
DECAIMENTO RADIOATIVO: UMA ANALOGIA PARA O CIRCUITO RC¹

Sonia Krapas

Alexandre Motta Borges

Departamento de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói – RJ

Resumo

No mapeamento da estrutura do pensamento analógico proposto por Guentner e Guentner inferências conceituais sobre um novo conhecimento surgem a partir de um domínio baseado na forma de um modelo analógico. Essas idéias são aplicáveis aos conteúdos de física, em especial ao circuito RC. Em geral os livros textos de física tratam o circuito RC do ponto de vista macroscópico, fazem uso da equação diferencial que rege o fenômeno da descarga do capacitor e apresentam a solução da equação que é do tipo exponencial. Por outro lado, a população de núcleos radioativos também decai no tempo na forma de uma exponencial. A similaridade matemática entre esses dois fenômenos possibilita a análise da descarga de um capacitor num circuito RC do ponto de vista microscópico, tratando estatisticamente a migração da população de elétrons da mesma forma que é tratado o decaimento da população de núcleos radioativos. Dessa forma, é possível interpretar a constante $1/RC$ como a probabilidade de recombinação das cargas presentes nas placas do capacitor. Tal mapeamento tem sua mão invertida quando se interpreta a probabilidade de decaimento de um núcleo com emissão de partícula α , dada por Glas e Mosel, a partir da análise do circuito RC. Breve discussão sobre o uso de tais analogias no ensino são apresentadas.

¹ Este trabalho foi realizado com apoio do CNPq. Os dois autores contribuíram igualmente para sua elaboração.

I. Introdução

O uso de analogias é muito comum na Ciência. Muitas vezes os próprios cientistas explicitam em seus discursos a sua utilização. Um exemplo bastante interessante é reportado por Maxwell no seu primeiro trabalho sobre o eletromagnetismo *On Faraday's Lines of force* (Maxwell 1855). Ao discutir a metodologia a ser empregada, diz que o método da analogia é o mais adequado para buscar uma alternativa teórica para os fenômenos elétricos e magnéticos, campo da física que, naquela ocasião se constituía . Na sua concepção, a função da analogia seria a de dar "corpo matemático" aos conceitos de Faraday. Trata-se de relacionar idéias físicas a idéias matemáticas. Analogias para Maxwell adquire um significado muito particular, dar concretude ao formalismo matemático:

... meu objetivo tem sido o de apresentar as idéias matemáticas à mente em uma forma corporificada, como sistemas de linhas de ou superfícies, e não como meros símbolos, que nem veiculam as mesmas idéias, nem se adaptam prontamente aos fenômenos a serem explicados (Maxwell 1855, pág. 187)

No campo da História e Filosofia da Ciência o papel das analogias também é ressaltado. Holton (1996) considera a imaginação metafórica e “sua prima, a analogia” como um dos instrumentos imaginativos dos cientistas na fase nascente da pesquisa. Cita Thomas Young, que concebeu a luz como um fenômeno ondulatório, contrariamente à teoria corpuscular, que era amplamente aceita naquele tempo:

a idéia de que a luz é uma propagação de um impulso no éter é fortemente confirmada pela analogia entre as cores de uma fina lâmina e os sons de uma série de tubos de um órgão. (Holton 1996, pg. 94)

Cita também Enrico Fermi:

ele efetivamente lançou a moderna física das partículas elementares com seu artigo sobre o decaimento beta em 1934, no qual diz que a emissão enigmática de partículas de pequena massa, tal como os elétrons, por um núcleo pode ser entendida através de uma analogia com a bem estabelecida teoria da emissão de quanta de luz (fótons) do decaimento de um átomo (Holton 1996, pg. 95).

Na área de ensino de ciências analogias e metáforas têm despertado o interesse de diversos autores. Dentre eles podemos citar alguns. Solomon (1986) estuda as explicações das crianças para fenômenos da natureza e destaca, dentre aquelas explicações de natureza pré-causal, o caráter científico da explicação analógica. Lawson (1993) dedica um número especial do *Journal of Research in Science Teaching* sobre analogias no ensino de ciências. Ogborn e Martins (1994), considerando metáforas e analogias como um aspecto essencial das representações mentais, investigam similaridades e diferenças ontológicas das quais dependem o pensamento analógico e metafórico. Gilbert e Boulter (no prelo), estudando a aprendizagem em ciência através de modelos e modelagem, entendem que modelos são produzidos pelo uso de analogias e metáforas.

