

Jorge L. Cervantes-Cota, M. A. Rodríguez-Meza
La teoría de la relatividad: ayer y hoy
Ciencia Ergo Sum, vol. 13, núm. 3, noviembre-febrero, 2006, pp. 253-264,
Universidad Autónoma del Estado de México
México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10413303>



Ciencia Ergo Sum,
ISSN (Versión impresa): 1405-0269
ciencia.ergosum@yahoo.com.mx
Universidad Autónoma del Estado de México
México

¿Cómo citar?

Fascículo completo

Más información del artículo

Página de la revista

www.redalyc.org

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

La teoría de la relatividad: ayer y hoy

Jorge L. Cervantes-Cota* y M.A. Rodríguez-Meza*

Recepción: 6 de enero de 2006
Aceptación: 24 de febrero de 2006

* Departamento de Física, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares. Apdo. postal 18-1027, México, D. F. C.P. 11801.
www.astro.inin.mx.

Resumen. Explicamos los dos postulados de la teoría de la relatividad especial, poniendo énfasis en los conocimientos científicos históricos detrás de las ideas que empleó el joven Albert Einstein en 1905. El papel de científicos como Maxwell, Michelson, Voigt, Lorentz, Fitzgerald, entre otros, es dilucidado. También explicamos la geometría del nuevo espacio-tiempo que emana de la teoría, así como las consecuencias en la medición del espacio, tiempo y masas de observadores en movimiento relativo. Finalmente, se describen algunas de las aplicaciones que ha tenido y tiene una de las teorías más sencillas y probadas de la historia de la ciencia: la relatividad especial.

Palabras clave: Albert Einstein, relatividad especial, espacio-tiempo, dilatación del tiempo, contracción de la longitud, masa relativista, reactores, estrellas, muones, sistemas de posicionamiento global.

The Theory of Special Relativity: Yesterday and Today

Abstract. We explain the two postulates of the theory of special relativity, putting emphasis on the historical scientific knowledge behind the ideas that the young Albert Einstein in 1905 used. The role of scientists such as Maxwell, Michelson, Voigt, Lorentz, Fitzgerald, among others, is explained. Also we explain the geometry of the new space-time that emanates from the theory, as well as the consequences for the measurement of space, time and mass by observers in relative movement. Finally, some of the old and new applications are described of one of the simplest and most proven theories in the history of science: special relativity.

Key words: special relativity, space-time, time dilation, length contraction, relativistic mass, reactors, stars, muons, global positioning systems.

Introducción

En este artículo contaremos una historia que emana de dos de los cinco trabajos que el joven Albert Einstein publicó en 1905. Empezaremos con el artículo famoso intitolado ‘Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento’, o lo que es lo mismo, su teoría de relatividad especial, que fue enviada para su publicación el 30 de junio de 1905 (Einstein,

1905a). Después explicaremos la famosa fórmula de conversión de masa en energía, $E = mc^2$, la cual apareció publicada el 21 de noviembre de 1905 (Einstein, 1905b).

A finales del siglo XIX y principios del XX las preocupaciones de los científicos estaban enfocadas al desarrollo de la Física más que pensar en una nueva formulación de las leyes de la naturaleza. Había algunos problemas de entendimiento de la naturaleza, pero el sentir general era que ya se tenía resuelto lo

fundamental en física teórica. Había trabajado en el desarrollo y la precisión de las mediciones, pero aparentemente no había necesidad de formular nuevas teorías. Sin embargo, sí había algunos resultados que inquietaban a los científicos. Entre ellos estaba la medición de la velocidad de la Tierra con respecto al éter lumínico, pero los intentos de medición parecían indicar que no existía tal movimiento relativo.

Había otro elemento que al parecer sólo inquietaba a pocos, y era el hecho de que las nuevas leyes del electromagnetismo, resumidas y completadas por el trabajo de James Clark Maxwell, tenían forma matemática diferente para diferentes estados de movimiento. Es decir, las leyes no permanecían invariantes ante transformaciones de movimiento relativo. Esto era curioso, ya que las leyes de transformación de la relatividad de Galileo sí dejaban invariante a las leyes de la mecánica de Newton: las leyes de las fuerzas eran las mismas para observadores en movimiento o en reposo absoluto, pero las leyes electromagnéticas resultaban no serlo. Sin embargo, en 1887 el cristalógrafo Woldemar Voigt demostró, en su trabajo “Über das Doppler'sche Princip” (Voigt, 1887), que la ecuación de onda que describe los fenómenos ondulatorios, permanece sin cambios cuando se considera en un sistema en reposo respecto del éter o en movimiento relativo. En ambos sistemas de referencia la ecuación de onda es la misma, es decir, permanece invariante; para lograrlo Voigt utilizó unas transformaciones diferentes a las de Galileo. En ese mismo trabajo, Voigt también postuló la invarianza de la velocidad de la luz.

Ambos elementos, el fracaso de la medición de la velocidad de la Tierra respecto del éter y la invarianza de las leyes de la Física en sistemas galileanos de movimiento, fueron de primera importancia en el pensamiento del joven Einstein, allá en la vieja Zürich a principios del siglo pasado. Adentrémonos a escudriñar estos conceptos para estar en condiciones de entender la teoría de la relatividad especial y sus consecuencias.

1. ¿Qué es la relatividad?

La relatividad especial es una teoría para la descripción de los eventos que suceden en la naturaleza, es decir, cualquier fenómeno que se pueda describir mediante observadores. La teoría fue formulada de manera muy sencilla, ya que consiste solamente en dos postulados:

- 1) La velocidad de la luz es una constante, independientemente del sistema de referencia desde el cual se mida.
- 2) La leyes de la Física son las mismas –invariantes– para los diferentes observadores inerciales.

La relatividad especial es una teoría para la descripción de los eventos que suceden en la naturaleza, es decir, cualquier fenómeno que se pueda describir mediante observadores.

Así de sencillo como parece, sus consecuencias resultan sutiles y extrañas e útiles en la ciencia y la tecnología del siglo XX y XXI.

Analicemos por separado cada uno de estos postulados.

1.1. Primer postulado

Veamos cuáles son las bases del primer postulado. El origen e interpretación de la luz ha tenido varias etapas en la historia de la ciencia; más aún, en la Biblia hay varias referencias a fenómenos luminosos. Hay también referencias años más tarde en la Grecia antigua. La escuela atomista, con Lepucio en el 450 a.C., consideraba que los cuerpos eran focos que desprendían imágenes, las cuales eran captadas por los ojos, y de éstos pasaban al alma que las interpretaba. Por otro lado, la escuela contraria de los pitagóricos consideraba que los focos emisores no eran los objetos, sino los ojos. Sostenían que el ojo palpaba los objetos mediante una fuerza invisible a modo de tentáculo, y al explorar los objetos determinaba sus dimensiones y color. Entre estas y otras ideas se debatía el entendimiento de los fenómenos luminosos hasta que mucho tiempo después se dieron las primeras ideas para medir la velocidad de la luz. Galileo Galilei (1564-1642) intentó medirla, pero lo único que logró fue concluir que la luz viajaba más rápido que el sonido. Tiempo después, en 1670, el astrónomo Danés Olaf Roemer dio un salto cualitativo. Midió por primera vez la velocidad de la luz, y para ello utilizó los eclipses de las lunas de Júpiter. Entonces, aun cuando no se tenía clara su naturaleza, sí estaba claro que la velocidad de su propagación era del orden de los 300,000 kilómetros por segundo. La velocidad era finita y no infinita, como algunos sospechaban.

