

UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE BENACERRAF

EDUARDO CASTRO

Universidade da Beira Interior e LanCog

Abstract. The Benacerraf's problem is a problem about how we can attain mathematical knowledge: mathematical entities are entities not located in space-time; we exist in space-time; so, it does not seem that we could have a causal connection with mathematical entities in order to attain mathematical knowledge. In this paper, I propose a solution to the Benacerraf's problem supported by the Quinean doctrines of naturalism, confirmational holism and postulation. I show that we have empirical knowledge of centres of mass and of entities outside of our light cone and that these entities are inefficacious causality entities, at least, with us. At the end, I defend the existential knowledge of centres of mass and of entities outside of our light cone against the Eleatic principle of Cheyne, that we only could attain existential knowledge of entities by a causal connection.

Keywords: Benacerraf, Eleatic principle of Cheyne, holism, indispensability, naturalism, postulation.

1. O Problema de Benacerraf

O problema do conhecimento de entidades abstractas remonta a Platão e readquiriu um novo fôlego pela mão de Paul Benacerraf em "Mathematical Truth" (Benacerraf 1973). Nesse artigo é avançado um argumento epistemológico contra a concepção platonista matemática de que temos conhecimento matemático, enquanto conhecimento acerca de entidades não localizadas no espaço-tempo. A passagem é a seguinte:

If, for example, numbers are the kinds of entities they are normally taken to be, then the connection between the truth conditions for the statements of number theory and any relevant events connected with the people who are supposed to have mathematical knowledge cannot be made out. (Benacerraf 1973, 414)

O argumento epistemológico de Benacerraf levanta o problema de explicar como é que o nosso conhecimento matemático é um conhecimento acerca de entidades de um domínio supostamente inacessível; isto é, como explicar que temos, e podemos alcançar, conhecimento acerca de entidades que não se relacionam causalmente connosco? Doravante, este problema será designado por "problema de Benacerraf" e pode ser formalizado no argumento seguinte:

Principia 13(1): 7–27 (2009).

Published by NEL — Epistemology and Logic Research Group, Federal University of Santa Catarina (UFSC), Brazil.

Argumento A

- (1_A) Existimos localizados no espaço-tempo.
- (2_A) Se existem entidades matemáticas, então elas existem não localizadas no espaço-tempo.
- (3_A) Se existem entidades matemáticas, então não podemos alcançar o seu conhecimento, uma vez que entidades não localizadas no espaço-tempo não se relacionam causalmente com entidades localizadas no espaço-tempo.

Logo:

- (4_A) Se o platonismo matemático é correcto (existem entidades matemáticas não localizadas no espaço-tempo), então não podemos ter conhecimento matemático.
- (5_A) Porém, temos conhecimento matemático.
- (∴) O platonismo matemático é incorrecto.

Qualquer tentativa para refutar o argumento A implica avançar razões contra, pelo menos, uma das premissas, uma vez que se trata de um argumento válido. Intuitivamente, o nosso juízo sobre o valor de verdade das premissas é o seguinte: as premissas (1_A), (2_A) e (5_A) parecem-nos verdades indubitáveis e (4_A) é uma mera reformulação de (3_A). Portanto, talvez a premissa (3_A) seja a premissa falsa do argumento ou, *prima facie*, talvez seja a premissa do argumento mais vulnerável à falsificação. Esta intuição de partida não é de todo errada, uma vez que, de um modo geral, os platonistas têm respondido ao problema atacando a premissa (3_A). Mas há algumas excepções a esta intuição.

Respeitante à premissa (1_A), por exemplo, Kurt Gödel postulou uma faculdade, a intuição matemática, que desempenharia um papel na matemática análogo ao papel da percepção nas ciências físicas.¹ Esta faculdade permitiria acedermos ao conhecimento dos objectos da teoria dos conjuntos da mesma forma que acedemos ao conhecimento dos objectos físicos e, assim, explicar-se-ia como é possível o conhecimento matemático. A intuição matemática, além de ser uma faculdade “misteriosa” e inteiramente estabelecida *a priori*, é uma faculdade inconsistente com a concepção naturalista de que os seres humanos são espécies no espaço-tempo que apenas podem apreender, sensitivamente, objectos no espaço-tempo e, como tal, não podem apreender, sensitivamente, eventuais objectos que, se existirem, não existem no espaço-tempo.

Mais recentemente, Penelope Maddy (1990) desenvolveu um ataque à premissa (2_A) defendendo uma concepção platonista para a matemática, o *platonismo naturalizado*, segundo a qual as entidades matemáticas são entidades localizadas no espaço-tempo e, como tal, são entidades percepçionáveis. A sua argumentação é

fundamentada em teorias acerca da percepção, tais como teorias psicológicas e neuropsicológicas, de como elementos conceptuais contribuem para estados perceptuais. O platonismo naturalizado é altamente objectável.

Uma objecção imediata é de que se as crenças numéricas resultassem de percepções, então qualquer pessoa estaria em condições de adquirir crenças numéricas, independentemente se conhecesse ou não os números naturais. Porém, alguém que desconheça, por completo, os números naturais jamais poderá ter uma crença numérica simplesmente olhando para uma quantidade de objectos. Outra objecção é levantada a partir da teoria dos conjuntos. De acordo com esta teoria, os números naturais podem ser definidos por recurso aos ordinais de von Neumann ou aos ordinais de Zermelo; von Neumann define assim os números naturais: \emptyset para 0, $\{\emptyset\}$ para 1, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ para 2, $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ para 3 etc.; Zermelo define assim os números naturais: \emptyset para 0, $\{\emptyset\}$ para 1, $\{\{\emptyset\}\}$ para 2, $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ para 3 etc.; ora, de acordo com o platonismo naturalizado, não parece que haja qualquer maneira de percebermos o conjunto vazio, \emptyset ; logo, à luz do platonismo naturalizado, não parece que tenhamos condições de definir os números naturais.

A premissa (3_A) é o foco de interesse deste artigo. Esta premissa é suportada pela teoria causal do conhecimento, segundo a qual a crença de um sujeito *S* num estado de coisas *x* tem de ser *causada* pelo estado de coisas *x*: tem de haver uma relação causal entre o sujeito *S* e o estado de coisas *x*; para um sujeito conhecer um estado de coisas *x*, é necessário que esse sujeito tenha interagido causalmente com *x* de um modo apropriado. Uma estratégia para atacar esta premissa seria atacar directamente a teoria causal do conhecimento, por confronto com outras teorias epistémicas acerca do conhecimento em geral, como, por exemplo, as teorias causais da referência. Mas esta estratégia não vai ser aqui seguida. Vou adoptar uma epistemologia naturalizada, que utiliza os resultados e a linguagem da própria ciência; e tentar responder ao problema de Benacerraf enquanto um problema específico sobre como alcançamos conhecimento matemático.

