

LOS PROGRAMAS DE MATEMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA MEDIA COSTARRICENSE

Hugo Barrantes

Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas,
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
ECEN, Universidad Estatal a Distancia
hugobarrantes@costarricense.cr

RESUMEN

Se realiza un balance histórico general sobre los programas de estudio de matemáticas en la enseñanza media costarricense, distinguiéndose tres etapas en cuanto a la concepción de tales programas: una anterior a 1964, otra de 1964 a 1991 y, finalmente, los posteriores a 1991. Se analiza con mayor énfasis el programa de estudios vigente (promulgado en el año 2001).

ABSTRACT

We give a general historical summary of Costa Rican High School mathematics programs, dividing them into three stages: before 1964, from 1964 to 1991 and, finally, from 1991 to the present day. The current program (promulgated in 2001) is analyzed more carefully.

PALABRAS CLAVE

Educación, matemática, programas de enseñanza media

INTRODUCCIÓN

Buena parte del tipo de formación educativa que recibe la población joven de nuestro país se ve reflejada en los programas de estudio que las autoridades correspondientes promulgan, cada cierto tiempo, para la enseñanza primaria y secundaria. Estos programas han ido evolucionando a lo largo de nuestra

historia a la par de la evolución del concepto de currículo. Así, han pasado de ser un simple listado de asignaturas y en cada una de ellas un listado de contenidos, como sucedió a finales del siglo XIX y principio del siglo XX, a convertirse en documentos en donde los aprendizajes se ordenan de modo sistemático y se complementan con la incorporación de contenidos, sugerencias metodológicas, sugerencias de evaluación y una serie de elementos que orientan mucho mejor al docente en su labor en el aula y en la concepción general de la enseñanza de su asignatura (BOLAÑOS y MOLINA 2002).

Nos proponemos aquí una breve descripción y análisis de la evolución de los programas de matemáticas para la enseñanza media costarricense.

LOS PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS ANTES DE 1964

En primer lugar es necesario observar que, en nuestro país, hasta mediados del siglo XX, la enseñanza media se encontraba poco extendida. Podemos mencionar que en 1886 solo funcionaban tres instituciones oficiales de segunda enseñanza: el Instituto de Heredia, el Instituto Universitario en San José y el Colegio San Luis Gonzaga en Cartago. A partir de 1886 se clausuró el Instituto de Heredia, el Instituto Universitario se convirtió en el Liceo de Costa Rica (1887) y se crearon el Colegio Superior de Señoritas (1888) y el Instituto de Alajuela (1889). En 1915 se creó la Escuela Normal en Heredia; este centro educativo funcionó también como institución

de enseñanza media hasta 1940. También funcionaron algunos colegios privados de segunda enseñanza. Además de la poca cantidad de instituciones de enseñanza secundaria, éstas estaban concentradas en el Valle Central (QUESADA 1991). Sin embargo, desde finales del siglo XIX, las autoridades educativas se preocuparon por la redacción de programas de estudio que fueran cumplidos por todos los centros de segunda enseñanza del país.

Conforme con la época, en la que predominaba la escuela tradicional, estos primeros programas constituían todo el *currículum*. Como lo señala RUIZ (1996), los programas en la escuela tradicional constituyen un listado de contenidos que el docente deberá desarrollar; su prioridad es el cumplimiento del programa y no el aprovechamiento de los alumnos. Esta característica se observa en los programas de matemáticas que se promulgaron hasta mediados del siglo XX para la enseñanza media en nuestro país. En términos generales, estos programas estaban constituidos por un listado de contenidos a desarrollar; solamente en algunos casos se agregaba algún tipo de indicaciones generales. Estas indicaciones tenían que ver con aspectos generales de la educación o de las matemáticas, pero estaban ausentes los aspectos didácticos, metodológicos o de evaluación.

Durante este período los programas estaban sustentados en los contenidos clásicos de matemáticas: Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría. En algún caso los programas incluyeron ciertos temas especiales. A continuación realizamos una breve reseña de ellos. Los contenidos específicos pueden consultarse en el anexo.

En 1892 se redactó un programa de estudios de matemáticas para la enseñanza media. Este programa constaba de los temas clásicos mencionados arriba y proporcionaba un listado de contenidos a desarrollar. Agregaba una lista de textos que se recomendaba para ser utilizados. Se mencionan: *Curso superior de Aritmética y Geometría* de Vintéjoux, *Aritmética* de Cortázar, *Tablas de logaritmos* de Quiépo, *Tratado de Geometría Elemental* de Cortázar, *Trigonometría* de Cortázar, *Tablas Trigonométricas* de Quiépo y *Eléments de Géométrie descriptive* de Duffailly. Además se proponían una serie de textos para consulta, entre

ellos, *Ejercicios prácticos de Aritmética y Geometría* de Terry, *Arithmétique* de Leysse, los textos de Aritmética de Lacroix, de Ferry y de Sánchez Vidal, los textos de Geometría de Combette y de Rouché, *Cours de Trigonometrie* de Rebière y *Tratado de Geometría descriptiva* de Leroy (SECRETARÍA DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA 1892).