Poco tiempo después, hacia finales del siglo XVII, vendría la teoría corpuscular de Isaac Newton, quien en 1704 publicó su libro *Óptica*, donde explicaba su teoría con todo detalle. Por otro lado, Christian Huygens planteó la alternativa en 1678 con su modelo ondulatorio de la luz, en el cual la propagación era mecánica, semejante a la del sonido. De esta manera, la luz necesitaba un medio material para su propagación. ¿Cuál modelo era el bueno? El debate prosiguió unos años hasta que Thomas Young (1773-1829) realizó su famoso experimento de la doble rejilla y demostró

que la luz exhibía el fenómeno de interferencia, es decir, poseía propiedades ondulatorias.

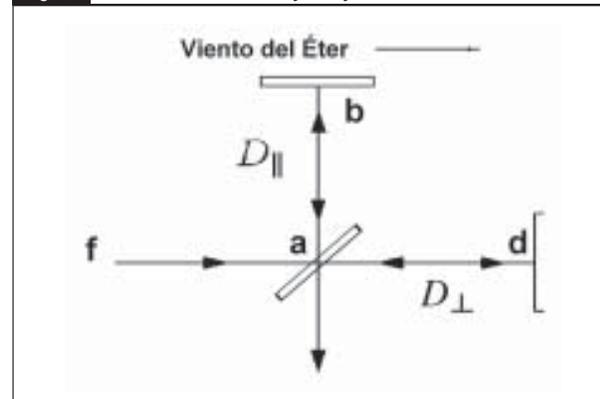
Tiempo más adelante, a mediados del siglo XIX, los franceses Hippolyte Fizeau y León Foucault lograron medir, con experimentos realizados en la Tierra, la velocidad de la luz, calculada en 295,680 km/seg, la cual es cercana a su valor actual de 299,792.458 km/seg, y es denotada por la letra c , (Hecht, 2000).¹

Los trabajos de Coulomb, Oersted, Ampère, Biot, Savart, Faraday, Ohm, Henry, Gauss, entre otros, realizados a finales del siglo XVIII y sobre todo durante el XIX, se vieron culminados con la teoría completa del electromagnetismo clásico, formulada con gran belleza matemática por el físico escocés James Clark Maxwell (1831-1879). Su trabajo quedó explicado en su tratado de 1873 intitulado *Electricidad y Magnetismo*, donde se muestran por primera vez lo que hoy en día conocemos como las Ecuaciones de Maxwell.

Para completar el trabajo de sus antecesores, Maxwell introdujo un término, llamado corriente de desplazamiento, en la Ley de Ampère. Con este nuevo ingrediente, Maxwell logró deducir la ecuación de onda para los campos electromagnéticos. La velocidad de propagación dependía del medio en cuestión, y para el vacío —o para el aire—, correspondía a la medida por Fizeau. Así, las ondas electromagnéticas eran simplemente luz; y esto fue lo que observó Heinrich Hertz (1857-1894) en sus experimentos, comprobando así los resultados de Maxwell.

Una vez determinada la velocidad de la luz, faltaba entonces averiguar las características del medio elástico en el cual se propagaba. Tendría que ser un medio que está en todos lados y muy ligero para que no obstruyera el movimiento de los cuerpos, pero a su vez con suficiente sustancia para poder transmitir los rayos luminosos. A este medio se le llamó éter. Albert Michelson, nacido en Prusia y después radicado en Estados Unidos de Norteamérica, fue el designado por los dioses para medir tan etérea sustancia. La historia cuenta que en noviembre de 1877, durante la preparación de una demostración del método de Foucault para medir la velocidad de la luz, se dio cuenta que podría colimar mejor el haz de luz, y así lograr aumentar la sensibilidad del experimento. Después de este hecho, nunca dejó de pensar en mejorar el dispositivo. Un par de años más tarde se mudó a Berlín, donde estuvo trabajando en el laboratorio del profesor alemán Hermann von Helmholtz (1821-1894). Curiosamente Helmholtz no hizo grandes contribuciones al electromagnetismo, pero influyó en las ideas de Michelson y además fue maestro de Hertz. En Berlín, Michelson inventó un aparato experimental llamado interferómetro, el cual es un dispositivo de espejos que separa a la luz en dos direcciones

Figura 1. Interferómetro de Michelson y Morley.



opuestas. Los rayos viajan y regresan, y después se juntan en un punto, donde se produce el fenómeno de la interferencia, que consiste en la suma y resta de las amplitudes de las ondas: las zonas donde se suman, aumentan la intensidad de la misma; y en la parte restada, disminuye. El fenómeno neto se observa entonces en forma de franjas brillantes y oscuras de luz, y nos habla del desfaseamiento de los dos haces de luz, debido a su diferente tiempo de viaje (ver figura 1). En la figura se supone que el viento del éter viaja hacia la derecha con respecto al interferómetro, o bien el interferómetro viaja a la izquierda con respecto al éter. El experimento consiste en emitir un haz de luz del foco (f) hacia el primer semi-espejo (a), el cual divide la luz en direcciones perpendiculares (b y d), donde se encuentran espejos que hacen que la luz regrese al punto de desviación inicial, donde sucede el fenómeno de interferencia.

Con el interferómetro Michelson inició los trabajos de medición de la velocidad de la luz respecto del éter. Él esperaba que la luz de su interferómetro, situado en la Tierra, dependiera del movimiento de la Tierra respecto del espacio sideral, donde el éter estaría en reposo. Se esperaba observar interferencia debido al supuesto movimiento de la luz perpendicular al éter, con la trayectoria f - a - b - a , en contraste con el movimiento supuesto más lento de la trayectoria paralela (f - a - d - a) al éter. Se construye el dispositivo tal que $D_{||} = D_{\perp}$, pero hay una diferencia en los tiempos de llegada de las ondas perpendicular y paralela debido a que la onda paralela es arrastrada por el éter. Esto provocaría el fenómeno de la interferencia de las ondas. Pero los experimentos mostraron algo inesperado: el resultado fue nulo; no se encontró la interferencia esperada. Michelson mejoró el experimento, pero solamente aparecía una interferencia muy pequeña, asociada a la incertidumbre experimental.

1. El lector interesado puede consultar en Hecht (2000) una breve historia de la luz.

El interés de Michelson aumentó al conocer una carta que el famoso profesor Maxwell había enviado poco antes de su muerte, en 1879, a la Oficina Náutica Naval Almanac, donde también colaboraba, y en la cual Maxwell explicaba que era muy difícil que midiendo la velocidad de la luz en la Tierra se pudiera saber el movimiento de nuestro planeta en el éter; ello por la resolución del experimento. Esto significó un gran reto para Michelson, por lo que intentó medirlo una vez más, ahora en compañía de su amigo químico Edward Morley. Ellos realizaron una versión mejorada del experimento en 1887. Para su desgracia, no encontraron la famosa interferencia; Michelson se desilusionó con los resultados experimentales negativos. Sin embargo, ellos lograron medir una velocidad de propagación de la luz; a saber, midieron $299,853 \pm 60$ km/seg. Michelson fue el primer norteamericano en ganar el premio Nobel de Física en 1907 por ¡sus intentos fallidos!

