

ESTUDIO PREVIO DE LAS CLASES DE MATEMÁTICA Y FÍSICA EN UN 2º AÑO, para identificar los temas comunes que se desarrollan en ambas materias

Olguín Miguel Alejandro¹, Saldivia Fabiana²(UNPA)

Resumen

Nos interesa indagar sobre la viabilidad y puesta en marcha de un trabajo co-disciplinar entre las materias matemática y física de un mismo curso de un establecimiento de nivel medio superior de Río Gallegos. Buscamos caracterizar el modo en que se van entramando los conocimientos de matemática y física en un mismo curso, cuando los profesores han diseñado sus clases pensando en ello en forma conjunta.

Llevar a la práctica este proyecto requiere constituir un equipo de trabajo en la escuela que reúna al docente de matemática y el docente de física. Este equipo, con nuestra participación, elaborará una propuesta de enseñanza en un trabajo que integra dos dimensiones: la selección de un conjunto de conocimientos teóricos de las disciplinas involucradas y una variedad de prácticas que se quiera que el alumno de nivel medio superior enfrente en relación a esas porciones de teoría.

Durante el 2º cuatrimestre de 2010 llevamos adelante encuentros con los profesores de matemática y física de un mismo curso en el Polimodal N° 18 con el objeto de ir constituyendo el equipo de trabajo colaborativo. Antes de abocarse a la tarea de diseñar en conjunto, las reuniones se centraron en establecer canales de diálogo y negociar significados en torno a la enseñanza.

En este artículo mostraremos las marcas de un *tabicamiento* que atrapa tanto a docentes como alumnos en el proceso de enseñanza de matemática y física, tomando como insumo los relatos de los profesores en las reuniones y las carpetas de los alumnos en ambas materias. Somos consientes con el hecho de que la propia organización del sistema escolar crea condiciones para la enseñanza “tabicada” de cada disciplina. Queremos comprender más profundamente las consecuencias de esas restricciones que impone el sistema como medio de comenzar a visualizar con los profesores algunas formas de salir de ella.

Palabras claves: matemática, física, co-disciplinaridad, trabajo colaborativo.

¹ Alumno avanzado del Profesorado en matemática, directora de la beca de investigación: Dra. Carmen Sessa.

² Co-directora de la beca de investigación.

1. Introducción

El carácter formativo de la matemática, no radica en aplicar algoritmos de manera rutinaria, sino en reconocer las condiciones necesarias que presenta una situación problemática para pensar en la viabilidad de hacer una modelización matemática, la cual puede o no provocar que en algún momento se aplique un determinado algoritmo. Estamos pensando en un trabajo matemático que involucre simultáneamente momentos de búsqueda de estrategias, de establecer conjeturas, de argumentar para sostener un camino posible de solución, de demostrar el uso de una propiedad o reconocer el dominio de validez de la misma, de decidir el uso de determinada técnica, etc. Nos estamos refiriendo a describir la matemática, fundamentalmente en el nivel medio superior, como una actividad de modelización (Chevallard, Bosch, Gascón, 1997).

La actividad de investigación se nutre en el marco teórico de la Teoría de Situaciones de G. Brousseau (1983, 1987, 1990, 1991) y la teoría de Juego de marcos y la Dialéctica instrumento-objeto de R. Douady (1983). Básicamente consideramos la perspectiva que propone Brousseau (1987): *“El alumno aprende adaptándose a un medio (“milieu”) que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje”*.

