

---

## O RAIOS REAL DO SOL

---

*Wilson Lopes*  
Universidade de Guarulhos  
Guarulhos – SP  
Universidade de Mogi das Cruzes  
Mogi das Cruzes – SP

### Resumo

*Propõe-se, neste trabalho, que os fótons, ao escaparem rasantes da borda do Sol, sofrem um desvio gravitacional, obedecendo à teoria da Relatividade Generalizada, fazendo com que o raio virtual do Sol nos pareça, ligeiramente, maior que o raio real.*

### I. Introdução

Newton, em 1704, foi o primeiro cientista a sugerir que a luz poderia sofrer um desvio, de sua trajetória retilínea, ao atravessar um campo gravitacional. Em 1801, o astrônomo alemão Johann Georg von Soldner demonstrou, através da lei de gravitação de Newton, que o desvio de um raio luminoso, proveniente de uma estrela, ao passar a uma distância  $\delta$ , medida a partir do centro do Sol, poderia ser calculado, aproximadamente, através da expressão (ver Apêndice):

$$\theta \approx \frac{2GM_0}{c^2 \delta}, \quad (1)$$

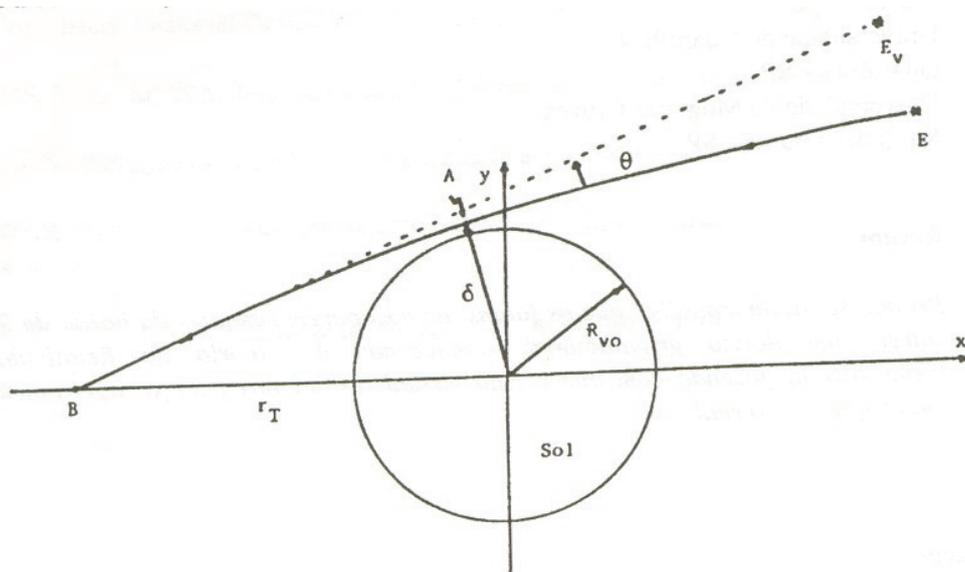
onde  $G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ,  $M_0 = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$  e  $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$  representam, respectivamente, a constante universal de gravitação, a massa do Sol e a velocidade da luz no vácuo (ver a Fig. 1)<sup>(1)</sup>. Substituindo-se, na expressão (1),  $\delta$  por  $R_{v,0} = 6,960 \times 10^8 \text{ m}$  que representa o raio virtual do Sol, à distância de  $1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ , tem-se para o desvio do raio luminoso  $\theta \approx 0,875''$ .

Em 1916, através de sua teoria da Relatividade Generalizada, Einstein demonstrou que a luz, proveniente de uma estrela, deveria sofrer um desvio duas vezes maior que aquele obtido através da Mecânica Newtoniana, a saber:

$$\theta^* \approx \frac{4GM_0}{c^2 \delta}. \quad (2)$$

Substituindo-se, na expressão (2), os mesmos valores que foram substituídos na expressão (1), obtém-se, para o desvio do raio luminoso ao passar pela borda solar,  $\theta^* \approx 1,75''$ .

Einstein sugeriu que esse desvio da luz, no campo gravitacional do Sol, poderia ser medido através da comparação entre duas chapas fotográficas do mesmo conjunto de estrelas: numa das chapas as posições das estrelas seriam observadas durante um eclipse total do Sol e, na outra, com o Sol ausente. Com essa finalidade, duas equipes de astrônomos ingleses viajaram, respectivamente, a Sobral, no Ceará, e à Ilha de Príncipe, na África Ocidental, para a observação do eclipse total do Sol em 1919. Os resultados do desvio da luz, no campo gravitacional do Sol, reduzidos à borda solar, foram: em Sobral  $1,98'' \pm 0,12''$  e na Ilha de Príncipe  $1,61'' \pm 0,31''$  <sup>(1,2)</sup>.



