agua o teléfono, predecir cuánto vamos a pagar por un crédito, etcétera. Las matemáticas en la vida real pueden variar desde un ejercicio de naturaleza relativamente teórica a una

necesidad material para la supervivencia (Walkerdine, 1990). Imaginemos por ejemplo a estas cuatro mujeres en el acto de comprar queso: *A* elige la mejor calidad sin importar el precio, *B* compara los distintos precios y presentaciones y escoge el queso de mejor precio considerando la calidad, *C* elige el paquete más barato, y *D* pone unas monedas en el mostrador y toma la cantidad de queso que le den por ellas. Sólo para las mujeres *B* y *C* hay realmente matemáticas involucradas; *A* no necesita las matemáticas (aunque probablemente no le cueste trabajo imaginarse en las situaciones de *B* y de *C*), y para *D* la cantidad de queso que reciba será insuficiente de todos modos: ella está más allá incluso de usar las matemáticas como una “necesidad material para la supervivencia” (Elsa Mendiola, comunicación personal).

La globalización ha unificado las necesidades matemáticas que tenemos como ciudadanos: casi todas las personas del mundo están expuestas a información que tiene forma y/o contenidos matemáticos. Necesitamos poder descifrar una gráfica en el periódico sin depender del periodista para su interpretación, participar críticamente en decisiones cívicas mayores como el cambio a fuentes más ecológicas de energía, comprender las reglas para elegir representantes populares, participar en discusiones sobre la distribución del presupuesto nacional, relacionar los números “grandes” asociados a los asuntos nacionales con sus contrapartes “de menor escala” regionales o microrregionales, deducir los efectos de la subida y caída de las tasas de interés, entender que si el salario promedio de ciertos profesionales es de \$8,000 eso no significa que todos ellos perciban esa cantidad, etcétera.

Las necesidades matemáticas que tenemos en nuestros trabajos varían mucho más: cada tipo requiere unas matemáticas distintas. Podemos pensar en un carpintero o una vendedora en un taller de marcos y molduras calculando perímetros, áreas, costos, precios. Podemos pensar en un enfermero calculando el goteo de suero para un paciente, o en una psicóloga estudiando si los puntajes de cierto *test* tienen una distribución normal en la población mexicana. En muchos países, el campo de estudio *Mathematics for the workplace* (matemáticas para el entorno laboral) es motivo de profundas investigaciones y uno de los elementos considerados en el diseño curricular desde la primaria hasta el nivel superior. Sin embargo, no hay en México estudios sistemáticos acerca de las matemáticas del trabajo; podría aventurarse la hipótesis de que esta ausencia está relacionada

con la escasa generación de tecnología mexicana, y con el hecho de que cuando importamos tecnología importamos “todo el paquete”, incluyendo las matemáticas que esa tecnología implica.

Puede ser interesante observar que hay países en los que la instancia gubernamental encargada de estudiar cómo se comporta la población con respecto al alfabetismo y al numeralismo, así como de implementar políticas para su mejora es el ministerio de educación, mientras que en otros es el ministerio del trabajo (y podríamos imaginar que la dependencia gubernamental encargada fuera la relacionada con los asuntos de ciudadanía). Por cierto, en México ninguna Secretaría de Estado, ni la de Educación Pública, ni la del Trabajo, ni la de Gobernación, se han ocupado de las tareas de comprender cómo se comporta la población en estos aspectos o de implementar políticas para su mejora.

A continuación me centraré en el concepto de numeralismo y, en particular, de un estudio internacional de la OCDE que se inició en 2008, el *Programme for International Assessment of Adult Competencies* (PIAAC), Programa para la Evaluación Internacional de Competencias de Adultos. Empezaré esbozando un panorama histórico, para pasar a exponer algunas cuestiones que resultan necesarias para definir el concepto de numeralismo. Después enunciaré las definiciones de PIAAC y comentaré acerca del esquema de evaluación que se usará en ese estudio. En la última sección regresaré nuevamente al caso particular de México.

En la construcción del marco teórico y el armado de instrumentos de la parte de numeralismo de PIAAC hemos participado un grupo de ocho expertos de diversos países bajo la coordinación de Iddo Gal. El análisis que presento en las siguientes cuatro secciones de este escrito está basado en el documento base del proyecto en su globalidad (OCDE, 2009b), el documento teórico que surgió del trabajo de construcción de la parte de numeralismo (Gal y el *Numeracy Expert Group for PIAAC*, 2009), y dos presentaciones de este último realizadas en congresos especializados (Evans, 2009; Evans *et al.*, 2009).

Algunos aspectos históricos

Podría ubicarse el arranque de los estudios sobre numeralismo en los años ochenta del siglo pasado. John Allen Paulos hizo un importante trabajo de divulgación en el que, con mucho humor, recorrió aspectos de la vida cotidiana en los que importan las matemáticas y en los que suelen come-

terse errores (ver, por ejemplo, Paulos, 1982 y 1988). Entre los expertos en educación matemática tal vez los trabajos más conocidos son los de Teresinha Nunes y de Jean Lave. La primera estudió, con varios colaboradores, la diferencia entre las matemáticas escolares y las “callejeras”: las que utilizan por ejemplo vendedores ambulantes para llevar a cabo exitosamente sus compras y ventas (su libro fue editado primero en portugués en 1998, traducido al español en 1991 y luego publicado en inglés con algunos cambios; ver *Carraher et al.*, 2002, y *Nunes et al.*, 1993). La segunda se lanzó al supermercado a ver qué matemáticas usaba la gente en sus compras y cómo lo hacía (Lave, 1988). Un buen resumen de los avances en el tema hasta finales del siglo pasado se encuentra en un breve libro de Richard Noss traducido al castellano (Noss, 1999).

Durante los años noventa se llevaron a cabo dos grandes investigaciones comparativas a nivel internacional: el *International Adult Literacy Survey* (IALS), Estudio sobre el alfabetismo de adultos, en los años 1994-1997, que consideraba el numeralismo como parte del alfabetismo (Kirsch, 2001), y el *Adult Literacy and Lifeskills* (ALL), Alfabetismo y habilidades para la vida de los adultos, de 1998-2000 (International Center for Education Statistics, 2003), donde ya se le empezó a conceder un lugar específico al numeralismo. De manera paralela se hacían también estudios comparativos internacionales sobre los niveles en matemáticas y otras disciplinas de alumnos de los niveles básicos escolares. Los más conocidos son el *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), Estudio internacional de tendencias en matemáticas y ciencias, que se ha realizado con alumnos de primaria y secundaria cada cuatro años desde 1995, y, desde luego, el *Programme for International Student Assessment* (PISA), Programa para la evaluación internacional de alumnos, que organiza la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2009a) con alumnos de 15 años cada trienio desde 2000.