En 1904 el señor Zacarías Salinas, Director del Liceo de Costa Rica, redactó nuevos programas para la enseñanza media. Estos programas sí contemplaban algunas declaraciones de principio en las cuales estaban sustentados. Establecen algunos fines de la enseñanza secundaria:

“1. Desarrollar y fortalecer la capacidad del alumno, desarrollándola; 2. Nutrir su espíritu de conocimientos útiles para la vida; 3. Cultivar en él los buenos sentimientos del corazón y formar su carácter; es decir, continuar la educación integral del hombre, cuyos principios han sido puestos ya por la escuela primaria.” (SALINAS 1904)

En cuanto a matemáticas, el programa proponía que la enseñanza de esta disciplina en los liceos debería tener como objetivo principal desarrollar la habilidad lógica y proveer seguridad y habilidad en los cálculos numéricos, así como desarrollar la intuición geométrica y obtener destreza en el dibujo de figuras (SALINAS 1904). Sostenía que la matemática debía tener un fin formal, como destreza intelectual; más que un fin utilitario de las matemáticas, importaba el fin formal. En cuanto a los contenidos seguía el modelo tradicional.

En 1908, una comisión compuesta por los directores de los centros de Segunda Enseñanza, redactó nuevos programas que fueron aprobados en marzo de 1909. En ese entonces, la Enseñanza Media estaba compuesta de dos ciclos; el primero era el Ciclo de Estudios Generales y en el Segundo ciclo se optaba por Humanidades, Comercial, Técnica, Agrícola o Normal. Se redactaron entonces programas para el ciclo de Estudios Generales y programas específicos para cada una de las opciones del Segundo Ciclo. Los cambios con respecto a los programas anteriores solo son de forma y específicamente se refieren a ciertos cambios en el orden de presentación de los temas.

En 1921 se promulgaron nuevos programas de estudio; el de matemáticas consistía simplemente de un listado de contenidos a desarrollar durante los cinco años de estudio. Destaca en este programa la inclusión de varios temas que aún hoy están fuera de la enseñanza media costarricense; estos son: números imaginarios; progresiones aritméticas y geométricas; elementos de trigonometría esférica; variaciones, permutaciones, combinaciones; introducción al cálculo diferencial (derivadas de una suma, producto y cociente y aplicaciones a máximos y mínimos); geometría analítica (línea recta, parábola, elipse, hipérbola). Sin embargo, dado lo escueto de la exposición del programa, resulta difícil establecer con qué grado de profundidad se proponían estos temas.

El programa de 1929 se limitaba a una lista de los contenidos. En lo que respecta a matemáticas, se mantiene el tema de progresiones aritméticas y geométricas que aparecía en el programa de 1921, pero se excluyen los restantes temas anotados en el párrafo anterior.

En 1939 se promulgaron nuevos programas para la enseñanza media. En la presentación misma de ellos se indica que no todos los programas tienen diferencias esenciales con respecto a los que estaban vigentes. De hecho, en cuanto a contenidos, el de matemáticas es prácticamente el mismo programa aprobado en 1929. Sin embargo, sí se hace un aporte en cuanto a la declaración de los principios que los sustentaban. Al respecto se decía:

“La tendencia general de estos nuevos programas es despertar en los alumnos el verdadero espíritu matemático que se adquiere, en forma especial, por medio de la resolución de problemas de carácter práctico en los cuales han de aplicar los teoremas y fórmulas cuya existencia deben conocer sin dar, eso sí, importancia fundamental a la demostración de esos teoremas y a la investigación de esas fórmulas. ... conocido el teorema, demostrada la verdad que encierra, inducida la fórmula aplicable, no se ha de exigir al alumno que recuerde esa demostración ...” (SECRETARÍA DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA 1939).

Nuevamente se promulgaron programas en 1951. Aquí se empieza a denotar un cambio en cuanto

a la concepción de lo que debía ser el *currículum*; además de un listado de contenidos, se establecen otros aspectos que debían tenerse en cuenta en la ejecución, se percibe la influencia de la Escuela Nueva, que centra la atención en el proceso de aprendizaje. De hecho, el programa de matemáticas contenía indicaciones bastante pormenorizadas sobre la forma en que debía enseñarse la materia. Exponía con detalle los propósitos de ella y las ideas centrales que debía seguir el profesor a la hora de enseñarla. Se sigue dando énfasis a la importancia de establecer problemas relacionados con situaciones reales. Por ejemplo, establece que “Los problemas de esta materia deben buscarse en la vida del comercio, la industria, la agricultura, en las funciones de comunicaciones aérea, marítima y terrestre, en la edificación, etc.”. (MEP 1951). Sin embargo, los contenidos programáticos no diferían del programa anterior, basados en Aritmética (I año), Álgebra y Geometría Plana (II, III y IV año) y Trigonometría y Geometría del Espacio (V año).

Como se deduce de lo que expusimos arriba, los programas de matemáticas para la enseñanza media costarricense tuvieron pocos cambios hasta la década de los años 50 del siglo XX. La concepción curricular está centrada en la escuela tradicional, énfasis del programa sobre el alumno, salvo el de 1951 que más bien está orientado en el sentido de la Escuela Nueva que enfatiza el proceso de aprendizaje. En cuanto a los contenidos, todos ellos se enmarcan dentro de las matemáticas de corte “clásico”: aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, considerados además como compartimentos diferentes dentro de las matemáticas, con poca o ninguna relación entre sí. Aunque algunos programas proporcionan elementos de carácter explicativo en cuanto a la enseñanza de las matemáticas y los principios que los sustentan, esto no fue en realidad una preocupación fundamental en la promulgación de tales programas.

