

---

## “POR QUE FAZEMOS MÉDIA NA FÍSICA?”

---

*Wagner Figueiredo*

Depto de Física - UFSC

Florianópolis - SC

Mecânica estatística, de certa forma, não é um assunto muito simples para se falar em uma exposição para alunos de turmas tão diferentes do Curso de Física. Então, pretende dar uma visão geral sobre os problemas que estamos trabalhando no momento, e que são assuntos muito especializados.

Como trabalhamos em Mecânica estatística, fazemos muitas médias. Este foi o motivo do nome do seminário: "Por que fazemos média na Física?". É um título até meio pretensioso. Aí, fiquei com medo de estar fazendo média e dei uma olhada no Aurélio para ver o significado desta expressão. Fazer média é um brasileirismo e tem duas definições: existe aquela média de paulista com mineiro, que é uma xícara de café com leite. Outra possibilidade é a pessoa fazer média no sentido de tentar convencer alguém, tentar ser agradável, para no final das contas tentar conseguir tirar algum proveito pessoal. Isso na verdade físicos e outras pessoas fazem. Por exemplo, se tenho um determinado projeto e eu preciso de dinheiro para desenvolvê-lo, muitas vezes tenho que ser agradável com as pessoas de órgãos financiadores para eles liberarem os recursos. Então, muitas vezes, prometemos fazer coisas além de nossa real capacidade. Essa é uma maneira de se fazer média.

Porém, neste seminário, vou falar não deste tipo de média, mas da média que na verdade está ligada à Estatística. A Estatística, vocês sabem, é um ramo muito bem definido da Matemática.

A primeira coisa para a qual quero chamar a atenção é que a Física é uma ciência da natureza e, como toda ciência natural, tem um contato com a natureza. Mas, o que é o contato com a natureza? É interagir com a natureza. Por exemplo, se tenho que explorar a natureza e tirar informações acerca da mesma, essencialmente tenho que fazer medidas. O contato com a natureza não pode ser simplesmente de contemplação, mas, em geral, se só a contemplamos não transformamos a natureza. Temos que interagir, e a interação que os físicos em geral fazem é através de medidas, usando instrumentos de medida, sofisticados ou não, dependendo do tipo de interação e dos resultados que desejamos.

Como vou falar em Estatística e a Estatística é um ramo da Matemática, eu pergunto: Como é que vou diferenciar a Física da Matemática?

A Matemática não é uma ciência natural; é um conjunto de conhecimentos baseados em certos axiomas, postulados e, através de raciocínios exclusivamente lógicos, chega-se a determinados resultados. Por exemplo, um resultado muito conhecido e utilizado em Matemática é o teorema de Pitágoras.

Esse teorema pode ser deduzido logicamente a partir de axiomas do mundo euclidiano, ou seja, através da geometria euclidiana pode-se, usando argumentos lógicos, aprovar o teorema de Pitágoras ou, por exemplo, mostrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ . Essas são coisas que valem para a geometria plana, a geometria de Euclides. E o que isso tem a ver com a Física? O teorema de Pitágoras vale para o mundo físico? Será que um físico tem o direito de usar o teorema de Pitágoras? Todos nós aqui, bem como outras pessoas que trabalham com Física, usam, freqüentemente, o teorema de Pitágoras para resolver problemas. Agora será que é justo usá-lo?

Será que a geometria de Euclides vale para o mundo em que vivemos? Só tem uma saída para isso: realizando experiências. Uma pessoa que fez medidas para verificar se o nosso mundo se adequava a essa geometria foi Gauss. Ele tomava, na Alemanha, cidades com distâncias enormes entre si, fazia certas triangulações e media, por exemplo, o que é equivalente à soma dos ângulos internos com teodolitos. Ele conseguia medir os ângulos internos de um triângulo e verificava se a soma dos ângulos era de  $180^\circ$ .

Então Gauss, no século passado, já questionava se o que é exato na Matemática poderia ser aplicado ao mundo da Física. A resposta só pode ser dada através da experiência. Não tem outra saída. A Física não é uma ciência exata no sentido matemático, lógico. Qualquer dedução que se fizer em Física que utilize, por exemplo, o teorema de Pitágoras, tem que ser verificada experimentalmente. Temos que fazer experiências para verificar se o mundo está de acordo com as hipóteses que estamos querendo testar.

