UNICIENCIA 19
pp. 23-30
2002

APLICACIÓN DE LA SIMULACIÓN MONTE CARLO EN LA ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS UTILIZANDO EXCEL Y @CRYSTAL BALL

Carlos E. Azofeifa
Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Heredia 86-3000, Costa Rica y Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, San Pedro, Costa Rica.

ABSTRACT

Simulation Monte Carlo is an effective technique used to analyze the critical path in a project, this simulation will be used to estimate the probability of finishing the project on time. Monte Carlo is necessary due to the hight uncertainty showed in the estimations of time operations from the differents activities in the project. For facility the calculations, @Crystal Ball software is a popular spreadsheet add-in used for simulations and risk analysis.

Key words: Monte Carlo, critical route, projects administration, critical path, times estimate, risk analysis.

RESUMEN

Una técnica efectiva usada para analizar la ruta crítica de un proyecto es la simulación Monte Carlo, la cual se usará para estimar la probabilidad de terminar a tiempo un proyecto. Esta técnica resulta necesaria, dada la alta incertidumbre mostrada en las estimaciones de los tiempos de duración de las distintas actividades de los proyectos. Para facilitar los cálculos se utilizará el software @Crystal Ball desarrollado especialmente para ser implementado en hojas electrónicas.

INTRODUCCIÓN

Para planear, programar y controlar un gran número de actividades administrativas de un proyecto, el administrador dispone de dos sistemas de investigación de operaciones con una relación muy cercana: la técnica de evaluación y revisión de programas (PERT) y el método de la ruta crítica (CPM), estas técnicas le ayudarán a llevar a cabo estas responsabilidades.

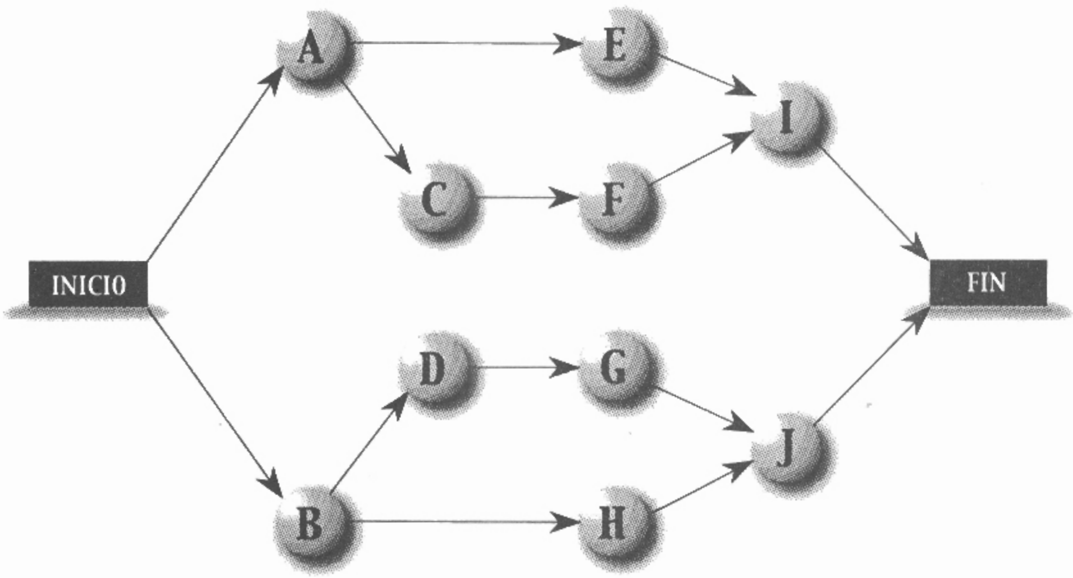
Cuando se tiene la necesidad de calcular la probabilidad de terminar a tiempo un proyecto, una manera de obtener mejores resultados es aplicar la técnica de la simulación Monte Carlo a la ruta crítica del proyecto, con lo cual se obtienen resultados más aceptables que con los sistemas anteriores.

Se utilizó la hoja electrónica Excel, porque le proporciona al usuario un gran poder en la conducción de los análisis financieros. Con el fin de observar los beneficios de la técnica de Monte Carlo, se aplicará la técnica resolviendo un problema.