DEL PROGRAMA DE 1964 AL DE 1991

Con el comienzo de la década de los años 40 del siglo XX, el país inicia un período de cambios profundos en diferentes aspectos: políticos, económicos, culturales y educativos. Parte de ello es la creación de la Universidad de Costa Rica, que tendría influencia en los cambios, especialmente educacionales y

culturales. Por otra parte, el aumento demográfico y su comportamiento en los cambios estructurales en los aspectos social y económico influyeron en el cambio educativo que se inicia en la segunda mitad de dicho siglo. Esto permitió el surgimiento de un período de planteamientos educativos importantes, que desembocó en la promulgación de la Ley Fundamental de Educación en 1957. En esta Ley se establecen los principios sobre los que se asentaría el sistema educativo nacional hasta la fecha (RIVAS y MONGE 1978).

En el plano de la enseñanza media se pueden mencionar algunas de las consecuencias más visibles: por una parte, una ampliación de su cobertura tanto en cuanto al número de instituciones educativas de ese nivel como en su distribución geográfica; por otro lado, se emprendió un plan de reforma en la Segunda Enseñanza que desembocó en un informe, en 1958, que representaba un Plan de Desarrollo de la Segunda Enseñanza. Este informe cubría todos los aspectos involucrados en un proceso de cambio. Sin embargo, por diferentes razones, el movimiento por la reforma perdió su ímpetu hasta el año 1962 en que se retomó, para tratar de poner en marcha la reforma. Esto implicó, en particular, la creación de comisiones redactoras de programas de estudio de las diferentes asignaturas.

La anterior era la situación interna del sistema educativo nacional en esa época, pero, coyunturalmente, se había iniciado en el plano internacional un movimiento tendiente a reformar la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio. Este movimiento se inició en algunos países desarrollados, con Estados Unidos y Francia a la vanguardia y se basaba en el supuesto de que existía una gran brecha entre las matemáticas que se hacía en las universidades y la que se enseñaba en el nivel medio y de que era necesario cerrar esa brecha. Para ello se enunciaba que la matemática enseñada al modo tradicional no servía y que la que se hacía en las universidades sí era útil y que se podía trasladar a los niveles inferiores sin muchos problemas (BARRANTES y RUIZ 1998).

Estas dos situaciones, la nacional y la internacional, facilitaron la aprobación de los programas de estudio de matemáticas con el enfoque que finalmente se dio. En 1964 se aprobó la primera parte de

los nuevos programas de estudio: su fundamentación teórica y los contenidos e indicaciones para el I año de enseñanza media. El programa para el II año se aprobó en 1965 y los restantes en los años siguientes. Los programas de matemáticas cuya puesta en práctica se inició en 1964 presentan cambios sustanciales con respecto a los que se habían utilizado en años anteriores. En primer lugar, presentan una amplia justificación de las ideas que proponen y que sustentarían todos los cambios introducidos con respecto a los programas tradicionales. En todo el documento se pone de manifiesto la enorme influencia que los propulsores de las matemáticas modernas tuvieron en la redacción de estos programas.

En cuanto a los contenidos el programa establecía que cada año se retomaran los contenidos fundamentales del año anterior y se profundizaran y establecieran nuevas relaciones y posibilidades, es decir, los contenidos debían “expandirse concéntricamente” (VILLALOBOS 1971). Además del enfoque novedoso, los programas incluían una serie de temas nuevos tales como: conjuntos; nociones elementales de lógica; estadística y probabilidad.

Cuando el resto del programa de matemáticas de esta época entró en vigencia, a partir de IV año el estudiante optaba por la rama de Ciencias o la rama de Letras. El programa de matemáticas de la rama de Ciencias contemplaba, además de los temas tradicionales, los siguientes: funciones; funciones exponenciales y logarítmicas; estructuras algebraicas (grupos, anillos); números complejos; progresiones aritméticas y geométricas. Es notable la desaparición del tema de Geometría del Espacio.

Además de la inclusión de tópicos novedosos como el estudio de los conjuntos, la introducción de las estructuras algebraicas o el estudio de funciones, debemos mencionar que un aspecto importante de estos programas es que aún los temas clásicos deben desarrollarse con cierto enfoque. Por esto, al final de la lista de contenidos se introduce una serie de explicaciones bajo el título de “Análisis del programa”. En este apartado se explica con bastante detalle cómo deben desarrollarse los contenidos propuestos. Aunque muchos de los temas de estos programas aparecen también en los programas clásicos, su enfoque está permeado por la influencia de la matemática moderna; éste se nota claramente en

las explicaciones mencionadas. Por ejemplo, en el programa de primer año, se hace hincapié en la necesidad de enfatizar que "... estas propiedades de los números son independientes de los numerales que los representan...", también "... definir la recta como intersección de dos planos, usando el simbolismo de las operaciones definidas entre conjuntos...", etc. (MEP 1964).

