

Canal Trapezoidal: Diseño para costo mínimo

• Julio Milán Paz

Resumen

En el presente documento se expone, desde un punto de vista teórico más que práctico, un método para el diseño de un canal trapezoidal con costo total mínimo por concepto de excavación y revestimiento, comparándolo con el costo obtenido al diseñar con la sección hidráulica óptima (SHO) para la misma velocidad del flujo. Se incluye para tal fin, un programa adaptado a la calculadora PB-770, el cual suministra, además de los costos totales y dimensionamientos hidráulicos, las correspondientes cantidades de obra.

Introducción

El análisis que a continuación se desarrolla tiene como soporte las siguientes dos hipótesis:

- a.- El terreno para el cual se diseña el canal es aproximadamente plano.
- b.- La placa de concreto a ser utilizada como revestimiento es de espesor constante(2,4).

Notación

- Q** = caudal de diseño, m³/seg.
n = factor de rugosidad de Manning.
So = pendiente longitudinal del canal.
A = área mojada, m².
m = pendiente de las paredes [1V:mH].
Ce = costo del m³ por excavación, \$.
Cr = costo del m³ de concreto como revestimiento, \$.
Cm = costo del m³ de material seleccionado compactado, \$.
e = espesor de la placa de revestimiento, m.
b = ancho del fondo del canal, m.
y = profundidad del flujo, m.
V = velocidad media del flujo, m/seg.
F = borde libre del canal, m.
L = altura de revestimiento, m.
Vexc = volumen a excavar por metro lineal de canal, m³/ml.
Vrev = volumen de concreto por metro lineal de canal, m³/ml.
Vmat = volumen de material compactado por metro lineal de canal, m³/ml.
Ctot = costo total por metro lineal de canal, \$.

Otras dimensiones se observan en la Figura 1.

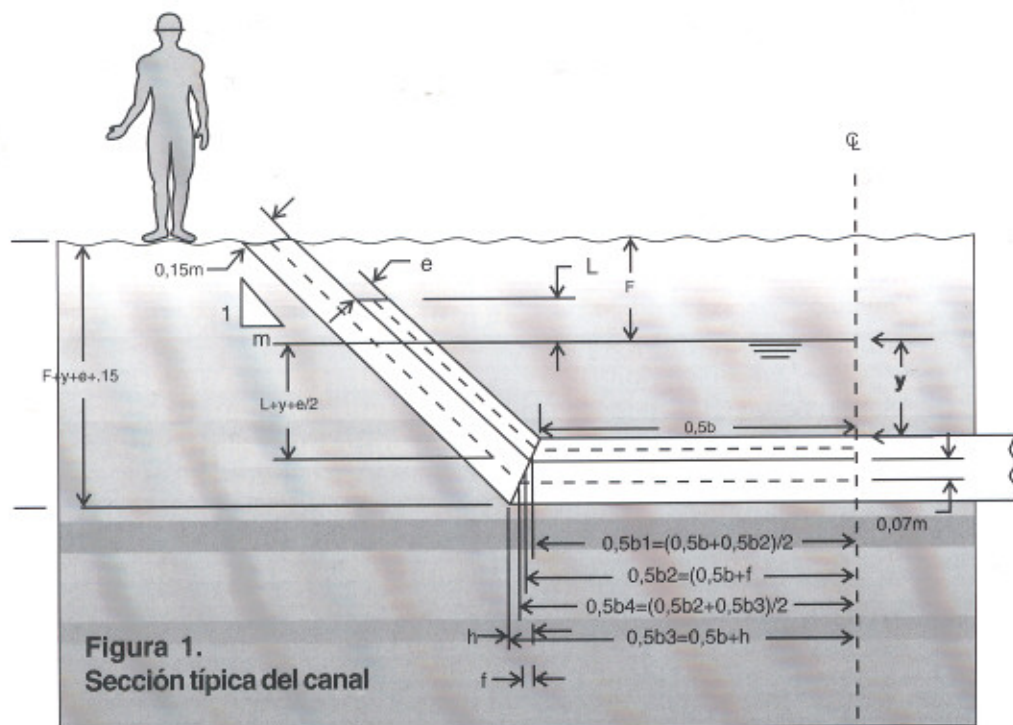


Figura 1.
Sección típica del canal

Las equivalencias de las variables en el programa, son:

n	=	N	;	b	=	B	;	f	=	C/2
So, S'o	=	S	;	y	=	Y	;	k1	=	K1
m	=	M	;	h	=	H	;	k2	=	K2
Ce	=	CE	;	Vexc	=	VE	;	k3	=	K3
Cr	=	CR	;	Vrev	=	VC	;	SIM	=	concreto simple.
Cm	=	CM	;	Vmat	=	VM	;	ARM	=	concreto armado.
e	=	E	;	Ctot	=	CT				

Análisis

Basados en la Figura 1, se demuestra que:

$$f = e \tan \left\{ \frac{\arctan \left(\frac{1}{m} \right)}{2} \right\} \quad (1)$$

Y como corolario de la anterior expresión,

$$h = (e + 0,15) \tan \left\{ \frac{\arctan \left(\frac{1}{m} \right)}{2} \right\} \quad (2)$$

en donde 0,15 m (6") corresponde al espesor mínimo del material seleccionado compactado(5).

