

**UM INTERESSANTE E EDUCATIVO PROBLEMA DE CINEMÁTICA ELEMENTAR APLICADA AO TRÂNSITO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES – A DIFERENÇA ENTRE 60 KM/H E 65 KM/H<sup>+</sup>\***

---

*Fernando Lang da Silveira*  
Instituto de Física – UFRGS  
Porto Alegre – RS

**Resumo**

*Um vídeo educativo do Monash University Accident Research Centre inspira a proposição de um problema de cinemática com um resultado contraintuitivo. A solução do problema tem como pressupostos conhecimentos sobre a aceleração máxima possível em frenagens de emergência, bem como do intervalo de tempo que transcorre entre a percepção do perigo de colisão pelo motorista e o início efetivo da frenagem. A resposta intuitiva de um engenheiro e de diversos alunos de graduação em física é discutida. O problema exemplifica que o ensino da física pode e deve envolver situações conceitualmente ricas e interessantes, em contraposição às questões repetitivas e irrelevantes usualmente encontradas nos livros-texto.*

**Palavras-chave:** *Cinemática. Tempo de pré-frenagem. Aceleração máxima em frenagens. Trânsito de veículos automotores.*

---

<sup>+</sup> An interesting and educational Elementary Kinematics problem applied to automotive traffic. The difference between 60 km/h and 65 km/h.

<sup>\*</sup> *Recebido: janeiro de 2011.  
Aceito: abril de 2011.*

## Abstract

*An educacional video from The Monash University Accident Research Centre inspires a Kinematics problem proposition with a counter-intuitive result. The problem solution must have alleged knowledge on maximum possible acceleration in emergency braking, as well as the spent interval between the perception of the collision danger by the driver and the beginning of the effective braking. The intuitive answer of an engineer and various Physics undergraduated students is discussed. The problem illustrates that Physics teaching can and must involve rich and interesting conceptual situations, opposed to the repetitive and irrelevant questions that are found in textbooks.*

**Keywords:** Kinematics. Pre-braking time. Maximum acceleration in braking. Automotive traffic.

## I. O problema

O problema que proponho a seguir foi formulado tendo como referência um instrutivo vídeo produzido na Austrália pelo Monash University Accident Research Centre (Centro de Pesquisa de Acidentes da Universidade Monash), instituição dedicada à pesquisa e à prevenção de acidentes com veículos automotores. O vídeo, que explicitamente alerta para o perigo do excesso de velocidade no trânsito, com tradução de áudio para o português, é encontrado em

<<http://www.youtube.com/watch?v=OeDgcTOOYdo>> (acessado em 03 jan. 2011).

O vídeo mostra o que ocorre com dois carros idênticos, inicialmente lado a lado, um a 60 km/h e o outro a 65 km/h, quando, então, os motoristas percebem o perigo e passam à ação de frenagem.

Com o objetivo de verificar a informação divulgada ao final desse vídeo, formulei o seguinte problema:

*Diferença entre 60 km/h e 65 km/h!*

*Um automóvel desloca-se a 60 km/h quando o motorista avista à sua frente um caminhão atravessado na pista. Transcorre um intervalo de tempo de 1 s entre a percepção do obstáculo pelo motorista e o início efetivo da frenagem do automóvel. A frenagem ocorre em situação ideal (pista seca, pneus desgastados, mas em bom estado, freios ABS) e o automóvel acaba por colidir com o caminhão,*

tendo no momento da colisão sua velocidade valendo 5 km/h (nesta velocidade, a colisão produz estragos de pequena monta). Qual seria o valor da velocidade no momento da colisão caso o automóvel, nas mesmas condições, se deslocasse inicialmente a 65 km/h?

## II. Frenagens de automóveis em condições ideais

Este problema se presta a uma profícua reflexão, contextualizada em uma situação verossímil e, portanto, potencialmente atraente aos alunos, ensejando, para começar, a explicação para o intervalo de *tempo de pré-frenagem* de cerca de 1 s. Tal se deve ao bem conhecido *tempo de reação* do condutor (0,2 a 0,4 s), acrescido do *tempo de transferência* do pé (0,2 a 0,3 s) em direção ao pedal do freio e do *tempo de resposta e de pressurização* (0,3 a 0,4 s) para que o sistema hidráulico que aciona os freios efetivamente atue nas rodas (Bosch, 2005). De fato, 1 s é um intervalo de tempo razoável para o início da frenagem, mas em algumas situações, dependendo do estado de atenção do motorista e da integridade do seu sistema perceptivo e de reação, poderá ser maior (ARTMANOV *et al.*, 1976).