En 2008 la OCDE emprendió un nuevo estudio internacional para la evaluación de competencias de adultos: el PIAAC, que trabaja sobre tres ejes: el numeralismo, el alfabetismo y la resolución de problemas en ambientes tecnológicos, y cuyos resultados estarán listos en 2013. El PIAAC trabaja con dos objetivos principales:

- 1) Identificar y medir diferencias –dentro de cada país y entre los países participantes– en las competencias de alfabetismo y numeralismo para

la era de la información, es decir, en el interés, la actitud y la capacidad de los individuos para tener acceso a información, manejarla, integrarla y evaluarla, para construir nuevo conocimiento y para comunicarse con otros, con el fin de participar de manera efectiva en la era de la información; y

- 2) Evaluar la relación de las competencias de adultos con aspectos de los terrenos personal y social (ingresos, nivel educativo, nivel de empleo, salud, etc.), y con transiciones en puntos clave de la vida, como el paso de la escuela al trabajo. Cabe señalar que mucho del nuevo trabajo de construcción teórica de PIAAC (Gal *et al.*, 2009) está basado en la construcción teórica elaborada para ALL (Gal *et al.*, 2005).

Algunos aspectos conceptuales

En esta sección presentaré muy someramente los principales aspectos que se tomaron en cuenta para definir el numeralismo en PIAAC: el tipo de conocimiento que implica, en qué ámbitos se ejerce y cómo se ejerce.

El numeralismo es una competencia. Según la OCDE, las competencias son estructuras mentales internas, es decir capacidades o disposiciones dentro del individuo. No es lo mismo una destreza que una competencia. Las destrezas son la habilidad para realizar actos motores y/o cognitivos complejos con facilidad, precisión y capacidad de adaptación a condiciones cambiantes, mientras que una competencia es un sistema de acción complejo que abarca destrezas cognitivas, actitudes y otros componentes no cognitivos (Rychen y Salganic, 2003).

El numeralismo se ejerce en distintos contextos y para diversos propósitos. Por un lado, cumple una función similar a la del alfabetismo en las vidas de los adultos (la comunicación, tanto en lo referente a la comprensión como en la expresión), e incluso puede depender de él, por ejemplo cuando una tarea matemática está inmersa dentro de un texto escrito. El numeralismo puede cumplir propósitos prácticos (diseñar, construir, medir), puede ayudar a la comprensión de la sociedad (información numérica y gráfica en documentos públicos) o a la organización personal (dinero, tiempo, viajes), o puede simplemente ser una herramienta que permita lograr mayores niveles educativos (Kindler *et al.*, 1996).

También las matemáticas que se aplican en los puestos de trabajo pertenecen al ámbito del numeralismo. En muchos entornos laborales se habla

de destrezas básicas o competencias fundamentales, relativas no sólo a conocimiento aritmético básico sino a destrezas de otra índole. Por ejemplo, en Estados Unidos se habla por una parte de “destrezas aritméticas”, que abarcan cálculos básicos, conceptos básicos como números enteros y porcentajes en situaciones prácticas, estimaciones razonables y cálculo mental, uso de tablas, así como gráficas y diagramas para obtener o representar información cuantitativa y, por otra, de “destrezas matemáticas”, que consisten en la elección adecuada de la técnica matemática para resolver problemas, el uso de datos cuantitativos para construir explicaciones lógicas de situaciones del mundo real, la expresión de ideas matemáticas y conceptos y la comprensión del papel del azar en la ocurrencia y predicción de eventos (Secretary’s Commission on Achieving Necessary Skills, 1991). Otras fuentes agregan temas como estadística, cálculo mental, razonamiento proporcional, modelación de relaciones y otros.

En el Reino Unido hay un importante grupo de trabajo que se dedica a estudiar el numeralismo en medios laborales con alta tecnología (*techno-mathematical skills*) y a emitir recomendaciones al respecto; ellos resaltan la importancia creciente que tienen las habilidades de interpretación diversa por sobre las habilidades de cálculo (Hoyles y Noss, 2010; Noss y Hoyles, 2010).

Otro de los campos del numeralismo tiene que ver con nuestra vida en sociedad, ya que puede contribuir a que las personas tengan una participación cívica informada y crítica. Es de vital importancia que todos los adultos tengan la capacidad de reflexionar críticamente acerca de la información cuantitativa que se encuentra en diversas fuentes y documentos, y que entiendan cómo ser un consumidor cuidadoso o crítico de argumentos estadísticos de distintas clases (Gal, 2002a; Utts, 2003; Watson y Callingham, 2003).

En algunos países el numeralismo se ha tomado como un asunto de fundamental importancia y se elaboran políticas educativas al respecto: cabe mencionar los casos del Reino Unido (Department of Education and Science, 1982), de Holanda (van del Heuvel-Panhizen y Gravenmeijer, 1991) y de Australia (Kelly *et al.*, 2003).

Un fenómeno reciente que vuelve difusa la frontera entre situaciones de trabajo y situaciones de la vida cotidiana tiene que ver con el uso de herramientas automatizadas y con la tecnología de la información y la comunicación: muchas actividades cuya naturaleza es intrínsecamente

matemática no se perciben como tales. Por ejemplo, los formularios basados en hojas de cálculo, los cajeros automáticos, los teléfonos celulares “inteligentes”, los sistemas de navegación GPS, los “token” para el manejo electrónico de cuentas bancarias y otros implementos tienen un fuerte fundamento matemático aunque esto no sea evidente a simple vista.

Las situaciones en que se pone en juego el numeralismo se pueden clasificar en tres categorías que, por lo demás, no son mutuamente excluyentes: generativas, de interpretación y de decisión (Gal, 2002b). En las situaciones *generativas* la gente debe contar, cuantificar, calcular y manipular números, objetos concretos, elementos visuales, etcétera, para crear o generar nuevos números o estimaciones. En las situaciones *de interpretación* se requiere que se entienda el significado y las implicaciones de mensajes que contienen información de naturaleza matemática o estadística pero que no involucran la manipulación directa de números. Las situaciones *de decisión* requieren que se localicen y consideren muchos elementos de información para determinar una acción, típicamente con una serie de metas que pueden entrar en conflicto entre sí y con restricciones y/o incertidumbre; son situaciones que forman parte de un proceso de resolución de problemas.