El tipo de enseñanza de las matemáticas impulsado por este programa (1964) nos parece erróneo, tanto es así que poco después de su puesta en marcha comenzaron a surgir problemas de diferente índole, desde la escasa preparación de los profesores para asumir el reto hasta las dificultades para los estudiantes debido al elevado grado de abstracción con el que se presentaban los temas, pasando por un aprendizaje que se convirtió también en memorístico (cosa que supuestamente se pensaba erradicar) en un sentido diferente, convirtiéndose las matemáticas, para el estudiante, en un lenguaje sin significado. Sin embargo, como efectos colaterales, este programa tuvo algunas virtudes: hacer ver la interrelación entre las diferentes ramas de las matemáticas, introducir temas muy relevantes como es el caso del estudio de las funciones. A pesar de las dificultades mencionadas, los conceptos con respecto al tipo de matemáticas que debía impartirse en los colegios siguió vigente por varios años más.

Para el año 1972 se aprobaron nuevos programas de estudio de matemáticas para la enseñanza media. En términos generales estos programas siguieron los mismos lineamientos que los programas de 1964. De hecho, en su presentación se dice "El programa (...) presenta un *currículum* matemático con conjunto, números, relaciones, operaciones y símbolos que le permiten expresar de mejor manera sus ideas matemáticas" (MEP 1972). Es interesante notar la referencia que el mismo programa hace a los de la Escuela Primaria:

"En los dos primeros ciclos el Programa se ha extendido más allá de la Aritmética: obsérvese, por ejemplo los contenidos sobre Conjuntos y Geometría y el empleo de formas proposicionales desde el inicio de la escuela." (MEP 1972).

En cuanto a los contenidos, el programa de 1972 establecía básicamente los mismos que el

programa de 1964 en cuanto al tercer ciclo se refiere. Para el ciclo diversificado, en esos años, el plan educativo contemplaba un núcleo común para todos los estudiantes y un núcleo optativo. Para el núcleo común, en matemática, además de los temas tradicionales se estudiaba el tema de funciones. En el núcleo optativo se estudiaba vectores en R^2 (operaciones con vectores, producto escalar, etc.); el conjunto de los números complejos; elementos de cálculo (límites, derivadas).

Es importante hacer notar que el programa de 1972 establece, además de la lista de contenidos, los objetivos de aprendizaje específicos que se deben lograr y las actividades que pueden ser desarrolladas para lograr los objetivos. En ese sentido el programa es una mejor guía para el docente que la mayoría de los programas considerados hasta entonces.

El programa de 1979 es casi idéntico al de 1972, tanto en lo que se refiere a su presentación: algunas explicaciones generales, una lista de objetivos generales de enseñanza de las matemáticas, un listado de temas a desarrollar, con objetivos y actividades correspondientes, como en lo que respecta a los contenidos a desarrollar.

Así, el programa de matemáticas de 1964 siguió influyendo visiblemente en todos los programas siguientes tanto en los contenidos como en el enfoque. De hecho, aunque los programas de 1972 y 1979 presentan algunas características distintivas en cuanto a su forma (objetivos, actividades), siguen siendo en los otros aspectos muy parecidos al de 1964; los cambios tuvieron que ver casi solamente con el nivel donde se ubicaban los contenidos y, en algunos casos, la supresión de ciertos temas.

La inconformidad con algunos de los postulados de los programas de 1964, que se conservaron más o menos explícitamente hasta el programa de 1979, se vio reflejada de una u otra manera en los programas promulgados a partir de 1991. Si bien a partir del programa de 1991 no se vuelve en realidad a lo sucedido antes de 1964 sí desaparecen algunos contenidos y se percibe un cambio en el enfoque; se deja un poco de lado el formalismo.

DE 1991 A NUESTROS DÍAS

Puede decirse que el de 1991 es el primer programa que se promulga cumpliendo con la mayoría de los estándares que deben considerarse desde el punto de vista actual de la teoría curricular que considera el currículo como “un sistema en el que entran en juego una serie de elementos que permiten el desarrollo de experiencias de aprendizaje” (BOLAÑOS y MOLINA 2002). Según esto, el programa de estudios debe contener el “conjunto de objetivos, contenidos, actividades, metodologías y sistemas de evaluación de una materia o asignatura” (PALLADINO 1995). En su presentación, el programa de 1991 establece que

“todo programa de estudio debe contestar a cuatro preguntas básicas:

- a. ¿Para qué se aprende y enseña?
- b. ¿Qué se aprende y enseña?
- c. ¿Cómo se aprende y enseña?
- d. ¿Cómo determinar el logro en términos de aprendizaje?” (MEP 1991)

Para concretar lo anterior, dicho programa se presenta mediante una lista de objetivos, situaciones de aprendizaje y estrategias de evaluación.

Presenta, además, una lista de perfiles de la educación académica para el III y el IV ciclo y, adicionalmente, describe una lista de veintiséis procesos de aprendizaje que deben desarrollarse con los alumnos; estos procesos se refieren a: adquirir nociones, analizar, resolver problemas, clasificar, comparar, observar, inferir, organizar, etc. Finalmente, presenta un enfoque general de la asignatura en el que se establecen los fines, el objeto, el propósito y otros aspectos de las matemáticas (MEP 1991).

En lo que a contenidos se refiere, inferidos de los objetivos y actividades puesto que no viene una lista explícita de ellos, además de los contenidos tradicionales (aritmética, álgebra, geometría, conjuntos numéricos, trigonometría) en este programa aparece nuevamente el tema de estadística y desaparece el tema de conjuntos y otros temas introducidos en la reforma de 1964 y que se habían conservado hasta el programa de 1979; tampoco aparece el tema de cálculo.

