
O MODELO DO ELÉTRON LIVRE DE DRUDE COMPLETA 100 ANOS

Carlos Ariel Samundio Pérez

Depto. de Física - Universidade de Passo Fundo
Passo Fundo – RS

Resumo

A descrição microscópica da condução metálica em termos de um gás de elétrons livres, que se movem através de uma rede de íons positivos relativamente fixos, foi colocada originalmente pelo físico alemão P. Drude em 1900. O modelo do elétron livre, como é conhecido, prediz com bastante sucesso a lei de Ohm e dá uma explicação plausível para a lei empírica de Wiedemann e Franz. Porém, falha na tentativa de interpretar outras propriedades observadas nos metais. O objetivo deste trabalho é apresentar, de forma resumida, as bases que sustentam o modelo do elétron livre e discutir brevemente seus acertos e as suas falhas, como uma forma de comemorar os seus 100 anos.

I. Introdução

Os metais ocupam uma posição de destaque no estudo da matéria condensada. Este fato é consequência das marcantes propriedades que estes materiais apresentam: são bons condutores de eletricidade e de calor, possuem um notável brilho e grande plasticidade. O desejo de compreender as origens destas propriedades foi o impulso inicial para o desenvolvimento da moderna teoria dos sólidos.

Durante os últimos cem anos, os físicos vêm tentando elaborar modelos simples dos diferentes estados metálicos que dêem conta, de forma qualitativa e quantitativa, das diferentes propriedades dos metais. No decorrer desta procura, o sucesso tem convivido lado a lado com as, tão indesejadas, falhas. Muitos dos modelos iniciais, embora incorretos em certos aspectos, continuam quando devidamente usados, sendo suporte para físicos que estudam o estado sólido e para professores que se dedicam ao ensino de física no nível médio e superior. Um destes modelos simples, que descreve o fenômeno de condução nos metais, foi desenvolvido no fim do século dezenove pelo físico alemão P. Drude (1863-1906). O sucesso deste modelo, conhecido como modelo do elétron livre, foi considerável e ainda é utilizado como uma via prática

e rápida para formar uma imagem simples e fazer aproximações grosseiras de importantes propriedades físicas que, para uma precisa compreensão, podem requerer uma análise de considerável complexidade. No ano dois mil completam-se cem anos desde a publicação do modelo do elétron livre. Neste trabalho apresentam-se, de forma resumida, as bases que sustentam o modelo do elétron livre, descrevem-se seus acertos e suas falhas.

II. Considerações básicas do modelo

Em 1897, Thomson mostrou que os raios que faziam cintilar a parede de vidro dos tubos de raios catódicos eram feixes de partículas com carga negativa. Tinha sido descoberto o elétron. Este descobrimento causou impacto imediato nas teorias da época sobre a estrutura da matéria e sugeriu um mecanismo, aparentemente óbvio, para a condução dos metais; como os metais conduzem tão facilmente, deveriam existir partículas neles que poderiam se movimentar com relativa liberdade.

Em 1900, Drude desenvolveu sua teoria sobre a condução elétrica e térmica dos metais, aplicando a teoria cinética dos gases ao metal. A teoria cinética foi o primeiro modelo microscópico da matéria a ter sucesso. Em forma simplificada, podemos dizer que esta teoria descreve as propriedades dos gases, tratando as moléculas de gás como esferas sólidas (rígidas) e idênticas, que se movimentam em linhas retas até colidirem elasticamente entre si. Baseia-se na hipótese de que o tempo entre as colisões das moléculas é desprezível, e que não existem interações entre elas, a não ser durante a colisão.

Drude prediz que, quando os átomos dos elementos metálicos se unem para formar o metal, os elétrons de valência, fracamente ligados aos átomos, desligam-se e passam a se movimentar livremente através do metal, enquanto que os íons positivos mantêm-se relativamente fixos, formando uma rede cristalina¹. O metal é visualizado como um arranjo tridimensional regular de átomos ou íons com um grande número de elétrons livres para se moverem por todo o seu volume, como um gás (gás de elétrons).