Vale a pena citar ainda alguns trabalhos: os que tratam da mudança conceitual através de raciocínios analógicos (Stavy 1991; Treagust et al. 1996; Clement 1993; Brown 1993); os que exploram o papel de analogias e metáforas nos mais diversos assuntos de ciências: conservação da matéria (Stavy 1991), relatividade especial e eletromagnetismo (Arruda 1993), eletricidade (Stocklmayer e Treagust 1996; Stocklmayer e Treagust 1994; Newburgh 1993), ótica (Treagust et al. 1996; Harrison e Treagust 1993); os que estudam o uso de analogias empregadas por professores em aulas de ciências (Thiele e Treagust 1994; Wong 1993); e os que tratam das relações entre analogias e teoria neural (Lawson e Lawson 1993). Uma importante revisão bibliográfica de pesquisas em analogias e metáforas em ensino de ciências é feita por Duit (1991).

O interesse despertado pelo raciocínio analógico na comunidade de ensino de ciências tem paralelo e, muitas vezes suporte, na área da psicologia cognitiva e mais recentemente na área da inteligência artificial. Merecem destaque o trabalho de Nersessian (1992) que lança mão do raciocínio analógico e imagístico para realizar o que ela denomina análise histórico-cognitiva referente ao conceito de campo enunciado por Faraday e Maxwell, e o de Guentner e Guentner (1983) que explora o papel conceitual da analogia, discutindo dois modelos analógicos para a corrente elétrica.

Vale acrescentar que um aspecto das analogias que tem merecido atenção de autores advindos da psicologia cognitiva (Nersessian 1992), da psicologia genética (Bideaud 1988) e de pesquisadores em ensino de ciências (Greca e Moreira 1996; Franco et al. 1997) diz respeito à sua relação com os raciocínios do tipo imagístico e proposicional.

Nas diversas áreas nas quais analogias são contempladas é consenso que elas funcionam como ferramentas do pensamento. Para Nersessian (1992) “*muitas das teorias cognitivas sobre analogia concordam que o cerne criativo do raciocínio*

analógico é um processo de modelagem no qual estruturas relacionais de modos existentes de representação e solução de problemas são abstraídos do domínio fonte e são adaptadas às restrições do novo domínio do problema". A questão que vem sendo colocada é a de saber se analogias não passam de um vocabulário conveniente para expressar o pensamento, ou se o pensamento depende de analogias, no sentido de adquirirem autonomia, constituindo-se em processos inferenciais independentes. Na visão de Nersessian "*analogias não são 'meramente' guias para pensar, com inferência lógica resolvendo realmente o problema, mas elas próprias fazem o trabalho inferencial e geram a solução do problema*". Neste espírito encontra-se a hipótese da **Analogia Gerativa** proposta por Guentner e Guentner (1983).

Neste trabalho vamos mostrar em que medida a hipótese da Analogia Gerativa dá contribuições para o entendimento dos processos mentais envolvidos no uso de analogias. Vamos propor uma analogia para o funcionamento do circuito RC, baseada no decaimento de uma amostra radioativa e mostrar como fica enriquecida esta proposta quando analisada segundo a Analogia Gerativa. Finalmente vamos discutir as potencialidades e limitações desta abordagem para o ensino de ciências.

II. Uma teoria para o mapeamentoⁱ da estrutura do pensamento analógico

Pode-se entender que o processo mental subjacente ao uso de analogias acontece independentemente delas e que analogias meramente dão uma terminologia conveniente para os resultados do processo. Guentner e Guentner (1983) compartilham do ponto de vista dominante em psicologia que rejeita a idéia de que analogias são meramente fracas afirmações literais de similaridade. Denominam essa hipótese de Terminologia Superficial e em contraste, sugerem a hipótese da Analogia Gerativa, na qual analogias são caracterizadas por inferências gerativas. Analogias são geralmente caracterizadas por dois domínios: o domínio base ou fonte, que é o domínio dos conhecimentos existentes, e o domínio alvo, que é o domínio dos conhecimentos a serem investigados. Na hipótese da Analogia Gerativa inferências conceituais sobre o novo conhecimento surgem a partir de um dado domínio base na forma de um modelo analógico.

Enquanto as analogias levam a uma superposição nas relações entre objetos, porém a nenhuma superposição particular nas características dos próprios objetos, as afirmações com similaridades literais levam à superposição de ambos. Modelos analógicos podem ser caracterizados como um mapeamento da estrutura entre sistemas complexos: uma analogia de mapeamento estrutural estabelece que operações e relações idênticas surgem entre objetos não idênticos. A estrutura relacional é preservada, mas os objetos não.

