

---

## CONSTRUÇÃO DE UM DILATÔMETRO E MEDIDA DO COEFICIENTE DE DILATAÇÃO LINEAR MÉDIO DE UM TUBO DE COBRE<sup>+</sup>\*

---

*Wilson Lopes*  
Universidade Guarulhos  
Guarulhos – SP

### Resumo

*Este trabalho explica, com detalhes, a construção de um dilatômetro e seus acessórios, com material simples e às vezes disponível lá no quartinho dos fundos da casa de um professor de Física. Para o teste do aparelho construído, foi determinado o coeficiente de dilatação linear médio de um tubo de cobre:  $\bar{\alpha} = 1,69 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Esse tubo de cobre pertencia às sobras da última reforma residencial da casa do professor.*

**Palavras-chave:** *Coeficiente de dilatação linear. Dilatômetro. Coeficiente de dilatação linear do cobre.*

### Abstract

*This work explains, in details, the construction of a dilatometer and its accessories, with simple material which is sometimes available in the back bedroom of a Physics teacher's house. For the test of the built equipment, the linear mean expansion coefficient of a copper tube was measured:  $\bar{\alpha} = 1,69 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .*

---

<sup>+</sup> Construction of a dilatometer and the linear mean value of expansion coefficient of a copper tube

<sup>\*</sup> *Recebido: março de 2011.  
Aceito: agosto de 2011.*

*The copper tube was taken from the remains of the teacher's house last renovation.*

**Keywords:** *Linear expansion coefficient. Dilatometer. Copper linear expansion coefficient.*

## **I. Introdução**

O objetivo deste artigo é medir as pequenas variações de comprimento de um tubo metálico, em função da temperatura, através de um dilatômetro, facilmente construído em casa ou na escola, por um professor de Física.

Em alguns dilatômetros encontrados na literatura observa-se que: a) em uma das extremidades do tubo metálico, do qual se pretende medir o coeficiente de dilatação linear, faz-se rolar e trasladar o eixo, ligado ao ponteiro da medida dos ângulos, sobre uma superfície fixa e horizontal<sup>[1]</sup>; b) em outros, para a medida do coeficiente de dilatação linear, utiliza-se o vapor de água em ebulição. Ferve-se a água (medindo-se a temperatura da água em ebulição ou supondo-a a 100 °C, com o barômetro indicando a pressão atmosférica igual a 1,0 atm) e fazendo-se o vapor percorrer o tubo metálico e admitindo-se que, em toda a sua extensão, a temperatura se conserva constante em 100 °C (com esse procedimento, poderia resultar numa temperatura média, em toda extensão do tubo metálico, diferente de 100 °C).

No dilatômetro proposto, comodamente se medem as temperaturas de entrada e saída da água que circula pelo tubo metálico, através dos termômetros instalados nas garrafas de refrigerantes (ver a Fig. 1).

## **II. Construção do dilatômetro e seus componentes**

A Fig. 1 mostra o projeto completo do sistema: o dilatômetro e todos os seus acessórios.