A densidade do gás de elétrons livres (número de elétrons por volume unitário) em um metal é vários milhares de vezes maior do que a densidade de um gás clássico (gás ideal) à temperatura e pressão normal. Nos metais existem, pelo menos, dois tipos de partículas diferentes, enquanto que no gás só há um tipo. Além do mais, nos metais é observada uma forte interação eletromagnética elétron-elétron e elétron-íon. Apesar disto, o modelo proposto por Drude, ousadamente, aplica a teoria cinética

¹ Os elétrons suscetíveis de mover denominam-se elétrons de condução.

ao metal, tratando o gás de elétrons livres como um gás ideal a partir de ligeiras modificações.

As considerações básicas, nas quais fundamenta-se o modelo de Drude do elétron livre, são as seguintes:

1. Entre uma colisão e outra, as forças de interação elétron-elétron e elétron-íon são desprezíveis: todos os cálculos desenvolvem-se como se os elétrons de condução pudessem se mover livremente para qualquer parte no interior do metal. A energia total é cinética; a energia potencial é desprezada. A omissão da interação elétron-elétron entre as colisões é denominada aproximação do elétron independente. A correspondente omissão da interação elétron-íon é conhecida como aproximação do elétron livre. Atualmente é possível afirmar que a aproximação do elétron independente é, em muitos contextos, surpreendentemente boa. Enquanto que a aproximação do elétron livre apresenta-se inadequada até para poder obter uma compreensão qualitativa de muitas propriedades metálicas.

2. As colisões das partículas do gás são consideradas eventos instantâneos que abruptamente alteram a velocidade dos elétrons. Mas, ao contrário do gás ideal na teoria cinética, omitem-se as colisões entre as partículas do gás: somente são consideradas as colisões dos elétrons com os íons da rede cristalina. Na verdade, a imagem clássica dos elétrons ricocheteando de um íon para outro está longe da realidade. Afortunadamente, para uma compreensão qualitativa, e muitas vezes quantitativa, do fenômeno da condução metálica só se faz necessário levar em consideração que existe um mecanismo de espalhamento das partículas.

3. O elétron colide aleatoriamente contra um íon em um dado instante, tendo em média viajado livremente durante um tempo τ , desde sua última colisão, e viajaram em média livremente durante um tempo τ , até sua próxima colisão. O tempo τ é denominado tempo de relaxação, tempo livre médio entre colisões, ou ainda, tempo médio de espalhamento. τ é considerado independente da posição e da velocidade do elétron.

4. O equilíbrio térmico do sistema é mantido através das colisões de elétrons com a rede de íons: este é o único mecanismo possível quando admitidas as aproximações do elétron independente e do elétron livre. O equilíbrio é mantido da seguinte forma: imediatamente após cada colisão, o elétron movimenta-se em direção aleatória com uma velocidade que não tem relação nenhuma com a velocidade antes do choque, mas o módulo é apropriado à temperatura do lugar onde ocorreu a colisão. Quanto mais alta for a temperatura do lugar onde se dá a colisão, mais rapidamente se movimentará o elétron após o choque.

III. O modelo do elétron livre e a condução metálica

III.1 Condução elétrica (corrente contínua)

A lei de Ohm afirma que a diferença de potencial V entre os extremos de um condutor é igual à corrente i que flui através do condutor multiplicada pela sua resistência R ($V = iR$). O material que obedece à lei de Ohm é chamado de condutor ôhmico ou linear. Se a lei de Ohm não for obedecida, o condutor é chamado de não linear. Assim, a lei de Ohm é um outro modelo idealizado que descreve o comportamento de certos materiais, mas não a propriedade geral da matéria.

A resistência do material depende de fatores geométricos: da forma e do tamanho do condutor. Assim, é conveniente definir uma grandeza denominada de condutividade, que depende somente do material do condutor. A experiência mostra que a condutância ($1/R$) de uma série de fios de um dado material é diretamente proporcional à área a de sua seção reta e é inversamente proporcional ao seu comprimento l . Pode-se escrever: $(1/R) = \text{constante} (a/l)$ e define-se a constante de proporcionalidade como a condutividade elétrica do material, $\sigma = (1/R) (a/l)^{-1}$. Da lei de Ohm $1/R = i/V$ sendo possível escrever:

$$(i/a) = \sigma (V/l) \quad (1)$$

A corrente elétrica por unidade de área da seção reta do condutor, (i/a) , é definida como a densidade de corrente, j . Estabelecendo um campo elétrico uniforme, E , dentro do condutor obtém-se entre os extremos do mesmo uma diferença de potencial igual ao produto do campo pelo comprimento do condutor, $V = El$. Substituindo j e V/l na eq.1, obtemos:

$$j = \sigma E \quad (2)$$

Novamente, temos a lei de Ohm, mas neste caso ela está expressa de uma forma que independe das dimensões e forma específica do condutor, depende somente das propriedades do material do qual é constituído. Além disso, a densidade de corrente j , a condutividade σ e a intensidade do campo elétrico E são quantidades locais, cujos valores são significativos em qualquer ponto específico do condutor, ao contrário da corrente i , da resistência R e da tensão V através do condutor, que têm significado somente com relação ao condutor como um todo.

O modelo de Drude do elétron livre descreve, em detalhe, o processo da condução elétrica nos metais, dando conta da relação estabelecida pela lei de Ohm na eq.2 e fornece uma estimativa do valor da condutividade em termos de propriedades intrínsecas dos metais. De acordo com o modelo, os elétrons livres num metal devem se movimentar aleatoriamente, com uma velocidade média igual a zero, como as

moléculas de um gás ideal. Ao estabelecer um campo elétrico dentro do material, os elétrons alteram ligeiramente seu movimento, adquirindo uma pequena velocidade na mesma direção, mas no sentido contrário do campo elétrico, denominada velocidade de deriva ou de arrastamento, v_d . Admite-se que no interior do metal existam n elétrons livres por unidade de volume, deslocando-se com a velocidade v_d após estabelecer um campo elétrico E uniforme. Ao longo de um tempo dt , os elétrons percorrem uma distância $v_d dt$ na direção do vetor v_d . Assim, $nv_d a dt$ elétrons atravessarão a área, a , transversal à direção do deslocamento neste tempo dt . Uma vez que os elétrons são portadores de carga negativa, $-e$, a carga que atravessa a área a no tempo dt é $-nev_d a dt$. Assim, a corrente elétrica que flui no material é portanto: $i = nev_d a$. A densidade de corrente por unidade de área transversal no metal, $j = i/a$, pode então ser escrita na forma vetorial:

$$\mathbf{j} = -nev_d \mathbf{a} \quad (3)$$

Desde que os elétrons livres experimentem a ação de uma força de origem elétrica devido à presença do campo elétrico, $F_e = -e E$, a segunda lei de Newton estabelece que a velocidade deles irá aumentar com uma aceleração constante:

$$\mathbf{F}_e / m_e = -e \mathbf{E} / m_e \quad (4)$$

onde m_e é a massa do elétron. Uma vez que o tempo entre as colisões, τ , é muito curto, é possível considerar que, na realidade, os elétrons adquirem uma pequena velocidade de arrastamento, v_d :

$$\mathbf{v}_d = -e \mathbf{E} \tau / m_e \quad (5)$$

Combinando este resultado com a eq.3, obtemos

$$\mathbf{j} = (ne^2 \tau / m_e) \mathbf{E} \quad (6)$$

A comparação deste resultado com a eq.2 mostra que a condutividade, σ , do metal está associada a fatores com significado a nível microscópico:

$$\sigma = ne^2 \tau / m_e \quad (7)$$

A lei de Ohm (eq.2) exige que a densidade de corrente j seja proporcional à intensidade do campo elétrico, E . Isto só será verdade se a condutividade for uma constante independente de E . De fato, n , e e m_e são constantes independentes do campo. O modelo prevê, então, que o tempo médio de espalhamento, τ , também seja independente do valor de E . Admite que isto se verifica porque o campo produz um efeito direto somente sobre a velocidade de arrastamento. Tão logo a velocidade de

arrastamento seja bem pequena, comparada com as velocidades térmicas aleatórias, as distâncias que os elétrons percorreram por unidade de tempo são essencialmente definidas por ela. Como os elétrons colidem com íons que possuem uma certa separação média, qualquer variação no campo elétrico produz um efeito desprezível no tempo médio gasto para um elétron passar de uma colisão para outra. Segue-se, então, que o tempo médio de espalhamento é de fato independente de E , e por tanto, σ é uma constante independente do campo. O modelo satisfaz, assim, a lei de Ohm.