Em condições ideais (pneus desgastados, pista seca com pavimento asfáltico ou cimentado), com sistema de freios ABS – *Anti-lock Breaking System* (Sistema de Freio Antibloqueante) – e em velocidades inferiores a 90 km/h, é possível se obter, durante a frenagem, acelerações médias de cerca de 36 km/h/s ou 10 m/s<sup>2</sup>. Cabe aqui um comentário importante sobre as condições dos pneus, em conflito com as recomendações usualmente dadas em revendas de pneus. Os pneus novos (sem desgaste) apresentam um coeficiente de atrito estático com a estrada, seca e pavimentada com concreto ou com asfalto, de 0,85, enquanto que os pneus já desgastados (com profundidade de sulco na banda de rodagem não inferior a 1,6 mm) têm esse mesmo coeficiente em cerca de 1,0 (Bosch, 2005). Dessa forma, pneus novos acarretam acelerações, em frenagens e em curvas, inferiores àquelas que podem ser conseguidas com pneus desgastados, pois tais acelerações dependem do coeficiente de atrito. Por outro lado, a possibilidade de ocorrência de acelerações maiores repercute em distâncias de frenagem menores, bem como maior segurança nas curvas. A troca de pneus deve, preferencialmente, ocorrer com dois deles apenas, colocando-se os pneus novos no eixo traseiro do automóvel. Nas frenagens de emergência os pneus que mais colaboram para o efeito de “segurar” o automóvel são os pneus dianteiros e por isto não devem ser novos.

### III. Resposta intuitiva ao problema

Tomei conhecimento do vídeo, que serve de inspiração para o problema proposto, através de um aluno do Curso de Licenciatura em Física, que me questionava sobre o resultado surpreendente e contraintuitivo apresentado no vídeo. O aluno expressava dúvidas sobre a plausibilidade do que o vídeo expõe e pedia a minha opinião. O vídeo indica que, no momento da colisão, a velocidade do automóvel mais veloz (lembramos que inicialmente os automóveis se movimentavam, um a 60 km/h e o outro a 65 km/h) excede em 27 km/h a velocidade de colisão do automóvel menos veloz (enquanto um automóvel atinge o caminhão a 5 km/h, o outro o atinge a cerca de 32 km/h). O resultado intuitivo para o problema, apresentado pelo aluno que me questionava sobre a verossimilhança do que assistia no vídeo, era de que a diferença inicial de 5 km/h, entre as velocidades dos dois carros, se conservasse até a colisão.

No dia seguinte à chegada do questionamento, eu o repassei para diversos alunos de Física e, de um modo geral, eles se mostraram surpresos com o que viam, verbalizando sua intuição de que, até a colisão, haveria conservação da diferença entre as velocidades dos dois veículos.

Ao repassar o vídeo para outras pessoas com formação científica, afirmando eu a verossimilhança do que lá é apresentado, recebi de um engenheiro o comentário que transcrevo literalmente: *A intuição nos diria que, na hora da batida, a diferença de velocidade entre os dois carros deveria ser os mesmos 5 km/h do momento do início da freada! Vou aguardar tua explicação.*

### IV. A solução do problema

No problema que formulei na Seção 1, temos um único automóvel, em duas situações que diferem apenas pela velocidade inicial, que é conhecida em ambas as situações. É dada, também, a duração do intervalo de tempo de pré-frenagem, e assumirei agora um valor para a aceleração de frenagem compatível como as informações da literatura (vide seção 2). Conhecida a velocidade no momento da colisão, para a situação de menor velocidade inicial, queremos calcular com que velocidade colidirá o automóvel, na situação de maior velocidade inicial. O deslocamento total  $d_T$  do automóvel na situação de menor velocidade inicial, desde o momento em que o motorista percebe a presença do caminhão até o momento da colisão, é a soma de dois deslocamentos (vide a Fig. 1): o deslocamento  $d_1$ , durante o intervalo de tempo  $t_{PF} = 1$  s, de pré-frenagem, que ocorre com velocidade constante  $v_1 = 60$  km/h = 16,7 m/s; e o deslocamento  $d_2$ , durante a etapa

em que o automóvel efetivamente freia com aceleração constante  $a = -10$  m/s<sup>2</sup>. Esse segundo deslocamento é facilmente calculado, pela *equação de Torricelli*, pois são conhecidas as velocidades  $v_1$ , no início, e  $v_2$ , no final da frenagem (no momento da colisão com o caminhão,  $v_2 = 5$  km/h = 1,39 m/s). Assim,

$$d_T = d_1 + d_2 = v_1 \cdot t_{PF} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}. \quad (1)$$