No mapeamento estrutural, os domínios alvo e fonte são vistos como sistemas de objetos, atributos dos objetos e atributos das relações entre objetos. A tabela 1 mostra o mapeamento estrutural da clássica analogia átomo/sistema solar. Nesta analogia o domínio base é o sistema solar e o domínio alvo é a estrutura do átomo. Os objetos no domínio base são o planeta e o sol; e os objetos do domínio alvo são o elétron e o núcleo. Os objetos do domínio base são mapeados com os objetos do domínio alvo. São mostrados atributos das relações entre os objetos: *atrai, mais massivo do que, gira em torno de*. Dadas essas correspondências, a analogia mantém as relações entre os objetos dos dois domínios, mas deixa de lado os atributos dos objetos: por exemplo, o núcleo do átomo não é amarelo, quente ou massivo, tal como é o sol.

O mapeamento estrutural admite duas regras: uma delas é a **preservação de relações**, tal como descrita acima, e a outra é a **sistematicidade**. A sistematicidade estabelece que atributos são mais prováveis de serem importados para o domínio alvo se eles pertencerem a um sistema de relações de ordem hierárquica diferentes. As relações de ordem inferior são subordinadas às relações de ordem superior, isto é, é possível deduzir as primeiras a partir das segundas. Uma analogia deste tipo permite mapeamentos mais fortes do que uma relação isolada. No mapeamento estrutural entre o sistema solar e o átomo de Rutherford mostrado na tabela 1, as relações *gira em torno de* e *atrai* podem ser deduzidas das relações matemáticas correspondentes.

TABELA 1

Mapeamento estrutural entre o sistema solar e o átomo de Rutherford

| Base – sistema solar | Alvo – átomo de Rutherford |
|--|--|
| <i>Objetos mapeados</i> | |
| planeta | elétron |
| sol | núcleo |
| <i>Atributos dos objetos mapeados</i> | |
| massa | carga |
| distância entre objetos | distância entre os objetos |
| <i>Relações de ordem inferior mapeadas</i> | |
| gira em torno de (planeta, sol) | gira em torno de (elétron, núcleo) |
| mais massivo do que (sol, planeta) | mais massivo do que (núcleo, elétron) |
| Atrai (planeta, sol; sol, planeta) | atrai (elétron, núcleo; núcleo, elétron) |
| <i>Relações de ordem superior mapeadas</i> | |
| $F = G m_p m_s / R^2$ | $F = K Q_e Q_n / R^2$ |
| $F = m a$ | $F = m a$ |
| $F_p = F_s$ (lei da ação e reação) | $F_e = F_n$ (lei da ação e reação) |

Vale acrescentar que, pelo fato do sistema de relações interconectadas ser de natureza matemática, a analogia possui certa especificidade:

Modelos matemáticos representam um extremo de sistematicidade. A série de relações mapeáveis é fortemente restritiva, e a regra para as relações conectadas são bem especificadas. Uma vez escolhido um dado sistema matemático -- a saber, um anel ou um grupo -- como base, sabe-se então que regras combinatórias e que relações de ordem mais alta se aplicam na base. Isso clarifica o processo de derivação de novas predições para testar no alvo. Sabe-se, por exemplo, que se as relações base são adição e multiplicação no corpo (dos números reais) então pode-se esperar que valha a distributividade: $c(a+b)=ca+cb$. (Guentner e Guentner 1983, pg 105)

Vamos mostrar mais adiante que o caso da analogia do decaimento radioativo para o circuito RC constitui um exemplo de sistematicidade extrema.

III. Uma descrição estatística para o circuito RC

Em geral os livros textos de física tratam o circuito RC em descarga do ponto de vista macroscópico, fazem uso da equação diferencial que rege o fenômeno e apresentam a solução da equação que é do tipo exponencial.

$$Q = Q_0 e^{-t/RC} \quad (1)$$

Por outro lado, outro fenômeno tem um comportamento similar: trata-se do decaimento de núcleos radioativos. Em princípio, estes núcleos buscam sua estabilidade emitindo partículas α , partículas β , neutrons, prótons ou raios gama (Pessoa, Coutinho e Sala 1978, Kaplan 1978). No caso da emissão de partículas α , a população de núcleos radioativos decaem com o tempo na forma da seguinte exponencial

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

A similaridade matemática entre esses dois fenômenos nos levou a analisar a descarga de um capacitor num circuito RC do ponto de vista microscópico, tratando estatisticamente a migração da população de elétrons da mesma forma que é tratado o decaimento da população de núcleos radioativos.