El problema aplicado fue tomado de Hillier y Lieberman (2000) que dice: Alfred Lowentein, gerente de la división de investigación de Better Health, Inc., una gran compañía farmacéutica. Su proyecto más importante es desarrollar un nuevo medicamento para combatir el SIDA. Alfred ha identificado 10 grupos en su división, que deberán realizar diferentes etapas de este proyecto de investigación y desarrollo. Se hará referencia al trabajo de los diferentes grupos como actividades A, B,..., J; las relaciones de precedencia para el tiempo que los grupos deben hacer su trabajo se muestran en la red del proyecto (ver esquema en página 26).

Con la duración y la varianza estimadas de cada una de las actividades del proyecto (Cuadro 1), se deben realizar los siguientes ejercicios:

a. Encuentre la ruta crítica media de este proyecto.



b. Use esta ruta crítica para encontrar la probabilidad aproximada de que el proyecto termine en 22 meses.

c. Ahora considere las otras tres trayectorias de la red. Para cada una, encuentre la probabilidad aproximada de que se complete en 22 meses.

d. ¿Qué debe decir Alfred a su jefe sobre la probabilidad de que el medicamento esté listo en 22 meses?

Cuadro 1
Duración y varianza estimadas de las actividades del proyecto

Actividad	Media estimada	Varianza estimada
A	4 meses	5 meses
B	6 meses	10 meses
C	4 meses	8 meses
D	3 meses	6 meses
E	8 meses	12 meses
F	4 meses	6 meses
G	3 meses	5 meses
H	7 meses	14 meses
I	5 meses	8 meses
J	5 meses	7 meses

Para encontrar la ruta crítica media de este proyecto, es necesario observar todas las trayectorias y sus longitudes a través de la red del proyecto (Cuadro 2).

Ahora, si se usa esta ruta para calcular la probabilidad de terminar el proyecto en menos de 22 meses, es necesario suponer que la duración del proyecto tiene una distribución normal, entonces, su media sería la suma de las medias de las diferentes rutas que conforman la ruta crítica, en este caso $\mu=6+7+5=18$ y su varianza es dada por $\sigma^2=10+14+7=31$. Por tanto, el número de desviaciones en que la fecha de entrega excede a la media es dado por:

$$z = (d - \mu) / \sigma = (22 - 18) / \sqrt{31} = 0.718$$

Por tanto, la probabilidad de que el tiempo de duración del proyecto sea menor a 22 meses será igual a $P(t<22)=P(z<0.718) =0.5+0.2612 =0.7612 \sim 0.77$.

En cuanto a la probabilidad aproximada de que cada una de las otras tres trayectorias de la red se complete en 22 meses, su resolución es similar a la ruta crítica; en efecto, para las otras rutas se tiene:

Inicio→A→E→I→Finalización, $z = (d - \mu) / \sigma = (22 - 17) / \sqrt{25} = 1 \Rightarrow P(t<22) = 0.8413$

Cuadro 2
Trayectorias y longitudes a través de la red del proyecto

Trayectoria	Longitud
Inicio→A→E→I→Finalización	4+8+5= 17 meses
Inicio→A→C→F→I→Finalización	4+4+4+5= 17 meses
Inicio→B→D→G→J→Finalización	6+3+3+5= 17 meses
Inicio→B→H→J→Finalización	6+7+5= 18 meses

Ruta crítica: Inicio→B→H→J→Finalización
Duración estimada del proyecto: 18 meses

Inicio→A→C→F→I→Finalización, $z = (d - \mu) / \sigma = (22 - 17) / \sqrt{27} = 0.962 \Rightarrow P(t<22) = 0.8315$
Inicio→B→D→G→J→Finalización, $z = (d - \mu) / \sigma = (22 - 17) / \sqrt{28} = 0.945 \Rightarrow P(t<22) = 0.827$

Lo anterior le permite a Alfred decir a su jefe, que la probabilidad de que el medicamento esté listo en 22 meses es de un 77%. Si se supone ahora que para cada una de las 10 actividades se dan tres estimaciones que llevaron a la media y la varianza estimadas de la duración de la actividad (Cuadro 3), se puede notar que la gran incertidumbre en la duración de estas actividades de investigación, hace que la estimación pesimista sea varias veces más grande que la optimista o la más probable.