En nuestro país en el año 2008 se conforma la Comisión Nacional para el mejoramiento de la enseñanza de las ciencias naturales y la matemática, tiene el propósito de sensibilizar y promover nuevas acciones e iniciativas que promuevan el mejoramiento de la calidad de los aprendizajes de los alumnos y alumnas del sistema educativo actual. En el documento elaborado por esta comisión, en una de sus partes expresa: *“... la enseñanza de las ciencias naturales y la matemática tiene potencialidades muy significativas para desarrollar las principales competencias que requiere el desempeño ciudadano y el desempeño productivo: capacidad de abstracción para ordenar el enorme caudal de información que está hoy a nuestro alcance; de experimentación, para comprender que hay más de un camino para llegar a descubrir nuevos conocimientos, de trabajo en equipo, para promover el diálogo y los valores de solidaridad y de respeto al otro. Es importante que los estudiantes formulen sus propias hipótesis y aprendan de otros más avezados cómo comprobarlas o refutarlas. Es importante que aprendan a realizar observaciones y extraer conclusiones de ellas, a hacer simplificaciones, generar modelos, e identificar los supuestos implícitos. El docente debe crear las condiciones que presenten una eficaz guía para la indagación y el desarrollo de las ideas científicas por parte de los alumnos”* (pp. 12)

Los miembros de esta comisión alertan sobre la necesidad de que la formación de los docentes deben superar tanto una visión simplista de la ciencia y el trabajo científico, como las visiones que hacen de la ciencia algo difícil de aprender. Una visión u otra,

condicionan fuertemente *las necesarias adaptaciones* que debe hacer un docente para pensar su proyecto de enseñanza (realizar la transposición didáctica, en el sentido de Yves Chevallard: del saber sabio al saber enseñado (Chevallard, 1998))

2. El marco teórico de referencia

Lo constituye la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1983, 1987; 1990; 1991). Brevemente podemos decir que se visualiza a la enseñanza como generadora de un espacio en el que interaccionan los alumnos y los alumnos con el docente, para resolver problemas que necesitan cierto trabajo matemático. Esta interacción favorece que el alumno supere la experiencia particular con el problema y lo vea como un objeto de estudio y pueda escuchar otras voces, que estarán o no en concordancia con su experiencia y tendrá la posibilidad de discernir y comparar resultados parciales y generales.

Consideramos, además, los aportes de Skovsmose (1999), investigador dinamarqués, que plantea, en el marco de la Educación Matemática Crítica, considerar a la educación como organizada alrededor de proyectos co-disciplinares, pues esto propicia el desarrollo de un futuro ciudadano democrático, comprometido con su realidad socio cultural y tecnológica que le tocará vivir.

También tenemos en cuenta el dispositivo didáctico “Recorridos de Estudio e Investigación (REI)”, introducido por Chevallard (2005), el cual busca reemplazar el paradigma escolar de la “monumentalización” de los saberes por un paradigma que de sentido al desarrollo y utilización de la matemática dando solución a problemas del mundo real. Parte de una concepción de la actividad matemática como actividad humana y con ello permite que afloren en el aula aspectos metacognitivos que en las prácticas docentes diarias quedan ocultos a los ojos de los alumnos y en consecuencia excluidos del proceso de enseñanza-aprendizaje que éstos vivencian.

Los referentes teóricos explicitados nos dan un marco para pensar en las condiciones para diseñar clases co-disciplinares entre docentes de un mismo curso que enseñan disciplinas distintas. En este caso nos referiremos al docente de matemática y al docente de física.

3. Metodología de trabajo

Como decíamos en el resumen, estamos interesados en indagar en torno a la viabilidad y puesta en marcha de un trabajo co-disciplinar entre las materias matemática y física de un mismo curso de un establecimiento de nivel medio superior de Río Gallegos. Buscamos caracterizar el modo en que se van entramando los conocimientos de matemática y física

en un mismo curso, cuando los profesores han diseñado sus clases pensando en ello en forma conjunta.

Llevar a la práctica este proyecto requiere constituir un equipo de trabajo en la escuela que reúna al docente de matemática y el docente de física. Este equipo, con nuestra participación, elaborará una propuesta de enseñanza en un trabajo que integra dos dimensiones: la selección de un conjunto de conocimientos teóricos de las disciplinas involucradas y una variedad de prácticas que se quiera que el alumno de nivel medio superior enfrente en relación a esas porciones de teoría.