En 1995 se revisaron los programas y se promulgaron nuevos. Estos ofrecen, como se indica en su presentación “... una visión integrada de la acción pedagógica: objetivos, contenidos, procedimientos, valores y actitudes, y criterios de evaluación.” (MEP 1995).

En primer lugar el programa presenta una justificación en la que se establece la necesidad del fortalecimiento de la formación matemática, tanto por su importancia desde el punto de vista cultural y de formación del pensamiento como por ser una herramienta útil en el desarrollo científico y tecnológico. Esta importancia se denota en “las calidades de la formación matemática como un mecanismo indispensable para el desarrollo de las capacidades analíticas, lógicas, de síntesis y criticidad cognoscitivas, del razonamiento inducido y la abstracción.” (RUIZ 2000).

A continuación el programa establece una explicación sobre la metodología, en la que se destaca que las sugerencias metodológicas deben fundamentarse en diferentes aspectos como los enfoques constructivista, humanista y racionalista, las especificaciones de edad del educando y la continuidad con los programas de la enseñanza primaria. El enfoque constructivista se justifica por la tendencia a fomentar los aspectos constructivos de las nociones matemáticas, los aspectos intuitivos y los procesos más que los resultados acabados.

Se establecen las áreas para el tercer ciclo: Aritmética, Álgebra, Análisis, Geometría, Trigonometría y Estadística, enfatizando en la necesidad de que el tratamiento de los temas se haga de forma integrada. Se establecen estrategias de evaluación, puntualizando en la continuidad del proceso y en la necesidad de que además de numérica, para discriminar aquellos estudiantes que alcanzan los objetivos de los que no lo hacen, ésta debe tener también un carácter correctivo, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La lista de objetivos de aprendizaje que el programa presenta es amplia, minuciosa y, a la vez, muy clara en cuanto a lo que se desea que el estudiante aprenda en cada uno de los temas. Además, con la lista de contenidos correspondiente, se establecen los procedimientos para desarrollarlos, los

valores y actitudes a contemplar y los criterios de evaluación correspondiente. Desde el punto de vista de los contenidos, se presentan los clásicos en este ciclo y se agrega, a partir de 1996, dos temas nuevo que son: una introducción al estudio de la estadística y elementos de cálculo (específicamente límites).

En los años posteriores a 1995 los programas han sufrido algunas revisiones pero se han mantenido prácticamente sin cambios significativos en el resto del período. El programa actualmente vigente data del año 2001.

El programa vigente incluye los diferentes aspectos considerados en el de 1995, aunque de forma aún más detallada en sus diferentes facetas; por otra parte, presenta la novedad de los ejes transversales, entendidos como la inclusión del componente ético dentro del quehacer educativo como aspecto relevante dentro del currículo, estos no son contenidos adicionales sino una variable presente a lo largo de todo el ciclo de estudios (MEP 2001). En ellos se incluye la educación en valores, la vivencia de los derechos humanos, la democracia, la paz, la conservación, el respeto a las diferentes formas de vida, la salud personal y social y la prevención de riesgos y desastres.

En cuanto a los contenidos, no difieren sustancialmente de los expuestos en 1995. Los temas a desarrollar son los siguientes:

- *Sétimo año.* Geometría, números enteros, números racionales.
- *Octavo año.* Álgebra, geometría y estadística.
- *Noveno año.* Números reales, álgebra, geometría y trigonometría.
- *Décimo año.* Funciones: conceptos básicos, funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas. Álgebra: polinomios y expresiones racionales.
- *Undécimo año.* Geometría plana y del espacio y funciones trigonométricas.

Es notoria la desaparición del tema de elementos de cálculo infinitesimal, aunque en la realidad, por diferentes razones, en general este tema que aparecía en los programas no fue desarrollado en las aulas.

CONCLUSIÓN

Podemos establecer tres etapas bien diferenciadas en cuanto a los programas de estudio de matemáticas para la enseñanza media costarricense. La primera está constituida por el período anterior a 1964. En este período los programas son de corte clásico tanto en lo que a los contenidos concierne como al enfoque que presentan. Los contenidos están divididos en Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría. Los temas se proponen en forma independiente uno del otro y, por lo general, los programas son una lista de contenidos con algunos pocos comentarios en algunos casos.

La segunda etapa va desde 1964 hasta 1991. En este período el programa guía es el de 1964 que representa la introducción de la matemática moderna en la enseñanza media. Los contenidos clásicos se complementan con nuevos contenidos como funciones, conjuntos y estructuras algebraicas. El enfoque está más relacionado con el rigor y con lo abstracto que con los referentes concretos del estudiante. Los programas se presentan con una justificación detallada y con recomendaciones en cuanto a la forma de llevarlos a cabo. Hacia el final de este período y debido a las dificultades que se presentaron, los programas fueron perdiendo algunos contenidos (estructuras algebraicas y conjuntos, por ejemplo) y se fueron ablandando en cuanto al nivel de abstracción y rigor.