Por exemplo, imaginemos uma formiga andando na superfície, vamos supor esférica, de uma melancia. Se ela tentasse verificar se a geometria de Euclides em seu mundo é válida, ela notaria que a soma dos ângulos internos nessa superfície esférica é maior do que  $180^\circ$ , e o teorema de Pitágoras não valeria, pois o seu mundo não é plano, e sim curvo.

Será que a geometria de Euclides é válida tanto para pequenas distâncias como para distâncias muito grandes? Será que para um mundo tão pequeno e tão restrito quanto o de um átomo ela vale? E para distâncias muito grandes?

Já foram feitas muitas medidas de distâncias entre estrelas, onde usa-se, freqüentemente, o método de triangulação, que é baseado na geometria euclidiana. A

experiência tem mostrado que ela tem funcionado sem problemas, ou seja, na pior das hipóteses, é uma excelente aproximação para o mundo real que nos envolve.

Existem algumas situações onde a geometria euclidiana não funciona adequadamente, mas são singularidades no Universo. Por exemplo, a teoria geral da relatividade, enunciada por Einstein em 1916, fez algumas previsões e a geometria que ela usa não é a geometria euclidiana. Por exemplo, ela mostra que se um raio de luz passar próximo de uma estrela, ele vai mudar a sua direção e sofrer um desvio. Outra coisa que também pode ser prevista é que a órbita do planeta Mercúrio em torno do Sol nunca está exatamente no mesmo plano, ela gira; realiza uma precessão. Medidas efetuadas mostraram que estes dois efeitos, desvio da luz e mudança da inclinação da órbita do planeta Mercúrio, acontecem. Num eclipse do Sol foi verificado este desvio da trajetória da luz. Então, podemos dizer que próximo a massas muito concentradas, como de uma estrela, temos um desvio do mundo euclidiano. Mas, para a maioria das experiências que tem sido feitas até hoje, se o resultado que estamos esperando não é o previsto pelas teorias, em geral, não atribuímos isto à geometria, mas sim a outros fatores que não conhecemos suficientemente bem. Ou seja, a culpa pelo insucesso não é da geometria, pelo menos até o momento. Um outro aspecto que gostaria de colocar é o seguinte: A Física é uma ciência experimental, logo qualquer fenômeno físico nos fornece informações após fazermos medidas. E, se vamos medir uma determinada variável, não podemos fazer simplesmente uma única medida, porque isso pode ser muito pouco; em Física, fazemos geralmente várias medidas e repetimos exaustivamente este processo. E o que observamos é que cada medida dá um resultado geralmente diferente do anterior. Numa experiência ocorrem certas flutuações sobre as quais não temos controle e que provocam este tipo de erro. Essas flutuações tornam os resultados das experiências físicas não absolutamente exatas. Então, qual a medida que devemos escolher como representativa de todas as medidas? A melhor informação que podemos ter de um sistema, a mais confiável, é obtida fazendo-se uma média aritmética de todas as medidas, e essa média é a representativa de todas as medidas. Podemos ver também como as medidas se distribuem em torno da média, ou seja, as flutuações das medidas. Então, neste aspecto, percebemos que a Física realmente não é uma ciência exata no sentido de que não podemos dizer precisamente qual o valor do resultado de uma medida numa experiência. O máximo que podemos afirmar, em qualquer experiência, é que temos uma informação sobre a sua média e flutuação. Isso ocorre na física experimental. Aí podemos questionar se os físicos teóricos, que fazem modelos e previsões sobre certos fenômenos da natureza, também precisam fazer médias. A resposta também é sim.

E quando é que aparece a necessidade da média?

Em algum momento do curso de Física vocês vão se encontrar com a Mecânica Quântica que é a teoria fundamental dos sistemas. Se quisermos estudar os sistemas microscópicos (quando falamos em microscópico, temos em mente o movimento de elétrons, prótons, átomos, etc.) não podemos aplicar, por exemplo, as leis de Newton, porque não tem sentido neste mundo tão pequeno se falar em força. Nem se usa esta linguagem. Então, a Mecânica Quântica é a teoria mais apropriada para descrever estes sistemas microscópicos.