Vou defender, na secção seguinte, que o problema de Benacerraf é respondido pela concepção epistemológica de Quine fundamentada nas doutrinas do naturalismo, holismo da confirmação e postulação. Na terceira secção, mostrarei que as nossas melhores teorias científicas também estão ontologicamente comprometidas com entidades empíricas com as quais não estabelecemos qualquer relação causal, uma vez que, apesar de serem entidades localizadas no espaço-tempo, são entidades potencial ou intrinsecamente sem eficácia causal. Centros de massa e entidades fora do nosso cone de luz, como estrelas e planetas, são os exemplos que irei discutir. A reivindicação de estarmos na posse de conhecimento acerca destas entidades milita contra a teoria causal do conhecimento subjacente ao problema de Benacerraf. Na última secção, defendo o conhecimento existencial destas entidades contra o princípio eleático de Cheyne, segundo o qual apenas podemos alcançar conhecimento

existencial de entidades através de uma ligação causal com essas entidades.

Antes de avançar, convém notar que também há uma versão semântica do problema de Benacerraf. Sinteticamente, esta versão considera que o problema consiste em explicar como podemos *referir* entidades que não se localizam no espaço-tempo, estando nós localizados no espaço-tempo. Esta versão remete invariavelmente para a teoria causal da referência proposta por Saul Kripke (Kripke 1980), segundo a qual para um nome referir alguma coisa é preciso que haja uma cadeia causal que tem origem numa situação em que alguém procedeu a um baptismo inicial dessa coisa por contacto directo. Posteriormente, estabelece-se uma cadeia comunicativa que permite outras pessoas usarem, por exemplo, o nome “ouro” sem estarem na presença de um exemplar de ouro. Neste artigo não analisarei esta versão semântica, uma vez que a solução que vou avançar é independente de questões semânticas.

2. Solucionando o Problema de Benacerraf: Indispensabilidade, Naturalismo, Holismo da Confirmação e Postulação

A premissa (3_A) é constituída por uma condicional e por uma justificação para a putativa verdade da condicional. A condicional da premissa (3_A) levanta dois tipos de questões. A antecedente da condicional levanta a questão ontológica da existência de entidades matemáticas; a consequente da condicional levanta a questão epistémica do conhecimento de entidades matemáticas, na qualidade de entidades não localizadas no espaço-tempo. A refutação da condicional da premissa (3_A), do argumento A, bem como de qualquer outra condicional, implica avançar razões para a verdade da antecedente e avançar razões para a falsidade da consequente. Tenho então de mostrar que existem entidades matemáticas — a questão ontológica — e que temos conhecimento de entidades matemáticas, na qualidade de entidades não localizadas no espaço-tempo — a questão epistémica. Ao ser sucedido no meu objectivo, então também intersecto a justificação avançada para a verdade da condicional: ainda que seja verdade que entidades não localizadas no espaço-tempo, como entidades matemáticas, não se relacionem causalmente com entidades localizadas no espaço-tempo, não se segue que não possamos alcançar conhecimento matemático.

Embora a questão fundamental do problema de Benacerraf seja a questão epistémica, acontece que as doutrinas que defendo para a existência das entidades matemáticas (naturalismo, holismo da confirmação e postulação), também são doutrinas necessárias para a explicação de como o conhecimento matemático é possível. Assim, na parte restante do artigo o caminho consiste em partir da questão ontológica em direcção à questão epistémica.

Defendo a existência de entidades matemáticas através do chamado “argumento da indispensabilidade de Quine-Putnam” segundo a versão seguinte:²

Argumento Q-P

- (1_{Q-P}) Devemo-nos comprometer ontologicamente com todas, e só aquelas, entidades que são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas.
- (2_{Q-P}) As entidades matemáticas são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas.
- (∴) Devemo-nos comprometer ontologicamente com as entidades matemáticas.

A primeira premissa do argumento Q-P, (1_{Q-P}), é suportada pelas doutrinas quinianas do naturalismo e do holismo da confirmação. Embora a segunda premissa (2_{Q-P}) também seja suportada pelas mesmas doutrinas, na essência, esta premissa é um facto “bruto” que se sustenta nos inúmeros exemplos de entidades matemáticas que são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas, como números, funções, conjuntos, espaços topológicos, entre outras.

Grosso modo, a doutrina naturalista quiniana é constituída por uma tese normativa respeitante à ontologia da ciência natural e por uma tese normativa respeitante à metodologia da filosofia e da ciência natural. A tese normativa do naturalismo, respeitante à ontologia, defende que os nossos compromissos ontológicos são estabelecidos via ciência natural. Devemos abandonar a concepção de uma *philosophia prima* que justifique a alegada existência de outras entidades com as quais as teorias científicas podem estar ou não comprometidas. As questões ontológicas estão a par das questões da ciência natural.³ A tese normativa do naturalismo, respeitante à metodologia da filosofia e da ciência natural, rejeita a pretensão cartesiana de fundar a ciência natural num tribunal filosófico supostamente supra-científico. A filosofia surge assim como contínua e a par da ciência natural, onde ambas tentam uma investigação e explicação dos fenómenos empíricos.

“Ser é ser o valor de uma variável ligada” é o *dictum* seguido por Quine para determinar os compromissos estabelecidos pelas nossas teorias científicas. O compromisso ontológico de uma teoria científica é determinado pelo domínio de quantificação dessa teoria.⁴ Eis o procedimento técnico: as proposições das nossas teorias científicas são arregimentadas em linguagem formal da lógica de primeira ordem (para Quine, uma notação canónica) com vista a eliminarem-se eventuais compromissos espúrios; nesta linguagem determinamos então quais são as entidades, que têm de estar entre os valores das variáveis quantificadas, para que as nossas teorias científicas sejam teorias verdadeiras. Este critério quiniano, conhecido como “critério de compromisso ontológico”, é apenas um critério *descritivo*. Ou seja, este critério, *per se*, não estabelece o que há. Para determinarmos o que há precisamos de indicar como estabelecemos quais são as nossas melhores teorias científicas.