Ejemplos de situaciones generativas son calcular la cuenta total en el supermercado mientras se va comprando, saber cuántas cajas hay en un contenedor, medir la superficie que se va a pintar y calcular cuánta pintura se necesitará, llenar una forma para comprar un producto, etcétera. Un ejemplo de situación de interpretación es cuando una persona detecta que la inferencia que pretende hacer una empresa es incorrecta porque se basa en una muestra muy pequeña o no representativa. En cuanto a las situaciones de decisión, pueden implicar una optimización (mejor uso de recursos) o una elección entre varias alternativas (como departamentos para rentar, planes de seguros, o someterse a un procedimiento quirúrgico con probabilidades conocidas de efectos secundarios).

Las situaciones generativas son lo que más se aprende en los contextos escolares tradicionales, y lo que se obtiene en ellas es un resultado que puede ser calificado como correcto o incorrecto. En cambio, las situaciones de interpretación y de decisión son más características de la esfera del numeralismo (aunque deberían también incluirse en programas escolares); las opiniones o decisiones que se obtienen en ellas no pueden ser clasificadas

como correctas o incorrectas, y lo que cuenta es que sean razonables y con argumentos basados en la evidencia. Las situaciones de decisión pueden además estar permeadas por las preferencias y el sistema de valores de la persona que debe tomar la decisión.

El numeralismo y el comportamiento numerológico

En la sección anterior presenté los principales aspectos que encuadran al numeralismo: el tipo de conocimiento que implica, en qué ámbitos se ejerce y cómo se pone en juego. Pero el numeralismo también está intrínsecamente relacionado con las conductas que una persona presenta ante un problema cotidiano de naturaleza matemática; es decir, el numeralismo de una persona se manifiesta en conductas frente a situaciones o contextos que tienen elementos matemáticos o contienen información de naturaleza cuantitativa. Esta parte conductual se conoce en inglés como *numerate behavior*; yo hablaré, si se me permite el neologismo, de “comportamiento numerológico”.

Dentro de este marco, PIAAC elaboró las siguientes definiciones para numeralismo y comportamiento numerológico.

El **numeralismo** es la capacidad de obtener, usar, interpretar y comunicar información e ideas matemáticas, con el fin de participar en una variedad de situaciones de la vida adulta y manejar sus requerimientos matemáticos.

Por su parte, el **comportamiento numerológico** involucra manejar una situación o resolver un problema en un contexto real, al responder a contenidos, información o ideas matemáticas representados de diversas maneras.

El lector se podrá preguntar por qué es necesario definir dos conceptos. La razón de ello es que el concepto fundamental en sí, el numeralismo como una competencia, no depende de una conducta, mientras que, cuando se desea evaluar la capacidad de numeralismo (como en PIAAC), es necesario poder tener un nivel operativo de medición de conductas observables: ahí es donde entra el comportamiento numerológico.

La definición de comportamiento numerológico conlleva cuatro facetas: el contexto, la respuesta, los contenidos y la representación. A continuación, un breve comentario sobre cada una de ellas.

El contexto: Las personas intentan manejar o responder a una situación de numeralismo porque desean satisfacer un propósito o alcanzar una meta.

Puede haber cuatro tipos de contexto, que no son mutuamente excluyentes y que pueden involucrar los mismos temas matemáticos: la vida cotidiana, el trabajo, la sociedad y la educación continua.

La respuesta: En distintos tipos de situaciones de la vida real, la gente puede tener que reaccionar con diversas respuestas, que van desde identificar hasta analizar, pasando por ordenar, contar, medir, interpretar, etcétera. En la vida real pueden ocurrir simultáneamente y de manera dinámica varias de estas respuestas, y cada una puede ir desde lo simple hasta lo complejo. El grado en que ocurren estas dos variaciones depende de diversos aspectos de la situación, como la densidad de la información disponible, la presencia de información distractora, la transparencia de la tarea, las exigencias de lectura y el número de pasos e iteraciones involucradas. Además, a las respuestas les da forma la interacción que hay entre las exigencias situacionales, por un lado y las metas, habilidades, disposiciones, prácticas previas y experiencias de la persona, por otro. Cabe aclarar que la resolución de problemas **no** se ve como un tipo de respuesta *per se*, sino que se considera como parte de las exigencias planteadas por la situación externa. Es decir, la resolución de un problema es frecuentemente la meta a alcanzar, y la manera en que se llega a ella es mediante una o varias de las acciones enlistadas como respuestas.

Los contenidos: La información matemática puede ser clasificada de varias maneras y según diferentes niveles de abstracción. La mayor parte de los currículos escolares se refieren de un modo u otro a estas áreas clave, aunque pueden usar terminologías y agrupamientos diferentes. En PIAAC se consideran cuatro categorías, que son básicamente las mismas que las de los estudios PISA.

La representación: La información matemática en una situación dada puede presentarse o representarse de muchas maneras, desde objetos concretos hasta notación simbólica (numerales, letras, signos de operación, fórmulas), mapas, diagramas, gráficas, tablas, etcétera. Frecuentemente la información matemática está inmersa en elementos de texto que no sólo transmiten la información sino que modifican la forma en que ésta o los resultados de su manejo matemático o estadístico se deben interpretar.

En resumen, he aquí nuevamente la definición de comportamiento numerológico, integrando en ella los componentes de las cuatro facetas:

El **comportamiento numerológico** involucra manejar una situación o resolver un problema...

- 1) ...en un contexto real
 - la vida cotidiana
 - el trabajo
 - la sociedad
 - la educación continua

- 2) ...al responder
 - identificar, localizar, obtener
 - actuar, usar, ordenar, contar, estimar, calcular, medir, modelar
 - interpretar
 - evaluar, analizar
 - comunicar

- 3) ...a contenidos, información o ideas matemáticos
 - cantidad y números
 - dimensión y forma
 - patrones, relaciones, cambio
 - datos y azar

- 4) ...representados de diversas maneras
 - objetos e imágenes
 - números y símbolos matemáticos
 - fórmulas
 - diagramas, mapas, gráficas, tablas
 - textos
 - presentaciones basadas en la tecnología

Por último, hay que agregar que el comportamiento numerológico se funda en la activación de varios factores y procesos que lo pueden modular o facilitar:

- conocimiento matemático y comprensión conceptual
- razonamiento adaptativo y habilidades matemáticas de resolución de problemas
- habilidades de lectura (alfabetismo)
- creencias y actitudes
- prácticas y experiencia relacionadas con el numeralismo
- conocimiento general acerca del contexto o del mundo

La evaluación en PIAAC

Hay una gran diferencia entre evaluar un conocimiento escolar y evaluar un conocimiento dentro de un estudio sobre numeralismo. Véanse por ejemplo estas tres preguntas:

- ¿Cuánto es $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$?
- ¿Cuánto es la mitad de $\frac{1}{2}$?
- Una persona compró $\frac{1}{2}$ kg de crema y usó la mitad para hacer un pastel. ¿Cuánta crema llevaba el pastel?