Para nosotros resultó necesario comenzar por conocer las prácticas docentes que llevan adelante hasta ahora estos dos profesores, entendiendo que muchos de sus “hábitos” son condicionados por las restricciones que impone el sistema educativo y las tareas que se esperan de un docente. En estas tareas no se espera que el profesor de una disciplina trabaje con uno o más docentes de otras disciplinas, no existen horas institucionales para este tipo de actividad.

Para comenzar a constituir el grupo hemos llevado adelante encuentros donde los profesores relatan su práctica docente diaria, hablan sobre los contenidos que enseñan, qué actividades propician, lo que hacen los alumnos, sus expectativas al encarar los diferentes temas, entre otras.

En este artículo presentamos un primer análisis, realizado por el equipo de investigación, de los relatos de los profesores en las reuniones y las carpetas de los alumnos en ambas materias.

En un futuro inmediato estos análisis serán retrabajados con los dos docentes para fortalecer la comunicación entre todos los integrantes del grupo a partir de una mirada colectiva sobre las clases dadas. Esperamos que este trabajo en conjunto permita vislumbrar caminos o recorridos que enriquezcan nuestro conocimiento sobre las clases actuales, al revisar los conocimientos que se enseñan en una u otra materia y los modos de abordarlos (problemas, discurso, formas de representación, tipo de justificaciones, técnicas a aprender). *¿Cómo se podrían complementar las tareas de ambos docentes al enseñar similares contenidos (por ejemplo, vectores)? ¿Cómo crear puentes entre la enseñanza en matemática de un determinado tema y el posterior uso en la clase de física de herramientas matemáticas asociadas a esos temas (por ejemplo, función cuadrática y caída libre)?* Son preguntas que enmarcan el análisis conjunto sobre la tarea docente llevada adelante.

Para interpretar los relatos que se generan en los encuentros, tomaremos el enfoque teórico propuesto por Hunter McEwan (2005). Este investigador estadounidense propone para explorar la narrativa docente considerar el enfoque hermenéutico, en sus palabras:

“la hermenéutica no es un método más para establecer la verdad, sino una expresión de la esperanza de que podremos alcanzar una mayor comprensión del mundo humano. Al producirse este cambio en la filosofía de la educación, se reemplaza la búsqueda de esencias y de una teoría lógica de la enseñanza con una exploración de la multitud de maneras en que es posible entender la enseñanza. Este giro metodológico se aparta de la división atomizante de los actos docentes en elementos que los constituyen y se aproxima a las narrativas que ayudan a explicar cómo han evolucionado las diversas prácticas docentes”.

Nosotros esperamos que el trabajo colaborativo que se genere entre los docentes y el equipo de investigación, ayude a comprender las prácticas docentes actuales que se llevan adelante en el 2º año del Polimodal N° 18, sin poner en tela de juicio si lo que hacen está bien o está mal.

Al mismo tiempo, se espera que la mirada conjunta ayude a desnaturalizar ciertas condiciones y empezar a construir otras organizaciones posibles para las clases.

4. El comienzo del trabajo con los docentes de matemática y física del Polimodal N° 18³

En agosto de 2010 comenzaron las reuniones con los profesores de matemática y física de 2º año. Para llegar a establecer estos encuentros, en junio y julio se realizaron varias reuniones con los directivos, la asesora pedagógica y los docentes, con el fin de presentarles el proyecto de investigación que queríamos encarar: objetivos, metodología de trabajo y su impacto educativo, e invitarlos a participar para conformar un equipo de trabajo colaborativo entre los docentes de matemática y física de un mismo año de Polimodal y el grupo de investigación.

Las expectativas de este trabajo en equipo es lograr los acuerdos necesarios para abordar un proyecto de enseñanza co-disciplinar, también dar algunas respuestas a las preguntas que nos hacemos en este momento: ¿cómo romper con el aislamiento de las materias?, ¿cómo lograr que los docentes de diferentes asignaturas trabajen en un mismo curso con propósitos comunes?