Cuadro 3
Estimaciones de las 10 actividades del proyecto

Actividad	Estimación optimista	Estimación más probable	Estimación pesimista
A	1.5 meses	2 meses	15 meses
B	2 meses	3.5 meses	21 meses
C	1 mes	1.5 meses	18 meses
D	0.5 meses	1 mes	15 meses
E	3 meses	5 meses	24 meses
F	1 mes	2 meses	16 meses
G	0.5 meses	1 mes	14 meses
H	2.5 meses	3.5 meses	25 meses
I	1 mes	3 meses	18 meses
J	2 meses	3 meses	18 meses

Como resultado de la aplicación de la plantilla de Excel (Cuadros 4 y 5) a las distintas rutas, resulta que hay aproximadamente un 73% de posibilidades de que el medicamento esté listo en 22 meses.

Como sabemos, PERT tomó en cuenta esta incertidumbre haciendo el cálculo de tres estimaciones para la duración de cada actividad: una estimación más probable (m), una estimación pesimista (p) y una estimación optimista (o). Aplicando la plantilla a la ruta crítica media **Inicio→B→H→J→Finalización** se tiene que:
μ=6.1667+6.9167+5.3333=18.4166667
y
σ^2=10.0278+14.0625+7.1111=31.2014, por tanto: P(t<=d) = 0.73940284, donde d= 22.

Tomando ahora la ruta **Inicio→A→E→I→Finalización**, calculamos su media y desviación por:
μ=4.0833+7.8333+5.1667=17.0833333
y
σ^2=5.0625+12.25+8.022778=25.34027, así se cumple que la probabilidad de entregar el medicamento a tiempo es: P(t<=d) =0.83564332, donde d= 22.

De manera similar se procede para la ruta **Inicio→A→C→F→I→Finalización**
μ= 17.5833, σ^2= 27.3680556, así P(t<=d) = 0.80073605 con d= 22.

También para la ruta **Inicio→B→D→G→J→Finalización** se tiene que: μ= 178333, σ^2= 280416667 y, por tanto, P(t<=d)= 07831252 con d= 22.

Por tanto, a partir de las rutas anteriores se tiene que la probabilidad de que la medicina esté lista en menos de 22 meses es de un 73%, de acuerdo con la ruta **Inicio→B→H→J→Finalización**.

Cuadro 4
Aplicación de una plantilla de Excel a las diferentes rutas del proyecto

	A	B	C	D	E	F
1	**Plantillas para PERT con**				**Estimaciones**	
2	**tres tiempos estimados**					
3						
4	**Actividad**	**o**	**m**	**p**	μ	σ²
5	A	1.5	2	15	=SI(C5="","",(C5+4*D5+E5)/6)	=SI(C5="","",((E5-C5)/6)^2)
6	B	2	3.5	21	=SI(C6="","",(C6+4*D6+E6)/6)	=SI(C6="","",((E6-C6)/6)^2)
7	C	1	1.5	18	=SI(C7="","",(C7+4*D7+E7)/6)	=SI(C7="","",((E7-C7)/6)^2)
8	D	0.5	1	15	=SI(C8="","",(C8+4*D8+E8)/6)	=SI(C8="","",((E8-C8)/6)^2)
9	E	3	5	24	=SI(C9="","",(C9+4*D9+E9)/6)	=SI(C9="","",((E9-C9)/6)^2)
10	F	1	2	16	=SI(C10="","",(C10+4*D10+E10)/6)	=SI(C10="","",((E10-C10)/6)^2)
11	G	0.5	1	14	=SI(C11="","",(C11+4*D11+E11)/6)	=SI(C11="","",((E11-C11)/6)^2)
12	H	2.5	3.5	25	=SI(C12="","",(C12+4*D12+E12)/6)	=SI(C12="","",((E12-C12)/6)^2)
13	I	1	3	18	=SI(C13="","",(C13+4*D13+E13)/6)	=SI(C13="","",((E13-C13)/6)^2)
14	J	2	3	18	=SI(C14="","",(C14+4*D14+E14)/6)	=SI(C14="","",((E14-C14)/6)^2)

Cuadro 5
Aplicación de una plantilla de Excel a la ruta crítica del proyecto

Ruta crítica media	
μ =	=SUMAR.SI(H5:H14,"*",F5:F14)
σ² =	=SUMAR.SI(H5:H14,"*",G5:G14)
P(t<=d) =	=DISTR.NORM(K12,K7,RAIZ(K8),1)
donde	
d =	22