Pero como en todo resultado experimental, siempre aparece una nueva interpretación teórica que lo justifica, en este caso no fue la excepción. El irlandés George F. FitzGerald publicó en 1889 un pequeño artículo en la revista *Science*. En él daba una alternativa estrambótica para explicar los resultados fallidos de Michelson. Proponía que el éter podría existir si el brazo del interferómetro paralelo a la corriente del éter se contraía en una cantidad suficiente para que se produjera el resultado nulo. Es decir, se necesita que la diferencia de tiempos en el movimiento paralelo ($D_{||}$) y en el movimiento perpendicular (D_{\perp}) en relación con la corriente de éter, fuese nulo. Esto lo llevó a concluir que:

$$\Delta t_{||} = \Delta t_{\perp} \rightarrow D_{||} = D_{\perp} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}. \quad (1)$$

Es decir, es más corta la trayectoria de la luz a lo largo del brazo paralelo que a lo largo del perpendicular a la corriente del éter. Así se explicaría que las ondas llegan al mismo tiempo, razón por la cual no se observa la interferencia. Sin embargo, repeticiones posteriores del experimento con diferente orientación del dispositivo con respecto al supuesto éter, llevaron a los científicos a concluir que la luz no necesita un medio elástico para propagarse: se puede transmitir sin la presencia de un medio, es decir, en el vacío, y siempre con la misma velocidad medida en los experimentos.

La desdicha acompañó su vida científica. Quizás por eso, FitzGerald también fue aficionado a otras aventuras. En la foto 1 lo vemos intentando una de ellas, quizá más retadora que la de las matemáticas: volar uno de los aeroplanos prototipos de la época.

Foto 1. George F. FitzGerald (1851-1901) [...] y sus intentos por volar.



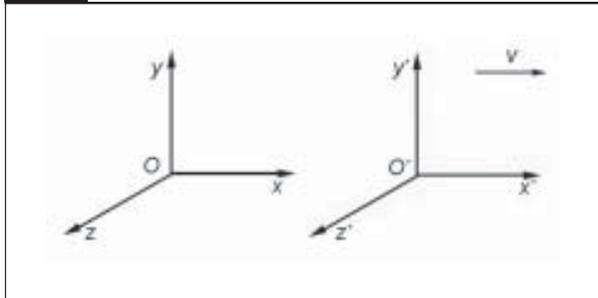
FitzGerald murió a la edad de 49 años, víctima de un mal estomacal complicado. Desafortunadamente también Maxwell murió relativamente joven, a los 48 años, mientras que Hertz a los 36 años. Por otro lado, Hendrik Antoon Lorentz publicó en 1895 resultados muy similares a los de FitzGerald, pero años después. Aparentemente Lorentz no sabía de los resultados de FitzGerald, aun cuando se habían publicado en la prestigiosa revista *Science*. Cuando Lorentz se enteró de esto le envió cartas de reconocimiento a FitzGerald. La reacción de FitzGerald es curiosa, pues le responde a Lorentz lo siguiente: “[...] envié un artículo a *Science* pero no sabía si lo habían publicado [...]. Estoy contento que Ud. esté de acuerdo conmigo porque aquí todos se burlan de mí”. A partir de entonces, Lorentz le dio el crédito a FitzGerald, pero, ironías de la vida, FitzGerald pensó que la teoría había sido publicada primero por Lorentz. Hoy en día, el efecto de contracción de distancias es conocido como contracción de Lorentz-FitzGerald (Brown, 2003).

Los resultados de Michelson, aunque negativos para lo que él esperaba, ayudaron a entender la naturaleza de la propagación de la luz. Este es un claro ejemplo de que resultados negativos en ciencia no necesariamente son malos para el desarrollo posterior. Así, en la construcción de su teoría, Einstein elevó a carácter de postulado la constancia de la velocidad de la luz. El espíritu de Voigt rondaba en su mente ¡pero sin saberlo!

1.2. Segundo postulado

En las tertulias de la Academia Olímpica, Einstein y sus dos buenos amigos –Habicht y Solovine– seguramente analizaron los resultados fallidos de la búsqueda del éter; aunque este punto ha generado algo de controversia. También, es sabido que analizaron las ideas de Ernst Mach, plasmadas en su libro *La ciencia de la mecánica* de 1883 (Mach, 1960). Estos dos elementos llevaron a Einstein a formular el segundo postulado de su teoría. Él mismo lo menciona en la página 891 de su artículo original (Einstein, 1905 a): “los

Figura 2. Sistemas de coordenadas en movimiento inercial relativo.



intentos fallidos de medir el movimiento de la Tierra respecto del medio de la luz [el éter] nos lleva a la sospecha de que el concepto de reposo absoluto no corresponde a las propiedades de los eventos físicos, ni en la mecánica ni en la electrodinámica [...].”, y continúa diciendo que más bien las leyes de la mecánica y de la electrodinámica deberán ser válidas para todos los observadores con diferentes sistemas de coordenadas, llamados inerciales. Es decir, sistemas de coordenadas en movimiento relativo a cualquier otro con velocidad constante. Este principio de invarianza de la mecánica y la electrodinámica es llamado principio de la relatividad.

Para analizar esto consideremos dos observadores, es decir, personas provistas de relojes y cintas de medición, uno en un sistema de referencia O, y otro en un sistema con movimiento relativo a éste con velocidad v_x , que llamamos O', según la figura 2.

Las transformaciones de Galileo que relacionan los sistemas de referencia en movimiento relativo (O y O') entre estos observadores están dadas por,

$$x' = x - v_x t, \quad t' = t \quad (2)$$

La primera ecuación nos indica cómo es el desplazamiento relativo entre observadores en movimiento. Es de esperar que si un observador en el sistema O mide la distancia de un evento, por ejemplo, dada en $x = 100$ metros, el otro en O' con una velocidad relativa, digamos de $v = 3$ metros/seg, medirá 100 metros menos la distancia que ya avanzó en un tiempo dado, digamos $t = 5$ seg. Así, O' medirá $x - v_x t = 100 \text{ metros} - 3 (\text{metros/seg}) \times 5(\text{seg}) = 85 \text{ metros}$. Las distancias (x y x') del evento son distintas para los diferentes observadores inerciales, como es de esperarse.

La segunda ecuación en (2) nos indica que el tiempo es una cantidad absoluta, es igual mida quien lo mida, en cualquier estado de movimiento relativo a velocidad constante. Este hecho parece ser sensato si apelamos a nuestra experiencia en la vida cotidiana. El tiempo de los relojes es igual para todos, si los sincronizamos, obviamente.