Considerando que v_m e l_m são a velocidade média e o caminho livre médio dos elétrons, o tempo livre médio entre colisões pode ser dado pela expressão: $\tau = l_m / v_m$. Substituindo τ na eq.7, temos:

$$\sigma = ne^2 l_m / m_e v_m \quad (8)$$

Na época de Drude, era natural estimar a velocidade média das moléculas de um gás ideal, utilizando o teorema de equipartição da energia. Este teorema estabelece que a velocidade quadrática média das moléculas é dada por:

$$v_{\text{rms}} = (3 k_B T / m_e)^{1/2} \quad (9)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta do gás. Substituindo-se a eq.9 na eq.8, obtém-se:

$$\sigma = ne^2 l_m (3 k_B T m_e)^{-1/2} \quad (10)$$

Através de dados obtidos experimentalmente para a condutividade de diversos metais e ligas metálicas, é possível fazer uma avaliação quantitativa da ordem de grandeza e do caminho livre médio, l_m , dos elétrons no metal. Se o modelo do elétron livre tiver significado físico, l_m deverá ser comparável à distância entre os íons no metal, pois se admite, como hipótese inicial, que os elétrons livres colidem com os íons que formam a estrutura cristalina do metal b.

Resolvendo a eq.10 para o livre caminho médio, temos:

$$l_m = \sigma (3 k_B T m_e)^{1/2} / ne^2. \quad (11)$$

Os cálculos mostram que o caminho livre médio apresenta valores característicos que variam de 1 a 10 Å. Estes resultados qualificam a descrição dos elétrons livres como bastante plausível. De fato, o livre caminho médio obtido através da eq.11 e da distância interiônica tem valores comparáveis para a maioria das ligas metálicas, onde os íons dos elementos constituintes estão misturados entre si de uma forma mais ou menos aleatória. Para os metais puros, no entanto, a situação é bastante diferente. O cobre puro, por exemplo, tem a distância interiônica aproximadamente

igual à do latão. Mas a sua condutividade é cerca de quatro vezes maior à temperatura ambiente. De acordo com a eq.11, o livre caminho médio é diretamente proporcional à condutividade; sendo assim, o livre caminho médio para o cobre puro seria da ordem de 12 vezes a distância interiônica.

Na realidade, a estimativa clássica da velocidade média dos elétrons, eq.9, é uma ordem de grandeza menor que o valor a temperatura ambiente. Além do mais, a baixas temperaturas, o tempo médio de espalhamento é uma ordem de grandeza maior que à temperatura ambiente, enquanto que a velocidade média dos elétrons, v_m , não varia com a temperatura (mostra-se independente de T). Isto faz com que o valor do livre caminho médio a baixas temperaturas, obtido através da eq.11, seja da ordem de mil, ou mais, distâncias interiônicas. Esta é uma evidência de que os elétrons simplesmente não ricocheteiam contra os íons da rede, como supõe o modelo do elétron livre.

Além dessa discrepância, o modelo prediz a dependência com a temperatura para a condutividade elétrica incorreta; σ para os metais puros é inversamente à temperatura absoluta, enquanto que o modelo prediz pela eq.10 que $\sigma \propto T^{-1/2}$.

III.2 Condução térmica

O modelo proposto por Drude admite que os elétrons livres são os principais responsáveis pelo fenômeno da condução térmica observado nos metais. Baseia-se nos resultados empíricos que demonstram que os metais conduzem muito melhor o calor do que os isolantes. Assim, a condução térmica pelos íons (presentes em metais e isolantes) poderia ser considerada como menos importante que a condutividade térmica pelos elétrons livres (presentes somente nos metais).

Para definir e estimar quantitativamente a condutividade térmica, consideremos, em t igual a zero, uma barra metálica, cujas extremidades são mantidas em contato com dois grandes reservatórios térmicos: um quente e outro frio. Após um determinado tempo t , observa-se que a temperatura da barra varia ao longo do seu comprimento: a energia térmica (calor) flui através da barra do seu extremo quente para seu extremo frio. Se x for a coordenada medida ao longo da trajetória do fluxo térmico, a variação de temperatura por unidade de comprimento é dado pelo gradiente² de temperatura (dT/dx). Após um tempo suficientemente longo, pode ser atingido um estado estacionário, caracterizado pela existência de um gradiente de temperatura e um fluxo térmico uniforme.