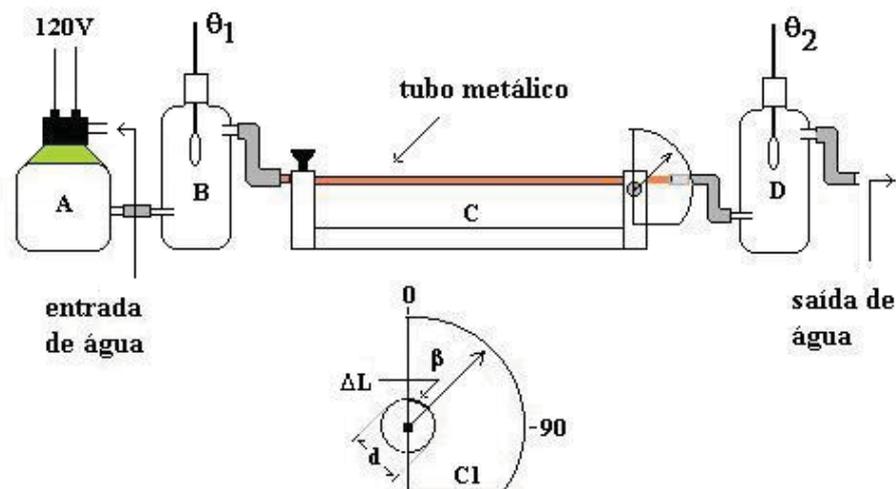


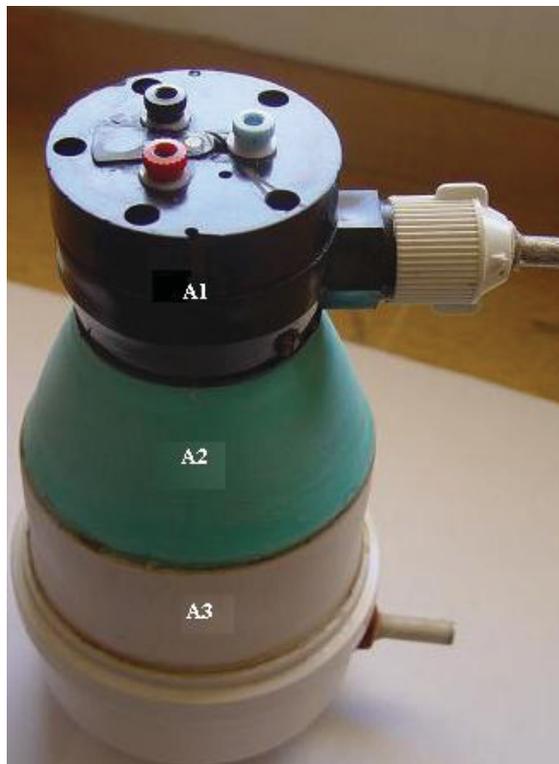
Fig. 1 - A figura mostra o dilatômetro acompanhado de seus acessórios, tais como: fonte térmica (A), duas garrafas de refrigerantes contendo os seus respectivos termômetros (B e D) e, entre as garrafas, o dilatômetro (C). Na parte inferior da figura, os detalhes do sistema medidor de ângulos.

## II.1 A fonte térmica

A fonte térmica foi construída a partir de um chuveiro elétrico, nomeada A na Fig. 1. A Fig. 2 mostra, em detalhes, as partes dessa fonte: na parte superior A1, que separa a parte elétrica da parte onde circula água, foram colocadas três tomadas simples, dessas usadas em sistemas eletrônicos, para o acesso às duas partes da resistência elétrica do chuveiro; na parte A2, que ainda pode-se ver o formato de ducha, fica localizada a resistência elétrica para o aquecimento de água; entre A2 e A3 havia aquela parte com dezenas de furinhos, para a saída de água, rosqueada em A2, que foi substituída por A3, um tubo de PVC com o seu respectivo tampão (na indústria, esse tampão é nomeado como Cap-PVC).

As partes A3 e o tampão foram colados com cola especial para tubos, mas as partes A2 e A3 foram coladas com araldite.

A entrada de água, na fonte térmica, é feita pelo tubo superior e a saída pelo tubo inferior, da mesma maneira que em um chuveiro do tipo ducha.



*Fig. 2 - A1, A2 e A3 são as partes da fonte térmica contendo, respectivamente, os componentes elétricos e a entrada de água, a resistência elétrica e a saída de água.*

## **II.2. As garrafas e mangueiras envolvidas com isolantes térmicos**

As garrafas são de refrigerantes, cada uma com dois condutos: um na parte inferior e o outro na parte superior, respectivamente, por onde entra e sai água. A saída de água da primeira garrafa descarrega água pelo tubo metálico e a segunda para o meio externo, conforme a Fig. 1.

Para se perder a menor energia calorífica possível nas garrafas, elas foram envolvidas por uma camada de alumínio, com a parte brilhante voltada para o interior da garrafa, para refletir calor e, por cima do alumínio, enrolou-se, em toda a sua extensão, um fio de algodão (ver a Fig. 3). As mangueiras de borracha, usadas como garrotes em hospitais e ambulatórios, mesmo sendo de natureza isolante de

calor, foram encapadas com material isolante térmico e com os menores comprimentos possíveis.