Estas transformaciones tienen una propiedad curiosa: dejan invariantes las leyes de la mecánica dadas por la Segunda ley de Newton, pero no dejan invariantes las leyes del electromagnetismo de Maxwell. Es decir, si un observador hace experimentos con un sistema físico que está en movimiento respecto a él, tal observador llegará a la conclusión de que las leyes de Newton en el reposo también son válidas en movimiento, pero que las leyes de Maxwell sí cambian y tendrían otra forma matemática en movimiento. Entonces, el principio de la relatividad parecía no estar de acuerdo del todo con la relatividad de Galileo: el principio de relatividad de Einstein nos indica que todas las leyes deben ser invariantes, ¡no sólo algunas! Por lo tanto, la validez de este nuevo principio necesitaba, o bien cambiar las leyes del electromagnetismo de Maxwell, o bien cambiar las leyes de Newton. Esto último parecía difícil ya que la experiencia había confirmado estas leyes mecánicas durante alrededor de ¡dos siglos! Había, sin embargo, una posibilidad más, y era que la definición de observador inercial según Galileo, dado por la ecuación (2), estuviera mal. Como veremos, Einstein respetó a Maxwell, de quien tenía una muy alta estima científica, y se atrevió a cambiar las ideas de Galileo y Newton, siendo un muchacho de ¡sólo 26 años! en 1905.

Las transformaciones que sí dejan invariantes a las leyes de Maxwell ya eran conocidas antes de 1905, las llamadas transformaciones de Lorentz, dadas por

$$x' = \gamma(x - v_x t), \quad t' = \gamma\left(t - x \frac{v_x}{c^2}\right) \quad (3)$$

Con el factor γ dado por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_x}{c}\right)^2}} \quad (4)$$

Hay dos cambios fundamentales en estas ecuaciones en comparación con las ecuaciones (2): a) La presencia del factor γ , el cual es siempre un número mayor que la unidad, $\gamma > 1$; y b) la modificación de la fórmula del tiempo. Según esta nueva relatividad, el tiempo propio de cada observador avanza al mismo ritmo, pero cuando se comparan los tiempos de los diferentes observadores en movimiento relativo resultan ser diferentes ¡aun cuando los sincronizamos!

Es importante mencionar que las nuevas leyes de transformación dependen de la razón de velocidades v_x/c , la cual para velocidades normales de la vida cotidiana es muy pequeña. Por ejemplo, si un avión viaja a 1 000 km/hora —que equivale a 0.3 km/segundo— tendrá un factor de velocidad

des de sólo 0.000001, y un factor γ que sólo difiere de la unidad en la decimotercera cifra decimal después del punto, es decir, $\gamma = 1.00000000000005$. La corrección relativista es muy pequeña. De esta forma, las transformaciones de Lorentz son iguales a las de Galileo en el límite de bajas velocidades,

$$\frac{v_x}{c} \ll 1.$$

Como mencionamos, las transformaciones de Lorentz ya habían sido deducidas, precisamente por Lorentz, en el contexto de la presencia del éter. Einstein, sin embargo, las dedujo —en su tercer artículo de 1905 (Einstein, 1905a)—, pero motivado por otras razones. Invocó solamente a los dos postulados de su teoría, según la cual el éter no debería existir. Con esta nueva ley de transformaciones, las leyes de la mecánica ya no son invariantes, ya que el factor γ aparece en las ecuaciones transformadas. Einstein propuso entonces desarrollar una nueva mecánica relativista, la cual mencionaremos más adelante. La necesidad de una nueva mecánica, cuando la newtoniana ya estaba bien establecida, fue quizás uno de los factores que hicieron de la relatividad especial una teoría poco popular, y poco entendida, en sus primeros años.

2. El concepto de espacio-tiempo

La teoría de la mecánica newtoniana presupone que el espacio y el tiempo son dos entes diferentes. Mientras que uno es absoluto —el tiempo—, las coordenadas —el espacio— son relativas a cada observador en movimiento. Para formular esto Newton utiliza la Geometría de Euclídes, que consiste en un arreglo gráfico de ejes perpendiculares entre sí para describir lo ancho, grueso y largo de los objetos. Por otro lado, el tiempo se mide aparte, sin ser parte de la geometría (ver el lado izquierdo de la figura 3).

En la teoría de relatividad especial, los conceptos de espacio y de tiempo se ubican al mismo nivel geométrico, en

lo que se llama el espacio-tiempo. Un punto gráfico en esta nueva geometría ubica a un evento, es decir, las coordenadas espaciales y temporales juntas, todo a la vez (ver figura 3, parte derecha). Esta nueva geometría fue creada por un viejo profesor de la universidad donde estudió Einstein, la ETH de Zürich, y fue bautizada en su honor Geometría de Minkowski. La diferencia esencial entre la geometría euclidiana y la de Minkowski se observa al calcular las magnitudes de los vectores y los tensores —esto es importante porque con vectores y tensores describimos las cantidades físicas que medimos en el laboratorio. Veamos cómo es.

En la geometría de Euclídes la magnitud cuadrada de dos vectores está dada por:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = \sum_{i,j} v^i v^j \delta_{ij} = +v^1 v^1 + v^2 v^2 + v^3 v^3,$$

donde δ_{ij} es llamada la *delta de Kronecker* y está dada por $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$; y $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$; los índices i y j indican las coordenadas del espacio y toman valores del 1 al 3. Esta es la manera usual de obtener escalares —números reales— a partir de vectores en mecánica clásica. En este caso, la delta de Kronecker nos sirve para medir el tamaño de los vectores. A este tipo de tensores —que determinan la medida de los vectores— se les llama tensores métricos. Así es que la delta de Kronecker es el tensor métrico de la mecánica de Newton, válido sólo para coordenadas cartesianas, que usamos por simplicidad.

En la geometría de Minkowski tenemos que:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = \sum_{\mu,\nu} v^\mu v^\nu \eta_{\mu\nu} = -v^0 v^0 + v^1 v^1 + v^2 v^2 + v^3 v^3,$$

es decir, existen dos diferencias. La primera es que la mecánica de Newton utiliza vectores en tres dimensiones ($i, j = 1, 2, 3$) y la mecánica relativista emplea vectores en cuatro dimensiones ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$), una dimensión temporal y tres dimensiones espaciales. La segunda propiedad implica que la manera de realizar los productos escalares —producto punto— entre vectores es diferente, ya que aparece un signo menos en la geometría de Minkowski; es decir, $\eta_{ij} = \delta_{ij}$ para las componentes espaciales, pero para la parte temporal tenemos $\eta_{00} = -1$, y $\eta_{i0} = \eta_{0j} = 0$. La medida de vectores o métrica es ahora diferente. Ello marca una diferencia sustancial, porque ahora podemos tener vectores de magnitud positiva, negativa o cero, a diferencia de las magnitudes solamente positivas de la geometría euclidiana.