E o que esta teoria nos diz? Quando resolvemos as equações desta teoria, que não importa agora quais sejam, obtemos como resultado certas funções que nos permitem apenas fazer perguntas acerca da probabilidades dos acontecimentos.

Vamos considerar um átomo de hidrogênio, ou seja, um próton e um elétron. Em Mecânica Quântica não tem sentido perguntar qual a distância entre o elétron e o próton. Só podemos perguntar qual a distância média do elétron ao próton. Por que? Porque o máximo de informação que esta teoria nos fornece é uma distribuição de probabilidades e, com probabilidades, só podemos falar em valores médios, nunca em valores exatos. Então, como vocês percebem, essa teoria mostra que nunca saberemos exatamente os resultados; somos obrigados a fazer médias mesmo do ponto de vista teórico.

A Mecânica Quântica é uma teoria fundamental da Física. A segunda lei de Newton é um caso particular. Quando as massas das partículas do sistema são relativamente grandes aplicamos as leis de Newton para obter o comportamento mecânico delas.

Vamos supor o seguinte problema: chutamos uma bola de futebol e ela está se deslocando no espaço. Se conhecermos a velocidade e a posição iniciais da bola e, também, a força total que atua sobre ela (a força com a qual a Terra atrai a bola, a força de resistência do ar, a influência da Lua sobre ela, etc..., ou seja, a força verdadeira, a mais completa possível), segundo as leis de Newton, poderíamos prever tudo sobre o movimento da bola no futuro e até no passado. A idéia de que a Física é uma ciência exata, determinística, está associada a esta característica da Mecânica Newtoniana. Acreditava-se, no final do século passado, que essa mecânica resolveria qualquer problema, isto é, que todos os problemas estariam solucionados desde que fosse conhecida a força total atuante sobre o objeto em estudo.

Bem, mas quais são as dificuldades que temos nessa abordagem?

Existem dificuldades de vários tipos como, por exemplo, o que é conhecer exatamente a posição e a velocidade da bola num dado instante. Para isso, temos que fazer medidas e, como consequência, volto ao velho problema: se medirmos, vamos encontrar vários resultados e, portanto, só podemos ter uma posição média da bola. Se

quiséssemos estudar a evolução dessa bola, obteríamos uma evolução média e não aquela exata que gostaríamos.

Vamos supor agora que eu lance uma moeda para o ar. Se conhecermos exatamente, no momento do lançamento, a posição e a velocidade da moeda, e a força total nela aplicada, as leis de Newton nos asseguram que poderíamos prever qual o resultado, cara ou coroa. No entanto, todo mundo sabe que não se tem controle sobre este tipo de informação e o resultado é completamente aleatório. A essa imprevisibilidade está associada a idéia de caos determinístico, que não acontece só no lançamento de moedas.

Imaginemos que se façam duas medidas da posição de uma partícula, num certo instante, e que se obtenha um valor  $x_0$  numa medida e um outro valor que difere muito pouco de  $x_0$ . Se esta partícula evoluir no tempo, após um tempo muito grande, ela poderá exibir o chamado caos determinístico, ou seja, embora as equações que descrevem o movimento sejam as conhecidas leis de Newton, que são exatas e determinísticas, essa pequena diferença na posição inicial pode fazer com que, depois de um tempo muito grande, a diferença entre as trajetórias previstas para a partícula, considerando as duas posições iniciais medidas, seja infinitamente grande. Um evento, para o qual tínhamos no início um certo controle, após um tempo grande, o perdemos completamente. A distância entre as partículas pode ser qualquer uma, é algo totalmente probabilístico. Esta é uma característica típica dos problemas de caos.

Esses problemas, atualmente, têm sido freqüentemente estudados em Física embora no século passado físicos e matemáticos o tenham feito. O interesse neles ressurgiu devido à necessidades de se fazer previsões do tempo. Para isso, existem equações que permitem fazer a previsão do tempo no futuro, desde que se conheça a situação atual do tempo. Para obtermos a evolução do tempo para, digamos, alguns dias, devemos colocar estas equações em grandes computadores, pois elas não são simples de se resolver. Durante o processo de manipulação dos números, o computador começa a fazer arredondamentos e, assim pode-se chegar a um momento em que se perde totalmente o controle, e a previsão pode ser totalmente diferente daquilo que de fato vai ocorrer.