² O gradiente (*grad*) de uma função f qualquer é definido como o vetor, *grad* f , na direção de máxima inclinação ascendente de f e sua intensidade é a inclinação medida nessa direção.

Definamos a densidade de corrente térmica na barra, j^q , como o vetor paralelo à direção do fluxo de calor, cuja magnitude dá o valor da energia térmica por unidade de tempo através da área unitária transversal ao fluxo. Experimentalmente, observa-se que para valores de (dT/dx) muito pequenos o módulo da densidade de corrente térmica é proporcional ao gradiente de temperatura³

$$j^q = k (-dT/dx) = -k \text{ grad } T \quad (12)$$

onde k é uma constante positiva, denominada coeficiente de condutividade térmica, cujo módulo depende do material. O sinal negativo na eq.12 surge do fato de que a energia térmica flui no sentido oposto ao vetor $\text{grad } T$: dos pontos com temperatura mais alta para os pontos com temperatura mais baixa.

Para avaliar quantitativamente a corrente térmica que flui através da barra, quando alcançado o estado estacionário, o modelo do elétron livre de Drude admite que após cada colisão o elétron passa a se movimentar em direção aleatória com uma velocidade que não tem relação nenhuma com a velocidade antes do choque, mas o módulo é proporcional à temperatura local, T , onde ocorreu o choque. Quanto maior for a temperatura do lugar onde se dá a colisão, mais rápido se movimentará o elétron após o choque; maior será sua energia cinética. Conseqüentemente, embora a velocidade aleatória média dos elétrons continue sendo zero, os elétrons que se dirigem para um determinado ponto da barra a partir de uma região de alta temperatura terão maior energia que aqueles que se aproximam ao mesmo ponto desde a região de baixa temperatura. Assim, fica estabelecido um fluxo líquido de energia térmica da região de alta temperatura para a região de baixa temperatura da barra.

Na análise unidimensional da condução térmica, usando o modelo do elétron livre, admite-se que os elétrons podem se movimentar somente na direção x . Desta forma, metade dos elétrons que chegam a um determinado ponto x , vem do lado de alta temperatura de x e a outra metade do lado de baixa temperatura. Sendo $\xi(T)$ o valor da energia térmica média por elétron associada ao ponto x do metal que se encontra em equilíbrio térmico a uma temperatura T , então, os elétrons cuja última colisão foi no ponto x' terão uma energia térmica $\xi(T')$. Uma vez que a energia térmica dos elétrons depende da temperatura, e a temperatura depende do local da colisão, a energia térmica no ponto x' pode ser expressa por $\xi(T[x'])$.

Se os elétrons que chegam ao ponto x do lado de alta temperatura colidiram por última vez, em média, no ponto $x' = x - l_m$, (l_m é o caminho livre médio percorrido pelos elétrons antes de uma colisão com um íon), serão portadores de uma energia

³ A relação básica para a transmissão de calor por condução foi proposta por J. B. J. Fourier, 1822.

térmica média $\xi(T[x - l_m])$. A contribuição destes elétrons à densidade de corrente térmica é⁴: o número de elétrons livres por unidade de volume, $n/2$, vezes a sua velocidade média, v_{x_m} , vezes sua energia $\xi(T[x - l_m])$:

$$(n/2) v_{x_m} \xi(T[x - l_m])$$

Uma análise similar mostra que os elétrons que chegam ao ponto x do seu lado de baixa temperatura contribuem à densidade de corrente térmica com:

$$(n/2) v_{x_m} \xi(T[x + l_m])$$

Adicionando ambas contribuições, lembrando que a segunda contribuição é oposta à primeira, obtém-se a densidade de corrente total na barra:

$$j^q = (n/2) v_{x_m} \xi(T[x - l_m]) - (n/2) v_{x_m} \xi(T[x + l_m])$$

Admitindo que a variação de temperatura, ΔT , é muito pequena ao longo do livre caminho médio, l_m , é possível expandir j^q em torno do ponto x usando uma série de Taylor⁵, obtendo-se

$$j^q = n (v_{x_m})^2 \tau (d\xi/dT) (-dT/dx) \quad (13)$$

onde l_m foi substituído por $v_{x_m} \tau$.