A exponencial que rege o decaimento é obtida tratando o fenômeno estatisticamente: dada uma amostra radioativa contendo N núcleos, a taxa de variação do número de núcleos é dada pela seguinte expressão:

$$dN / dt = - \lambda N \quad (3)$$

Onde λ é a constante de desintegração, que mede a probabilidade do decaimento de um dado núcleo e diz respeito às características do núcleo. O sinal de menos indica que a variação do número de núcleos diminui com o tempo. É fácil ver que integrando-se a expressão (3) obtém-se a exponencial (2).

Da mesma forma, podemos entender que na placa negativa de um capacitor há uma população de N elétrons, cuja migração para a placa positiva é regida por um processo estatístico: a taxa de variação desses elétrons com o tempo é dada pela mesma expressão (3), onde λ pode ser entendida como a “constante de migração” que mede a probabilidade de migração dos elétrons entre as placas do capacitor num dado circuito. Mas que significado físico tem λ ? Se compararmos a expressão (1) com a expressão (2) vemos que λ é equivalente a $1/RC$. Portanto, $1/RC$ desempenha, do ponto de vista estatístico, a medida da probabilidade de recombinação das cargas presentes nas placas do capacitor.

IV. Mapeamento entre o decaimento radioativo e um circuito RC em descarga

A situação em questão constitui, tal como o mapeamento entre o sistema solar e o átomo de Rutherford, um caso típico de sistematicidade extrema, por tratar-se de um sistema de relações interconectadas de natureza matemática.

No presente mapeamento o domínio base é o fenômeno da radioatividade e o domínio alvo é um circuito RC em descarga. Nesses domínios, os objetos são núcleos e elétrons, respectivamente. Podemos apontar alguns atributos destes objetos que não admitem nenhum tipo de importação de um domínio ao outro, por exemplo: os núcleos emitem partículas, os elétrons tem mobilidade. Por outro lado, é possível o mapeamento das relações entre os objetos dos dois domínios: assim como entendemos o fenômeno da radioatividade como decaimento com o tempo de uma população de núcleos radioativos, no circuito RC em descarga, a população de elétrons na placa do capacitor decaem com o tempo. No domínio base temos uma constante de desintegração λ que mede a probabilidade de decaimento de um dado núcleo; no domínio alvo podemos interpretar a constante $1/RC$ como sendo a probabilidade de recombinação das cargas nas placas do capacitor. Dessa forma quando λ for nulo significa que o núcleo é estável, isto é, não há desintegração do núcleo. Quando a constante $1/RC$ for nula, significa que a placa não está se descarregando, seja porque a resistência do circuito é muito grande (R tendendo a infinito), seja porque a capacitância é muito grande (C tendendo a infinito), seja porque a corrente está interrompida devido à abertura da chave do circuito. Outra propriedade que podemos importar do domínio base para o domínio alvo

é a meia vida, que é o tempo para que uma amostra de núcleos radioativos se reduza à metade. Falamos então de "meia vida" do capacitor, entendendo com isso que neste tempo metade das cargas do capacitor se recombinaram.

O alto grau de sistematicidade da presente analogia se manifesta mais uma vez no mapeamento da constante λ nos dois domínios. A probabilidade de migração dos elétrons num circuito RC é composta de dois termos, o termo $1/C$ que pode ser associado à probabilidade de um elétron deixar uma das placas do capacitor na direção da outra placa, e o termo $1/R$ que pode ser associado à probabilidade do elétron, depois de deixar a placa, viajar até alcançar a outra placa. Devemos supor que tais efeitos não são mutuamente exclusivos porque o movimento do elétron é feito de uma simples decisão na primeira placa.

O decaimento radioativo por emissão de partículas α exhibe dois processos altamente decisivos, em uma dada ordem cronológica. Primeiramente há a formação da partícula α no núcleo a partir dos prótons e neutros (ação da força nuclear forte é exclusivamente atrativa de curto alcance). A seguir, a partícula α deve transpor a barreira coulombiana (ação da força exclusivamente atrativa de longo alcance) para então deixar o núcleo. Estes dois processos são avaliados por dois coeficientes probabilísticos: o primeiro (**P**) mede o sucesso da formação da partícula α ; o segundo (**T**) denominado coeficiente de transmissão, mede a probabilidade do sucesso de transposição da barreira coulombiana pela partícula α . Glas e Mosel (1975, pg 431) estabelecem que a medida de probabilidade λ do decaimento de um núcleo pode ser expressa pelo produto

$$\lambda = T \cdot P$$

Desta forma, a constante $1/R$ do domínio alvo é mapeada com o termo **T**, e a constante $1/C$ é mapeada com o termo **P**. O modelo analógico que apresentamos, com seus objetos, atributos de objetos, e relações entre objetos se encontra esquematizado na tabela 2. Vale acrescentar que, a partir das relações de ordem superior, expressas na forma de equações matemáticas, é possível deduzir as relações de ordem inferior *decai com e meia vida*.