Um famoso meteorologista disse uma frase muito associada ao caos: Se uma borboleta bater as asas num dado lugar, essa perturbação no meio ambiente pode influenciar a previsão do tempo daqui a vários anos em algum outro lugar distante. Ou seja, uma pequena variação nas condições iniciais, como por exemplo o bater das asas de uma borboleta, depois de um tempo muito longo, pode provocar resultados totalmente imprevisíveis.

Vamos agora falar um pouco sobre os sistemas físicos de muitas partículas na natureza. Problemas que são extremamente simples como o de um átomo de

hidrogênio isolada, podem se tornar bastante complicados quando se quer estudar um sistema de partículas que tenham interações entre si e o número de partículas é muito grande.

Vamos tomar como exemplo um pneu cheio de um automóvel. A sua câmara está repleta de moléculas e o número delas é da ordem do número de Avogadro (um mol de uma substância tem este número de moléculas) ou seja, da ordem de  $10^{23}$  moléculas.

Para tratarmos este problema, como o número de partículas é muito grande, temos que usar um computador para fazer as contas. No entanto, se fôssemos digitar a posição de todas as moléculas num dado instante e levássemos 1 segundo para cada uma delas, precisaríamos de  $10^{15}$  anos para fazer isso. Imagine então estudar a evolução deste sistema! Dá para perceber que, quando o número de partículas de um sistema é muito grande, é impossível determinar a situação de cada partícula daqui a 1 s ou 10 s. Então, o que podemos fazer? O que podemos obter são informações médias sobre o sistema.

Ao estudarmos esse sistema, é interessante conhecer também a sua pressão. A pressão é o resultado de um número enorme de colisões das moléculas contra a borracha do pneu num dado intervalo de tempo. Quanto maior o número de partículas, menor é a flutuação. Ou seja, se o pneu tivesse um número pequeno de moléculas e se fôssemos medir a pressão, o ponteiro do instrumento iria se movimentar para um lado e para outro, porque a flutuação seria extremamente grande. Nos sistemas macroscópicos, que envolvem um número muito grande de partículas, o que de fato medimos são valores médios, e quanto maior o número de partículas, mais estável é a média.

As contribuições fundamentais para o estudo destes sistemas foram dados por Maxwell, em 1864, por Boltzmann, em torno de 1870, e por Gibbs em 1900. Outros também contribuíram, mas estes foram os que mais se destacaram. Eles deram uma fundamentação não para uma nova teoria, pois a Mecânica estatística não é uma nova teoria. Ela é apenas um novo formalismo, um método para resolver problemas que envolvem um grande número de partículas. Eles reuniram as leis da Mecânica, isto é, as leis de Newton, com o que se conhecia da Estatística na Matemática (médias, desvios em torno da média, etc.) e desenvolveram um formalismo que chamamos de Mecânica Estatística. Basicamente, a partir das equações de movimento para um grande número de partículas, a Mecânica Estatística permite fazer previsões acerca da evolução média do sistema por elas constituído.

Um dos objetivos iniciais da Mecânica Estatística era sem dúvida estabelecer as bases microscópicas da Termodinâmica, um dos pilares da Física Clássica. A Termodinâmica estava baseada em leis bastante gerais e descrevia

satisfatoriamente todos os processos que envolveram trocas de calor entre os sistemas físicos. Boltzmann estabeleceu a ponte entre a Mecânica Estatística e a Termodinâmica.

A Mecânica Estatística além de ser um formalismo que teve um grande sucesso na fundamentação da Termodinâmica, tem sido aplicada em todas as áreas da Física, desde plasmas até sistemas extremamente condensados. Quando o número de partículas é muito grande, esse formalismo torna-se muito útil e tem fornecido resultados excelentes. Por exemplo, um dos campos da Física onde a Mecânica Estatística tem sido aplicada com muito sucesso no estudo dos fenômenos críticos.

Esses fenômenos ocorrem quando os sistemas físicos estão sofrendo uma mudança de fase.