Como se mencionó antes, la anterior probabilidad es una aproximación burda de la probabilidad real y, además, PERT no proporciona información sobre el error al calcular la probabilidad de terminar en un tiempo dado un proyecto. También, algunas investigaciones recientes han proporcionado aproximaciones analíticas más exactas de esta probabilidad, sin embargo, resultan demasiado complicadas (Kamburowski 1992) y lo que queremos en nuestro caso particular es simplicidad. Se sabe que una alternativa mejor y más usada comúnmente en la práctica, es la técnica de simulación, en particular, la simulación Monte Carlo (Azarang y García 1996) se puede implementar fácilmente en las hojas de cálculo, incorporando, además, los softwares @Crystal Ball© y @Risk®, desarrollados para ser utilizados en hojas electrónicas de manera sencilla y fácil de entender (Evans y Olson 2002).

El objetivo ahora es obtener una estimación bastante real de la probabilidad de cumplir con la fecha de entrega del medicamento, con 1000 simulaciones del proyecto, en una hoja de cálculo usando @Crystal Ball. En efecto, el Cuadro 6 muestra los cálculos necesarios para generar las iteraciones.

Para estos efectos se muestran en el Cuadro 7 las fórmulas para generar las iteraciones.

Para aplicar la simulación con @Crystal Ball se usa el siguiente procedimiento:

1. De la barra de herramientas de @Crystal Ball se elige *Define Assumption*, con el fin de asignar la distribución adecuada para cada una de las variables a iterar, en nuestro caso se escoge de la galería de distribuciones la triangular. Esta distribución se usa cuando no se conoce la forma de la distribución, pero se pueden estimar los escenarios como es el caso que nos incumbe. Las celdas donde nos ubicamos no deben estar vacías o con fórmulas, en este caso las celdas serán (G3:G12).
2. Definir el nombre de la función que se debe pronosticar y la unidad de medida ($, M$,

Cuadro 6
Hoja electrónica que muestra los cálculos para generar las iteraciones

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Predecesor	Tiempos estimados			Tiempo	Tiempo de la	Tiempo
2	Actividad	inmediato	o	m	p	comienzo	actividad	final
3	A	-	1.5	2	15	0	6.166667	6.166667
4	B	-	2	3.5	21	0	8.833333	8.833333
5	C	A	1	1.5	18	6.166667	6.833333	13
6	D	B	0.5	1	15	8.833333	5.5	14.33333
7	E	A	3	5	24	6.166667	10.66667	16.83333
8	F	C	1	2	16	6.833333	6.333333	13.16667
9	G	D	0.5	1	14	5.5	5.166667	10.66667
10	H	B	2.5	3.5	25	8.833333	10.33333	19.16667
11	I	E,F	1	3	18	10.66667	7.333333	18
12	J	G,H	2	3	18	10.33333	7.666667	18
13								
14							Completación del proyecto =	18
15							Meta del proyecto =	22
16							¿Alcanza la meta (1=sí, 0=no)?	1

Cuadro 7
Fórmulas utilizadas en la hoja electrónica anterior

	F	G	H
1	Tiempo	Tiempo de la	Tiempo
2	comienzo	actividad	final
3	0	*	=F3+G3
4	0	*	=F4+G4
5	=G3	*	=F5+G5
6	=G4	*	=F6+G6
7	=G3	*	=F7+G7
8	=G5	*	=F8+G8
9	=G6	*	=F9+G9
10	=G4	*	=F10+G10
11	=MAX(G7,G8)	*	=F11+G11
12	=MAX(G9,G10)	*	=F12+G12
13			
14		Completación del proyecto=	MAX(H11, H12)
15		Meta del proyecto=	22
16		¿Alcanza la meta (1=sí, 0=no)?=	SI(H14<=H15,1,0)

* = se coloca la distribución correspondiente a la variable.

US$, etc.) usando la opción *Define Forecast* de la barra de herramientas.

3. Escoger las tareas que se deben desarrollar (análisis de correlación, sensibilidad, número de iteraciones, nivel de confianza, etc.) con la simulación, utilizando la opción *Run References.*
4. Utilizar el botón *Start Simulation* para iterar las variables indicadas.
5. Tomar el cuadro de diálogo resultante para analizar la información gráfica y numérica, eligiendo en la opción *View* aquellos antecedentes de interés como las estadísticas, percentiles, histogramas, etc.