Representemos, agora, por  $D_T$  o deslocamento do automóvel na segunda situação, desde o momento que o motorista percebe o caminhão até a sua colisão. Novamente, esse deslocamento é a soma de dois deslocamentos: o deslocamento  $D_1$ , durante o intervalo de tempo de pré-frenagem  $t_{PF} = 1$  s, que ocorre com velocidade constante  $V_1 = 65$  km/h = 18,1 m/s; e o deslocamento  $D_2$ , durante a etapa em que o automóvel efetivamente freia com aceleração constante  $a = -10$  m/s<sup>2</sup>. Da mesma forma que na situação anterior, usaremos a *equação de Toricelli* para expressar esse segundo deslocamento em função das velocidades  $V_1$  e  $V_2$ , no início e no final da frenagem, respectivamente. Assim,

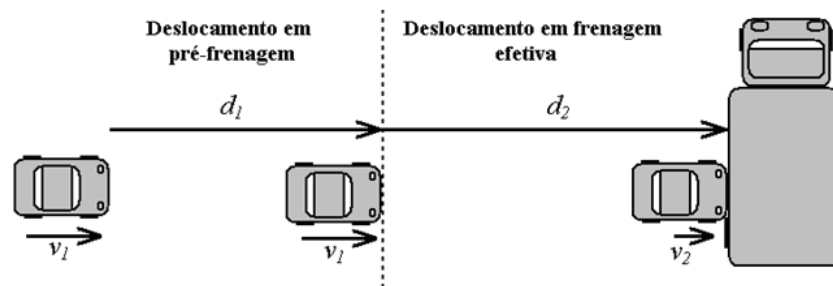


Fig. 1 - O deslocamento do automóvel até o momento da colisão.

$$D_T = D_1 + D_2 = V_1 \cdot t_{PF} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a}. \quad (2)$$

Evidentemente, os deslocamentos  $d_T$  e  $D_T$ , dados pelas expressões (1) e (2), são iguais. Portanto, podemos escrever:

$$v_1 \cdot t_{PF} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = V_1 \cdot t_{PF} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a} \quad (3)$$

do qual, isolando  $V_2^2$ , e usando o fato de que  $a = -|a|$ , obtemos:

$$V_2^2 = V_1^2 + v_2^2 - v_1^2 + 2 \cdot |a| \cdot (V_1 - v_1) \cdot t_{PF}. \quad (4)$$

Substituindo em (4) os valores conhecidos das velocidades  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $V_1$ , do tempo  $t_{PF}$  de pré-frenagem, e da aceleração  $a$  durante a frenagem, determinamos

$$V_2^2 = 78,5 \frac{m^2}{s^2}, \quad (5)$$

e, finalmente, a velocidade procurada:

$$V_2 = 8,86 \frac{m}{s} \cong 32 \frac{km}{h}. \quad (6)$$

Concluimos, portanto, que, caso o automóvel se deslocasse inicialmente a 65 km/h, sua velocidade no momento da colisão seria de 32 km/h. Esse valor corrobora a informação divulgada no vídeo. O vídeo é impactante, pois mostra o automóvel mais veloz “mergulhando” por baixo da carroceria do caminhão e, portanto, danificando diretamente a cabine dos passageiros. Dessa forma, o vídeo demonstra dramaticamente que aquela pequena diferença entre as velocidades iniciais pode determinar colisões com consequências muito diversas.

A expressão (4) é útil para uma discussão adicional. Ela pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V_2^2 - V_1^2 = v_2^2 - v_1^2 + 2 \cdot |a| \cdot (V_1 - v_1) \cdot t_{PF}. \quad (7)$$

Caso o tempo de pré-frenagem  $t_{PF}$  pudesse ser desprezado (melhor situação possível para o automóvel mais veloz) haveria conservação da diferença entre os quadrados das velocidades iniciais, isto é, a diferença entre os quadrados das velocidades no momento da colisão seria a mesma diferença entre os quadrados das velocidades iniciais. Dessa forma, para velocidades iniciais de 60 km/h e 65 km/h, a expressão 7 resulta em

$$V_2^2 - 65^2 = v_2^2 - 60^2, \quad (8)$$

$$V_2^2 - v_2^2 = 65^2 - 60^2 = 625 \frac{km^2}{h^2}. \quad (9)$$

A diferença de  $625 \text{ km}^2/\text{h}^2$ , entre os quadrados das velocidades iniciais, manter-se-ia e assim, se o automóvel inicialmente menos veloz tiver velocidade de 5 km/h no momento da colisão, o automóvel mais veloz se chocaria com uma velocidade de  $\sqrt{625 + 25} \cong 25 \text{ km/h}$ . Fica assim bem demonstrado que, contrariamente à intuição dos alunos e do engenheiro, a diferença entre as velocidades dos automóveis, no momento da colisão, é de, no mínimo,  $(25 - 5) \text{ km/h} = 20 \text{ km/h}$ , sendo esta diferença ampliada quando se considera tempos de pré-frenagem realistas.