Desde un punto de vista matemático formal, las tres preguntas son equivalentes. Sin embargo para los adultos no matemáticos se trata de tres preguntas de muy distinta dificultad: en dos estudios realizados en México, los porcentajes de personas que dieron la respuesta correcta fueron, respectivamente, 30%, 81% y 86% (Barot y de la Peña, 1999; Alatorre, de Bengoechea y Mendiola, 2002a). La primera pregunta es descontextualizada y típicamente escolar, la segunda también es descontextualizada y escolar aunque con un lenguaje menos formal, y la tercera está contextualizada en la vida cotidiana. En ese sentido, la tercera es de numeralismo o, mejor dicho, lo más cercana al numeralismo que puede ser una pregunta formulada en un cuestionario.

En un estudio como PIAAC, que pretende medir las capacidades de numeralismo de distintos grupos de personas, lo que se mide está determinado conjuntamente por dos esquemas: uno conceptual y uno de evaluación. Se trata de dos factores interrelacionados; el primero marca las pautas teóricas de lo que se desea medir y el segundo indica cómo se hace la medición; es decir, es la forma operativa del primero. El esquema de evaluación puede reforzar y realzar al esquema conceptual; también puede ocurrir que ambos esquemas entren en conflicto.

Como apunté anteriormente, en el caso de PIAAC, el esquema conceptual que se ha resumido en las páginas anteriores implica una definición fundamental (numeralismo) y una que permite más fácilmente llegar al nivel operativo de medición (comportamiento numerológico). En relación con el esquema de evaluación que se usará, permite hacer una exploración muy fina de las competencias, pero también tiene una serie de restricciones impuestas por la magnitud de la escala y por el contexto internacional.

Muchos estudios han demostrado que la resolución de problemas es muy distinta en los contextos de la vida real y en los de planteamientos escolares, como en el ejemplo recién citado de las tres preguntas sobre la mitad de $\frac{1}{2}$. Uno de los principios que han guiado la evaluación en los estudios sobre numeralismo es la autenticidad y el realismo de las preguntas planteadas (una de las primeras investigaciones al respecto es la de Resnick, 1987). Sin embargo, la aplicación práctica de ese principio puede plantear conflictos, que van desde que en el mejor de los casos el contexto es “realista” y no “real”, lo que no es lo mismo (Ginsburg, Manly y Schmitt, 2006), hasta que en estudios internacionales los contextos deben poder ser igualmente familiares para personas inmersas en distintas culturas. Eso implica que no sólo la selección de los ítems debe ser producto de un riguroso proceso de selección de los contextos y construcción de las tareas, sino que también las traducciones a las distintas lenguas nacionales deben ser muy cuidadosamente planeadas y realizadas.

Otra familia de conflictos entre los esquemas conceptual y de evaluación se refiere al formato de las preguntas planteadas. Para que las preguntas fueran similares a las tareas de numeralismo que realizan los adultos en la vida cotidiana, sería deseable plantear preguntas abiertas y con varias respuestas “correctas” aceptables; sin embargo eso implicaría el entrenamiento de una gran cantidad de evaluadores en cada país y aun así dificultaría la comparación internacional. Por otra parte, el formato de opción múltiple con una sola respuesta correcta, que en general no coincide con el tipo de tareas de la vida cotidiana, es práctico y permite evaluaciones a gran escala, incluyendo la posibilidad de calificación automatizada.

Otro conflicto más surge al considerar qué objetos podrán usar las personas durante la evaluación, en particular si podrán utilizar calculadoras. En los estudios internacionales de numeralismo se le proporciona a cada persona una calculadora y cada quien es libre de emplearla si lo desea; lo que no se puede registrar es si la usa o no, ni para qué y cómo la emplea (¿para hacer todos los cálculos, incluyendo algo como $3+5$?, ¿para verificar una estimación o un cálculo mental hechos previamente?). Pero las calculadoras no son los únicos instrumentos que acompañan las actividades matemáticas: están también los distintos instrumentos de medición, objetos de uso diario como monedas, etcétera. Muchos de esos objetos están intrínsecamente ligados a la cultura específica de algunos lugares (como ciertas balanzas o el ábaco), por lo que también quedan

excluidos de estudios internacionales; en PIAAC, además de la calculadora, sólo se proporciona una regla graduada con las unidades usuales en cada país.

Pero no todo son conflictos entre el esquema conceptual y el de evaluación. PIAAC tendrá un sistema de evaluación computarizado llamado TAO, que permitirá que cada persona vaya siendo evaluada de manera automatizada a medida que vaya respondiendo. Eso a su vez permitirá que la evaluación sea adaptativa (*adaptive testing*), lo que quiere decir que después de una serie de preguntas de nivel de dificultad intermedio el sistema evalúa el desempeño de cada persona y entonces decide si las siguientes preguntas se plantean en un nivel de dificultad mayor o menor. La enorme ventaja de este sistema es que puede obtener una muy buena estimación del nivel de capacidad de cada persona, utilizando menos ítems que en un diseño tradicional, donde todos deben contestar preguntas de todos los niveles de dificultad. Cabe agregar que también habrá una versión tradicional “con papel y lápiz”, para los adultos que no se sientan cómodos con una computadora, pero esa versión, obviamente, será tradicional y no adaptativa.