Quine, em “Posits and Reality” (Quine 1960), considera que a teoria atómica é uma das nossas melhores teorias científicas, porque lhe podem ser atribuídos cinco

benefícios (ou virtudes): simplicidade, familiaridade, um maior alcance, fecundidade e comprovação. Aparentemente, os benefícios conferidos pela teoria atômica não proporcionam qualquer justificação para a sua verdade, uma vez que a teoria atômica, ainda que seja útil na organização do conhecimento acerca das coisas observáveis, pode ser factualmente falsa, no sentido de que é falsa a existência de partículas minúsculas observáveis — os átomos. Porém, e este é aspecto principal da argumentação de Quine, “a melhor justificação da realidade que podemos pedir” (1960, 238–9), quer para os corpos macroscópicos, quer para as partículas microscópicas, são os cinco benefícios anteriores que resultam da postulação de entidades de um certo tipo, em particular, a postulação de partículas minúsculas inobserváveis. Portanto, no âmbito das nossas teorias científicas postulamos entidades, em particular, postulamos entidades directamente inobserváveis, mas que da sua postulação resultam benefícios teóricos que as tornam melhores teorias que outras teorias em disputa. Uma reivindicação da alegada inexistência dessas entidades postuladas implicaria a falsidade da teoria em questão.⁵

O holismo quiniiano é constituído pela doutrina holista do significado (ou semântica) e a doutrina holista da confirmação (ou epistémica). A doutrina holista do significado (ou semântica) defende que o significado de uma expressão linguística x de uma linguagem L depende das relações que esta expressão tem com as restantes expressões da linguagem L ; no limite, o significado da expressão linguística x pode depender da totalidade da linguagem L a que pertence. A doutrina holista da confirmação (ou epistémica) decorre da chamada “tese de Duhem” e defende que as proposições de uma teoria científica não são testadas individualmente contra a experiência mas apenas *en bloc*, como pertencentes a um corpo de proposições científicas; as proposições científicas se consideradas isoladamente das restantes proposições da teoria, são proposições desprovidas de conteúdo empírico (Rosa e Lepore 2004, 65–7); uma experiência acerca de uma determinada teoria científica pode colocar em questão a totalidade do nosso sistema de crenças; nas teorias científicas as partes empíricas e as partes matemáticas surgem fortemente interligadas não havendo uma maneira óbvia de desemaranhar umas partes das outras e que, no limite, são confirmadas ou infirmadas num todo pela experiência. Neste artigo, a doutrina holista que nos interessa é a doutrina holista da confirmação.

Em “Two Dogmas Of Empiricism” (Quine 1951), Quine avança uma perspectiva holista sobre o conhecimento científico em que as teorias científicas são tomadas globalmente como uma teia de crenças interligadas. Os diferentes elementos do conhecimento científico não estão distribuídos aleatoriamente na teia, mas estão distribuídos segundo o grau de proximidade que têm com a experiência. Partindo da periferia para o interior da teia podemos estabelecer a seguinte ordenação: frases observacionais, leis das ciências experimentais (física, química, biologia etc.) princípios gerais das ciências (física, química, biologia etc.), enunciados teóricos, lemas

No caso das entidades matemáticas, o quadro aparece sobre uma outra luz. Geralmente, o nosso primeiro contacto intelectual com as entidades matemáticas surge pela educação escolar através de livros e, principalmente, através daquilo que os nossos professores nos ensinam. Mas de onde provêm este conhecimento matemático? Se não queremos cair numa regressão infinita, explicando como os nossos professores adquiriram conhecimento matemático, e assim sucessivamente, temos de explicar como foram postuladas as primeiras entidades matemáticas. Ora, acontece que não temos disponível qualquer dado histórico sobre como foram postuladas as primeiras entidades matemáticas, como os números.

Michael Resnik (1997) especula sobre o assunto baseado em elementos da história da matemática. Segundo ele, sabemos que as populações aborígenes têm termos para descrever o tamanho de pequenas colecções, como os termos da língua portuguesa “um”, “dois”, “três”, “muitos” etc. Obviamente que estas populações não têm qualquer sistema de numerais, mas conseguem ter uma ideia rudimentar de comparação entre colecções: há colecções maiores e menores do que outras. Ora, este conhecimento, e por analogia, reforça a ideia que algumas das civilizações primitivas também tinham elementos matemáticos rudimentares semelhantes aos tidos pelas populações aborígenes actuais.

Os antecessores dos Gregos, os Babilónios e os Egípcios, tinham sistemas numerais desenvolvidos e meios para resolução de problemas numéricos, “sugerindo que, implicitamente, eles reconheciam as séries de números” (Resnik 1997, 178). Também sabemos que os Gregos consideravam os números de forma abstracta, embora não saibamos como surgiu esta característica metafísica dos números (Kline 1972, 3). Resnik especula que algumas civilizações primitivas estariam na fronteira de reconhecer entidades abstractas e que, talvez, inconscientemente, tenham começado a falar das entidades matemáticas referindo-as de forma abstracta e deixando-as de anexar, necessariamente, a objectos particulares físicos. Postulados os números naturais fica estabelecida a nossa ontologia minimal, embora incompleta, para o desenvolvimento de teorias matemáticas futuras.

Resumidamente, quer relativamente às entidades empíricas, quer relativamente às entidades matemáticas, a nossa ontologia estabelece-se por postulação. Dado que as nossas teorias são holisticamente confirmadas e dado que as teorias matemáticas (e as suas entidades respectivas) são indispensáveis às nossas teorias científicas, então alcançamos conhecimento acerca dessas entidades.

3. Conhecimento Empírico

O problema de Benacerraf estabelece uma ligação entre causalidade e localização espaciotemporal como critério para o que se pode conhecer. Entidades localizadas

no espaço-tempo não se relacionam causalmente com entidades não localizadas no espaço-tempo. Encontramo-nos localizados no espaço-tempo e, portanto, não nos podemos relacionar causalmente com entidades matemáticas e alcançar conhecimento matemático, uma vez que as entidades matemáticas são entidades que não se encontram localizadas no espaço-tempo. Esta ligação entre causalidade e localização espaciotemporal, como critério para o que se pode conhecer, pode ser simplificada deixando cair a propriedade metafísica da localização espaciotemporal e considerando apenas a propriedade metafísica da causalidade. Por exemplo, em vez de se considerar que as entidades matemáticas são entidades que não se localizam no espaço-tempo e que não se relacionam causalmente com entidades no espaço-tempo, podemos considerar que as entidades matemáticas são entidades causalmente ineficazes, *simpliciter*.

A simplificação anterior origina o problema seguinte. Seja M o conjunto de entidades que se não se localizam no espaço-tempo e seja N o conjunto de entidades causalmente ineficazes. Os conjuntos M e N são conjuntos com a mesma cardinalidade? Não. Há entidades localizadas no espaço-tempo mas causalmente ineficazes, como os centros de massa dos corpos massivos (que discutirei mais à frente). Portanto, não é verdade que todas as entidades causalmente ineficazes sejam entidades que não se localizam no espaço-tempo.