En la geometría de Minkowski tenemos una curiosidad matemática, a saber, la cantidad $d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} = \sum_{\mu,\nu} dx^\mu dx^\nu \eta_{\mu\nu}$, llamado intervalo, es una cantidad invariante ante las trans-

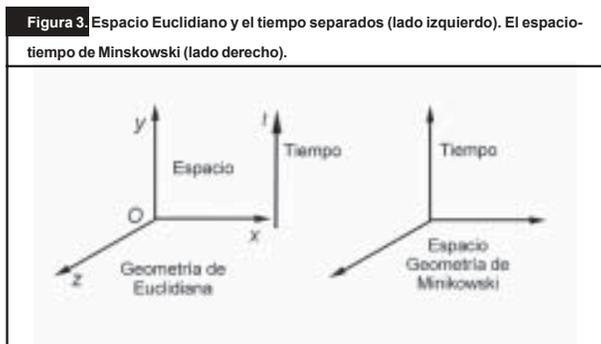
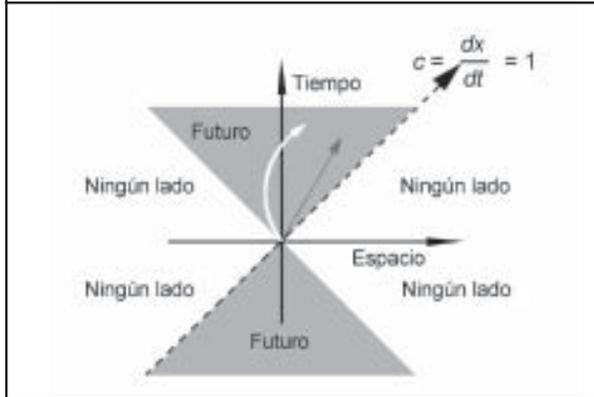


Figura 4. El cono de luz y su región de conexión causal para un evento en el origen de coordenadas del espacio-tiempo. La línea recta con pendiente de 45 grados, correspondiente a $c = 1$, muestra la *línea de mundo* limitrofe de la luz.



formaciones de Lorentz, dadas por la ecuación (3) Es decir, el intervalo no cambia su forma en un sistema de referencia o en el otro. Esto matemáticamente implica que:

$$dx \cdot dx = \sum_{\mu, \nu} dx^\mu dx^\nu \eta_{\mu\nu} = \sum_{\mu, \nu} dx'^\mu dx'^\nu \eta_{\mu\nu} = dx' \cdot dx' \quad (5)$$

y esto es válido para todo vector arbitrario \mathbf{x} , que describe cualquier evento del espacio-tiempo.

Veamos ahora cómo es la evolución en esta geometría. Una colección de puntos o de eventos vinculados a un objeto nos indican su evolución en el espacio-tiempo. A esta evolución gráfica se le llama *línea de mundo*. Si consideramos el movimiento de la luz, vemos que, de hecho, la luz viaja por una *línea de mundo* tal que $dx \cdot dx = 0$. La magnitud de los vectores que describen a la luz es nula. Esta constricción, impuesta por el primer postulado de la teoría, delimita las regiones de posible conexión causal —que atiende a una relación causa-efecto— entre dos eventos cualquiera, lo cual se ilustra en la figura 4, llamada *cono de luz*.

Si un observador se encuentra en el origen del diagrama espacio-tiempo ($t = 0, \mathbf{x} = 0$), se podrá conectar con eventos del futuro y del pasado sólo dentro de la región del cono de luz, zona gris. Es decir, el observador con coordenadas (0, 0), por un lado, podrá explicar su existencia con base en un pasado delimitado dentro del cono de luz inferior y; por otro, podrá construir su futuro con base en eventos que sucedan dentro del cono de luz superior. Este observador no puede conectarse con las regiones que están fuera del cono de luz, ya que están causalmente desconectadas de él, es decir, de su realidad. La información viaja, por lo más rápido, a la velocidad de la luz c , la cual delimita la región causa-efecto de los even-

tos. El vector gris oscuro indica un evento que evoluciona en su *línea de mundo*, desde el origen hasta la punta del vector, a velocidad constante; el vector blanco indica una *línea de mundo curva*, la cual indica eventos acelerados. De esta manera, todos los eventos vinculados por una relación causa-efecto están localizados dentro del *cono de luz*.

3. Consecuencias de la teoría

Algunas de las consecuencias más relevantes de la teoría de relatividad especial son: la dilatación del tiempo, la contracción de la longitud y el aumento de la masa inercial con la velocidad. Veamos.

3.1. Dilatación del tiempo

Para ilustrar este efecto emplearemos un poco de álgebra, pero el lector no se debe asustar, son pasos muy elementales. Supongamos que tenemos dos observadores, uno en O y otro en O', en movimiento relativo uno respecto del otro. La ecuación (5) nos dice que los eventos medidos en O etiquetados por (ct, x_1, x_2, x_3) y los medidos en O' etiquetados por (ct', x'_1, x'_2, x'_3) están relacionados por

$$-c^2 dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = -c^2 dt'^2 + dx_1'^2 + dx_2'^2 + dx_3'^2 \quad (6)$$

ya que el intervalo es invariante. Ahora bien, pensemos que el observador en O' solamente quiere medir el transcurrir de las manecillas de su reloj, $\Delta t'$, llamado *tiempo propio* y denotado por $\Delta \tau$, es decir, $\Delta t' = \Delta \tau$. Entonces, para este observador, que está en reposo con respecto a O', es válido que $dx_1'^2 = dx_2'^2 = dx_3'^2 = 0$. Por otro lado, el observador en O, mide que el observador en movimiento se mueve con una velocidad $dx/dt = v_x$ y además como no hay movimiento en los otros ejes, se tiene que $dx_2^2 = dx_3^2 = 0$. Así, la ecuación (6) se transforma en

$$-dt^2(1 - v_x^2/c^2) = -dt'^2,$$

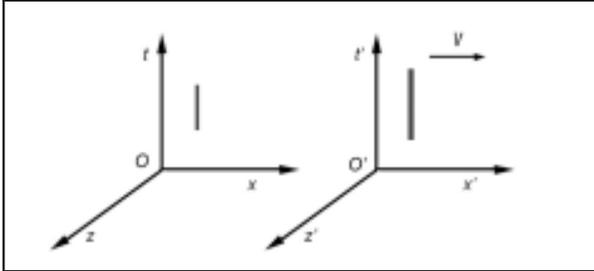
y despejando y escribiéndolo en términos del tiempo propio, tenemos que

$$\Delta t^2 = \frac{\Delta \tau^2}{1 - v_x^2/c^2},$$

es decir, en términos de la ecuación (4), los intervalos de tiempo se relacionan por:

$$\Delta t = \gamma \Delta \tau, \quad (7)$$

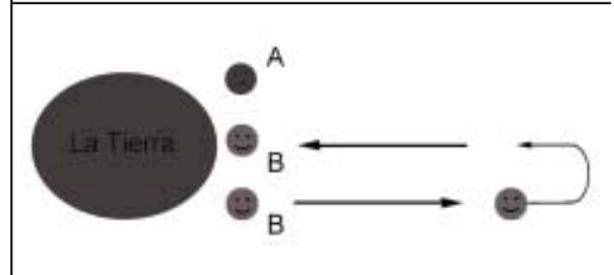
Figura 5. Ilustración simbólica del tiempo propio cuando es medido por el observador en el sistema de referencia O .



y dado que $\gamma > 1$ —el tiempo medido por el observador en O , Δt — es mayor que el tiempo propio, $\Delta \tau$, medido desde el observador en O' . A este fenómeno se le llama *la dilatación del tiempo*. Simbólicamente, este efecto se podría representar en un diagrama de espacio-tiempo, como lo muestra la figura 5, donde las líneas verticales representan los tiempos medidos por el observador en O .