Por exemplo, se tivermos água dentro de um tubo de ensaio fechado a uma pressão de 1 atm e começarmos a esquentá-la, quando chegarmos a 100°C, poderemos observar duas regiões separadas no tubo, uma com vapor e outra com líquido, ou seja, chega-se a uma situação onde temos líquido e vapor coexistindo, desde que a temperatura e a pressão sejam mantidas constantes.

Vamos supor agora que a água seja esquentada em uma panela de pressão. Quanto maior a pressão, maior a temperatura para se passar do estado líquido para o gasoso. Normalmente, quando a água passa do estado líquido para o gasoso pode-se enxergar o líquido e o gás simultaneamente. Por outro lado, experimentalmente sabe-se que, se a pressão na panela for de 217 atm e a temperatura de 374°C, que é a temperatura crítica do sistema, não será mais possível ver a separação entre o líquido e o vapor, mas sim, um só fluído. O sistema está num estado chamado crítico.

Neste estado, ocorrem flutuações no sistema, e bolhas de vapor grandes e pequenas podem ser vistas. Se o sistema for ligeiramente comprimido, aumentando-se, assim, a sua pressão, as bolhas viram líquido. No estado crítico o sistema torna-se, então, altamente compressível; aumentando-se um pouquinho a pressão, o volume diminui drasticamente. Esta propriedade que a água possui, na temperatura e pressão citadas, é um fato observado experimentalmente.

Vamos agora considerar um outro sistema totalmente diferente deste como, uma barra de ferro imantada. Se este ímã for aquecida, quando atingir a temperatura de 771°C, a temperatura crítica do Ferro, perderá completamente a magnetização e não mais atrairá outros materiais ferromagnéticos.

O comportamento, tanto da água quanto do ferro, para temperaturas próximas das respectivas temperaturas críticas, é praticamente idêntico. Enquanto que a água fica facilmente compressível, o sistema magnético fica altamente suscetível, ou seja, se imerso num campo magnético, todos os seus momentos magnéticos (cada átomo é como um pequeno ímã) tendem a se alinhar na direção deste campo, como se fossem pequenas bússolas orientadas em um campo magnético. E, portanto, sistemas tão

distintos, como a água, que é um fluido, e uma barra de ferro, que é um sistema magnético, apresentam comportamentos das funções compressibilidade e suscetibilidade tão parecidos. Existem comportamentos na natureza, próximos destes pontos críticos, que não são características particulares dos sistemas, mas são universais.

Se, por exemplo, polímeros forem dispersos dentro de uma solução, estes podem, dependendo das condições físicas, colapsar e podem se condensa, sofrendo uma transição de fase. E o comportamento crítico na transição do sistema é muito parecido com os descritos anteriormente para a água e para um ímã de ferro.

Este comportamento universal já está bem fundamentado e isto foi feito por Wilson na década de 70. Ganhou por isso o prêmio Nobel de Física e deu a maior contribuição para a Mecânica Estatística depois de Gibbs. Ele propôs uma teoria, chamada de grupo de renormalização, que tenta explicar o porquê de sistemas tão diferentes como um fluido e um sistema magnético apresentarem, próximos de seus respectivos pontos críticos, comportamentos críticos semelhantes.

Encerrando esta exposição, gostaria de dizer que a Mecânica Estatística, esse formalismo que mistura a Estatística com algumas leis da Física, especialmente as leis da Mecânica, vem sendo aplicada a vários campos da Física e está bastante desenvolvida. Muitas pessoas estão fazendo pesquisas nesta área no Brasil inteiro, em quase todos os Centros de Física conhecidos no país.

No Departamento de Física da UFSC, vários professores e alunos, tanto de pós-graduação quanto de graduação, têm desenvolvido trabalhos nessa área. Os trabalhos têm se concentrado nos estudos de fenômenos caóticos e fenômenos críticos em sistemas magnéticos e poliméricos. Alguns pesquisadores do Departamento também têm se dedicado ao estudo de problemas de Mecânica Estatística fora do equilíbrio, para os quais ainda não se tem uma formulação bem estabelecida, como a idéia de universalidade, proposta por Wilson, para os fenômenos críticos de equilíbrios.