O enfoque na propriedade metafísica da causalidade também introduz um novo elemento na discussão. Enquanto o problema de Benacerraf é apenas um problema para o conhecimento matemático, agora temos um problema mais geral, no qual o problema de Benacerraf aparece como subsumido, e que se aplica a qualquer tipo de conhecimento, em particular, ao chamado “conhecimento empírico”, a saber: como podemos alcançar conhecimento de forma *acausal*?

Convém ainda clarificar que o conhecimento alcançado de forma *acausal* pode ser explicado por dois motivos. Um, a inexistência da ligação causal explica-se em virtude das propriedades metafísicas intrínsecas das entidades em questão, nomeadamente, as entidades em questão são entidades causalmente ineficazes, *simpliciter*, como é caso dos centros de massa. Outro, a inexistência da ligação causal explica-se em virtude de não ser nomicamente possível estabelecer uma relação entre a entidade em questão e nós próprios. Por exemplo, as entidades fora do nosso cone de luz (que discutirei mais à frente) são entidades com poderes causais mas causalmente ineficazes connosco, uma vez que é nomicamente impossível haver uma relação instantânea de causalidade entre entidades fora e dentro do nosso cone de luz.

No domínio matemático, a disputa ontológica, entre platonistas e nominalistas, é centrada na existência *tout court* de entidades matemáticas: há ou não entidades matemáticas? Por sua vez, no domínio empírico, a disputa ontológica, entre realistas e anti-realistas, é centrada na existência de entidades inobserváveis: há ou não entidades inobserváveis? Ou seja, relativamente aos nossos exemplos, entidades fora do

nosso cone de luz e, principalmente, centros de massa, também é disputável a existência deste tipo de entidades. Não me vou deter com este aspecto ontológico, dado que o argumento que tenho para a existência deste tipo de entidades é idêntico ao que desenvolvi para a existência de entidades matemáticas e que assim se sintetiza: centros de massa e entidades fora do nosso cone de luz são entidades indispensáveis às nossas melhores teorias científicas e, por isso, devemos-nos comprometer ontologicamente com a sua existência. Centremo-nos agora no problema epistémico sobre como alcançamos conhecimento acerca destas entidades.

Na história da ciência há exemplos de entidades empíricas que, primeiramente, foram postuladas e a sua detecção experimental somente ocorreu posteriormente. A questão que se coloca é saber se a postulação, *per se*, implica automaticamente que temos conhecimento empírico acerca dessas entidades independentemente de uma relação causal entre nós e essas entidades.

Em 1871, Mendeleeff considerou que um buraco na tabela periódica seria uma justificação para a existência de um elemento químico — o germânio — e que apenas foi descoberto em 1879. Mais recentemente também se postulou a existência do quark “top”, com base na existência de outros quarks, e que só mais tarde foi detectado no laboratório. Estes dois exemplos não são bons exemplos para os nossos objectivos, porque a justificação invocada é uma justificação para a *previsão* de existência de *p* e não para o *conhecimento* de *p*. Um outro exemplo, famoso e mais controverso, é o caso da descoberta do planeta Neptuno.

Em 1845-6, Urbain Le Verrier e John Adams postularam, de modo independente, a existência de um planeta exterior à órbita de Urano. Esta postulação decorreu das anomalias verificadas na órbita do planeta Urano e de cálculos teóricos decorrentes da teoria de gravitação universal. Nesta postulação, Le Verrier e Adams indicaram a massa e a localização na esfera celeste desse suposto planeta. Mais tarde, em 23 de Setembro de 1846, Galle e d’Arrest observaram o planeta em questão, através de um telescópico, na localização celeste que tinha sido prevista nos trabalhos de Le Verrier e Adams. O planeta em questão era o planeta Neptuno (ver Grosser 1962).

A história da descoberta do planeta Neptuno parece argumentar na seguinte direcção: aparentemente, antes da observação de Galle e d’Arrest, podíamos alegar que tínhamos conhecimento da existência de Neptuno e que a crença na existência deste planeta não era causada por, pelo menos, um acontecimento no qual participasse o planeta em questão, porque ainda não tinha sido feita qualquer observação directa do planeta em questão.

Na verdade, este também não parece ser um bom exemplo, uma vez que parece ser falso que a crença na existência de Neptuno não tenha sido causada pelo planeta em questão. Antes da observação directa de Neptuno, a crença na existência de Neptuno era causada por, pelo menos, um acontecimento no qual Neptuno participava — a anomalia na órbita de Urano. Ou seja, antes da observação de Galle e d’Arrest,

cumpria-se a condição necessária da interacção causal para o conhecimento (ainda que indirecta). Portanto, a história da descoberta de Neptuno não parece ser um contra-exemplo à ideia que todo o conhecimento é causalmente alcançado.

Consideremos então, detalhadamente, os exemplos dos centros de massa e das entidades fora do nosso cone de luz. Centros de massa são entidades causalmente ineficazes; entidades fora do nosso cone de luz são entidades com poderes causais mas causalmente ineficazes connosco. Em seguida defendo que temos conhecimento acerca de centros de massa e entidades fora do nosso cone de luz e, no entanto, este conhecimento resultou da sua mera postulação no âmbito de teorias científicas onde não houve qualquer relação causal entre nós e estas entidades, uma vez que são entidades causalmente ineficazes, pelo menos, connosco. A existência de entidades empíricas deste tipo, localizadas no espaço-tempo *mas* causalmente ineficazes, pelo menos, connosco, milita contra a ideia de que todo o conhecimento apenas é alcançável mediante uma interacção causal entre nós e as entidades a conhecer.

3.1. Centros de Massa

O centro de massa de um conjunto de partículas como, por exemplo, o centro de massa do sistema solar, é uma entidade referida pelas nossas melhores teorias científicas.⁷ Isto é, os centros de massa são entidades indispensáveis às nossas melhores teorias científicas. Os centros de massa são entidades localizadas no espaço-tempo e, no entanto, são entidades causalmente ineficazes.