Si intercambiamos el papel de los observadores, es decir, si ahora el observador en O' mide el tiempo del observador en O , obtendremos la misma fórmula, ecuación (7), pero ahora intercambiamos los tiempos, $t \leftrightarrow \tau$: en este caso se observará que el tiempo de O se dilata; ahora, en la figura 5 se invierten los papeles. Es decir, ambos observadores verían que el reloj del otro corre más lento. Sin embargo, al compararlos, esto no puede suceder: alguno de los dos deberá tener razón. Esta dicotomía es la esencia de la *paradoja de los gemelos*, según la cual uno de los gemelos, digamos A , se encuentra en la Tierra en reposo, y el otro, digamos B , sale del planeta en una nave espacial a una velocidad cercana a la velocidad de la luz y viaja durante algunos años (ver figura 6). Durante el viaje de ida ambos gemelos se comunican mediante rayos de luz y observan que el otro es más joven; el tiempo del otro avanza más lento; es decir, ven que los latidos del corazón del otro son más lentos, y por ende, el tiempo de envejecimiento del otro es más lento. La paradoja consiste en ver quién tiene la razón ya que los dos creen lo mismo. Obviamente sólo uno debe tener razón. Al regreso del viaje se podrá comprobar. Una vez hecho el experimento, el resultado correcto es que al regresar B , ambos se comparan y resulta que B es más joven. Este efecto es explicado por el hecho que el observador B , al cambiar la dirección para poder regresar a la Tierra, sufre un periodo de desaceleración, eso rompe la simetría de los observadores: B sufre una desaceleración, y deja de estar en un sistema de referencia inercial, violando el segundo postulado de la teoría. Al final, entonces, B será el que llegue más joven. Por ejemplo, si B viaja seis años, medido con respecto a su propio reloj —su tiempo propio— y viaja a una velocidad de $0.666 c$

Figura 6. El gemelo B sale de la Tierra a una velocidad de $0.666 c$, y viaja durante seis años, tres de ida y tres de regreso. Al regresar, su hermano A , que se quedó en la Tierra, es mayor que él dos años. El que viaja es más joven y está feliz, y el que se queda se amarga y está enojado.



con respecto a la Tierra, entonces cuando B regrese verá que su hermano gemelo ahora tiene 8 años más, y él solamente tendrá 6 años más. Entonces, A será 2 años más viejo que B . Este efecto es real y podría sucedernos si experimentáramos velocidades cercanas a c .

3.2. Contracción de la longitud

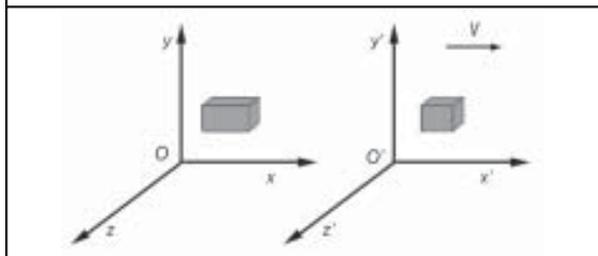
Análogamente a la dilatación de tiempo, se puede deducir una expresión para la medición de la longitud en ambos sistemas de referencia. Si el observador en el sistema O' mide una longitud, digamos $x_1' - x_2' = L_0$, la cual está en reposo con respecto a él, entonces el observador en O , medirá, al tiempo $t_1 = t_2$, la cantidad $x_1 - x_2 = L$, dada a través de la ecuación (6), es:

$$L = \gamma^{-1} L_0 \tag{8}$$

y dado que $\gamma^{-1} < 1$, la longitud original L_0 , se ve más chica desde O , que mide la longitud L . A este fenómeno se le llama *contracción de la longitud*. Simbólicamente, la contracción de la longitud se podría representar en un diagrama euclidiano como lo muestra la figura 7, donde las figuras representan los tamaños medidos por el observador en O .

Nótese que esta ecuación es la misma que (1), con $L = D_{\parallel}$, $L_0 = D_{\perp}$, que había obtenido FitzGerald para lograr una interferencia nula, es decir, para cancelar el efecto del arrastre de la luz en el supuesto éter. FitzGerald supuso que el brazo del interferómetro paralelo al movimiento del éter se contraía. Según Einstein, sin embargo, no hay éter y por tanto no hay movimiento relativo del éter con el interferómetro, es decir, la luz siempre viaja con velocidad c , y por esta razón los tiempos de viaje de la luz en el interferómetro deben de ser iguales; no debería de haber interferencia alguna. Así, Einstein explicó exitosamente este experimento. De cualquier manera, debido a que las fórmulas son las mismas, aunque la interpretación diferente, en honor a los tra-

Figura 7. Ilustración simbólica de la contracción de la longitud, medida desde el sistema de referencia O . En la dirección del movimiento la caja que se mueve se ve más chica.



bajos de los científicos de Lorentz y FitzGerald, la ecuación (8) es conocida como la contracción Lorentz-FitzGerald, como se mencionó arriba.

Estos dos últimos resultados muestran que las distancias en movimiento se acortan y los tiempos en movimiento se alargan. Esto es lo extraño de la nueva concepción del espacio-tiempo según la teoría especial de la relatividad. Veremos ahora otro efecto.

3.3. Masa relativista

Ahora analicemos qué pasa con las masas vistas desde O y O' . Midamos la masa de un objeto montados en el sistema O' y denotemos a esta masa como *masa en reposo*, m_0 , ya que desde O' la masa se encuentra en reposo. ¿Cuál es la masa, m , que medirá el observador en O ? El observador O ve que la masa en O' se mueve a su derecha. La respuesta que da la mecánica relativista es:

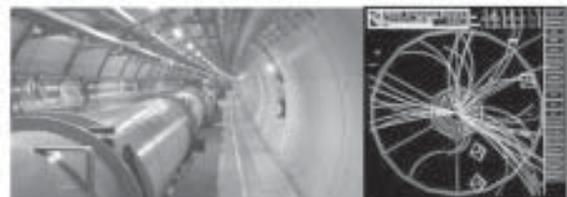
$$m = \gamma m_0. \quad (9)$$

Esto es, la masa en movimiento se observa mayor a la que permanece en reposo, ya que recordemos que $\gamma > 1$. Ello significa que su inercia es mayor cuando está en movimiento, es decir, los objetos vistos en movimiento presentan mayor oposición a acelerarse. A la cantidad m se le llama *masa relativista*, y su inercia al movimiento depende de la velocidad a través de γ .

En resumen, vemos que las fórmulas (7)-(9) dependen del factor γ , el cual nos marca la velocidad límite de los cuerpos masivos, que es precisamente la velocidad c . Cualquier objeto material, con una masa en reposo asociada, no puede viajar a una velocidad mayor o igual a c , de lo contrario nos encontraríamos con cantidades infinitas para su tiempo, longitud y masa. La velocidad c es el límite dictado por los postulados de la relatividad, hecho que ha sido exitosamente comprobado experimentalmente a lo largo del siglo XX.

