

Una Ecuación Diferencial que gobierna el comportamiento de la Upac

• Mat. Darío Domínguez Cajeli. M.Sc.

Resumen

El modelo propuesto, permite calcular el valor de la Unidad de Poder Adquisitivo Constante. UPAC,

al resolver la ecuación diferencial donde U es el valor en pesos corrientes de un

$$\frac{dU}{dt} = sU$$

UPAC el día T, dadas las condiciones iniciales.

Abstract

This model calculate the value of one UPAC. to solve the differential equation whe U

$$\frac{dU}{dt} = sU$$

is the value of one UPAC, at any time t, when the initial conditions are given. Key words: UPAC, Model, differential equation.



Introducción

Desde la creación de la Unidad de Poder Adquisitivo Constante, (UPAC), en 1972, se ha reportado una abundante literatura nacional, alrededor de los diferentes tópicos económicos con los que se relaciona. Un buen recuento histórico y de sus relaciones e influencia en toda la economía nacional, incluyendo los principales decretos y su proceso de cambio y ajustes, se encuentra tanto en libros, como en monografías de grado. Entre otros Giraldo, 1987 y Conde 1987. Esta última, en una dirección semejante a la de Giraldo, pero con contribuciones hacia la permanente polémica de las bondades y críticas, al sistema, que surgen, desde las perspectivas del análisis económico. (Conde, 1987).

Un estudio que informa sobre la historia y detalles abundantes sobre las diferentes regulaciones y reformas que ha tenido el sistema es el de Sanín y Serna, 1988.

Artículos más técnicos insisten en la diferencia conceptual entre corrección monetaria e inflación y los diversos modelos que permiten su cálculo. (Copete, 1987).

El sistema fue creado mediante el decreto No. 1229 de 1972 emanado del gobierno Nacional, en su artículo tercero dice: "La junta de Ahorro y Vivienda calculará mensualmente o informará con idéntica periodicidad a las corporaciones de ahorro y vivienda para cada uno de los días del mes siguiente los valores de la UPAC, en moneda legal, de acuerdo con la variación resultante del promedio del índice nacional de precios al consumidor para empleados y para obreros, elaborado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), para el período trimestral inmediatamente anterior" (Revista Banco de la República, Jul. 1972).

Teniendo en cuenta, que los estudiantes de Ingeniería civil, se interesan por el comportamiento económico del sector de la construcción y que este lidera los demás sectores de la economía nacional, es natural que deseen saber cómo es el cálculo que realiza la junta. Además, los textos de ecuaciones diferenciales, proponen ejemplos y ejercicios de comportamiento del dinero en una economía capitalista. (Zill, 1988) y más recientemente, (Edwards y Penney, 1994). El objetivo del presente artículo, es indicar una ecuación diferencial que regula el comportamiento del sistema UPAC durante cualquier mes, conocidas sus condiciones iniciales. Al

final, se indica un resultado literado que puede hacerse con cualquier calculadora manual.

Planteamiento y Solución del Problema :

Llamemos, $U(t)$ el valor de la unidad UPAC en pesos corrientes, el día t de un mes cualquiera.

Supongamos, que el valor $U(t)$ es proporcional, a la cantidad de dinero en pesos corrientes, que cueste un UPAC, en cualquier instante t .

Tomemos, entonces

$$\frac{dU}{dt} = sU$$

siendo s , la constante de proporcionalidad.

La ecuación diferencial lineal

$$\frac{dU}{dt} - sU = 0$$

tiene como factor integrante

$$\alpha(t) = e^{-fst}, \text{ luego} \\ e^{-st} dU - e^{-st} sU dt = 0 \quad (1)$$

la ecuación diferencial exacta la podemos escribir como

$$d(e^{-st} U) = 0$$

Integrando a ambos lados :

$$Ue^{-st} = Q$$

siendo Q la constante de integración, la cual se encuentra si se da la condición inicial.

$$\text{En } t = 0 \quad U(0) = U_0$$

es el valor del UPAC el día Cero.