En el Cuadro 8 se presentan algunas medidas generadas por @Crystal Ball para una simulación de 1000 iteraciones.

En la Figura 1 se puede observar como este software proporciona la probabilidad de que el proyecto se termine en menos de 22 meses, en este caso dicha probabilidad es igual a 100%-48.4%=51.6% para el caso de 1000 iteraciones. Además, también se puede observar como la región elegida cambia de color (Fig. 2). Para cualquier otra

Cuadro 8
Medidas generadas por @Crystal Ball para una simulación de 1000 iteraciones

Forecast: Completación del proyecto =		Forecast: Completación del proyecto =	
Statistic	**Value**	**Percentile (%)**	**Value**
Trials	1.000	0	8.66
Mean	22.06	10	15.39
Median	21.78	20	17.52
Mode	——	30	19.21
Standard Deviation	5.31	40	20.34
Variance	28.17	50	21.78
Skewness	0.33	60	23.13
Kurtosis	2.99	70	24.43
Coeff. of Variability	0.24	80	26.22
Range Minimum	8.66	90	29.30
Range Maximum	39.42	100	39.42
Range Width	30.76		
Mean Std. Error	0.17		

probabilidad que se quiera calcular sencillamente se digitan las medidas requeridas y @Crystal Ball proporciona las respuestas de inmediato.

Cuando se coloca la plantilla de simulación con las fórmulas (Cuadro 7), se nota que en el tiempo de la actividad aparecen solamente números, esto se debe a que @Crystal Ball no pone la fórmula a utilizar, sino que una vez que se da el cuadro de diálogo, en este caso, *Forecast: Completación del proyecto*, busca en la barra de herramientas de este cuadro la opción *RUN* para escoger aquí la opción *Create Report*.

En este reporte dado por @Crystal Ball, se despliega toda la información requerida o seleccionada en *Create Report*, en particular, la información de las celdas nombradas antes aparecen bien detalladas. Obviamente por motivo de espacio no se puede poner todo el informe sino solo la parte correspondiente a las celdas citadas, en este caso escogimos la celda G4 (Fig. 3).

CONCLUSIONES

A pesar de tener más de 40 años de existencia, PERT/CPM es una de las técnicas de la Investigación de Operaciones que más se aplica y se seguirá aplicando por mucho tiempo. El lector interesado en la aplicación de PERT/CPM a un proyecto usando hojas electrónicas puede consultar a Azofeifa (2003), a Anderson, Sweeney y Williams (1999) y a Bierman, Bonini y Hausman (2000). Las pocas deficiencias que muestra PERT/CPM se pueden complementar fácilmente con otras técnicas, además de la técnica Monte Carlo usada en este trabajo. Se puede observar también como @Crystal Ball genera información muy valiosa de manera

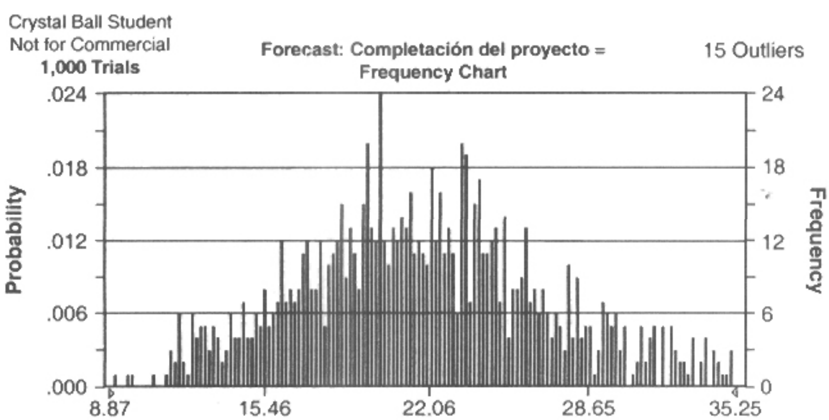


Figura 1. Probabilidad de que el proyecto se termine en menos de 22 meses.