Finalmente, a resposta que dei ao questionamento do engenheiro (vide o final da seção 3) foi a seguinte:

*Quanto à tua intuição primeira (sobre a conservação da velocidade relativa, ou seja, da conservação da diferença de 5 km/h) está correta dado que as acelerações dos dois carros durante a frenagem são iguais, mas tal se aplica ao mesmo instante de tempo. De fato, os eventos de colisão são temporalmente diferentes, considerando que o início das frenagens é simultâneo como proposto no vídeo. Explicando melhor, quando o automóvel mais veloz colide, então a 32 km/h, a velocidade do outro automóvel é 27 km/h. Mas o automóvel menos veloz ainda está distante do caminhão (ainda não bateu) e continuará a ser freado durante mais algum tempo, colidindo, portanto, a uma velocidade menor ainda, ampliando, assim, a diferença entre as velocidades de colisão para os dois carros.*

A Fig. 2 representa os dois automóveis inicialmente alinhados e depois, quando o automóvel mais veloz colide com o caminhão a 32 km/h, o outro automóvel se movimenta a 27 km/h mas lhe resta (como é fácil demonstrar) cerca de 3 m de espaço para frenagem até bater, então a apenas 5 km/h.

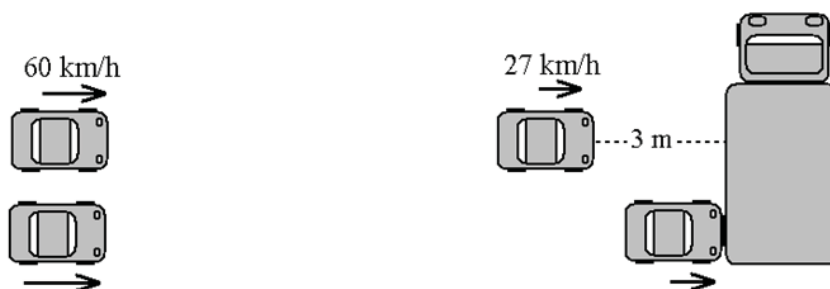


Fig. 2 - Representação dos dois automóveis inicialmente alinhados e depois quando o mais veloz colide com o caminhão.

## V. Conclusão

Este instrutivo e interessante problema possui outras abordagens possíveis. Aqui, restringi-me a tratá-lo cinematicamente; uma abordagem dinâmica, por exemplo a partir do *Teorema Trabalho - Energia Cinética*, é possível também. Entretanto, intencionalmente o resolvi dessa forma, com o objetivo de mostrar que a cinemática pode (e deve, em nossa opinião) ser desenvolvida em contextos inte-

ressantes e desafiadores, conceitualmente ricos, evitando os problemas maçantes e de mera aplicação de fórmulas.

Finalmente, transcrevo o pertinente comentário de um dos dois árbitros *ad-hoc* do CBEF que julgaram o artigo:

*O artigo apresenta uma situação simples e extremamente relevante que certamente vai interessar aos alunos do Ensino Médio e, mais importante ainda, acessível até mesmo àqueles que estão iniciando o seu estudo de física no Ensino Médio. É claro que isso só vai ocorrer se o professor iniciar o curso pela cinemática, procedimento criticado por muitos educadores da área de ensino de física, em geral sob a insensata alegação de que “cinemática não é física”. Se não o for, este artigo trata do que?*

*É verdade que o ensino da cinemática costuma ser lamentavelmente estendido ou inchado com problemas repetitivos e irrelevantes, mas essa não me parece razão suficiente para propor a sua exclusão. Que conteúdo da Física não costuma sofrer essa deformação no Ensino Médio?*

### **Agradecimento**

Agradeço à Prof<sup>a</sup> Maria Cristina Varriale do IM-UFRGS pela leitura criteriosa e pelas sugestões apresentadas. Agradeço também aos árbitros do CBEF por comentários e sugestões dadas.

### **Bibliografia**

**ARTMONOV, M. D.; ILARIONOV, V. A.; MORIN, N. M. Motor vehicles.** Moscou: MIR, 1976.

**BOSCH, R. Manual de tecnologia automotiva.** São Paulo: Edgard Blücher, 2005.