El sistema de evaluación computarizado está sometido a una serie de restricciones de formato, traducción, forma de ingreso de las respuestas, tiempo, etcétera, la que a su vez impone restricciones sobre el tipo de preguntas que se pueden plantear. En primer lugar, incluso cuando se reconoce que las situaciones auténticas pueden ser complejas y de texto largo, el tiempo de que dispondrá cada persona es limitado, por lo que no hay más remedio que usar preguntas “cortas”. En segundo término, debido a la enorme diversidad de alfabetos, estructuras gramaticales y riqueza semántica, el sistema no puede aceptar respuestas en forma de textos libres, que serían las adecuadas para varias de las formas de respuesta expuestas arriba (como interpretar, evaluar, analizar y comunicar). Aunque se está diseñando una manera de sustituir los textos libres de una forma que quepa en el sistema TAO, se trata de un proceso aún en fase experimental. Es de esperarse que las limitaciones técnicas actuales puedan irse superando y que en futuras aplicaciones de PIAAC el esquema de evaluación se pueda ajustar más al esquema conceptual. Sin embargo, aún con esas limitaciones técnicas el estudio dará una información sumamente valiosa.

Y a todo esto, ¿qué pasa en México?

Como es bien sabido, los resultados de México en los estudios de TIMSS y PISA no son alentadores. En TIMSS México sólo participó en 1995 y a petición del gobierno mexicano los resultados no se hicieron públicos, pero los resultados de PISA sí se han publicado; recientemente se conocieron los de la aplicación de 2009 y los medios insistieron en que hemos mejorado en comparación con la aplicación de 2006. Esto es cierto (cuadro 1); por ejemplo, el porcentaje de jóvenes ubicados en los niveles cero o uno de las pruebas de habilidades científicas, de lectura y matemáticas bajó de 51 a 47%, de 47 a 40% y de 56 a 51%, respectivamente. Sin embargo, sigue siendo cierto que prácticamente la mitad de nuestros jóvenes se mantiene en esos niveles, por lo que están “poco calificados” no sólo para pasar a los estudios superiores sino también para resolver problemas elementales (INEE, 2010 y 2011).

CUADRO 1

Porcentajes de jóvenes mexicanos en los niveles de las tres pruebas de PISA en 2006 y 2009

Nivel	Ciencias		Lectura		Matemáticas	
	2006	2009	2006	2009	2006	2009
0	18	14	21	3	28	22
1	33	33	26	37	28	29
2	31	34	29	33	25	28
3	15	16	18	21	13	16
4, 5 y 6	3	3	6	6	5	5

Comparación con los países de la OCDE considerados globalmente en 2009: los porcentajes de jóvenes en los niveles 0 y 1 combinados fueron 18, 19 y 22% en ciencias, lectura y matemáticas, mientras los de los niveles 4, 5 y 6 fueron 29, 28 y 32%, respectivamente. Estos porcentajes fueron prácticamente iguales en 2006.

Algunos han atribuido estos resultados a que la evaluación está mal construida o a que se miden cosas que a nosotros no nos importan; otros han respondido que ese argumento es como lo que dijo la zorra de la fábula: “esas uvas están verdes”, y que en México nuestra capacidad autocrítica

está muy mermada. En todo caso, ambos tipos de personas podrían tal vez coincidir en lo siguiente: nuestro sistema educativo requiere ser reforzado en ciencia, en lectura y en matemáticas.

En cuanto a los estudios sobre numeralismo, nuestra única participación ha sido la del estado de Nuevo León en ALL. México fue invitado a participar, junto con los demás países de la OCDE y otros que no pertenecen a ella, en el estudio PIAAC, pero decidió no hacerlo; no es claro si las razones de esa declinación yacen en lo económico o en lo político (¿tal vez preferimos no enterarnos?).

A mi entender, salvo esa participación neoleonense en ALL, sólo ha habido en México una evaluación del tipo de los estudios IALS, ALL y PIAAC, aunque a una escala mucho menor. Se trata de una encuesta realizada en 1998 con adultos en las calles del Distrito Federal (en el proyecto original se incluían otras localidades ubicadas en regiones culturalmente distintas y de menor concentración urbana, pero como suele ocurrir el presupuesto no alcanzó para llevarlo a cabo). Los resultados del proyecto, Efecto Remanente de las Matemáticas Escolares (ERME) están publicados en dos capítulos de un libro (Alatorre *et al.*, 2002a y 2002b); aquí comentaré ciertos aspectos de la construcción del cuestionario y algunos de sus principales resultados.

Lo que ERME pretendía era evaluar qué conservan los individuos, a largo plazo, de lo que supuestamente aprendieron de matemáticas en la escuela primaria. Para poder comparar individuos formados con muy diversos planes de estudio (se consideraron adultos de entre 25 y 60 años), el estudio se centró en las operaciones básicas y en la resolución de algunos problemas. Para esto era necesario definir qué se entiende por problema; la definición con la que se trabajó es que un problema es “un cuestionamiento que provoca que una persona ponga en juego sus conocimientos y habilidades y un reto que la obliga a un ejercicio de creatividad, análisis y síntesis para llegar a una solución” (Alatorre *et al.*, 2002a:53). Esta definición implica, por cierto, que lo que es problema para una persona puede no serlo para otra. Por ejemplo, el planteamiento “En la compra de un cuaderno de \$35 y tres lápices se gastaron \$42.50, ¿cuánto costó cada lápiz?” puede ser un problema para un alumno de secundaria pero no lo es para una ingeniera (porque le es demasiado fácil, no le plantea ningún reto) ni para una niña de 6 años (porque le es demasiado difícil, la niña no puede poner en juego sus conocimientos y habilidades).

Aun con ése y otros obstáculos, se construyó el instrumento de ERME con preguntas diseñadas específicamente para medir el uso de matemáticas elementales en situaciones que pudieran ser identificadas por los adultos como similares a las de la vida diaria. Se construyeron 20 preguntas, y cada una de ellas se planteó en dos versiones diferentes: una característicamente escolar y otra perteneciente más bien al terreno del numeralismo; en general la primera era sin contexto y la otra con él. Por ejemplo, la segunda pregunta planteada más arriba (¿cuánto es la mitad de $\frac{1}{2}$?) es del tipo escolar, mientras que la tercera (acerca de la crema y el pastel) es de numeralismo. Con esas 40 preguntas se elaboraron dos cuestionarios; en cada uno de ellos se plantearon 10 preguntas de cada estilo. A cada una de las 1584 personas entrevistadas se le planteó (eligiendo al azar) uno de los dos cuestionarios, y se registraron las respuestas en forma abierta, es decir, no fueron preguntas de opción múltiple; las respuestas fueron clasificadas *a posteriori* en categorías para su análisis.