L, F(pies)

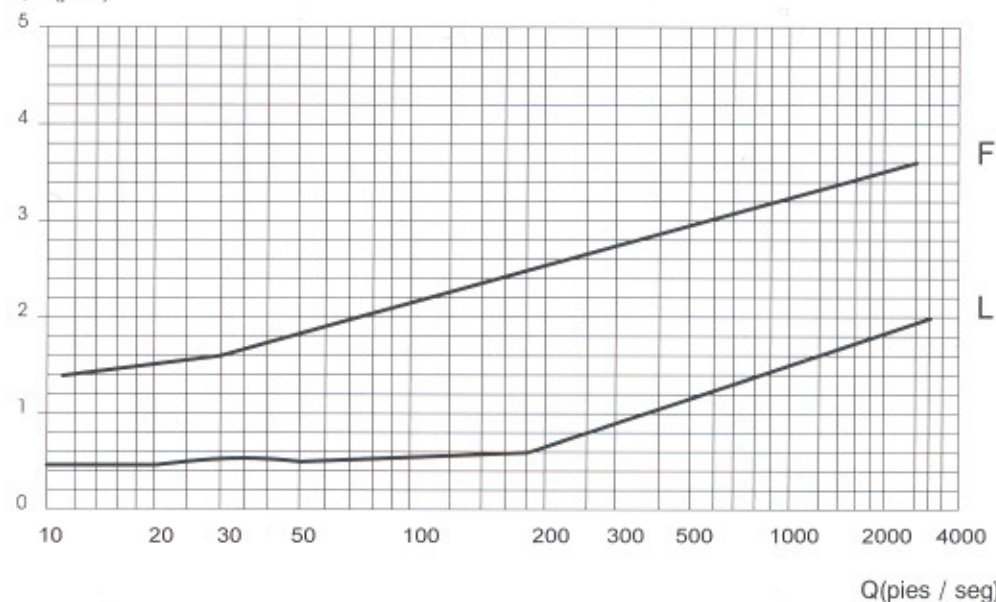


Figura 2 L vs. Q, F vs Q

Con las curvas de la Figura 2(1,5), se realizaron regresiones lineales, para $Q = [m^3/seg]$ y $F, L = [m]$:

Para $Q \leq 2,3$:

$$F = 0,09Q + 0,41 \quad (3)$$

Para $Q > 2,3$:

$$F = 0,15 \ln Q + 0,47 \quad (4)$$

Para $Q \leq 5,1$:

$$L = 0,016 \ln Q + 0,16 \quad (5)$$

Para $Q > 5,1$:

$$L = 0,163 \ln Q - 0,07 \quad (6)$$

Según el U.S. Bureau of Reclamation(4), la relación e vs. Q está dada en los siguientes cuadros:

Q (piés ³ /seg)	e (pul)	Q (m ³ /seg)	e (cm)
0 - 200	2,0	0 - 5,7	5,1
200 - 500	2,5	5,7 - 14,2	6,4
500 - 1500	3,0	14,2 - 42,6	7,6
1500 - 3500	3,5	42,6 - 99,3	8,9
> 3500	4,0	> 99,3	10,2

Cuadro 1. e vs. Q para concreto simple.

Q (piés ³ /seg)	e (pul)	Q (m ³ /seg)	e (cm)
0 - 500	3,5	0 - 14,2	8,9
500 - 2000	4,0	14,2 - 56,7	10,2
> 2000	4,5	> 56,7	11,4

Cuadro 2. e vs. Q para concreto armado.