Fazendo ligeiras substituições na eq.13, é possível passar da solução unidimensional para o fenômeno da condutividade térmica em uma barra metálica, para a solução geral em três dimensões:

$$j^q = \frac{1}{3} v^2 \tau c_v (-\mathbf{grad} T) = k (-\mathbf{grad} T) \quad (14)$$

onde v^2 é a velocidade quadrática média eletrônica e c_v é o calor específico eletrônico. Este resultado demonstra que o modelo do elétron livre dá conta do comportamento da

⁴ O modelo permite avaliar a densidade de corrente térmica, fazendo uma analogia com a densidade de corrente elétrica dada pela eq. 3. Para isto somente se faz necessário considerar que os elétrons livres transportam energia térmica $\xi(T)$ e não carga elétrica $-e$.

⁵ A expansão em série de Taylor, em uma dimensão, para uma função f nas vizinhanças de x sendo a muito pequeno é:

$$f(x + a) = f(x) + a \left(\frac{df}{dx} \right)_x + \dots$$

condutividade térmica dos metais e prediz que o coeficiente da condutividade térmica do material é dado por:

$$k = \frac{1}{3} v^2 \tau c_v \quad (15)$$

Uma grandeza independente do tempo de relaxação pode ser obtida dividindo os valores fornecidos pelo modelo do elétron livre para os coeficiente da condutividade térmica (eq.15) e elétrica (eq.8):

$$k/\sigma = \frac{1}{3} v^2 c_v m_e / ne^2 \quad (16)$$

Para estimar o valor de k/σ , Drude substitui c_v e v^2 (a energia cinética média eletrônica) na eq.16 pelos respectivos valores fornecidos pela teoria cinética dos gases: $c_v = 3/2 n k_B$ e $1/2 m_e v^2 = 3/2 k_B T$, obtendo-se então:

$$k/\sigma = \frac{3}{2} (k_B / e)^2 T \quad (17)$$

O modelo do elétron livre prediz, portanto, que a razão entre a condutividade térmica e a condutividade elétrica é proporcional à temperatura absoluta e a constante de proporcionalidade é a mesma para todos os metais, $\frac{3}{2} (k_B / e)^2$. Este

resultado fornece uma explicação plausível para a lei empírica enunciada em 1853 por Wiedemann e Franz. Esta lei estabelece que a razão k/σ para um grande número de metais é diretamente proporcional à temperatura absoluta e a constante de proporcionalidade é aproximadamente a mesma para todos os metais.

O modelo prediz, também, que se o gás de elétrons livres tem uma distribuição clássica, como Drude admite, deve ter uma energia cinética média igual a $3/2 k_B T$, e a capacidade calorífica molar de um metal deve ser $(3/2 R)$ mais elevada que a de um isolante⁶, isto é:

$$C_v = (3R)_{\text{vibrações da rede}} + (3/2 R)_{\text{gás de elétrons}} \quad (18)$$

Isso não é observado. Na realidade, a capacidade calorífica molar dos metais é bem próxima de $3 R$.

⁶ R é a constante universal dos gases.

IV. Falhas do modelo do elétron livre

É possível entender um grande número de importantes propriedades físicas dos metais, particularmente dos metais simples, em termos do modelo do elétron livre proposto por Drude, em 1900, e grandemente melhorada em seus detalhes por Lorentz⁷. De acordo com este modelo, os elétrons mais fracamente ligados dos átomos constituintes movimentam-se livremente através do volume do cristal formado pelos íons positivos. Os elétrons de valência dos átomos tornam-se elétrons de condução. As forças entre os elétrons e entre elétrons e íons são desprezíveis no modelo. Considera-se que a energia total do sistema é cinética; a energia potencial é desprezada.

Os principais sucessos do modelo do elétron livre consistiram, principalmente, na dedução da lei de Ohm da condução elétrica e na obtenção da relação entre as condutividades elétrica e térmica (lei de Wiedemann e Franz). Porém, o modelo falha na explicação de outras questões: prediz estimativas de grandezas físicas, como a capacidade calorífica dos metais, por exemplo, que resulta ser centenas de vezes maior que os obtidos experimentalmente⁸. Estas dificuldades foram, na época, mascaradas pelo aparente bem sucedido resultado do modelo explicando a lei de Wiedemann e Franz.