La etapa actual, que se inicia en 1991, establece programas de estudio más elaborados en cuanto a sus concepciones filosóficas, pedagógicas y epistemológicas, de acuerdo con los cánones de la teoría curricular actual. Los programas dejan de ser un listado de contenidos con algunas indicaciones más o menos amplias para convertirse en una guía mucho más útil para el docente puesto que, además de la lista de contenidos, proporciona los objetivos de aprendizaje con buen grado de detalle, los procedimientos a seguir, los valores y actitudes a considerar y los criterios de evaluación, amén de indicaciones generales de tipo metodológico y de fundamentación.

Desde luego, se advierte en todo esto, la progresiva profesionalización del recurso humano y el

avance a nivel mundial en cuanto a los requerimientos de las teorías curriculares.

A pesar del creciente mejoramiento de los programas de matemáticas para la enseñanza media costarricense, creemos que muchas cosas necesitan aún una profunda reflexión, con el ánimo de mejorarlos aún más. Por ejemplo, además de los temas tradicionalmente se han considerado en las últimas décadas: de Álgebra, Geometría, Trigonometría y Funciones, deben incluirse otros temas tales como Cálculo Diferencial e Integral, elementos de Álgebra Lineal, Análisis Numérico y Probabilidades y Estadística; en efecto, las nuevas tendencias en este sentido establecen la necesidad de introducir temas de matemática discreta en los programas de enseñanza media (GODINO *et al* 1995). Desde luego, la introducción de tales temas deberá hacerse dentro de los límites apropiados, de forma que sean útiles en la formación integral de los adolescentes.

Por otra parte, está casi por completo ausente en el programa de matemáticas el componente tecnológico como una herramienta sumamente útil en el proceso de construcción y aprendizaje de los conocimientos matemáticos; este aspecto debe ser mejorado sustancialmente. Por otra parte, el avance de la tecnología deberá producir, incluso, cambios en los contenidos programáticos o, al menos, un cambio en cuanto a la forma de abordar muchos de ellos.

Finalmente, pensamos que la concepción actual del currículo de matemáticas para la enseñanza media es bastante aceptable, sin embargo algunos aspectos correlacionados pueden estar incidiendo en la puesta en práctica de los programas.

Por ejemplo, las pruebas de IX año y de bachillerato, tal como están concebidas inciden, en gran medida, en el desarrollo programático de una manera inadecuada. En algunos casos el profesor se ve en la necesidad de cumplir solamente con los contenidos mínimos que exigen estas pruebas, dejando de lado todo lo que sea "ajeno" a ellas. Por otra parte, el afán de cubrir tales contenidos puede estar incidiendo en el enfoque con el que los programas establecen que se debe hacer; esto es, no se da tiempo a los estudiantes para que construyan su propio conocimiento a

través de situaciones de aprendizaje bien planificadas.

Otro aspecto importante es el de la formación y capacitación de los profesores; ningún programa, por bueno que sea, tendrá éxito si los encargados de ponerlo en práctica no están bien capacitados para hacerlo. Esto requiere de una buena formación inicial del profesorado; un aspecto que tiene que ver con las universidades pero que, también, debería ser resorte del Ministerio de Educación Pública (MEP). Para mejorar esto se podrían establecer convenios de formación en los que el MEP propusiera sus necesidades al respecto. También se requiere de una capacitación y actualización permanente; esto sí deberá ser iniciativa del MEP, pero también requeriría del apoyo constante de las universidades. La actualización del profesorado tendrá que ver tanto con temas específicos de matemáticas como con diversos aspectos relacionados con epistemología, metodología y didáctica de las matemáticas. De hecho, desde hace ya bastantes años se considera obsoleto el enfoque conductista en la enseñanza de las matemáticas y, sin embargo, muchos de los profesores, formados en esa corriente, siguen utilizándolo como única herramienta en la clase, aunque los programas propongan el uso del enfoque constructivista.

Creemos que deben establecerse líneas de investigación permanente que permitan una revisión continua de los programas de estudio de modo que se mantengan actualizados en cuanto a los requerimientos, tanto nacionales en sus diferentes facetas, como internacionales en todos los aspectos relacionados con la enseñanza de la matemática misma, y los avances metodológicos, pedagógicos y epistemológicos, etc. Esta actualización continua tendrá que ver con la inclusión o exclusión de temas a tratar, el uso adecuado de la tecnología como herramienta de aprendizaje y como herramienta para la sustitución de algoritmos, la propuesta de enfoques novedosos y de metodologías eficientes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la disciplina. Todo esto, desde luego debe estar sustentado por políticas coherentes de formación, capacitación y actualización en las que participen tanto el MEP como las universidades.

ANEXO

Programa de 1892

Curso Preparatorio. Aritmética: sistemas de numeración; fracciones; divisibilidad (máximo común divisor y mínimo común múltiplo); el sistema métrico decimal y otras medidas utilizadas en Costa Rica; segunda y tercera potencias, raíz cuadrada y raíz cúbica; logaritmos; regla de tres y progresiones. En todo caso, se proponía la resolución de problemas de aplicación. **Geometría:** repaso, con mayor grado de profundidad, de lo estudiado en la Primaria (incluyendo algunos aspectos como congruencia, semejanza, perpendicularidad, etc.).

Primer Año. Aritmética: desde un punto de vista más riguroso, estableciéndose definiciones y teoremas; algunos elementos de Teoría de Números (teoremas sobre divisibilidad, máximo común divisor, mínimo común múltiplo, números primos, el teorema fundamental de la Aritmética); fracciones, potencias, radicales; proporciones; el sistema métrico decimal; regla de tres simple y compuesta; progresiones aritméticas y geométricas; logaritmos y algunos elementos de matemáticas financieras.