Además, cada persona contestó también otro instrumento para conocer sus características socio-económico-culturales. Esto permitió cubrir dos líneas de objetivos, similares a los de PIAAC que se describieron más arriba: 1) conocer las competencias que tienen los individuos para manejar la información matemática, integrarla y evaluarla, y 2) evaluar la relación de las competencias de adultos con aspectos de los terrenos personal y social (ingresos, nivel educativo, etcétera).

Los resultados fueron estudiados según diversos ejes analíticos. En promedio, 47% de las respuestas resultaron acertadas, pero ese porcentaje varía, por un lado, de acuerdo con la pregunta (en particular el área matemática en que está basada y si es una versión contextualizada o no) y, por otro, según el entrevistado (en particular su edad, escolaridad, nivel de ingreso, etcétera).

Algunas áreas matemáticas son más fáciles que otras. Entre los contenidos más fáciles están las operaciones básicas con números sencillos, tanto naturales como fracciones; después siguen otros como los problemas con números naturales, entre ellos los de proporcionalidad. Los problemas más difíciles incluyen por ejemplo la equivalencia de medidas de capacidad, los cálculos con números decimales y el cálculo del promedio ponderado. En general, las preguntas con contexto (como la de la crema y el pastel) fueron más fáciles que las que no lo tenían (como la mitad de $\frac{1}{2}$), pero en algunas preguntas se observó el efecto inverso.

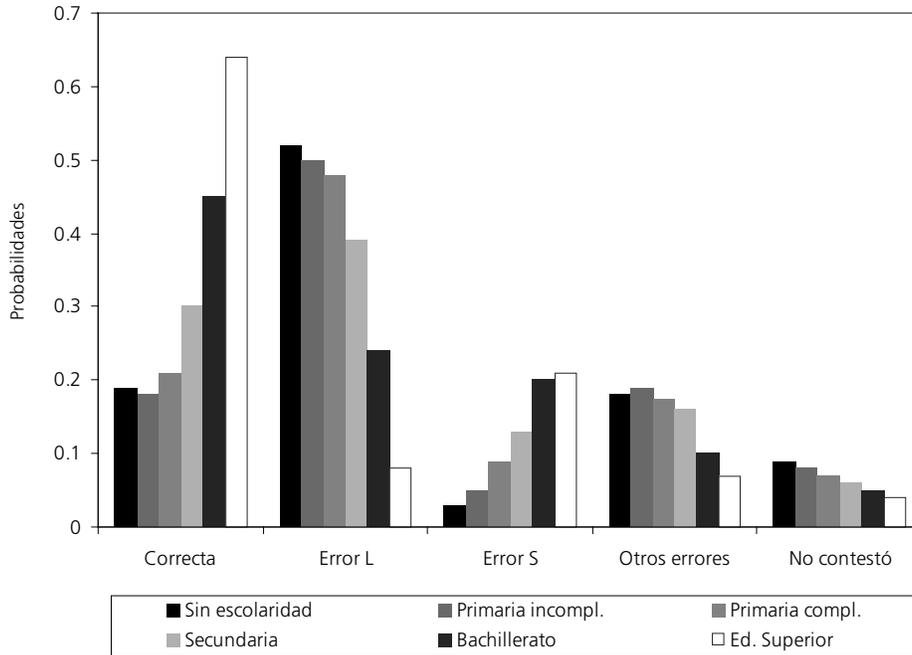
El análisis de los errores cometidos resultó particularmente interesante; entre ellos se encontraron algunos como repetir como respuesta la información del enunciado, hacer operaciones distintas de las indicadas, errar en la aplicación de los algoritmos, agregar o cambiar unidades de medida y dar resultados disparatados.

Pero los errores más graves son los que se catalogaron como “escolares”: falsas concepciones que son generadas por el contexto escolar o en él o, en todo caso, que no son corregidos por él (el término, acuñado en ERME, se ha traducido al inglés como SEE: “*school-engendered errors*”, Alatorre, 2010). La clasificación de un error como escolar se hizo a través de dos tipos de análisis: uno cualitativo del tipo de error, y uno cuantitativo de la frecuencia con la que lo cometen personas de distinto nivel de escolaridad: la mayoría de los errores escolares son cometidos con mayor frecuencia mientras *mayor* sea el nivel de escolaridad de quien los comete, mientras que la mayoría de los errores que no fueron clasificados así son cometidos con mayor frecuencia mientras *menor* sea el nivel de escolaridad de quien los comete; Alatorre *et al.*, 2002a:100).

Voy a presentar un ejemplo de error escolar. Una de las preguntas que se plantearon en ERME era cuál de los números 1.5, 1.30 y 1.465 es mayor; en la versión contextualizada se trataba de las medidas de tres estantes. La literatura (Steinle, Stacey y Chambers, 2002) reporta que al trabajar con el orden entre números decimales las personas (niños y adultos) cometen principalmente dos tipos de errores: el denominado error “L”, que consiste en decir que el número más grande es el más *largo*, y el denominado error “S”, que consiste en decir que el número más grande es el más *corto*. Así, una persona que comete el error “L” dice que de esos números el mayor es 1.465, lo que puede ocurrir cuando lee la parte decimal como si fuera un número entero (y como 465 es mayor que 30 y que 5 deduce que 1.465 es el número mayor); mientras que una persona que comete el error “S” dice que el mayor es 1.5, lo que puede ocurrir cuando piensa que 1.5 está en décimos, mientras que 1.30 está en centésimos y 1.465 está en milésimos (y como los décimos son mayores que los centésimos y los milésimos, el número mayor es 1.5). Las respuestas de los adultos entrevistados en ERME se clasificaron de acuerdo con estos criterios y luego se vio qué relación había con la escolaridad de los sujetos; se obtuvo la gráfica que se muestra en la figura 2.

FIGURA 2
Un ejemplo de error escolar (el error "S")

Entre 1.5, 1.30 y 1.465, ¿cuál es el número mayor?



La probabilidad con la que una persona responde correctamente la pregunta es tanto mayor mientras mayor sea su escolaridad, mientras que la probabilidad con la que una persona comete el error "L" disminuye con la escolaridad (lo mismo ocurre con los "otros errores" y con la no respuesta a la pregunta); estos comportamientos son los que se podrían esperar: una mayor escolaridad ayuda tanto a aumentar la probabilidad de responder adecuadamente como a disminuir la probabilidad de cometer errores. Sin embargo, el error "S" se comporta como la respuesta correcta: la probabilidad de cometerlo aumenta con la escolaridad. Aparentemente el error "S" es generado por el contexto escolar o por lo menos no corregido por él.