Los docentes se mostraron interesados en la propuesta, pudiéndose coordinar encuentros de trabajo a partir de agosto. Para tener una primera aproximación como llevaban

3

Agradecemos la buena predisposición de los directivos María Lastenia Vera e Iris Ñancufile, la asesora pedagógica E. Patricia Toledo y los docentes Osvaldo Basualdo y Fernando Olivares del Polimodal N° 18 de Río Gallegos.

adelante su proyecto de enseñanza, nos mostraron las carpetas de algunos alumnos del curso, evaluaciones realizadas hasta ese momento, la planificación anual y sus expectativas que tenían del grupo que conformaba la clase de 2º año y las características del grupo en la clase de matemática y en la clase de física.

4.1. Análisis de los registros de los alumnos en la carpeta de matemática y en la carpeta de física.

Consideramos que las carpetas producidas por los alumnos son un reflejo de las actividades realizadas en clases sugeridas, supervisadas y dirigidas por el docente. La lectura de las carpetas de los estudiantes de 2º año⁴ durante el ciclo lectivo 2010, nos permitió identificar:

- temas comunes que se enseñan en ambas materias y cómo se desarrollan esos contenidos en paralelo, cuando no hubo colaboración entre ambos docentes en el diseño de las clases
- temas de matemática que aparecen de diferentes modos en los modelos que se enseñan en la clase de física
- temas de física que el profesor de matemática invoca como modelo de lo que está enseñando.

Del estudio de las actividades reflejadas en las carpetas surge como único tema de enseñanza común el de Vectores. Este se realizó en física en los primeros dos meses de iniciado el ciclo lectivo 2010, y en matemática se desarrolló a mediados de mayo. Tanto en las clases de física como en las clases de matemática el tema se trató como si no lo conocieran previamente los alumnos. Los docentes se dan cuenta de esto en uno de los encuentros que tuvimos en agosto.

También pudimos observar que hay otros temas propuestos a los alumnos que vinculan a ambas materias, en las clases de física es necesario hacer uso de conceptos matemáticos (teorema de Pitágoras, razones trigonométricas, función lineal, entre otros) como herramientas para determinar nuevas cantidades a partir de otras dadas o para modelizar problemas físicos. Los conceptos matemáticos requeridos no necesariamente se dan en el mismo año escolar, por ejemplo al desarrollar el concepto físico de movimiento rectilíneo uniforme este se describe mediante funciones lineales, utilizando los diferentes registros de representación: tabla, fórmula y gráfico. Función lineal es un concepto estudiado por los alumnos en la cursada de 1º año en el ciclo lectivo 2009.

4

Cabe aclarar, que en este Polimodal, y en otros de Río Gallegos, matemática se enseña solo en 1º y 2º año, Física se enseña sólo en 2º año y Química solo en 3º año.

4.1.1 Cuando no se necesita conocer previamente un conocimiento matemático para desarrollar o “construir” un conocimiento físico.

En física se aborda la enseñanza de vectores, con el fin de utilizarlo para describir fuerzas que intervienen en objetos fijos o en movimiento, por ejemplo sobre un plano inclinado. El docente describe en el primer día de clase, luego de realizado el diagnóstico, los conceptos físicos que abordarán en la primer parte del año: estática, fuerza y vector.

A continuación mostramos lo que escribieron los alumnos en la carpeta el primer día que trataron el tema en Física, el lector observará que primero se indican los elementos de un vector y luego se lo define como un trazo gráfico que representará a la fuerza, definida antes que el vector.

física. 10/03/10

⊕ Estática: Es la parte de la mecánica que estudia las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo, sobre el que actúan fuerzas, permanezca en equilibrio.

⊕ fuerza: Es toda causa capaz de producir, modificar o impedir un movimiento, y/o deformar un cuerpo.

⊕ vector: Punto de aplicación: Es el punto del cuerpo sobre el cual se aplica la fuerza.