Segundo Año. Álgebra: potencias; radicales; expresiones algebraicas; números enteros; polinomios (operaciones, factorización, máximo común divisor y mínimo común múltiplo de polinomios); fracciones algebraicas (operaciones, simplificación); ecuaciones de primero y segundo grado; sistemas de ecuaciones de primer grado con dos o más incógnitas; elementos de análisis combinatorio; desigualdades; logaritmos; nociones básicas de determinantes; fracciones continuas.

Tercer Año. Geometría: los mismos conceptos anteriores desde un punto de vista más riguroso.

Cuarto Año. Trigonometría: razones trigonométricas para ángulos agudos; fórmulas básicas; tablas; resolución de triángulos; algunos problemas de aplicación y elementos de trigonometría esférica.

Quinto Año. Geometría Proyectiva.

Programa de 1904

Primer Año. Aritmética: las cuatro operaciones fundamentales, fracciones, decimales. **Geometría:** elementos de planimetría lógica, recta, ángulo, triángulo, cuadrilátero, problemas de construcciones geométricas.

Segundo Año. Aritmética: fracciones, regla de tres simple, interés simple, cronología y teoría de números. **Álgebra:** las cuatro operaciones fundamentales con números literales (polinomios). **Geometría:** problemas de construcción, el círculo, comparación y medida de triángulos, cuadriláteros.

Tercer Año. Aritmética: cálculo de la vida civil (regla de tres simple y compuesta, intereses, descuentos, aligación, mezclas). **Álgebra:** proporciones, potencias, raíces, ecuaciones de primer grado con una incógnita, problemas. **Geometría:** líneas proporcionales, triángulos y polígonos semejantes, razones entre áreas, cálculo del lado de los polígonos regulares mediante el radio, cuadratura del círculo.

Cuarto Año. Álgebra: logaritmos, sistemas de ecuaciones de primer grado, ecuaciones de segundo grado con una sola incógnita, otras ecuaciones. Trigonometría.

Quinto Año. Álgebra: progresiones aritméticas y geométricas, interés compuesto, rentas, amortizaciones, ecuaciones indeterminadas de primer grado, representaciones gráficas de ecuaciones. **Geometría:** estereometría. **Sexto Año. Geometría:** Construcciones y Geometría Moderna (se refiere a lugares geométricos, traslaciones, rotaciones, etc.).

Programa de 1909

Primer ciclo (un año preparatorio que cursaban los alumnos que venían mal preparados de la primaria y tres años más). **Álgebra:** ecuaciones de primero y segundo grado; polinomios; regla de tres; progresiones geométricas y aritmética; logaritmos; interés compuesto. **Geometría:** figuras planas, perímetros y áreas, polígonos y problemas de construcción. **Trigonometría:** las razones trigonométricas; resolución de triángulos; problemas.

Sección de Humanidades (dos años). **Aritmética:** Sistemas de numeración (en IV año) y Números inconmesurables y aproximaciones (en V año). **Álgebra:** Ecuaciones de segundo grado; ecuaciones con radicales; ecuaciones exponenciales; fracciones continuas (aplicaciones); inecuaciones (en IV año); ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas; límites; análisis indeterminado de primer grado; máximos y mínimos (en V año). **Geometría:** Nociones de proyecciones; estudio geométrico de las secciones cónicas (en IV año) y algunas aplicaciones a la topografía (en V año).

Sección Normal. Aritmética: Numeración y operaciones fundamentales; elementos de la teoría de números; las fracciones; potencias y raíces (en el IV año); sistemas de medidas, en particular el sistema métrico decimal; proporcionalidad; nociones de contabilidad; problemas escolares, esto se refiere a como enseñar los conceptos en la escuela, incluye la formulación de tipos de problemas para niños de escuela, etc. (en el V año). **Álgebra:** Generalización algebraica de problemas aritméticos; ecuaciones de primer grado con una incógnita y sistemas de ecuaciones de primer grado (en el IV año); repaso del Primer Ciclo mediante problemas, especialmente ecuaciones, logaritmos (su aplicación al cálculo numérico), interés compuesto y anualidades (en el V año). **Geometría:** Ángulos; estudio de la circunferencia; revisión de la estereometría; nociones sobre curvas (en el IV año); estereometría; congruencias; ejercicios de aplicación a situaciones reales (en el V año). **Trigonometría:** Resolución de triángulos rectángulos (como repaso del Primer Ciclo, en el IV año) y resolución de triángulo oblicuángulos (en el V año).

Sección Comercial. Operaciones; sistema métrico decimal; monedas; cálculo de números concretos (mercadería, costos, ventas); proporcionalidad; interés; descuento; cuentas corrientes con interés; anualidades; amortizaciones; problemas sobre valores y efectos públicos; tablas de cálculos mercantiles. En síntesis, se trata de un curso introductorio de Matemática Financiera.

Sección Técnica. Aritmética y Álgebra: repaso de lo estudiado en el Primer Ciclo, agregando aproximaciones numéricas y el uso de aparatos de cálculo como ábacos, regla de cálculo y aritmógrafos. **Geometría y Trigonometría:** lugares geométricos;

figuras auxiliares; semejanza; proporcionalidad y repaso del Primer Ciclo, con preferencia a problemas como los que se le presentan al constructor.