En algunos casos los errores escolares pueden ser algoritmos mal aprendidos, en otros pueden ser fórmulas o reglas memorizadas sin comprender para qué sirven ni cuándo se aplican, en otros más pueden ser procedi-

mientos o aprendizajes efectuados de manera incompleta (ése podría ser el caso del “S”). Los errores escolares no sólo impiden aplicar correctamente los algoritmos y procedimientos, sino discernir cuándo es conveniente y cuándo es posible aplicar cada uno de ellos y, lo que es peor aún, conducen a inhibir estrategias para resolver problemas o hacer estimaciones que puede desarrollar el individuo espontáneamente a través de la experiencia, así como a descartar resultados surgidos de ellas.

En cuanto a las variables relativas a lo socio-económico-cultural, en ERME se encontró que las personas alcanzaron mayor cantidad de respuestas correctas mientras mayor era su escolaridad, mayor era su ingreso y menor era el tiempo que habían pasado entre sus últimos estudios escolares y el momento de la entrevista. También se observó que los hombres obtuvieron mejores resultados que las mujeres, aunque este aparente efecto de género podría estar relacionado con el hecho de que muchas más mujeres que hombres se negaron a responder la encuesta (ver también Alatorre *et al.*, 2002b:121-122 y 149-152).

Del estudio se deduce que el efecto de la escolaridad es una moneda de doble cara. Por un lado, la escuela, a partir de la primaria completa, sirvió: los contenidos de matemáticas en la educación básica fueron incorporados al saber de los alumnos y permanecen después de varios años; pero por otro lado, el hecho de que este efecto creciente se manifieste también en los niveles de bachillerato y de licenciatura o posgrado se puede entender como que no bastaron los niveles básicos de educación para adquirir y afianzar los conocimientos básicos. Por otra parte, son particularmente interesantes los sujetos que nunca asistieron a la escuela, quienes obtienen resultados mucho mejores de lo que se podría esperar por su nula escolaridad; hay incluso preguntas en las que dan mejores respuestas que quienes cursaron la primaria de manera incompleta.

Esto muestra que cuando la vida diaria y la escuela compiten por ser escenarios de la adquisición de conocimientos, esta última no es siempre la mejor, y que niveles bajos de escolaridad pueden incluso ser perjudiciales, en el sentido de que obstaculizan el desarrollo del sentido común para la resolución de problemas matemáticos y le sobreponen algoritmos mal aprendidos y peor aplicados (Alatorre *et al.*, 2002b:151).

A modo de conclusión

Como señalé al principio, el numeralismo puede ser visto como algo que incumbe a la esfera educativa, a la esfera social o a la esfera laboral de un

país. El estudio ERME reportado aquí tenía objetivos que se dirigían más a lo educativo que a lo laboral, y concluyó que “no es cierto que todo lo supuestamente aprendido en la escuela se conoce posteriormente, ni que el adulto común [ignora todo lo que tiene que ver con] matemáticas” (Alatorre *et al.*, 2002b:111).

En ese sentido, cualquier estudio de numeralismo en un país puede verse como una evaluación tanto del sistema educativo como de las políticas educativas del mismo. Se trata de una evaluación que es distinta de la que se logra con otros instrumentos como ENLACE, pero con la que también podemos decir –como lo hizo hace un par de años Javier Bracho Carpizo, director del Instituto de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México– que los bajos resultados en matemáticas “no son por falta de talento, sino por la ausencia de una cultura que incentive el saber matemático, porque es muy fácil achacar los resultados a los maestros, cuando no existe un clima social y cultural para el desarrollo de la materia” (*La Jornada*, México, 4 de julio de 2008).

Es obvio, aunque también ha sido demostrado en muchas investigaciones, que el “clima social y cultural” respecto de las matemáticas al que se refiere Bracho está altamente relacionado con el nivel de numeralismo de las personas en un país. Y un grupo de adultos muy especial en cada país son los maestros; coincido con Bracho en decir que no se les puede achacar los bajos resultados en las evaluaciones, pero también creo que los maestros conforman un grupo focal en el que podría radicar parte de la solución al problema.

En este sentido, sería no sólo muy interesante sino particularmente importante que se planteara en México un estudio de numeralismo con la población de maestros, lo que atañería tanto a la esfera educativa como a la laboral. Si se lograra conocer cuál es la capacidad de los maestros “de obtener, usar, interpretar y comunicar información e ideas matemáticas, con el fin de participar en una variedad de situaciones de la vida adulta y manejar sus requerimientos matemáticos”, se podría partir de ahí para emprender un plan de educación continua de esos adultos particulares que son los maestros. Tal vez entonces se podrían prevenir los errores escolares que mostró ERME.

Desafortunadamente, las políticas educativas que rigen en nuestro país aparentemente van más dirigidas a los efectos mediáticos que a apoyar a los maestros en su labor; en 2009 vimos nuevamente cambios en los pro-

gramas y los libros de primaria; habría que preguntarles a los maestros si ellos perciben que esos cambios van acompañados de un real apoyo a ellos en su labor; los de primaria y secundaria son un grupo particularmente vulnerable en el entramado de círculos viciosos de la figura 1; mientras peores sean sus condiciones de formación y de trabajo, peores serán también las condiciones de numeralismo no sólo suyas sino de la población en general. Pero la relación recíproca también es cierta: mientras mejores sean las condiciones de formación y de trabajo de los maestros, mejores serán también las condiciones de numeralismo no sólo suyas sino de la población en general.