*Fig. 1: A figura mostra um raio luminoso, proveniente da estrela E, desviando-se de sua trajetória retilínea e passando a distância  $\delta$  do centro do Sol. Um observador localizado no ponto B, à distância  $r$ , do Sol, vê a imagem  $E_v$  da estrela E.*

O desvio da luz, no campo gravitacional do Sol, foi medido em outros eclipses totais do Sol, e um número relativamente grande de resultados, para a borda do Sol, estão entre 1,7 e 2,0", que estão em bom acordo com a previsão teórica de 1,75", feita por Einstein<sup>(2)</sup>. Devido à estas evidências observacionais, supõe-se, neste trabalho, que o desvio da luz, no campo gravitacional do Sol, obedeça à lei da Relatividade Generalizada, de acordo com a equação (2), e procura-se demonstrar que os fótons que escapam rasantes à superfície do Sol, fazem com que o disco virtual do Sol nos pareça maior do que o disco real.

## II. Raio real do Sol

Um fóton, que abandona rasante a borda solar, no ponto real A, ao invés de seguir uma trajetória retilínea, é desviado pelo campo gravitacional do Sol, e detectado, por um observador, no ponto B, sobre o eixo x (ver a Fig. 2). O observador tem a sensação de que o fóton teria partido do ponto virtual A', vendo, portanto, uma imagem virtual do Sol maior do que a real.

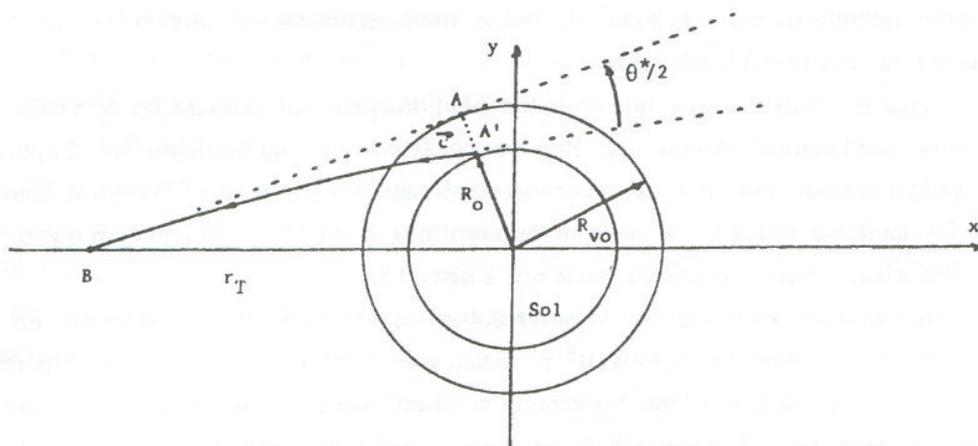


Figura 2. A figura mostra um fóton abandonando a superfície solar.  $R_{v0}$  e  $R_0$  são, respectivamente, os raios virtual e real do Sol.

Nestas condições, a diferença entre o raio virtual do Sol e o real é dada por:

$$\begin{aligned}
 AA' &= R_{v0} - R_0 \\
 &\approx \frac{\theta^*}{2} \cdot r_T \\
 &\approx \left( \frac{2GM_0}{c^2 R_0} \right) \cdot r_T.
 \end{aligned} \tag{3}$$

onde  $r_T$  representa a distância entre a Terra e Sol.

A partir da equação (3) obtém-se uma equação do segundo grau em  $R_0$ , a saber:

$$R_0^2 - R_{v0} R_0 + \left( \frac{2GM_0}{c^2} \right) \cdot r_T \approx 0. \tag{4}$$

Assumindo-se para  $R_{v0}$  e  $r_T$ , respectivamente, os valores  $6,960 \times 10^8$  m e  $1,4960 \times 10^{11}$  m, obtém-se as raízes,  $R_0' = 6,954 \times 10^8$  m e  $R_0'' = 6,354 \times 10^5$  m, que representam os raios reais do Sol.