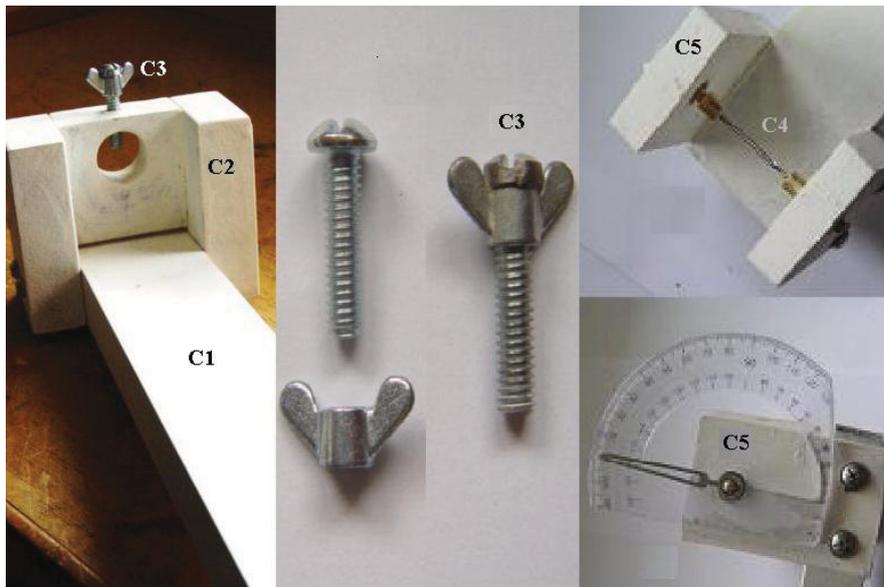
Com esses procedimentos, quando circular água quente pelo sistema, as perdas de calor nas garrafas e borrachas são mínimas. Por outro lado, as temperaturas registradas nos dois termômetros e associados às garrafas, após o equilíbrio térmico, poderão ser ligeiramente diferentes, devido à perda de calor através do tubo metálico, usando-se, para o mesmo, a temperatura média registrada pelos termômetros localizados nas garrafas de refrigerantes.



*Fig. 3 - As garrafas de refrigerantes, com suas tampas vazadas para a passagem dos seus respectivos termômetros, nomeadas como B e D na Fig. 1, foram envolvidas por papel alumínio e fios de algodão para evitar ao máximo as perdas de calor.*

### II.3 O dilatômetro

Na extremidade esquerda do sarrafo (ver a Fig. 1), pode-se ver o sistema C2, construído em madeira, para prender o tubo metálico através do parafuso C3, munido de uma porca em forma de borboleta (ver a Fig. 4). Esse parafuso impede qualquer movimento do tubo metálico do lado esquerdo do dilatômetro. Na extremidade direita do sarrafo, vê-se o eixo C4 construído com um rebite de alumínio, de diâmetro  $d = 0,185$  cm, que servirá de apoio para o lado direito do tubo metálico. O eixo é ligado a dois pequenos cilindros de cobre, cujos diâmetros se ajustam aos diâmetros internos de dois rolimãs embutidos no suporte C5, construído em madeira. Em resumo, nesse dilatômetro, quando o tubo metálico se dilata, o eixo não se translada e rola sobre uma superfície fixa, mas somente gira em torno do eixo C4. O transferidor e o ponteiro estão presos, respectivamente, no suporte C5 e no eixo C4 do dilatômetro.



*Fig. 4 - Do lado esquerdo: o sarrafo C1, o sistema C2, construído em madeira, que prende a extremidade do tubo através do parafuso C3. No centro da figura: detalhes do parafuso C3. Do lado direito: o eixo de rotação C4, o transferidor e o ponteiro para a medida dos ângulos.*

### III. Para se obter o coeficiente de dilatação do tubo metálico

O dilatômetro (nomeado C na Fig. 1) e seus acessórios foram planejados para se determinar a dilatação linear de tubos metálicos. Esses tubos deverão ter cerca de 100 cm de comprimento, porque a distância entre o parafuso de fixação C3 e o eixo C4, do medidor de ângulos, tem comprimento  $L = 97,0$  cm.