Programa de 1964 (Tercer ciclo)

Primer año. Matemáticas como lenguaje y método de pensamiento: bosquejo histórico, las matemáticas y sus aplicaciones, reseña histórica de los numerales (sistemas posicionales y no posicionales, babilonios, egipcios, mayas y romanos), el sistema decimal. **Conjuntos:** conjuntos, elementos, subconjuntos, conjunto vacío, unión, intersección, correspondencia y equivalencia. **Números naturales:** suma y multiplicación y sus propiedades, conjuntos y la propiedad de cierre, ordenación, números ordinales. **Geometría:** puntos, rectas, plano, espacio, conjuntos respectivos, intersecciones de rectas y planos, segmentos y separación, ángulos y perpendicularidad, triángulos, correspondencia entre puntos y rectas. Propiedades de los números: divisibilidad, residuos, múltiplos, primos, máximo común divisor, mínimo común múltiplo. Números racionales: el conjunto de los números racionales, densidad, operaciones, orden, expresión decimal. **Razones y mediciones:** contar y medir, concepto de razón, porcentajes, medición de segmentos y ángulos, otras mediciones, sistema métrico decimal, longitud, área, volumen, precisión, error, proporciones. **Paralelismo:** rectas cortadas por una secante, ángulos correspondientes entre paralelas, paralelogramos y prismas, ángulos del triángulo, áreas de paralelogramos y triángulos, volúmenes de prismas.

Segundo año. Conjunto: como repaso y ampliación de lo visto en el I año, producto cartesiano. **Números enteros:** estudiado como ampliación de los números naturales, operaciones y sus propiedades, los enteros como unión de los naturales y los enteros negativos. **Números racionales:** como ampliación de los números enteros, operaciones y sus propiedades, densidad. **Geometría:** en primer lugar, repaso y profundización de lo estudiado en el I año, simetría, uso de los instrumentos de geometría.

Tercer año: Números reales: concepto de número irracional, conjunto de los números reales como unión de los racionales y los irracionales, completitud, la recta numérica. **Álgebra:** expresiones algebraicas, polinomios, operaciones con polinomios,

factorización, racionalización, ecuaciones de primer grado, sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones de segundo grado. **Geometría:** circunferencias y polígonos, perímetros y áreas de estas figuras. **Trigonometría:** en el triángulo rectángulo.

REFERENCIAS

- Barrantes, H y Ruiz, A. (1995). "Los programas antes de la creación de la Universidad". En, Ruiz, A. (editor científico), *Historia de las matemáticas en Costa Rica, una introducción*. (pp. 55-78). Heredia, Costa Rica: EUCR y EUNA.
- Barrantes, H y Ruiz, A. (1995). "1964". En Ruiz, A. (editor científico), *Historia de las matemáticas en Costa Rica, una introducción*. (pp. 381-392). Heredia, Costa Rica: EUCR y EUNA.
- Bolaños, G. y Molina, Z. (2002). *Introducción al currículo*. San José, Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia.
- Cartera de Instrucción Pública (1909). *Segunda Enseñanza, Planes de Estudio*. San José, Costa Rica: Tipografía Nacional.
- Godino, J. D., Batanero, M. C. y Navarro-Pelayo, V (1995) "Epistemología e Instrucción Matemática: Implicaciones para el desarrollo curricular". En Bazzini, L. (editor), *Proceedings of the V Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice* (pp. 15-26). University of Pavia.
- Ministerio de Educación (1951). *Programa de Matemáticas*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación (1964). *Programa de Matemáticas*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública (1995). *Programa de Estudios de Matemáticas*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública (2001). *Programa de Estudios de Matemáticas*. San José, Costa Rica.
- Palladino, E. (1995). *Diseños curriculares y calidad educativa*. Buenos Aires: Espacio Editorial.
- Quesada, J. R. (1991) *Educación en Costa Rica 1821-1940*. San José, Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia.
- Rivas, F. y Monge, C. (1978) *La Educación: Fragua de nuestra democracia*. San José, Costa Rica: Editorial Universidad de Costa Rica.
- Ruiz Ruiz, J. M. (1996) *Teoría del currículum: diseño y desarrollo curricular*. Madrid: Editorial Universitat.
- Ruiz, A. (2000). *El desafío de las matemáticas*. Heredia, Costa Rica: Editorial de la Universidad Nacional.
- Salinas, Z. (1904). *Programas de Enseñanza Media*. San José, Costa Rica: Publicaciones Secretaría de Instrucción Pública.
- Secretaría de Instrucción Pública (1892). *Programas oficiales de Segunda Enseñanza*. San José, Costa Rica: Publicaciones Secretaría de Instrucción Pública.
- Villalobos, F. (1971). Diagnóstico de Matemáticas en *Centro de Estudios Democráticos de América Latina: Diagnóstico de la Educación Costarricense y Currículum (Tomo II)*. San José, Costa Rica: Biblioteca CEDAL.

RECONOCIMIENTOS

La investigación que fundamenta este artículo forma parte del proyecto número 820-95-261, "La enseñanza de las matemáticas en Costa Rica: un balance histórico" realizado con el apoyo de la Vicerrectoría de Investigación y de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.