TABELA 2

Mapeamento entre o decaimento radioativo e o circuito RC

| Base – decaimento radioativo | Alvo – circuito RC |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| <i>Objetos mapeados</i> | |
| população de núcleos | população de elétrons no capacitor |
| tempo | tempo |
| <i>Atributos dos objetos mapeados</i> | |

| | |
|--|---|
| probabilidade de decaimento λ | probabilidade de recombinação das cargas $1/RC$ |
| estabilidade do núcleo $\lambda = 0$ | estabilidade da recombinação ($1/RC$ tende para zero) |
| <i>Relações de ordem inferior mapeados</i> | |
| decai com (núcleo, tempo) | decai com (população de elétrons, tempo) |
| meia vida do núcleo | “meia vida” do capacitor |
| $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ | $T_{1/2} = RC \ln 2$ |

V. Discussão

Consideramos que a analogia proposta tem seu valor *per si*: é um belo exemplar de como ocorrem analogias com sistematicidade extrema. Tem interesse assegurado entre professores de terceiro grau. Há, no entanto, algumas questões a serem exploradas. A primeira diz respeito ao público a que se destina tal analogia: seriam estudantes de Física moderna, de Física básica, ou de disciplinas ligadas à formação de professores (incluída aí a formação continuada)?

Esta questão está relacionada a uma segunda que trata dos próprios objetivos da introdução dessa analogia. Se o objetivo é explorar as potencialidades do uso de analogias no ensino de ciências (Gilbert e Boulter no prelo), o mapeamento do circuito RC com o decaimento radioativo tal como apresentado acima será muito interessante para professores em formação. Se o objetivo é dominar um domínio (alvo) a partir de outro domínio (fonte), uma nova questão surge, que é a de determinar qual é o alvo e qual a fonte para uma determinada população que se pretende atingir. No caso da física básica, ao contrário do que foi proposto até então, inicialmente o domínio base seria o circuito RC, na sua descrição estatística e, a partir daí, se introduziria, a título de complementação, sua analogia com o decaimento radioativo. No caso de alunos de Física moderna, ao propor-se uma descrição estatística para o fenômeno da descarga de um capacitor, o decaimento radioativo seria o domínio fonte. Mas, ao se apresentar a equação de Glas e Mosel (1975, pg 431), invertem-se os domínios.

Estamos propondo para o reduto da sala de aula uma sistemática presente na história da ciência. Enquanto o mapeamento tal como concebido por Guentner e Guentner (1983) privilegia um sentido, do domínio fonte para o domínio alvo, Maxwell já tinha vislumbrado que, no uso de analogias, este mapeamento pode ser de mão dupla: um dos domínios pode ilustrar o outro. Para ele, o método da analogia visa evidenciar uma "similaridade parcial entre leis de uma ciência e as de outra, o que faz cada uma delas ilustrar a outra" (Maxwell 1855, pg 156). Dessa forma alvo e fonte são

sucessivamente permutados. É assim que, no seu trabalho *On Faraday's Lines of force*, ao introduzir uma analogia entre o eletromagnetismo (domínio alvo) e a hidrodinâmica (domínio fonte), a própria hidrodinâmica é reinterpretada: as equações de movimento de um fluido incompressível através de um meio resistente são vistas em termos de grandezas eletrostáticas e, particularmente, em termos do conceito de linha de força.