O tubo metálico, de comprimento  $L$  (medido em centímetros), devido à variação de temperatura  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$  (medida em graus Celsius ou Kelvin), dilata-se de um comprimento  $\Delta L$ , cuja expressão é dada por:

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta\theta \quad (1)$$

na qual  $\alpha$  representa o coeficiente de dilatação, que depende do material do qual o tubo é constituído<sup>[2]</sup>.

Por outro lado, quando o tubo se dilata de  $\Delta L$  faz o eixo de rotação, de diâmetro  $d = 0,185$  cm, girar de um ângulo  $\beta$  (medido em radianos) e indicado pelo ponteiro no transferidor. Esse comprimento  $\Delta L$  também é o comprimento de arco de uma circunferência de raio  $d/2$  (raio do eixo de rotação). Portanto:

$$\Delta L = \beta \cdot d / 2 \quad (2)$$

Igualando-se as equações (1) e (2) e evidenciando-se, na equação resultante, o coeficiente de dilatação linear do tubo metálico, obtém-se:

$$\alpha = \frac{d}{2L} \frac{\beta}{\Delta\theta} \quad (3)$$

Multiplicando-se o segundo membro da equação (3) por  $\pi/180$ , tem-se

$$\alpha = \frac{\pi \cdot d}{360L} \frac{\beta}{\Delta\theta} \quad (4)$$

na qual  $\beta$  é medido em graus e  $\alpha$  em  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

Para o dilatômetro em questão, sendo  $d = 0,185$  cm e  $L = 97,0$  cm, a equação (4) transforma-se em:

$$\alpha = 1,66 \times 10^{-5} \cdot \frac{\beta}{\Delta\theta} \quad (5)$$

### IV. Preparação para a realização das medidas

a) Deixa-se, inicialmente, circular água pelo sistema, com a fonte térmica desligada, até que o sistema atinja o equilíbrio térmico: esse equilíbrio é atingido quando os termômetros não mais acusam variações de temperatura. Atingido o

equilíbrio térmico, deve-se medir a temperatura inicial  $\theta_i$ , que deverá ser a mesma nos dois termômetros (se isso não ocorrer, use o valor médio entre as temperaturas indicadas pelos dois termômetros) e coloca-se o ponteiro da medida de ângulos em  $\beta = 0^0$ .

b) Com a água circulando pelo sistema, ligue a fonte térmica. Convém iniciar o experimento com o maior fluxo de água circulando pelo sistema (esse fluxo deve ser suficiente para não danificar as garrafas ou provocar vazamentos): maior fluxo de água significa temperaturas menores; menor fluxo de água significa temperaturas maiores. Espere que o sistema atinja o equilíbrio térmico<sup>1</sup>. Após isso, meça as temperaturas da água,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , respectivamente, nos termômetros das garrafas B e D. Devido a uma pequena perda de calor no tubo metálico, o termômetro da garrafa D poderá indicar uma temperatura  $\theta_2$ , ligeiramente menor que  $\theta_1$ . Considere como temperatura média do tubo metálico  $\theta_f = (\theta_1 + \theta_2)/2$  e verifique qual foi o ângulo  $\beta$ , indicado pelo ponteiro no transferidor. Registre, numa tabela semelhante à da Fig. 5, os valores das temperaturas  $\theta_i$ ,  $\theta_f$ ,  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$  e  $\beta$ . Com os valores tabelados, neste experimento, calcula-se, com o auxílio da equação (5), o coeficiente de dilatação linear,  $\alpha$ , do tubo metálico.

Diminuindo-se, aos poucos, o fluxo de água no sistema e repetindo-se os procedimentos a) e b), obtêm-se temperaturas cada vez maiores e o ponteiro indicará ângulos cada vez maiores, de acordo com a tabela da Fig. 5.

O coeficiente de dilatação linear médio,  $\bar{\alpha} = 1,69 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , encontrado neste trabalho, é muito semelhante ao fornecido por Resnick, Halliday e Krane (2003, p. 213), de  $1,7 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , entre 0 e 100  $^\circ\text{C}$ .