Los efectos de la dilatación del tiempo, contracción de la longitud y efecto de la masa inercial relativista no son sólo

Figura 8. Izquierda: el acelerador de partículas LHC (largo colisionador de hadrones) del laboratorio CERN. Derecha: El detector DELPHI muestra trayectorias de protones y neutrones en movimiento relativista.



una curiosidad teórica, sino efectos reales, y se observan cotidianamente. Por ejemplo, en los aceleradores de partículas elementales, como el de CERN en Ginebra, Suiza, o en el FNAL, en Batavia, IL, USA. En estos dispositivos las partículas alcanzan velocidades relativistas –cercas a la velocidad de la luz– y los efectos arriba mencionados se observan y le dan sentido a las mediciones. En la figura 8, izquierda, se muestra el acelerador de LHC de CERN que tiene 27 kilómetros de longitud, y que en un futuro cercano –año 2007– estará en marcha. A la derecha se muestra una colisión típica en el detector DELPHI de CERN, donde se muestran las trayectorias relativistas de protones y neutrones, llamados genéricamente hadrones. La masa relativista y la vida media de partículas relativistas se calculan usando las ecuaciones arriba mencionadas.

4. Nueva mecánica

Como vimos, en la mecánica relativista se obtienen cantidades que relacionan los conceptos de espacio, tiempo y masa, entre diferentes observadores de una manera diferente a la de la mecánica newtoniana. Asimismo, los conceptos de momento (\mathbf{p}) y fuerza (\mathbf{f}) relativistas están dados por:

$$\mathbf{p} = \gamma m_0 \mathbf{v} = m \mathbf{v},$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \mathbf{f},$$

la cual representa la generalización de la Segunda ley de Newton. Aquí τ es el tiempo propio de cada observador. Como mencionamos, la nueva mecánica se reduce a la mecánica conocida de Newton en el límite de bajas velocidades, es decir, cuando

$$\frac{v_x}{c} \ll 1, \quad \gamma \sim 1,$$

lo cual corresponde a las experiencias más comunes de la vida cotidiana.

Alternativamente, en el límite hipotético al hacer la velocidad de la luz infinita, $c \rightarrow \infty$, es decir, propagación inmediata de la luz, obtendremos la dinámica newtoniana: las transformaciones de Lorentz, ecuaciones (3), se convierten en las de Galileo, ecuaciones (2).

Por otro lado, Einstein y sus amigos de la Academia Olímpica siempre comentaban los resultados de sus investigaciones, pero por razones de trabajo, eventualmente se tuvieron que separar y su relación continuó a distancia, de manera epistolar. Así, en septiembre de 1905, Einstein le escribe a Habicht “El principio de la relatividad, en combinación con las ecuaciones de Maxwell, requiere que la masa sea una medida directa de la energía contenida en un cuerpo; la luz transporta masa”. Con esto, Einstein estaba descubriendo la relación entre la masa inercial de un cuerpo y su energía:

$$E = \gamma m_0 c^2 = mc^2 \quad (10)$$

Esta famosa fórmula de la energía apareció publicada el 21 de noviembre de 1905 (Einstein, 1905b), como una extensión natural de su trabajo original de relatividad, publicado unos meses atrás. Sin embargo, Einstein parecía no estar totalmente seguro de la misma, ya que le comenta a Habicht más adelante en la misma carta que “El argumento es divertido y atractivo; pero por lo que sé, todo podría ser una broma del Señor que me está manejando a su antojo”. Después, obviamente, se convencería cabalmente de la misma.

La fórmula $E = mc^2$ es posiblemente la ecuación científica más conocida por el público en general. Esta ecuación no sólo tuvo enormes efectos en el desarrollo de la ciencia, sino también revolucionó a la humanidad en muy diversos aspectos. Veamos algunas de sus consecuencias.

5. Aplicaciones de la Relatividad Especial

Existen diversas aplicaciones de la teoría de la relatividad especial. Empezaremos con las relacionadas a la fórmula

$$E = mc^2.$$

5.1. Estrellas, reactores nucleares y la bomba atómica

Existen razones históricas que son difíciles de olvidar en relación con una de las aplicaciones de la ecuación $E = mc^2$. Nos referimos a la conversión de materia nuclear en energía, la cual sucede cuando explota una bomba atómica. Una de las razones por la que se pensó que era posible hacer este tipo de bombas fue porque la teoría de evolución estelar había

sido exitosa, precisamente aplicando la fórmula de conversión de materia a energía. La descripción física correcta la dio el famoso astrónomo escocés Sir Arthur Eddington (Eddington, 1988), quien explicó cómo las estrellas se mantienen brillando tantos miles de millones de años gracias a la conversión de materia en energía radiante, en los procesos de fusión nuclear. Los detalles técnicos de la teoría de las reacciones nucleares aplicadas a una estrella se pueden consultar en (Klapp y Corona-Galindo, 1995).

Así entonces, si existían reacciones nucleares en el centro de las estrellas se pensó que sería posible hacerlas aquí en la Tierra. Lamentablemente esta aplicación ha amenazado y amenaza la paz mundial. Einstein, al descubrir esta fórmula, nunca imaginó el grave peligro que después significaría. Posteriormente, Einstein mismo enarboló campañas en favor del desarme mundial y por la paz de las naciones.

Después de la guerra se lograron desarrollar reactores nucleares para generación de energía eléctrica. Así, la famosa fórmula de Einstein se usa día con día en la producción de parte de la energía eléctrica para nuestros hogares (ver figura 9).

La diferencia principal entre una estrella y los reactores nucleares que operan hoy en día es que en las estrellas, para generar energía, se transforman elementos ligeros en más pesados *-fusión-*, mientras que en los reactores nucleares las reacciones descomponen elementos pesados en más ligeros *-fisión-*.

El problema más serio de los reactores actuales es que del quemado nuclear se generan elementos altamente radiactivos con vida media muy larga, y hasta el momento no se ha encontrado una solución satisfactoria para estos desechos nucleares. Actualmente, estos desechos se almacenan, y si se hace de manera adecuada no hay ningún problema, pero tendrán que estar ahí por generaciones y generaciones. Alternativamente, desde hace algunos años se han estado desarrollando los llamados reactores de fusión, en los cuales los quemados nucleares son muy similares a los que ocurren en las estrellas y cuyos desechos

Figura 9. Explosión tipo hongo de una bomba nuclear e instalación eléctrica típica con uso de un reactor nuclear.



no representan una amenaza radiactiva tan seria. Éstos serán los reactores del futuro.

Los reactores nucleares podrían ser mucho más comunes de lo que imaginamos. Existe evidencia de que en Oklo, en la cuenca de Franceville, Gabón, África, hace aproximadamente 2000 millones de años operaron reactores nucleares naturales de fisión (ver Bulbulian *et al.*, 2005). Esto se sospecha ya que en este lugar se encuentran yacimientos de Uranio, y en alguno de ellos existe una deficiencia cuantitativa del Uranio 235, que no puede ser explicada de otra manera.