Substituindo-se os valores desses raios, na equação (3), pode-se estimar o raio virtual do Sol a partir de uma determinada distância ou de um determinado planeta. Para tanto, substituem-se, em (3),  $R_{v0}$  por  $R_{pv}$  e  $r_T$  por  $r_p$ , a saber:

$$R_{pv} \approx R_0 + \left( \frac{2GM_0}{c^2 R_0} \right) \cdot r_p. \tag{5}$$

### III. Conclusões

Através da sua teoria sobre a Relatividade Generalizada, Einstein previu que um fóton, proveniente de uma estrela e que passasse junto à borda solar, deveria sofrer um desvio de 1,75". Este resultado, de certa forma, tem sido confirmado, no espectro visível, através de vários resultados obtidos durante os eclipses totais do Sol e, mais recentemente, através de radiofontes ocultadas pelo Sol ou próximas à borda solar<sup>(2)</sup>.

Supõe-se, desta maneira, que os fótons emitidos pelo Sol, possam ser desviados pelo seu próprio campo gravitacional. Assim, um fóton que partisse rasante da borda do Sol, do ponto A (ver a Fig.2), seria detectado, por um observador localizado na Terra, no ponto B, como se houvesse partido de A', desviando-se, portanto, de sua trajetória retilínea de 0,875" e fazendo com que o disco observável do Sol, disco virtual, lhe pareça maior que o disco real.

Para se conhecer o raio real do Sol, resolveu-se a equação do segundo grau em  $R_0$ , assumindo-se um raio virtual de  $6,960 \times 10^8$  à distância de  $1,496 \times 10^{11}$  m, obtendo-se as raízes:  $R'_0 = 6,954 \times 10^8$  m e  $R''_0 = 6,354 \times 10^5$  m. No estágio atual em que o Sol se encontra, seu raio real tem o valor da primeira raiz,  $R'_0 = 6,954 \times 10^8$  m, que é muito próximo do raio virtual,  $R_{v0} = 6,960 \times 10^8$  m. Desta maneira, para um observador localizado na Terra, as leis físicas que se relacionam com o raio solar, praticamente, não se alteram. Contudo, se o raio real do Sol fosse o da segunda raiz, então, dever-se-ia revisar todas as leis físicas que envolvessem, direta ou indiretamente, o raio solar (a segunda raiz colocaria o Sol na categoria de uma estrela anã branca<sup>\*</sup>).

Tabela: A tabela, construída com o auxílio da equação (5), mostra o valor do raio virtual do Sol, em metros, e seu diâmetro aparente, em min de arco, observados de outros planetas. A segunda e quarta colunas numéricas foram obtidas admitindo-se, para o Sol, respectivamente, os raios reais  $R'_0 = 6,954 \times 10^8$  m e  $R''_0 = 6,354 \times 10^5$  m<sup>(5)</sup>.

Planeta	$r_p$ ( $10^{11}$ m)	$R'_{v0}$ ( $10^8$ m)	$\alpha'_0$ (min de arco)	$R''_{v0}$ ( $10^8$ m)	$\alpha''_0$ (min de arco)
Mercúrio	0,5834	6,956	81,98	2,718	32,04
Vênus	1,077	6,959	44,42	5,013	32,00
Terra	1,496	6,960	31,99	6,960	31,99

\* Ao consumir quase todo o combustível no seu reator de fusão, uma estrela começa a se contrair. À medida que se contrai e atinge dimensões pequenas, as partículas que a constituem se encontram muito próximas e, pelo princípio da exclusão de Pauli, se movimentam de tal maneira a se afastarem, uma das outras. Estas velocidades de afastamento das partículas fazem aumentar a pressão no interior da estrela, que acaba por equilibrar a contração gravitacional. Como a velocidade das partículas não ultrapassa a velocidade da luz Chandrasekhar se deu conta que deveria haver um limite para a massa da estrela, de, aproximadamente,  $1,5.M_0$  ( $M_0$  representa a massa do Sol), com a qual, as altas pressões geradas pelo princípio de exclusão, ainda, poderia equilibrar o colapso gravitacional. Desta maneira, uma estrela com massa menor que  $1,5.M_0$ , pode parar de se contrair e se estabilizar num estado final como uma estrela anã branca, com densidades entre 500 e  $10^{11}$  g/cm<sup>3</sup>, formada por um plasma de elétrons e núcleos<sup>(3,4)</sup>.