A determinação da posição do centro de massa do sistema solar, por exemplo, calcula-se pela posição relativa das entidades massivas do sistema solar como planetas, sol, asteróides, cometas etc. num dado instante de tempo. Nesta determinação, o cálculo resulta de uma aproximação em que se desprezam entidades massivas menores como, por exemplo, pequenos asteróides ou poeiras. Apesar de o centro de massa do sistema solar estar localizado no espaço-tempo, o centro de massa do sistema solar, em si mesmo, não é uma entidade causalmente eficaz. Obviamente, as entidades massivas que determinam o centro de massa do sistema solar são entidades causalmente eficazes, porém esta eficácia causal não contribuiu para qualquer suposta eficácia causal do centro de massa do sistema solar. O centro de massa do sistema solar não é observável, nem é directamente mensurável, e caso o pudéssemos atravessar, nada sentiríamos. Portanto, a melhor explicação que temos para a existência de centros de massa é serem uma concepção teórica postulada pelas nossas melhores teorias científicas.

Frequentemente, considera-se que centros de massa e centros de gravidade são uma mesma entidade, mas isto é errado. Se o campo gravítico é uniforme, então o centro de massa coincide (no espaço-tempo) com o centro de gravidade. Mas se o campo gravítico não é uniforme, então o centro de massa não coincide (no espaço-

-tempo) com o centro de gravidade. Centros de massa e centros de gravidade são entidades diferentes. O centro de gravidade de um sistema de partículas é o local onde a gravidade actua e, como tal, é uma entidade causalmente eficaz. Por sua vez, o centro de massa de um sistema de partículas é uma entidade causalmente ineficaz onde nenhuma força pode actuar.

3.2. Entidades Fora do Nosso Cone de Luz

Temos conhecimento de entidades fora do nosso cone de luz, como planetas ou estrelas, e o nosso conhecimento é alcançado sem haver qualquer relação causal entre nós e estas entidades, porque as entidades fora do nosso cone de luz não estão em contacto causal connosco. Começemos por uma clarificação sobre a noção científica de cone de luz.

De acordo com a teoria da relatividade restrita, a velocidade máxima para a propagação de qualquer coisa⁸ é a velocidade da luz no vácuo. A noção científica de cone de luz é uma noção que decorre deste limite para a velocidade de propagação de qualquer coisa. Em gráficos espaço-tempo, este limite implica que cada acontecimento X no espaço-tempo define uma superfície cónica que divide o espaço-tempo em três regiões: duas dessas regiões (chamadas de “regiões internas ao cone de luz”) correspondem ao conjunto de acontecimentos futuros absolutos e ao conjunto de acontecimentos passados absolutos relativamente ao acontecimento X ; uma terceira região é a região externa ao cone de luz e é considerada como constituindo o conjunto de acontecimentos absolutos em qualquer outra parte, relativamente ao acontecimento X (Schutz 1985, 15). Para compreendermos melhor o que aqui está em questão consideremos o próximo exemplo.

Vamos designar por acontecimento X , o seguinte acontecimento no espaço-tempo: a leitura desta mesma frase. Fixado este acontecimento X ficamos com o seguinte: a leitura do parágrafo antecedente, no minuto anterior, constitui um acontecimento do passado absoluto de X ; a leitura do parágrafo seguinte, constitui um acontecimento do futuro absoluto de X ; os supostos fótons que estão a ser emitidos por uma estrela longínqua, neste instante, relativamente a X , são um acontecimento que pertence ao conjunto de acontecimentos fora do nosso cone de luz.

A frase “há planetas e estrelas fora do nosso cone de luz” é uma *façon de parler*. O que está em questão na noção de cone de luz é a suposta existência de acontecimentos que, por haver um limite máximo para a velocidade de propagação de qualquer coisa — a velocidade de propagação da luz no vácuo —, não fazem parte do interior do nosso cone de luz. A existência destes acontecimentos está, obviamente, associada à existência de entidades fora do nosso cone de luz no seguinte sentido: se não houvesse entidades fora do nosso cone de luz, então não haveria acontecimentos, como a emissão de radiação,⁹ fora do nosso cone de luz que fossem causados por

essas entidades. Há ainda uma outra distinção a clarificar entre acontecimentos e entidades fora do nosso cone de luz.

Consideremos uma estrela *X* a 2 mil anos-luz. Suponhamos que as nossas observações actuais, sobre a estrela *X*, implicam a previsão: daqui a mil anos observaremos essa estrela a emitir um brilho muito intenso decorrente do seu colapso — uma supernova. Ou seja, daqui a mil anos a estrela *X* dará origem a uma estrela *Y* que é uma supernova. Dadas as distâncias anos-luz em questão, aparentemente, a estrela supernova *Y* é uma estrela fora do nosso cone de luz.

Apenas considero como entidades fora do nosso cone de luz as entidades acerca das quais nenhum acontecimento por elas causado, como é o caso da radiação emitida, faz parte do interior do nosso cone de luz, pois de uma outra forma não teria sentido falar em entidades *fora* do nosso cone de luz. O caso acima exposto, acerca de uma supernova, é um caso acerca de uma entidade cuja radiação emitida faz parte do interior do nosso cone de luz e, por isso, não considero que este exemplo, ou outros do mesmo género, sejam exemplos de entidades fora do nosso cone de luz.

A existência de entidades fora do nosso cone de luz é postulada (no sentido quiniiano) pela teoria da relatividade restrita e outras teorias científicas acerca dessas entidades. Por exemplo, a nossa crença na existência de planetas fora do nosso cone de luz é justificada pela teoria da relatividade restrita e teorias científicas acerca da formação planetária que explicam como os planetas são formados a partir de discos circunstelares; a nossa crença na existência de estrelas fora do nosso cone de luz é justificada pela teoria da relatividade restrita e teorias científicas que explicam o ciclo de vida das estrelas.

4. O Princípio Eleático de Cheyne

Colin Cheyne (Cheyne 2001) defende uma versão epistémica do princípio eleático¹⁰ que, aparentemente, refuta a ideia de que temos conhecimento de centros de massa ou entidades fora do nosso cone de luz sem haver qualquer relação causal entre nós e essas entidades. Nesta secção vou defender os exemplos anteriores — centros de massa e entidades fora do nosso cone de luz — do princípio eleático de Cheyne. No caso dos centros de massa a refutação do princípio eleático de Cheyne é imediata. No caso das entidades fora do nosso cone de luz a refutação é mais longa e obriga a um pequeno ajustamento ao nosso domínio de quantificação: para entidades fora do nosso cone de luz, *que distam de nós a uma distância inferior à escala do universo*, o princípio eleático de Cheyne não colhe.