5.2. Los muones

Existe una aplicación que confirma la dilatación del tiempo, la cual es utilizando las partículas elementales llamadas *muones*. Sucede que en la atmósfera de la Tierra chocan rayos cósmicos, a una altura de aproximadamente 10 km sobre la superficie terrestre. De los choques se producen los muones, que son detectados en la superficie de la Tierra. Por otro lado, de los experimentos realizados en los aceleradores de partículas se sabe que la vida media – tiempo de vida típico– del muón en reposo es de sólo dos millonésimas de segundo. Así es que moviéndose como máximo a la velocidad de la luz, el muón podría recorrer a lo largo de su vida sólo 0.66 km. Entonces, ¿cómo le hace el muón para llegar desde la atmósfera alta hasta la superficie de la Tierra? Lo que ocurre es que al moverse a una velocidad cercana a la de la luz, conforme a la teoría de relatividad especial, su tiempo transcurre más lentamente cuando se mide desde un reloj en la superficie de la Tierra; es decir, la vida media en reposo se alarga –dilata–, según la ecuación (7), permitiéndole recorrer una distancia mayor a los 10 km. Esto le permite ser detectado en la superficie de la Tierra.

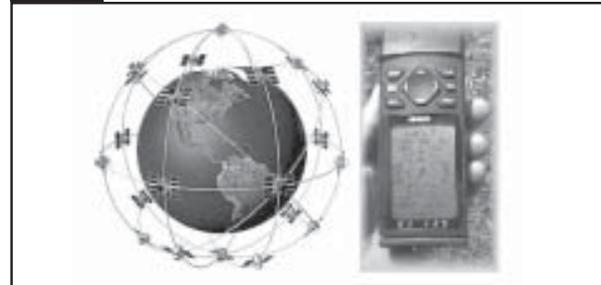
5.3. Estándar de medición

Mencionaremos que también existen otras aplicaciones de alta tecnología vinculadas al hecho de que la velocidad de la luz es constante. Con esto se define el estándar internacional del metro, como la distancia en que viaja la luz durante un 299,792,458-avo de segundo. De aquí se desprenden múltiples aplicaciones en la medición de distancias de alta precisión. Por ejemplo, veamos lo siguiente.

5.4. Sistemas de posicionamiento global

Otra aplicación de la relatividad especial son los sistemas de posicionamiento global GPS –Global Positioning System, en inglés– utilizado en todos los sistemas de localización terrestre (ver figura 10). El sistema consiste en una constelación de 24 satélites, 21 satélites primarios y 3 de reser-

Figura 10. La red de satélites artificiales del sistema GPS y un receptor personal.



va, que orbitan la Tierra dando una vuelta cada 12 horas. Las señales de estos satélites proporcionan una posición tridimensional de alta precisión, de forma permanente y en cualquier lugar del mundo. Esta señal es decodificada por el receptor GPS, la cual es transformada en latitud, longitud y altitud. En la práctica, esto define rumbos y rutas marítimas o terrestres y velocidad de vehículos en movimiento como barcos, aviones o automóviles, entre otros datos. Estos satélites, que controlan el posicionamiento de objetos en la Tierra, viajan a una velocidad de alrededor de 4 kilómetros por segundo, medidos desde la superficie de la Tierra. Así es que los relojes que poseen dichos satélites sufren una dilatación del tiempo. Así, a lo largo de un día se acumula un efecto de 7.7 micro segundos (7.7×10^{-6} seg), lo que corresponde a una distancia ($d = ct$) de 2.3 kilómetros. Este es el factor de error diario si no se aplicara la teoría de relatividad especial. Obviamente se aplica y se corrige este efecto.

Cabe mencionar que debido a la presencia de la masa de la Tierra, los relojes también cambian su ritmo. Este nuevo efecto es también tomado en cuenta para el sistema de posicionamiento global. El efecto se estudia en el contexto de la teoría de relatividad general. Esta teoría, creemos, representa la construcción intelectual más importante de Einstein. Su versión final se publicó en 1915, diez años después de la época del joven Einstein que describimos en este artículo. La explicación de la teoría es extensa y no la detallaremos aquí, sino solamente mencionaremos un par de anécdotas sobre ella. Cuentan que alguna vez el famoso astrónomo Eddington fue entrevistado por un periodista, que le comentó que se sabía que la teoría de relatividad general tenía fama de ser tan compleja que solamente tres personas la entendían, y que entre ellos estaba él. A lo que Eddington le respondió: ¿tres personas? y ¿quién es el tercero?... implicando que sólo Einstein y él la entendían. También se cuenta que en cierta ocasión Einstein halagó al actor Charles Chaplin diciéndole: “Lo que he admirado siempre de usted es que su arte es universal; todo el mundo le

comprende y le admira”. A esto, Chaplin le respondió: “Lo tuyo es mucho más digno de respeto; todo el mundo le admira y prácticamente nadie le comprende”. Así terminamos este artículo pero no sin antes mencionar que una versión más extendida de este artículo, así como muchos otros detalles de la vida del joven Einstein se encuentran en el libro *Las mejores historias del joven Einstein* (Cervantes-Cota *et al.*, 2005).

Finale

Einstein murió el 18 de abril de 1955 en Princeton, Nueva Jersey, dejándonos un gran legado científico y potencial tecnológico, así como enseñanzas diversas en el proceder ético

de los científicos. A continuación damos algunas citas que Einstein mencionó a lo largo de su vida:

- “La realidad es una ilusión [...] pero una muy persistente”.
- “El eterno misterio del mundo es [...] su comprensibilidad”.
- “La única cosa de valor real es [...] la intuición”.
- “Todo en el mundo debe ser hecho lo más simple posible [...] ¡pero no demasiado simple!”
- “Algunas veces uno paga muy caro por cosas [...] de las cuales no se obtiene nada”.
- “No podemos resolver los problemas [...] usando la misma manera de pensar con la cual los creamos”.
- “La única cosa que interfiere con mi aprendizaje es [...] mi educación”.

Bibliografía

- Brown, H. R. (2003). *Michelson, FitzGerald and Lorentz: The origins of relativity revisited*. Preprint. Faculty of Philosophy, University of Oxford.
- Bulbulian, S; E. Ordóñez, y S. M. Fernández (2005). *Reactores de Fisión Nuclear de hace miles de millones de años*. Colección Ciencia para Todos. Vol. 209. FCE, México.
- Cervantes-Cota, J. L.; S. Galindo; J. Klapp y M. A. Rodríguez-Meza (2005). *Las mejores historias del joven Einstein*. Ediciones del Milenio, México.
- Eddington, A. S. (1988). *The Internal Constitution of the Stars* (La constitución interna de las estrellas). Cambridge Science Classics. Cambridge University Press.
- Einstein, A. _____ (1905a). “Zur Elektrodynamik bewegter Körper (Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento)”, *Ann. d. Phys.* 17, 891.
- _____ (1905b). “Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? (¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido energético?)”, *Ann. d. Phys.* Lpz. 18, 639.
- Hecht, E. (2000). *Óptica*. Editorial Pearson/Addison-Wesley. 2000
- Klapp, J. y M. G. Corona-Galindo (1995). *Fundamentos de la Teoría de Estructura y Evolución Estelar*. Ediciones Técnico Científicas, México.
- Mach, E. (1960). *The Science of Mechanics* (La ciencia de la mecánica). Trad. Thomas McCormack. The Open Court Publishing Company.
- Voigt, W. (1887). “Über das Doppler’sche Princip (Sobre el principio Doppler)”, *Nachr. Ges. Wiss. Goettingen*, 41. Traducido al inglés y comentado en Andreas, E. & H. Jong-Ping (2001). “First Proposal of the Universal Speed of Light by Voigt in 1887”, *Chinese Journal of Physics*, 39, 211.