$$Ue^{-st} = 0 \text{ Implica } U = Qe^{st}$$

En $t=0, U(0) = U_0 = Q$

El modelo es por tanto

$$U(t) = U_0 e^{st}$$

El valor s, se puede encontrar si conocemos la otra condición inicial

$$U(1) = U_1$$

El valor del UPAC, al día siguiente, al día cero.
En efecto,

$$U(1) = U_1 = U_0 e^s$$

de donde

$$s = \ln\left(\frac{U_1}{U_0}\right)$$

Se recomienda, realizar los cálculos de manera iterada, así:

UPAC AYER	7155.35	= U₀
UPAC HOY	7159.90	= U₁
UPAC MAÑANA		= ?

1. Calcule S con U₀ y U₁ dados
2. Hallado S, Halle U₂ = U₀ e^{2s}, que es el valor del UPAC

Mañana. U₂ = 7164.45.

Se recomienda usar el Modo Fix para dos decimales.

El proceso, se continua, desplazando U₂ - U₁ y U₁ - U₀ y calcular un nuevo U₂, hasta terminar el mes. Continuando el ejemplo:

$$\text{Nuevo } U_0 = 7159.90$$

$$\text{Nuevo } U_1 = 7164.45$$

$$\text{Nuevo } U_2 = 7169.00$$

y así sucesivamente, hasta terminar el mes. Desde luego, que esta no es la única forma de correr el modelo.

Recomendaciones

Una manera alterna, de realizar el cálculo es conociendo la tasa de corrección monetaria anual y transformarla a la tasa de corrección diaria, que es el valor de S.

Para los estudiantes, se pueden proponer diversos tipos de ejercicios, del comportamiento del UPAC en el tiempo. El margen de error debido a los cálculos, depende del número de decimales escogidos y del valor de la corrección monetaria anual, ésta viene determinada por

$$CM = IPC + X (CDT - IPC)^2$$

El valor de X es fijado por la Junta o el Gobierno Nacional, en los años 1987 era 0.015 (Conde, 1987).

Se pueden plantear abundantes situaciones hipotéticas, variando el Índice de precios al Consumidor y el rendimiento promedio efectivo ponderado de los CDT a 90 días, o deducir el valor actual de X, conocido CM.

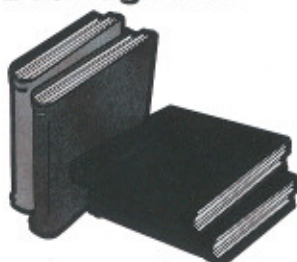
El uso del factor integrante y no de variables separables para resolver el problema permite pensar en una función de Potencial de la masa de dinero medida a través de U, en el tiempo.

Agradecimientos

El autor desea agradecer al Coronel Servio Tulio Obando Ordoñez, el decidido apoyo para la realización del curso en el período Junio - Julio 1995, y sus observaciones sobre la importancia de llevar problemas de la realidad nacional al aula de clase. Así mismo a los docentes del depto de

Matemática de tan prestigiosa Institución. En especial a los matemáticos Pedro Pablo Pedraza, Luz Elena Palacio y Marta Melo, por las siempre fructíferas discusiones que llevamos a cabo. Y finalmente, pero no menos importante a los estudiantes del curso sin cuya permanente inquietud, no hubiese sido posible, debatir este trabajo en el aula de clase.

Bibliografía



Conde A., El UPAC
dentro de la Política Económica. Monografía de grado. U. Externado de Colombia. Fac. Ciencias Económicas. 1987.

Copete S. F.,
La estabilidad de la Moneda y la Corrección Monetaria. Rev. del Bco de la República. Jun.1974

Decreto 1229 de 1972.,
Rev. del Bco de la República. Jul.1972.

Edwards C. A y Penney D.,
Ecuaciones diferenciales Elementales y Problemas con Condiciones en la frontera 1994

Sanín C.A y Serna M. E.,
Sistema de Corrección Monetaria en Colombia. Monografía de grado. U. Externado de Colombia. Fac. Ciencias Económicas. 1988.

Zill D.,
Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. 1988.