Dirección o recta de acción: Es la recta por la cual la fuerza tiende a desplazar su punto de aplicación.

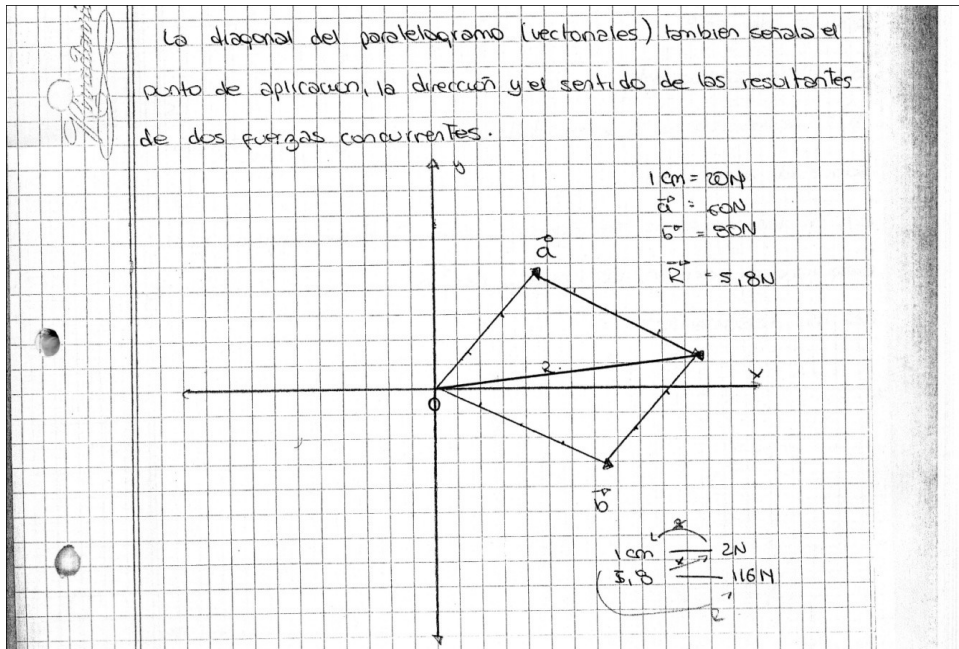
Sentido: Es una de las dos formas posibles de seguir la recta de acción.

Intensidad: Es el valor de la fuerza aplicada. También se denomina módulo.

vector: Es una flecha con la cual se representa una fuerza.

El docente de física para describir cualquier fenómeno físico que abordará en esta cursada, necesitará utilizar la noción de vector, definido sólo como un objeto que se dibuja en el papel: una flecha. Por lo que esta herramienta, definida en términos de una representación, es transversal en la materia. El vector no es entonces más que un objeto de representación, un ostensivo (Bosch, Chevallard, Gascon, 1997), que tendría asociado como no ostensivo NO el objeto matemático vector sino el objeto físico fuerza.

En las clases de física que tuvieron como objetivo hallar la resultante de dos fuerzas concurrentes aplicadas a un mismo objeto o punto, utiliza la resolución grafica y determina el módulo de la resultante mediante la escala utilizada:

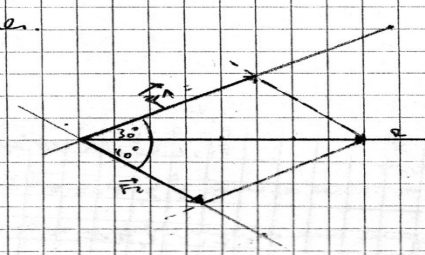


Al comenzar a trabajar con la descomposición de fuerzas y hallar las componentes rectangulares de una fuerza se continúa utilizando solo el método grafico.

Descomposición de fuerza.