Entre as principais falhas apresentadas pelo modelo pode-se mencionar:

- Prediz a dependência errada na temperatura para a condutividade elétrica.
- Indica que a capacidade calorífica dos metais deve ser maior que a dos isolantes por um fator $3/2 R$ por mol, conforme sugere a teoria cinética dos gases, isso não é observado.
- Não explica por que existe uma distinção entre metais, semimetais, semicondutores e isolantes.
- Fornece valores positivos para o coeficiente Hall.
- Não prediz o que determina o número de elétrons de condução; qual a relação que existe entre os elétrons de condução e os elétrons de valência nos átomos livres.

⁷ H. A. Lorentz trabalhou no refinamento do modelo de Drude nos cinco anos seguintes da sua apresentação. Foi Lorentz, na realidade, quem assumiu originalmente que as cargas negativas que se movimentavam no interior do metal são de uma única espécie (elétrons), e que as cargas positivas permanecem fixas. Também, considerou que o gás de elétrons em equilíbrio apresenta uma distribuição de Maxwell-Boltzmann, efetuou a média sobre esta distribuição, ao invés de usar a média simples para determinar a velocidade quadrática média. Pela fertilidade das contribuições de Lorentz, a teoria da condução metálica original de Drude é freqüentemente chamada de teoria de Drude-Lorentz.

⁸ Esta discrepância perturbou vários pesquisadores, como Lorentz, que se perguntava: como podem os elétrons participar em processos de condução elétrica como se eles fossem livres e, ao mesmo tempo, deixarem de contribuir à capacidade calorífica? (KITTEL, cap. 6).

As deficiências apresentadas pelo modelo do elétron livre surgem devido ao uso da mecânica estatística clássica para a descrição do comportamento do gás de elétrons. Na realidade, os elétrons de condução nos metais não se comportam conforme prevê a distribuição de Maxwell-Boltzmann. Ao contrário, seu comportamento, essencialmente *quantum-mecânico*, faz com que eles apresentem uma distribuição bem diferente, chamada de distribuição de Fermi-Dirac.

O modelo do elétron livre proposto por Drude, apesar de todas suas falhas, pode ser considerado como o modelo propulsor das principais teorias que tentam explicar as propriedades dos metais em termos do comportamento dos *elétrons livres*⁹.

V. Referências Bibliográficas

- ASHCROFT, N. W & MERMIN, N. D. Solid State Physics. 1.ed. New York: Holt, Rinehart and Winstone, 1976. 826p.
- BEJAN, A. Heat Transfer. 3^a ed. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1993. 674p.
- DRUDE, P. Zur electronen theorie der matalle. Annalen der Physik, v.1, p. 566, 1900; v.3, p.369, 1900
- EISBERG, R. M e LERNER, L. S. Física: Fundamentos e aplicações v.3. Tradução: ALBUQUERQUE, I. J. 2^a ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1982. 422p.
- HODDESON, L. H. and BAYM, G. The development of the quantum mechanical electron theory of metals: 1900-28. Proc. R. Soc. Lond, v.A 371, p.8-23, 1980.
- KITTEL, C. Introdução à Física do estado sólido. Tradução: LUIZ, M. A. 5^a ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois S. A., 1978. 572p.
- TIPLER, P. A. Modern Physics. 1^a ed. New York: Worth Publisher, Inc., 1978. 420p.

⁹ O desenvolvimento da teoria eletrônica dos metais, desde o modelo do elétron livre de Drude até o tratamento mecânico quântico dos elétrons na rede cristalina por Bloch, reflete em sua estrutura a própria evolução da teoria da mecânica quântica. Como neste desenvolvimento, as etapas que conduzem à teoria quântica dos metais pode ser dividida em três períodos: o clássico, 1900-26; semi-clássico: 1926-28 e o moderno, de 1928 em diante. O período clássico foi dominado pelo modelo do elétron livre de Drude-Lorentz, no qual trabalharam inúmeros e reconhecidos cientistas da época, como por exemplo Niels Bohr, na tentativa de melhor explorá-lo.(HODDESON 1980).