---

<sup>1</sup> Foram usadas, inicialmente, garrafas de refrigerantes de dois litros e o resultado, desse fato, é se esperar um tempo maior para que o sistema atinja o equilíbrio térmico. Com garrafas de menor capacidade volumétrica, como aquelas da Fig. 3, e um tubo metálico com diâmetro interno pequeno, o sistema atinge o equilíbrio térmico num intervalo de tempo menor, minimizando as perdas de calor através das garrafas e borrachas de ligação.

n	$\theta_1(^{\circ}\text{C})$	$\theta_2(^{\circ}\text{C})$	$\theta_f(^{\circ}\text{C})$	$\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)^{\circ}\text{C}$	$\beta^{\circ}$	$\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$
$\theta_i = 26,5^{\circ}\text{C}$						
1	47,0	44,0	45,5	19,0	19,0	1,66E-05
2	51,0	48,0	49,5	23,0	23,0	1,66E-05
3	68,0	61,0	64,5	38,0	40,0	1,75E-05
4	72,0	65,0	68,5	42,0	42,0	1,66E-05
5	75,0	68,0	71,5	45,0	45,0	1,66E-05
$\theta_i = 30,5^{\circ}\text{C}$						
6	48,0	48,0	48,0	17,5	18,0	1,71E-05
7	48,5	47,5	48,0	17,5	18,5	1,75E-05
8	49,3	49,0	49,2	18,7	19,5	1,74E-05
9	50,0	50,0	50,0	19,5	20,0	1,70E-05
10	51,0	50,0	50,5	20,0	20,5	1,70E-05
$\theta_i = 32,5^{\circ}\text{C}$						
11	43,0	42,0	42,5	10,0	10,0	1,66E-05
12	43,0	42,5	42,8	10,3	10,5	1,70E-05
13	43,5	43,0	43,3	10,8	11,0	1,70E-05
14	45,0	44,0	44,5	12,0	12,0	1,66E-05
15	55,0	50,0	52,5	20,0	20,5	1,70E-05

Fig. 5 - Valores tabulados para a dilatação de um tubo de cobre. Os coeficientes de dilatação linear, expostos na sétima coluna, foram obtidos com a equação (5), cujo valor médio é:  $\bar{\alpha} = 1,69 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ , no intervalo de temperaturas 26,5 e 75,0  $^{\circ}\text{C}$ .

O coeficiente de dilatação linear médio,  $\bar{\alpha} = 1,69 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ , encontrado neste trabalho, é muito semelhante ao fornecido por Resnick, Halliday e Krane (2003, p. 213), de  $1,7 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ , entre 0 e 100  $^{\circ}\text{C}$ .

n	$\alpha_i \times 10^{-5}$ °C <sup>-1</sup>	$E_i \times 10^{-5}$ °C <sup>-1</sup>	$E_i^2 \times 10^{-10}$ °C <sup>-2</sup>
1	1,66	0,03	0,0009
2	1,66	0,03	0,0009
3	1,75	-0,06	0,0036
4	1,66	0,03	0,0009
5	1,66	0,03	0,0009
6	1,71	-0,02	0,0004
7	1,75	-0,06	0,0036
8	1,74	-0,05	0,0025
9	1,70	-0,01	0,0001
10	1,70	-0,01	0,0001
11	1,66	0,03	0,0009
12	1,70	-0,01	0,0001
13	1,70	-0,01	0,0001
14	1,66	0,03	0,0009
15	1,70	-0,01	0,0001

Fig. 6 - Na segunda, terceira e quarta colunas estão representados, respectivamente, os valores calculados do coeficiente de dilatação linear do cobre  $\alpha_i$ , os desvios, como sendo a diferença entre o valor médio e os valores calculados,  $E_i = \bar{\alpha} - \alpha_i$ , os desvios ao quadrado  $E_i^2 = (\bar{\alpha} - \alpha_i)^2$ .