Referencias

- Alatorre, Silvia (2010). "What is the relevance of mathematics in issues of social justice?", dentro del panel plenario "Mathematics in different settings", con Jeff Evans (moderador), Henk van der Kooij, Despina Potari y Andy Noyes en Pinto, M. M. F. y Kawasaki, T.F. (Eds.). *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol 1: 109-139, Belo Horizonte, Brasil: PME
- Alatorre, Silvia; de Bengoechea, N. y Mendiola, E. (2002a). "Aspectos temáticos del efecto remanente de las matemáticas escolares", en: de la Peña, J.A. (comp.), *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*, pp. 51-112, México: Siglo XXI.
- Alatorre, Silvia; de Bengoechea, N. y Mendiola, E. (2002b). "Aspectos sociales del efecto remanente de las matemáticas escolares", en de la Peña, J.A. (comp.), *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*, pp. 113-152, México: Siglo XXI.
- Barot, Michael y de la Peña, J.A. (1999). "¿Cuánto tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol en México", *Este País, Tendencias y opiniones*, 95, 54-56.
- Carraher, Terezinha; Carraher, David y Schliemann, Analúcia (2002). *En la vida diez, en la escuela cero*, México: Siglo XXI
- Department of Education and Science / Welsh Office (The Cockroft Report) (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*, Londres: Her Majesty's Printing Office.
- Evans, Jeff (2009). "Sociological frameworks in mathematics education research: global policy trends and adult's mathematics education", en Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. y Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol 2: 236-239, Thessaloniki, Greece: PME.
- Evans, Jeff; Alatorre, S.; Close, S.; Johansen, L. y Maguire, T. (2009). "Investigating Adult Numeracy at the International Level: A first look at PIAAC", *Proceedings of Adults Learning Mathematics 16* (en prensa).
- Gal, Iddo (2002a). "Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities", *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

- Gal, Iddo (2002b). "Dispositional aspects of coping with interpretive numeracy tasks", *Literacy and Numeracy Studies*, 11(2), 47-61.
- Gal, Iddo y el Numeracy Expert Group for PIAAC (S. Alatorre; S. Close; J. Evans; L. Johansen; T. Maguire; M. Manly y D. Tout) (2009). "PIAAC Numeracy Framework", *OECD Education Working Papers*, OECD Publishing. Disponible en: <http://www.oecd.org/edu/workingpapers> (consultado el 24 de noviembre de 2009)
- Gal, Iddo; van Groenestijn, M.; Manly, M.; Schmitt, M.J. y Tout, D. (2005). "Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: A conceptual framework and pilot results", en Murray, S. T.; Clermont, Y. y Binkley, M. (eds), *Measuring adult literacy and life skills: New frameworks for assessment*, pp. 137-191, Ottawa: Statistics Canada.
- Ginsburg, Lynda; Manly, M. y Schmitt, M. J. (2006). *The components of numeracy*, National Center for the Study of Adult Learning and Literacy. Disponible en: http://www.ncsall.net/fileadmin/resources/research/op_numeracy.pdf (consultado el 25 de agosto de 2009).
- Hoyles, Celia, y Noss, Richard (2010). *Improving Mathematics at Work: The Need for Techno-mathematical Literacies*, Oxon: Routledge.
- INEE (2010). *PISA 2006 en México*, Ciudad de México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Disponible en: http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Estudios_internacionales/PISA2006/Partes/pisa200608.pdf (consultado el 16 de noviembre de 2010).
- INEE (2011). *PISA 2006 en México*, Ciudad de México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Disponible en: http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Estudios_internacionales/PISA_2009/Partes/pisa2009-10b.pdf (consultado el 20 de marzo de 2011).
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement (1995). TIMSS. Disponible en: <http://Timssandpirls.Bc.Edu/> (consultado el 25 de agosto de 2009).
- International Center for Education Statistics (2003). *Adult Literacy and Lifeskills Survey*. Disponible en: <http://nces.ed.gov/Surveys/ALL/> (consultado el 25 de agosto de 2009).
- Kelly, Sheilagh; Johnston, Betty y Yasukawa, Keiko (Eds) (2003). *The adult numeracy handbook: reframing adult numeracy in Australia*, Broadway, NSW: NSW ALNARC.
- Kindler, Jan et al. (1996). *Certificates in General Education for Adults*, Melbourne, Australia: Adult, Community and Further Education Board.
- Kirsch, Irwin (2001). *The International Adult Literacy Survey (IALS): Understanding what was measured*. Disponible en: <http://www.ets.org/Media/Research/pdf/RR-01-25-Kirsch.pdf> (consultado el 25 de agosto de 2009).
- Lave, Jean (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- Noss, Richard (1999). *Nuevas culturas, nuevas "numeracy"*, Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Noss, Richard y Hoyles, Celia (2010). "Modeling to address techno-mathematical skills in work", en Lesh, R.; Galbraith, P.; Haines, C.R. y Hurford, A. (Eds) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*, pp. 75-86, Dordrecht: Springer.

- Nunes, Teresinha; Carraher, David W. y Schliemann, Analucia D. (1993). *Street mathematics and school mathematics*, Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- OCDE (2009a). *PISA 2000, 2003, 2006, 2009*: Disponible en: http://www.pisa.oecd.org/document/25/0,3343,en_32252351_32235731_39733465_1_1_1_1,00.html (consultado el 25 de agosto de 2009).
- OCDE (2009b). *Programme for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC)*. Disponible en: <http://www.oecd.org/dataoecd/13/45/41690983.pdf> (consultado el 30 de abril de 2009).
- Paulos, John A. (1982). *Mathematics and Humor: A Study of the Logic of Humor*, Chicago: The University of Chicago Press.
- Paulos, John A. (1988). *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and its Consequences*, Nueva York: Hill and Wang.
- Resnick, L.B. (1987). "Learning in school and out", *Educational Researcher*, 16, 13-20.
- Rychen, Dominique Simone y Salganic, L.H. (2003). *Key competencies for a successful life and a well-functioning society*, Gottingen, Alemania: Hogrefe & Huber.
- Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills (1991). *What work requires of schools: A SCANS Report for America 2000*, p. 83. Washington, DC: Dept. of Labor.
- Steinle, V.; Stacey, K. y Chambers, D. (2002). *Teaching and learning about decimals*, CD Rom, Melbourne: The University of Melbourne.
- Unesco (2009). *The plurality of literacy and its implications for policies and programmes*. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001362/136246e.pdf> (consultado el 25 de agosto de 2009).
- Utts, J. (2003). "What educated citizens should know about statistics and probability". *The American Statistician*, 57(2), 74-79.
- Van den Heuvel-Panhuizen, Marja y Gravemeijer, K. P. E. (1991). "Tests are not all that bad: An attempt to change the appearance of written tests in mathematics instruction at the primary school level", en Streefland, L. (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school*, Utrecht: Freudenthal Institute.
- Walkerdine, V. (1990). "Difference, cognition, and mathematics education", *For the Learning of Mathematics*, 10 (3), 51-56.
- Watson, J.M. y. Callingham, R. (2003). "Statistical literacy: A complex hierarchical construct", *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3-46.

Artículo recibido: 17 de noviembre de 2010

Dictaminado: 25 de febrero de 2011

Segunda versión: 21 de marzo de 2011

Aceptado: 21 de marzo de 2011