Marte	2,274	6,964	21,06	10,58	31,98
Júpiter	7,779	6,987	6,176	36,16	31,97
Saturno	14,33	7,015	3,366	66,62	31,96
Urano	28,57	7,075	1,703	132,8	31,96
Netuno	45,18	7,146	1,088	210,0	31,96
Plutão	58,94	7,204	0,8404	274,0	31,96

Observa-se, através da equação (5), que o raio virtual do Sol, depende de seu raio real e da distância do observador ao Sol. Desta maneira, admitindo-se, para o Sol, um raio real de  $6,954 \times 10^8$  m, um observador localizado em Plutão e de posse de grandes telescópios ópticos, observaria o Sol com um raio virtual de  $7,204 \times 10^8$  m (que é cerca de 3,5% maior que o raio virtual observado da Terra). Com este raio virtual, observado a partir de Plutão, calcularia, para o Sol, uma densidade média de  $1,27 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> (da ordem de 10% menor que a densidade média calculada a partir da Terra). Admitindo-se, por outro lado, o Sol com o raio real de  $6,354 \times 10^5$  m, seria observado, pelo mesmo observador localizado em Plutão, com um raio virtual de  $2,740 \times 10^{10}$  m (cerca de 39 vezes maior que o raio virtual observado a partir da Terra). Observa-se que para este raio real que colocaria o Sol na categoria de uma estrela anã branca, muito densa, curiosamente, seu diâmetro angular permaneceria quase constante e de valor muito próximo de 32' (não variando, praticamente, com a distância ao Sol).

Será que as distâncias, da Terra ao Sol, medidas em U.A., e os respectivos raios aparentes, do Sol, medidos em minutos de arco, não deveriam ser relacionados, explicitamente, com o raio real, de  $6,954 \times 10^8$  m? No estágio atual em que o Sol se encontra, e sendo a excentricidade da órbita terrestre pequena, a diferença entre os raios virtuais, do Sol, no periélio e afélio é desprezível. Porém, se o Sol fosse uma estrela anã branca (ou quando vier a ser uma estrela anã branca), e se tivesse raio real de  $6,354 \times 10^5$  m, as variações de seu raio virtual com a distância ao observador localizado na Terra seriam significativas: para a passagem periélica, à distância de  $1,471 \times 10^{11}$  m, o Sol teria raio virtual de  $6,844 \times 10^8$  m, e para a passagem afélica, à distância de  $1,521 \times 10^{11}$  m, o raio virtual seria de  $7,076 \times 10^8$  m (Estes valores foram calculados através da expressão (5)).

Se as especulações teóricas feitas neste trabalho estivessem corretas, então, será que as belíssimas galáxias, aglomerados, etc, muito massivos, não seriam bem menores do que parecem ser? Não seria possível ver um objeto, com pouca luminosidade e com um diâmetro aparente de alguns minutos de arco, como imagem virtual de uma estrela anã branca ou de uma estrela de nêutrons?

#### IV. Apêndice

Supondo-se, na Figura 3, que a massa do fóton  $m_f$  permaneça constante, em todos os pontos de sua trajetória, pelo princípio da conservação do momento angular, nos pontos A e B, tem-se:

$$\frac{m_f \cdot r^2 \cdot d\alpha}{dt} = m_f \cdot c \cdot r_0. \quad (6)$$

A força que age sobre o fóton, a uma distância  $r$ , medida a partir do centro do Sol, na posição B, é dada pela lei de gravitação de Newton, a saber:

$$F = -G \cdot m_f \cdot \frac{M_0}{r^2}, \quad (7)$$

onde  $M_0$  representa a massa do Sol.

Pela segunda lei de Newton, e na direção do eixo  $y$  (ver a Fig. 3), tem-se:

$$\begin{aligned} F_y &= \frac{m_f \cdot dv_y}{dt} \\ &= F \cdot \text{sen } \alpha \\ &= -\left(\frac{G \cdot m_f \cdot M_0}{r^2}\right) \cdot \text{sen } \alpha. \end{aligned} \quad (8)$$