Al analizar la Figura 1 :

$$V_{exc} = (b + 2h + mZ) Z \tag{7}$$

donde $Z = F+y+e+0,15$

$$V_{rev} = \left\{ b + f + 2 \left(L + y + \frac{e}{2} \right) (1 + m^2)^{1/2} \right\} e \tag{8}$$

$$V_{mat} = \left\{ b + f + 2 (f + y + e + 0,07) (1 + m^2)^{1/2} \right\} *0,15 \tag{9}$$

El costo total, es:

$$C_{tot} = (b+2h+mz) C_c Z + [b+f+h+2(L+y + \frac{e}{2})K_2] e C_s + [b+f+h+2 (F+y+e+0.07)K_2] *0,15C_m \tag{10}$$

siendo $K_2 = (1+m^2)^{1/2}$

La ec.(10) se puede expresar en forma general como:

$$C_{tot} = \bigcirc (b,y) \tag{11}$$

de la cual se obtiene:

$$\frac{dC_{tot}}{dy} = \frac{\partial C_{tot}}{\partial b} \frac{db}{dy} + \frac{\partial C_{tot}}{\partial y} \quad (12)$$

Las derivadas resultan ser:

$$\frac{\partial C_{tot}}{\partial b} = c_e z + ec_r + 0,15C_m \quad (13)$$

$$\frac{\partial C_{tot}}{\partial y} = 2 \{ C_e (0,5b+h+MZ) + K_2 (ec_r + 0,15C_m) \} \quad (14)$$

Al derivar implícitamente la fórmula de Manning, partiendo de la forma:

$$K_1 (b+2K_2 y)^{2/5} = (b+my) y \quad (15)$$

y despejar db/dy, resulta:

$$\frac{db}{dy} = \frac{b+2my-0,8K_1 K_2 X^{-3/5}}{0,4K_1 X^{-3/5} - y} \quad (16)$$

$$\text{para } K_1 = \left\{ \frac{Qn}{(S_0)^{1/2}} \right\}^{3/5}, \quad X = b+2K_2 y$$

Si se sustituyen las expresiones anteriores en la ec.(12), y se iguala a cero:

$$(C_e z + K_3) \frac{b+2my-0,8K_1 K_2 X^{-0,6}}{0,4K_1 X^{-0,6} - y} + 2 \{ C_e (0,5b+h+mz) + K_2 K_3 \} = 0 \quad (17)$$

siendo $k_3 = ec_r + 0,15C_m$.

Finalmente:

$$\frac{(C_e Z + k_3) (b + 2my - 0,8K_1 K_2 X^{-0,6})}{(y - 0,4K_1 X^{-0,6}) \{ C_e (0,5b + h + mZ) + K_2 K_3 \}} = 2 \quad (18)$$

función que se puede escribir como:

$$F(b, y) = R \quad (19)$$

Ahora es presentada la fórmula de Manning en la forma:

$$y_{i+1} = K_1 \frac{(b + 2K_2 y_i)^{0,4}}{(b + m y_i)} \quad (20)$$

con la finalidad de hallar la profundidad por medio de iteraciones sucesivas cuando se escoja el ancho del fondo. Cada vez que se elija b y se calcule y , este par de valores se sustituye en la ec.(18), repitiendo el proceso hasta cuando la igualdad se satisfaga.

Es sabido que para la **sección hidráulica óptima** el valor del perímetro mojado es mínimo, y la profundidad del flujo está dada por:

$$y = \left(\frac{A}{2(1+m^2)^{1/2} - m} \right)^{1/2} \quad (21)$$

el radio hidráulico equivale a $y/2$, el ancho del fondo es:

$$b = \frac{A}{y} - my \quad (22)$$

y la pendiente longitudinal S'_o que debería tener el canal, vale:

$$S'_o = \left\{ \frac{Vn}{(y/2)^{2/3}} \right\}^2 \quad (23)$$


```

10 CLS:PRINT "COSTO MINIMO CANAL:": CLEAR
20 INPUT "Q"; Q,"n"; N,"S"; S,"m"; M,"Ce"; CE,"Cr"; CR,"Cm; CM : CLS
30 IF M=0 THEN B=2 : GOTO 50
40 B=1
50 K1=(Q*N/SQRS)^.6 : K2=SQR(1+M^2) : l=1 : W=.0001
51 PRINT "Tipo concreto placa: (SIM/ARM)"; : INPUT ABS : CLS
52 PRINT TAB(21); "ESPERE, POR FAVOR:"
53 IF ABS="ARM" THEN 102
60 IF Q<=5.7 THEN E=.05
70 IF Q>5.7 THEN IF Q<=14.2 THEN E=.06
80 IF Q>14.2 THEN IF Q<=42.6 THEN E=.08
90 IF Q>42.6 THEN IF Q<=99.3 THEN E=.09
100 IF Q>99.3 THEN E=.1
101 GOTO 105
102 IF Q<=14.2 THEN E=.09
103 IF Q>14.2 THEN IF Q<=56.7 THEN E=.1
104 IF Q>56.7 THEN E=.12
105 K3=E*CR+.15*CM
110 IF Q<=2.3 THEN 130
120 F=.15*LOGQ+.47 : GOTO 140
130 F=.09*Q+.41
140 IF Q<=5.1 THEN 160
150 L=.163*LOGQ-.07 : GOTO 170
160 L=.016*LOGQ+.16
170 IF M=0 THEN C=2*E : GOTO 190
180 C=2*E*TAN(ATN(1/M)/2) : H=(E+.15)*C/E/2
190 Y=K1*(B+2*I*K2)^.4/(B+M*I)
200 IF ABS(Y-I)>W THEN I=Y : GOTO 190
210 X=(B+2*Y*K2)^-.6 : Z=F+Y+E+.15
220 R=(CE*Z+K3)*(B+2*M*Y-.8*K1*K2*X)/(Y-.4*K1*X)/
(CE*(.5*B+H+M*Z)+K2*K3)
230 IF R<1.99 THEN B=B+.01 : GOTO 190
240 IF R>2.01 THEN B=B-.01 : GOTO 190
250 BEEP : V=Q/((B+M*Y)*Y) : GOSUB 290
260 CLS : PRINT "SECCION HIDRAULICA OPTIMA:": INPUT "V"; V : CLS
270 Y=SQR(Q/V/(2*K2-M)) : B=Q/V/Y-M*Y : S=(V*N/(Y/2)^(2/3))^2
280 GOSUB 290 : END
290 T=F+Y+E+.15 : VE=(B+2*H+M*T)*T : VC=(B+C/2+2*(L+Y+E/2)*K2)*E
295 VM=(B+C/2+H+2*(F+Y+E+.07)*K2)*.15
300 CT=VE*CE+VC*CR+VM*CM
310 PRINTUSING"#####.##";"$=";CT,"VE=";VE,"VC=";VC,"VM=";VM;
:INPUT" ",J$
320 PRINT USING"#####.##";y=";Y,"b=";B,"L=";L,"F=";F;:INPUT"
",J$:RETURN

```

Cuadro 3. Programa para calculadora PB-770.

Dichas fórmulas son utilizadas en el diseño del canal empleando la SHO.

El Cuadro 3 muestra el programa para la calculadora PB-770 y el Cuadro 4 los datos y resultados de un problema propuesto.

Problema:

Diseñar un canal trapezoidal para costo total mínimo por excavación y

revestimiento, si debe transportar 4,8 m³/seg y va a ser revestido en concreto simple de rugosidad 0,012. La pendiente longitudinal es 0,0005 y las paredes tienen pendiente de 1V:1,5H. El m³ de excavación vale \$ 2400, el m³ de concreto \$ 60000 y el m³ de rebase compactado \$ 3000. Comparar el diseño con el que se obtendría utilizando la SHO.

DATOS :	Q = 4,8 m ³ /seg	
	n = 0,012	
RESULTADOS :	So = 0,0005	
	m = 1,5	
	Ce = \$ 2400/m ³	
	Cr = \$ 60000/m ³	
	Cm = \$ 3000/m ³	
	COSTO TOTAL MINIMO:	COSTO TOTAL SEGUN SHO:
	\$ 44251,08/ml	\$ 44277,30/ml
	VE = 9,13 m ³	VE = 9,15 m ³
VC = 0,31 "	VC = 0,31 "	
VM = 1,27 "	VM = 1,27 "	
y = 1,32 m	y = 1,28 m	
b = 0,64 "	b = 0,78 "	
L = 0,19 "	L = 0,19 "	
F = 0,71 "	F = 0,71 "	

Cuadro 4. Datos y resultados del problema.

Conclusiones

El exceso entre los dos costos totales:

- 1.- Es máximo cuando la sección del canal es rectangular, y tiende a cero cuando el talud aumenta.
- 2.- Disminuye cuando la pendiente longitudinal se incrementa.
- 3.- Aumenta cuando el factor de rugosidad se hace mayor.

Bibliografía

- (1) Chow, V.T., «Open-channel Hydraulics», McGraw-Hill, 1959.
- (2) Subramanya, K., «Flow in Open Channels», McGraw-Hill, 1986.
- (3) Henderson, F.M., «Open-channel Flow», MacMillan, 1966.
- (4) Calvin, V.D & Sorensen, K.E., «Handbook of Applied Hydraulics», McGraw-Hill, 1970.
- (5) Aisenbrey, A.J., «Design of Small Canal Structures», USBureau of Reclamation, 1978.
- (6) French, R., «Open-channel Hydraulics», MacGraw-Hill, 1985.