## V. Desvio padrão do valor médio

O desvio padrão do valor médio, do coeficiente de dilatação linear, é definido por<sup>[3]</sup>:

$$\sigma(\bar{\alpha}) = \sqrt{\frac{E_i^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{\alpha} - \alpha_i)^2}{n(n-1)}} \quad (6)$$

sendo, no nosso caso,  $n = 15$  e  $\sum (\bar{\alpha} - \alpha_i)^2 = 0,016 \times 10^{-10} = 1,6 \times 10^{-12} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$ , resultando  $\sigma(\bar{\alpha}) = 0,0087 \times 10^{-5} \approx 0,01 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Portanto, pode-se escrever, para o coeficiente de dilatação linear do tubo de cobre:  $\bar{\alpha} \pm \sigma(\bar{\alpha}) = (1,69 \pm 0,01) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

## VI. Conclusão

Neste experimento, devem-se usar garrafas de refrigerantes com pequenos volumes. Com garrafas de grandes volumes (como por exemplo, um ou dois litros), elas, também, terão grandes áreas para a dissipação de calor e, além disso, o equilíbrio térmico será mais demorado.

No nosso caso, as garrafas foram envoltas por um fio de algodão como isolamento térmico. Havendo algum vazamento de água pela tampa da garrafa ou pelo orifício por onde passou o termômetro e umedecendo o fio de algodão, a evaporação dessa água poderá esfriar a parte externa da garrafa, interferindo com a temperatura da água medida no seu interior.

Inicia-se o experimento com a temperatura  $\theta_i$  e com o ponteiro em  $\beta = 0^\circ$ . Diminui-se o fluxo de água no sistema para se obter temperaturas e ângulos maiores para o complemento da tabela da Fig. 5.

Realizadas as medidas, deve-se voltar a circular água no sistema com a mesma temperatura inicial,  $\theta_i$ . Se tudo correu bem, isto é, se a extremidade do tubo metálico não deslizou sobre o eixo de rotação (o atrito entre a extremidade do tubo e o eixo de rotação deverá ser estático e não cinético), o ponteiro deverá voltar a marcar  $\beta = 0^\circ$ .

Convém que a entrada de água, nas garrafas, seja feita pelo conduto inferior e a saída pelo conduto superior, caso contrário, devido ao efeito sifão a superfície livre da água, no interior da garrafa, poderia ficar ao nível do conduto inferior, fazendo com que o bulbo do termômetro não ficasse mergulhado na água.

Para que as garrafas e mangueiras do dilatômetro trocassem pouco calor com o meio externo, foram envolvidas por isolantes térmicos. Não havendo perdas de calor nos acessórios do dilatômetro, pode-se considerar que a variação de temperatura observada nos termômetros,  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ , localizados, respectivamente, nas garrafas B e D, sejam devidas, aproximadamente, às perdas de calor no tubo metálico. Assim, com algum rigor, a temperatura média do tubo pode ser calculada por:  $\theta_f = (\theta_1 + \theta_2)/2$ .

Finalmente, com a fonte térmica, permite-se variar a temperatura dos termômetros através da variação do fluxo de água no sistema. Diminuindo-se o fluxo de água no sistema, os termômetros acusarão temperaturas cada vez maiores e, como consequência, pode-se determinar certo número de medidas (ver a tabela da Fig. 5) do coeficiente de dilatação linear do cobre com a equação (5), permitindo-se estabelecer o seu valor mais provável ou coeficiente de dilatação médio  $\bar{\alpha} = 1,69 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . O desvio, em relação a esse valor médio, é da ordem de

$\sigma(\bar{\alpha}) = 0,01 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Portanto, para o único tubo de cobre, disponível no quarto dos fundos da residência do professor de Física, pode-se escrever:  $\bar{\alpha} \pm \sigma(\bar{\alpha}) = (1,69 \pm 0,01) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  que combina muito bem com os valores encontrados na literatura científica.

### **Bibliografia**

[1] PIMENTEL, J. R.; RUIZ, A. I. Equipamento didático simples para estudo de dilatação linear. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 5, n. 2, p. 101-111, agosto, 1988.

[2] RESNIK, R.; HALLIDY, D.; KRANE, K. S. **Física II**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2003. v. 2.

[3] LOPES, M. H. O.; LOPES, W. **Física Experimental**. São Paulo: Catálise Editora, 1991.