Eis a versão epistémica do princípio eleático de Cheyne:

(CE)* Se *F*'s não são objectos comparáveis,¹¹ então não podemos saber que *F*'s

existem a não ser que a nossa crença na sua existência seja causada por, pelo menos, uma das condições seguintes:

- (a) A existência de um acontecimento no qual um *F* participa, ou
- (b) A existência de acontecimentos nos quais cada um dos robustos constituintes de *F*'s participa,¹² ou
- (c) A existência de um acontecimento que seja causa próxima da existência de um *F*. (Cheyne 2001, 113)

(CE)* pretende ser um critério causal de conhecimento existencial, onde conhecimento existencial significa conhecimento de que certas entidades existem. Cheyne não nega que possam existir entidades causalmente ineficazes (supostamente, entidades platónicas). Mas caso existam entidades causalmente ineficazes, então, à luz de (CE)*, não podemos ter conhecimento da sua existência. Mas se não podemos ter conhecimento da existência de entidades causalmente ineficazes, então não estamos justificados a acreditar na sua existência.

Ora, temos conhecimento da existência de centros de massa de corpos massivos e, porém, a nossa crença nesta existência não é causada por nenhuma das três condições do princípio eleático de Cheyne ((a), (b) ou (c)), porque centros de massa de corpos massivos são, intrinsecamente, entidades causalmente ineficazes. O princípio eleático de Cheyne não colhe.

Consideremos agora um argumento que relaciona o princípio eleático de Cheyne com as entidades fora do nosso cone de luz:

Argumento B

- (1_B) Se a nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz não é causada por um acontecimento que seja causa próxima da existência de uma dessas entidades, então não podemos saber que existem entidades fora do nosso cone de luz. (Isto segue-se de (CE)*, uma vez que para entidades fora do nosso cone de luz a) e b) são automaticamente excluídas.)
- (2_B) A nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz não é causada por um acontecimento que seja causa próxima da existência de uma dessas entidades, porque as entidades fora do nosso cone de luz não estão em contacto causal connosco.
- (∴) Não podemos saber que existem entidades fora do nosso cone de luz.

Se se defender que a conclusão do argumento B é falsa, isto é, se se defender que temos conhecimento da existência de entidades fora do nosso cone de luz, então, ou o princípio (CE)* é falso (isto é, a premissa (1_B) é falsa), ou a premissa (2_B) é falsa. No caso em questão, Cheyne defende que o princípio (CE)* é verdadeiro e que

temos conhecimento da existência de entidades fora do nosso cone de luz. Isto é, Cheyne defende que a premissa (1_B) é verdadeira e que a conclusão é falsa. Por isso, Cheyne tem de mostrar que a premissa (2_B) é falsa, isto é, Cheyne tem de mostrar que a crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz é causada por um acontecimento no qual uma dessas entidades participa ou um acontecimento que seja causa próxima da existência de uma dessas entidades.

Cheyne considera que a premissa (2_B) é falsa, porque a nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz

*is caused by an event (the Big Bang) which was their proximal cause. In this case, the proximity does not need to be especially close, because it part of our understanding of the nature of the Big Bang that it must have been the cause of stars and planets outside of our light cone.*¹³ (Cheyne 2001, 116; *itálico meu*)

A teoria do “big bang” é uma teoria que resultou de observações astronómicas feitas por Edwin Hubble, em 1929, que mostra que “o desvio para o vermelho” das galáxias é directamente proporcional à distância que as galáxias se encontram do observador. Isto é, a velocidade de afastamento das galáxias é directamente proporcional à distância do observador das mesmas (lei de Hubble).¹⁴ Desta teoria decorre que, actualmente, o universo está em expansão e o chamado “big bang” — uma “explosão” que ocorreu no universo primordial — foi o efeito causador desta expansão.

A putativa relação de Cheyne entre o “big bang” e a nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz é estabelecida pela seguinte linha de raciocínio: o acontecimento “big bang” é a causa de tudo o que há; o “big bang” é a causa comum para tudo o que há dentro e fora do nosso cone de luz; portanto, a premissa (2_B) é falsa, porque a nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz é justificada por um acontecimento (o “big bang”) que é a causa próxima da existência dessas entidades. Portanto, para Cheyne podemos saber que existem entidades fora do nosso cone de luz, como planetas ou estrelas, e esse conhecimento existencial não constitui um contra-exemplo ao princípio (CE)*.

Em seguida, contrariamente a Cheyne, vou defender que a premissa (2_B) é verdadeira, para entidades que distam de nós a uma distância inferior à escala do universo, e esta defesa vai constituir-se como um contra-exemplo ao princípio (CE)* (isto é, a premissa (1_B) é falsa), uma vez que ambos concordamos que temos conhecimento da existência de entidades fora do nosso cone de luz (isto é, a conclusão do argumento B é falsa). Vou mostrar que a justificação para a crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz, que distam de nós a uma distância inferior à escala do universo, é independente da teoria do “big bang”. Ou seja, ainda que a teoria do “big bang” fosse uma teoria falsa continuaríamos a ter a mesma justificação para acreditar na existência dessas entidades fora do nosso cone de luz. Em concreto, vejamos como postulamos a existência de estrelas fora do nosso cone de luz.

A partir de observações astronômicas sabemos que a nossa galáxia — a Via Láctea — é composta por milhões de estrelas. Através de métodos observacionais como os métodos das paralaxes (para estrelas da nossa galáxia) ou estrelas padrão (para outras galáxias) podemos determinar a nossa distância às estrelas. A sua composição interna é estabelecida pelo tipo de radiação emitido pela estrela, o chamado “espectro da estrela”. Com a ajuda das nossas melhores teorias científicas sobre física atômica e termodinâmica estabelecemos que as estrelas observadas correspondem a estrelas de diferentes tipos. Por sua vez, estes diferentes tipos de estrelas correspondem a diferentes fases de evolução estelar. *Grosso modo*, uma estrela evolui da seguinte forma: a contração gravitacional de nuvens de gás e de poeiras interestelares dão a origem a uma proto-estrela; esta proto-estrela evolui para uma anã castanha ou para uma estrela da sequência principal; uma estrela da sequência principal evolui para uma gigante vermelha que, por sua vez, evolui para uma anã castanha, estrela de nêutrons ou buraco negro. Em termos temporais, sabemos que uma proto-estrela demora cerca de 200000 anos a formar-se e que uma estrela mantém-se na sequência principal durante milhões de anos. Por exemplo, o Sol é uma estrela da sequência principal e que tem cerca de 5000 milhões de anos. Dado o limite máximo de velocidade para a propagação de qualquer coisa (a velocidade da luz no vácuo) e sabendo que há milhões de estrelas numa galáxia e milhões de galáxias¹⁵ cuja radiação emitida ainda não chegou até nós, estamos justificados a acreditar na existência de estrelas fora do nosso cone de luz.

Será que a teoria do “big bang” não é uma teoria auxiliar das teorias aqui referidas e, deste modo, as teorias aqui referidas dependem da teoria do “big bang”? Ou seja, será que a justificação para a crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz, na verdade, não é independente da teoria do “big bang”?