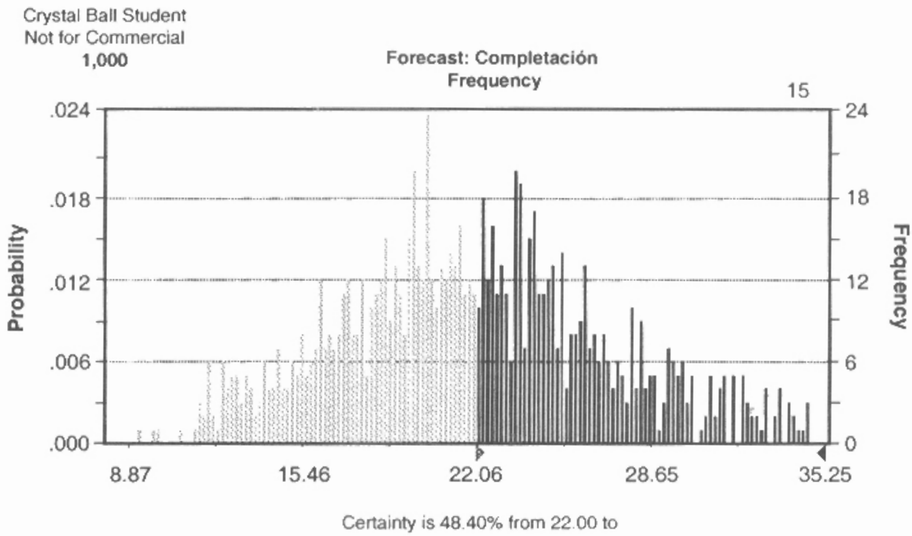


Figura 2. Probabilidad de que el proyecto se termine en menos de 22 meses, cambios de color.

Assumption: G4		Cell: G4
Triangular distribution with parameters:		
Minimum	2.00	
Likeliest	3.50	
Maximum	21.00	
Selected range is from 2.00 to 21.00		

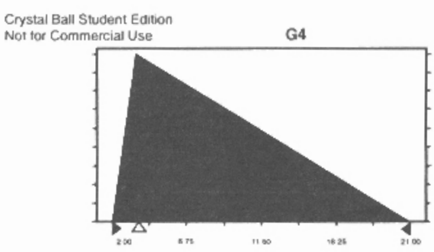


Figura 3. Información requerida o seleccionada en *Create Report* Celda G4.

rápida y fácil de entender (estadísticas, percentiles, entre otros) como en la aplicación de Monte Carlo a la ruta crítica del proyecto, con lo cual se obtiene más certeza sobre el estimado de la probabilidad de terminar a tiempo el proyecto con un grado de confianza, en nuestro caso un 95%, por eso entre más grande sea el tamaño de la simulación, se gana más precisión. Por tanto, se recomienda un número grande de iteraciones para obtener resultados útiles.

De hecho, el objetivo principal de este trabajo fue comprender que en presencia de riesgo e incertidumbre la simulación Monte Carlo se convierte en una excelente herramienta y que, además, se tienen sistemas complementarios para implementarla de manera simple como Excel, @Risk y @Crystal Ball.

En la resolución del problema se utilizó la versión estudiantil de @Crystal Ball. Para los interesados sobre las bondades de este tipo de software orientado a las hojas electrónicas, este se puede consultar en internet en la siguiente dirección: www.decisioneering.com y sobre algunas aplicaciones particulares en Evans y Olson (2002).

AGRADECIMIENTOS

Este artículo fue financiado por el Proyecto N° 820-A2-115, inscrito en la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica.

BIBLIOGRAFÍA

Anderson, D., D. Sweeney & T. Williams. 1999. Métodos cuantitativos para los negocios. Séptima edición. México. Editorial Thomson.

Azarang, M. & E. García. 1996. Simulación y análisis de modelos estocásticos. México. McGraw-Hill.

Azofeifa, C. 2003. Aplicación de PERT/CPM a la administración de proyectos usando Excel. Heredia. UNICIENCIA (en prensa).

Bierman, H., C. Bonini & W. Hausman. 2000. Análisis cuantitativo para la toma de decisiones. México. McGraw-Hill.

Evans, J. & D. Olson. 2002. Introduction to Simulation and Risk Analysis. New Jersey. Prentice Hall.

Hillier, F. & G. Lieberman. 2000. Investigación de operaciones. México. McGraw-Hill.

Kamburowski, J. 1992. Bounding the distribution of project duration in PERT Networks. Operations Research Letters, 12:17-22.