Caída de los puentes (Algunas opiniones)

• Germán Forero Ruíz

En puentes la carga viva es solo una fracción de la carga total, por las carreteras de todo el mundo están circulando tractomulas parecidas a las que transitan por Colombia y para el diseño los códigos tienen que realizar algo que produzca efectos similares, por lo cual son comparables las cargas normalizadas con las reales; dejando de ser la causa más importante del deterioro vial el que haya camiones con más de 40 toneladas.

Con frecuencia se esgrime como razón de la caída de puentes, el hecho de que los vehículos pesan más de las cargas dadas por los códigos como la AASHO, la AIS o cualquier otro; olvidándose que éstos especifican no solo la carga de camiones standard IDEALIZADOS sino también la distancia entre ejes; o la línea de carga, equivalente a una serie de camiones; debiéndose usar aquella que produzca los máximos esfuerzos y aclarando que si se prevén cargas más altas éstas deben ser consideradas en el diseño.

Por ejemplo la AASHO tienen entre sus camiones el HS20 consistente en un cabezote de dos ejes separados 14 pies con cargas de 8000 y 32000 libras respectivamente, más un remolque de un eje a DISTANCIA VARIABLE ENTRE 14 Y 30 PIES (la que produzca mayor esfuerzo) con carga de 32000 libras.

La línea de carga equivalente consiste en una carga uniformemente repartida de 640 libras por pie lineal más una (dos en el caso de luces continuas) carga concen-



trada de 18000 libras para momento (o 26000 para cortante) localizada donde sea más desfavorable. Es la más usada en el rango de luces normales.

En Colombia éstas cargas se multiplican por 1.24.

A su vez las normas exigen la combinación de carga muerta, carga viva, viento, sismo, fuerza de la corriente del río, flotación, efectos diferenciales de temperatura, frenado, acortamientos elástico, retracción del fraguado, impacto, etc., etc., con factores de seguridad superiores en términos generales a 2.5.

Reglamentan hasta los más mínimos detalles sobre distribución de cargas, métodos de cálculo, esfuerzos, colocación de refuerzos, soldaduras, tornillos, tuercas, construcción, interventoría, etc., etc.

Me da la impresión que a pesar de lo descrito, se pretende culpar a las tractomulas que pesan más de 40 toneladas como las culpables de todos los males, algo así como el equivalente a generalizar que los edificios de peso mayor a 400 toneladas se van a caer.

Hagamos un análisis, sencillo y corto (tipo revista), sobre las cargas VIVAS para hacerlas comparativas:

La carga viva en puentes representa un porcentaje relativamente bajo de la carga total.

Una tractomula actual realmente pesa alrededor de 52 toneladas pero distribuidas en trece metros (en números redondos), 4 del cabezote y 9 del remolque; comparables con la distribución (más desfavorable para éste caso) del camión HS20 de 33 toneladas con distancias entre ejes de 4 y 4 metros. Proporcionalmente es cierto, y analíticamente también ya que en la línea de influencia habrá cargas más grandes pero más separadas contra cargas menores pero más cercanas.

He oído que hay tractomulas hasta de 65 toneladas pero nunca me han precisado en que distancia y sospecho que se da la relación anteriormente mencionada, a manera de ejemplo en la revista International Construction de Octubre de 1984 (viejita ya) hay entre otras muchas capacidades una camabaja de 70 toneladas en una longitud de 13.5 mts.; camiones peterbilt de 64 a 106 toneladas, fruehauf de 54 a 57 toneladas, mack de 56.7 a 68.05 tons., lo que nos indica que éstas cargas ni son de ahora ni son extrañas, y más bien recuerdan las cargas de ferrocarriles con locomotoras de 100 toneladas y carros de 40.

También se discute que lo dañoso es la carga por eje, pero en general el esfuerzo sobre un elemento depende no sólo de la

carga concentrada que esta pasando en su vecindad sino de las otras cargas como la muerta o la de los otros camiones que están sobre el puente, y por otra parte un camión con más de 60 toneladas pienso que debe tener más ejes, así como los de 52 toneladas, aunque en éstos van muy cercanos. Ojalá alguien conocedor del tema aclarará el asunto.

Otro aspecto muy mencionado como causa del deterioro de los puentes es la fatiga, que es la reducción en la capacidad de carga de un material por aplicación sucesiva de ciclos de carga y descarga. Este fenómeno está bien estudiado y en cualquier texto de resistencia de materiales, hoy mecánica de sólidos, se indica que para evitarla se deben esforzar los elementos que la sufren (si se quiere que duren) a valores entre el 32% y el 50% del esfuerzo último obtenido con carga estática.