A teoria do “big bang” é uma teoria auxiliar das teorias acima referidas nos seguintes casos: para entidades que se encontram a distâncias da escala da dimensão do universo a sua distância é determinada por recurso à teoria do “big bang”. Para as restantes entidades temos outros instrumentos teóricos de determinação de distâncias que são independentes da teoria do “big bang”, como o método das cefeidas (como estrelas padrão) ou o método das paralaxes. Exemplificando, quando afirmamos que “na galáxia Andrómeda (que dista 2,5 milhões de anos-luz da nossa galáxia) há entidades fora do nosso cone de luz” esta afirmação é independente da teoria do “big bang”. Ou seja, se a teoria do “big bang” fosse uma teoria falsa (por exemplo, o universo ser estático),¹⁶ continuaríamos a ter a mesma justificação para a nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz pertencentes à galáxia de Andrómeda.¹⁷ Portanto, ao contrário do que Cheyne pretende, há entidades fora do nosso cone de luz cuja nossa crença na sua existência é independente da teoria do “big bang”.

Objecção: ainda que haja entidades fora do nosso cone de luz cuja nossa crença na sua existência seja independente da teoria do “big bang”, será que Cheyne não poderia sustentar-se nas teorias acima referidas para mostrar que a nossa crença na existência dessas entidades é causada por um acontecimento que proximamente causa uma dessas entidades para existir? Isto é, será que as teorias acima referidas não implicam que a premissa (2_B) seja uma premissa falsa?

Réplica: de acordo com a teoria da relatividade restrita, as entidades fora do nosso cone de luz são entidades que não têm qualquer contacto causal conosco. Este corolário da relatividade é aceite pelas restantes teorias. Logo, a nossa crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz não é causada por um acontecimento que proximamente causa uma dessas entidades para existir. Isto é, a premissa (2_B) é verdadeira.

Objecção (mas não subscrita por Cheyne): não existem entidades fora do nosso cone de luz.

Réplica: negar a existência de entidade fora do nosso cone de luz é uma pretensão antropocêntrica. De acordo com Colyvan, esta negação pretende colocar de novo a Terra no centro do Universo (Colyvan 2001, 42). Esta pretensão também implica uma ontologia austera: apenas existem as entidades que actualmente observamos, porém esta não parece ser uma opção válida, porque esta opção contradiz as postulações das nossas melhores teorias científicas. Acresce que, de acordo com a teoria da relatividade geral, (auxiliada pela lei de Hubble), é possível existirem entidades astronómicas que jamais possam ser observadas (a sua radiação jamais fará parte do nosso cone de luz), porque são entidades fora do nosso horizonte cósmico (a superfície de uma esfera centrada na Terra que define aquilo que é conhecido por Universo visível).¹⁸ Atentemos a seguinte citação de Penrose:

The region that is outside our particle horizon is beyond direct observation. Yet, it seems to be reasonable scientific proposal that this region should resemble, on a broad scale, the region that is accessible to direct observation. The theory that the unobservable region does resemble the observationally accessible region (...) is *not observationally refutable*. (Penrose 2005, 1021–2; *italico meu*)

Em resumo, se a conclusão do argumento B é falsa, isto é, se temos conhecimento de que existem entidades fora do nosso cone de luz e se a premissa (2_B) é verdadeira, isto é, se a crença na existência de entidades fora do nosso cone de luz não é justificada por um acontecimento que seja causa próxima da existência de uma dessas entidades, então a premissa (1_B) é falsa, isto é, o princípio eleático é falso. De acordo com Cheyne, a conclusão do argumento B é falsa; de acordo com a nossa discussão, a premissa (2_B) é verdadeira. Portanto, as entidades fora do nosso cone de luz são um contra-exemplo à versão (CE)* do princípio eleático.¹⁹

Referências

- Balaguer, M. 1998. *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Benacerraf, P. 1973. Mathematical Truth. Reimpresso em Benacerraf & Putnam 1983, 403–20.
- Benacerraf, P. & Putnam, H. (eds.) 1983. *Philosophy of Mathematics*. Nova Iorque: Cambridge University Press.
- Cheyne, C. 2001. *Knowledge, Cause, and Abstract Objects*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Colyvan, M. 2001. *The Indispensability of Mathematics*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Gödel, K. 1947. What is Cantor's Continuum Problem? Reimpresso em Benacerraf & Putnam 1983, 470–85.
- Grosser, M. 1962. *The Discovery of Neptune*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Kline, M. 1972. *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Kripke, S. 1980. *Naming and Necessity*. Oxford: Blackwell.
- Maudlin, T. 2002. *Quantum Non-Localis and Relativity*. Oxford: Blackwell.
- Maddy, P. 1990. *Realism in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press.
- Penrose, R. 2005. *The Road to Reality — A Complete Guide to the Laws of the Universe*. Londres: Vintage.
- Quine, W. 1948. On What There Is. Reimpresso em Quine, W. *From a Logical Point of View*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1980, 1–19.
- . 1951. Two Dogmas of Empiricism. Reimpresso em W. Hart (org.) *The Philosophy of Mathematics*. Nova Iorque: Oxford University Press, 1996, 31–51.
- . 1960. Posits and Reality. Reimpresso em Quine, W. *The Ways of Paradox and Other Essays*. Nova Iorque: Random House, 1966, 233–41.
- . 1990. *Pursuit of Truth*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Quine, W. & Ullian, J. 1970. *The Web of Belief*. Nova Iorque: Random House.
- Resnik, M. 1997. *Mathematics as a Science of Patterns*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Rosa, R. & Lepore, E. 2004. Quine's Meaning Holisms. In Gibson, R. (org.) *The Cambridge Companion to Quine*. Nova Iorque: Cambridge University Press, 65–90.
- Sá, N. 2005. *Astronomia Geral*. Lisboa: Escolar Editora.
- Schutz, B. 1985. *A First Course in General Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press.