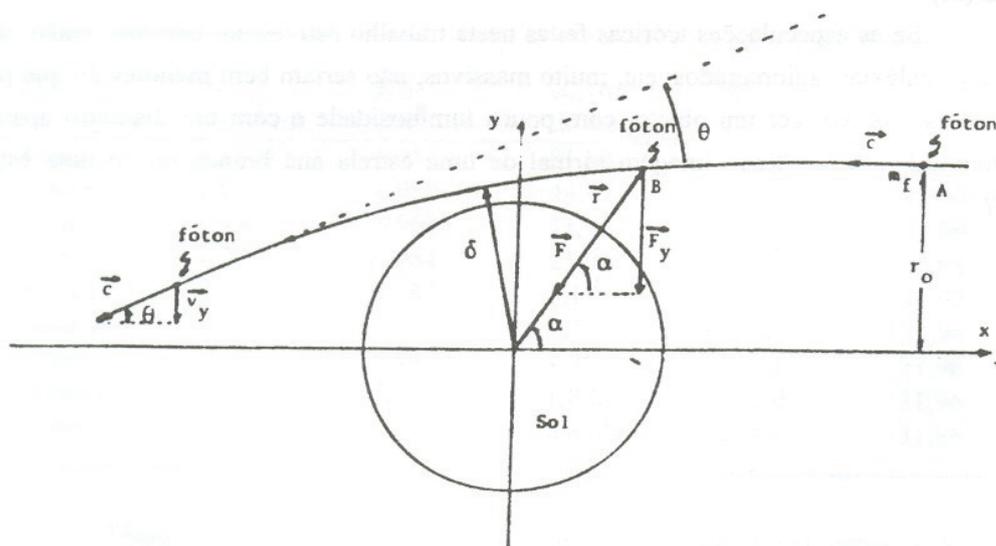


Fig. 3: A figura mostra um fóton desviando-se, de sua trajetória retilínea, no campo gravitacional do Sol. Sendo esse desvio muito pequeno, as distâncias  $\delta$  e  $r_0$  são, praticamente, iguais.

Eliminando-se  $r^2$  entre as equações (6) e (8), vem:

$$\frac{m_f \cdot dv_y}{dt} = - \frac{G \cdot m_f \cdot M_0 \cdot \text{sen} \alpha}{\frac{(d\alpha / dt)}{c \cdot r_0}} \quad (9)$$

Simplificando-se a massa do fóton, na equação (9), passando-se à forma diferencial e integrando-se, tem-se:

$$\int_0^{-c \cdot \text{sen} \theta} dv_y = - \left( \frac{G \cdot M_0}{c \cdot r_0} \right) \cdot \int_0^{\pi + \theta} \text{sen} \alpha \cdot d\alpha \cdot \quad (10)$$

Resolvendo-se a equação acima e mudando-se o sinal, obtém-se:

$$\begin{aligned} c \cdot \text{sen} \theta &= \left[ \frac{G \cdot M_0}{(c \cdot r_0)} \right] [1 - \cos (\pi + \theta)] \\ &= G \cdot M_0 / (c \cdot r_0) \cdot (1 + \cos \theta) \end{aligned} \quad (11)$$

Dividindo-se a equação (11) por  $c \cdot (1 + \cos \theta)$ , tem-se:

$$\frac{\text{sen} \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{G \cdot M_0}{c^2 \cdot r_0} \quad (12)$$

Como,  $\frac{\text{sen} \theta}{1 + \cos \theta} = \text{tg} \frac{\theta}{2}$ , então:

$$\text{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{G \cdot M_0}{c^2 r_0} \cdot \quad (13)$$

Sendo o ângulo  $\theta$  muito pequeno, pode-se assumir, com um erro desprezível, que  $\text{tg} \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$  e que  $r_0 \approx \delta$ . Substituindo-se esses valores na equação (13), e explicitando-se em  $\theta$ , vem:

$$\theta \approx \frac{2G \cdot M_0}{c^2 \delta} \cdot \quad (14)$$

A equação (14) representa o desvio de um fóton, de sua trajetória retilínea, no campo gravitacional do Sol, ao passar à distância  $\delta$  medida a partir do centro do Sol, segundo a mecânica newtoniana<sup>(6)</sup>.

## V. Referências Bibliográficas

1. ZYLBERSZTAJN, A. A Deflexão da Luz Pela Gravidade e o Eclipse de 1919. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 6, n. 3, p. 224-233, dez. 1989.

2. WEINBERG, S. **Gravitation and Cosmology**: Principles and Applications of the General Theory of Relativity, p. 188-194. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1972.
3. HAWKING, S. W. **Uma Breve História do Tempo**. São Paulo: Circulo do Livro S. A.,1988. p. 87-103.
4. KENETH, R. L. **Astrophysical Formulae** – A Compendium for the Physicists and Astrophysicist. Springer – Verlac, Berlin Heidelberg New York, 1974. p. 253-264.
5. Anuário Astronômico, Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986. Neste Anuário Astronômico, não se faz nenhuma distinção entre os raios virtual e real do Sol. E, simplesmente, da página 18 à 29 o raio do Sol é suposto constante e de valor, aproximadamente,  $6,971 \times 10^8$  m e, na página 256, o Sol se apresenta com raio de  $6,960 \times 10^6$  m. Algumas grandezas astronômicas, contidas no Anuário, foram usadas neste artigo.
6. ALONSO, M.; FINN, E. J. **Fundamental University Physics**, v. 1, p. 183-184. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1967. Não se encontra resolvido, neste livro, especificamente, o problema do desvio da luz no campo gravitacional do Sol, mas sim o problema do desvio de uma carga elétrica no campo coulombiano.