Referências

- ARRUDA, S. M. Metáforas na física. Caderno Catarinense de Ensino de Física, V.10, n. 1, p.25-37, 1993.
- BIDEAUD, J. Traitement Analogique et traitement propositionnel dans la résolution d'une tâche piagetienne, 1988.
- BROWN, D. E. Refocusing core intuitions: a concretising role for analogy in conceptual change. Journal of Research in Science Teaching, V.30, n.10, p.1273-1290, 1993.
- CLEMENT, J. Using bridging analogies and anchoring intuitions to deal with students' preconceptions in physics. Journal of Research in Science Teaching, V.30, n.10, p.1241-1257, 1993.
- DUIT, R. On the role of analogies and metaphors in learning science. Science Education, V.75, n.6, p.649-672, 1991.
- FRANCO, C.; COLINVAUX, D.; KRAPAS-TEIXEIRA, S. e QUEIROZ, G. A teoria piagetiana e os modelos mentais. In L. Banks Leite (org.) Percursos Piagetianos. São Paulo: Cortez, 1997.
- GILBERT, J. K. e BOULTER, C. J. (no prelo) Learning science through models and modelling. In B. Frazer e K. Tobin (eds.) The International Handbook of Science Education. Dordrecht, Kluwer.
- GLAS, D. e MOSEL, U. On the critical distance in fusion reactions. Nuclear Physics V.237, p.429-440, 1995.
- GRECA, I. e MOREIRA, M. A. Un estudio piloto sobre representaciones mentales, proposiciones y modelos mentales respecto al concepto de campo eletromagnético en alumnos de física general, estudiantes de posgrado y físicos profesionales. Investigações em Ensino de Ciências. V.1, n.1, p.95-108, 1996.

- GUENTNER, D. e GUENTNER, D. R. Flowing waters and teeming crowds: mental models of electricity. In D. Guentner e A. Stevens (eds.) Mentals Models. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, p.99-130, 1983.
- HARRISON, A. G. e TREAGUST, D. F. Teaching with analogies: a case study in grade-10 optics. Journal of Research in Science Teaching, V.30, n.10, p.1291-1307, 1993.
- HOLTON, G. Einstein, History, and Other Passions. Woodbury, NY: AIP Press, 1996.
- KAPLAN, I. Física Nuclear. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.
- LAWSON, A. Special issue: the role of analogy in science and science teaching. Journal of Research in Science Teaching, V.30, n.10, p.1211-1348, 1993.
- LAWSON, D. e LAWSON, A. E. Neural principles of memory and theory of analogical insight. Journal of Research in Science Teaching, V.30, n.10, p.1327-1348, 1993.
- MAXWELL, J. C. On Faraday's lines of force. In W. D. Niven (ed.), The Scientific Papers of James Clerk Maxwell. Cambridge: Cambridge University Press, 1880, p.155-229, 1855.
- NERSESSIAN, N. How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in science. In R. Giere (ed.), Cognitive Models of Science, Minnesota Studies in the Philosophy of Science 15. Minneapolis: University of Minnesota Press, p.3-44, 1992.
- NEWBURGH, R. G. Capacitors, water bottles and Kirchoff's rule. Physics Teacher, V.31, n.1, p.16-17, 1993.
- OGBORN, J. e MARTINS, I. Metaphorical understandings of scientific ideas. Commonsense Understanding of Science. London: University of London, 1994.
- PESSPA, E. F., COUTINHO, F. A. e SALA, O. Física Nuclear. São Paulo: Mc Grow-Hill Brasil/EDUSP, 1978.
- SOLOMON, J. Children's explanations. Oxford Review of Education, V.12, n.1, p.41-51, 1986.
- STAVY, R. Using analogy to overcome misconceptions about conservation of matter. Journal of Research in Science Teaching, V.28, n.4, p.305-313, 1991.

STOCKLMAYER, S. e TREAGUST, D. A historical analysis of electric currents in textbook: a century of influence on physics education. Science and Education, V.3, n.2, p.131-154, 1994.

STOCKLMAYER, S. e TREAGUST, D. Images of electricity: how do novices and experts model electric current? International Journal of Science Education, V.18, n.2, p.163-178, 1996.

THIELE, R.B. e TREAGUST, D. F. An interpretative examination of high school chemistry teachers' analogical explanations. Journal of Research in Science Teaching, V. 31, n.3, p.227-42, 1994.

TREAGUST, D. F.; HARRISON, A. G. e VENVILLE, G. J. Using an analogical teaching approach to engender conceptual change. International Journal of Science Education, V.18, n.2, p.213-229, 1996.

WONG, D. Understanding the generative capacity of analogies as a tool for explanation. Journal of Research in Science Teaching, V.30, n.10, p.1259-1272, 1993.

YOSIDA, K. Functional Analysis. Berlin: Springer-Verlag, 1978.

ⁱ Mapeamento é uma tradução do termo *mapping*, que tomaremos como sinônimo de função, no sentido dado em álgebra linear (Yosida 1978).