EDUARDO CASTRO

Dep. Matemática, UBI

Rua Marquês D'Ávila e Bolama

6201-001 Covilhã

Portugal

e

LanCog, Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa

Faculdade de Letras, Alameda da Universidade

1600-214 Lisboa

Portugal

ecastro@ubi.pt

<http://ecastro.com.sapo.pt>

Resumo. O problema de Benacerraf é um problema sobre como podemos alcançar conhecimento matemático. Ei-lo: as entidades matemáticas são entidades que não se localizam no espaço-tempo; nós existimos localizados no espaço-tempo; assim, não parece que nos possamos causalmente relacionar com entidades matemáticas com vista a alcançar conhecimento matemático. Neste artigo avanço uma solução ao problema de Benacerraf fundamentada nas doutrinas quonianas do naturalismo, holismo da confirmação e postulação. Mostro que temos conhecimento acerca de centros de massa e entidades fora do nosso cone de luz, na qualidade de entidades causalmente ineficazes, pelo menos, conosco. No final defendo o conhecimento existencial de centros de massa e entidades fora do nosso cone de luz contra o princípio eleático de Cheyne, segundo o qual apenas podemos alcançar conhecimento existencial de entidades através de uma relação causal.

Palavras-chave: Benacerraf, holismo, indispensabilidade, naturalismo, postulação e princípio eleático de Cheyne.

Notas

¹ A passagem é a seguinte:

But, despite their remoteness from sense-experience, we do have something like perception of the objects of set theory, as is seen from the fact that the axioms force themselves upon us as being true. I don't see any reason why we should have less confidence in this kind of perception, i.e. in mathematical intuition, than in sense-perception. (Gödel 1947, 483–4)

² Esta versão resulta de Colyvan 2001.

³ Quine 1951, 50. Uma outra passagem de Quine sobre este assunto é:

Our ontology is determined once we have fixed upon the over-all conceptual scheme which is to accommodate science in the broadest sense (...) the considerations which determine a reasonable construction of any part of that conceptual scheme, for example, the biological or the physical part, are not different in kind from the considerations which determine a reasonable construction of the whole. (Quine 1948, 16–7)

⁴ Por exemplo, Quine afirma: “Uma teoria está comprometida com aquelas, e só aquelas, entidades às quais as variáveis ligadas da teoria tenham que ser capazes de se referir de modo a que as afirmações feitas na teoria sejam verdadeiras.” (Quine 1948, 13–4) Na verdade, há uma outra interpretação do critério de compromisso ontológico quinioniano onde a quantificação é vista como uma arregimentação do uso do vernáculo “há” de frases da linguagem natural, em que os falantes destas linguagens supõem que este vernáculo, por si só, implica um compromisso ontológico. Aqui não considero esta interpretação.

⁵ Noutras obras, Quine referiu virtudes ligeiramente diferentes das agora referidas. Por exemplo, em Quine e Ullian 1970 são referidas as virtudes de conservadorismo, generalidade, simplicidade, refutabilidade, modéstia e conformidade com a observação; em Quine (1990) são referidas as virtudes de simplicidade, economia e naturalidade. Não me vou deter com estas diferenças.

⁶ Esta última observação surge de Colyvan 2001, 153.

⁷ Num dado sistemas de coordenadas, o centro de massa de um conjunto de n partículas é calculado pela seguinte expressão:

$$R_{CM} = (m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots + m_n r_n) / (m_1 + m_2 + \dots + m_n),$$

onde m_i é a massa de cada partícula i e r_i é a vector posição da partícula i relativamente à origem do sistema de coordenadas.

⁸ “Qualquer coisa” pode ser energia, matéria, sinais, processos causais ou informação. Não há um acordo entre filósofos da ciência e físicos sobre aquilo que não se desloca a uma velocidade superior à velocidade da luz. (Maudlin 2002, 2–3)

⁹ A radiação emitida não tem de ser necessariamente radiação observável a “olho nu”. O espectro de radiação é bastante amplo (micro-ondas, raios X, gama, etc.) e há tecnologia apropriada para sua detecção.

¹⁰ Chamado assim em virtude de uma passagem em *O Sofista* de Platão que reivindica o poder causal como uma propriedade do ser.

¹¹ Dois objectos de um mesmo conjunto são comparáveis entre si se houver uma relação entre eles. Por exemplo, sabemos que existe a maior girafa do mundo sem nunca termos estabelecido contacto com essa girafa. (Cheyne 2001, 110)

¹² Podem surgir novos objectos como resultado de uma recombinação de objectos já conhecidos. Os constituintes de uma recombinação simples de objectos (aquela em que os constituintes se mantêm relativamente inalteráveis) são chamados constituintes robustos de uma recombinação. (Cheyne 2001, 112)

¹³ Vou traduzir o termo “caused” (causada) por “justificada”, uma vez que me parece estar aqui em questão uma noção de justificação.

¹⁴ Lei de Hubble: a velocidade de afastamento (v) de astros do universo é proporcional à distância que se encontram do planeta Terra (r), isto é, $v = H_0 r$, onde H_0 é a chamada “constante de Hubble” ($50 < H_0 < 80$ (km/s/Mpc)).

¹⁵ Estima-se que a nossa galáxia tenha cerca de 200 a 400 mil milhões de estrelas e que haja cerca de 10^{11} galáxias.

¹⁶ Da teoria da relatividade geral (1916) decorria que o universo era dinâmico. Porém, Einstein acreditava que o universo era estático e, por isso, introduziu de forma *ad hoc* uma constante nas equações estabelecidas para “contrabalançar” esse efeito dinâmico. Em 1929, a sua crença foi falsificada pela teoria de Hubble.

¹⁷ Aparentemente, há aqui uma certa tensão com a tese holista quiniana, uma vez que estou a defender uma independência entre certas teorias pertencentes à teia de crenças. Porém, não penso que esta tensão seja aqui muito importante. Esta tensão poderia ser dissolvida com um argumento baseado em história da ciência. É sabido que antes da teoria de Hubble (1929) tinha-se uma concepção estática do universo (ver nota de rodapé anterior). Assim, parece razoável supor que, naquela altura, os cientistas acreditavam na existência de entidades

fora do nosso cone de luz baseados na ideia de que a radiação emitida por entidades muito longínquas ainda não teria tido tempo para chegar até nós.

¹⁸ Sá 2005, 261. Para se defender a existência deste tipo de entidades é necessário supor como válida a lei de Hubble, porém, isto não intersecta a discussão anterior. A discussão anterior foi uma discussão acerca de entidades fora do nosso cone de luz. Aqui argumenta-se a favor da possibilidade da existência de entidades fora do nosso horizonte cósmico. Aqueles que refutam esta possibilidade estão também a refutar a lei de Hubble e a teoria da relatividade geral, ainda que indirectamente.

¹⁹ Este artigo é resultante da tese de doutoramento *A Indispensabilidade da Matemática na Ciência Natural* orientada por João Branquinho e Fernando Ferreira e arguida por Nelson Gomes. Aos três estou grato pelos comentários feitos ao material. Esta investigação foi financiada por uma bolsa de doutoramento da Fundação para a Ciência e Tecnologia (SFRH/BD/16755/2004).