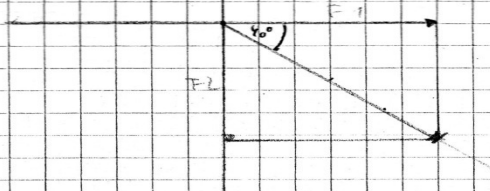
10 Consideremos el caso de una fuerza (R) de 400 N que actúa sobre un cuerpo. Si esta fuerza se lo quiere reemplazar por otras dos, cuya dirección forme ángulos con respecto a R, de 30° y 40° respectivamente se puede de la siguiente forma:

La descomposición de una fuerza consiste en determinar dos fuerzas que sean los lados de un paralelogramo cuyo diagonal sea la fuerza que se quiere descomponer.



Escala - 1 cm = 100 N
 $R = 400 \text{ N}$
 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}$
 $F_1 = 2,8 \text{ cm} = 280 \text{ N}$
 $F_2 = 2,2 \text{ cm} = 220 \text{ N}$

Actividad.



Componentes
 $F_1 = \text{ sobre eje } x$
 $F_2 = \text{ " " } y$

Escala 1 cm = 80 N
 $F_1 = 3 \text{ cm} = 240 \text{ N}$
 $F_2 = 2,1 = 168 \text{ N}$

En la descripción anterior, la fuerza misma se confunde con su representación (...dos fuerzas, que son los lados del paralelogramo).

El método analítico se introduce cuando es necesario encontrar las componentes rectangulares de cuerpo en reposo o no, usando para ello las razones trigonométricas.

$\sum \vec{F}_x = 0$
 $\sum \vec{F}_y = 0$
 $T - P_x = 0$
 $N - P_y = 0$

TRIGONOMETRIA

Cat. op = hip. $\cos \theta$

$P_y = P \cdot \cos 30^\circ = [101,8N]$

Cat. op = hip. $\sin \theta$

$P_x = P \cdot \sin 30^\circ = [58,8N]$

$\sum \vec{F}_x = 0$
 $T - P_x = 0$
 $T = P_x$
 $T = 58,8N$
 $\sum \vec{F}_y = 0$
 $N - P_y = 0$
 $N = P_y$
 $N = 101,8N$

Cuando se aborda en matemática la enseñanza del concepto vector, primero se introduce la noción de magnitud, al describir la diferencia entre magnitud escalar y magnitud vectorial introduce la noción de vector. Como se muestra a continuación:

vectores.

20-05/110

A las propiedades de los cuerpos que no pueden medirse con algún instrumento se las denomina **MAGNITUDES**.

Son magnitudes longitud, temperatura, tiempo, fuerza, superficie, velocidad, volumen, presión, etc.

Cada medida se indica mediante un número y una unidad por ej.: 3 cm ; 8° C ; 70 kg , 23 cm^2 , etc.

Las magnitudes vectoriales se diferencian de las magnitudes escalares por que además de la medida se necesita informar acerca de la dirección y el sentido.

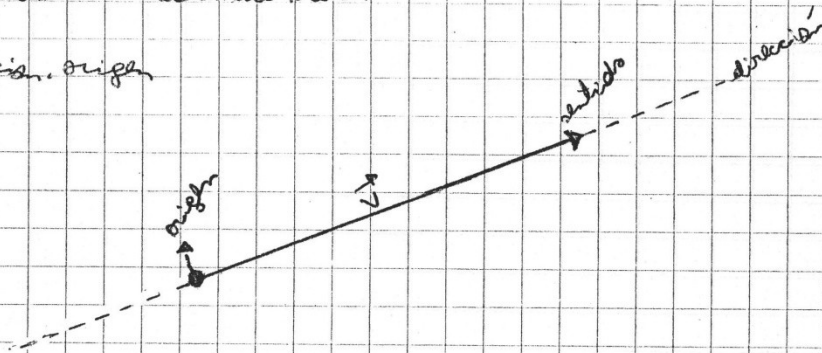
Para representar las magnitudes vectoriales se utilizan los vectores, que se caracterizan por tener los siguientes elementos.

Modulo, este representado por la longitud del vector.

Dirección: esto dado por la recta en la que está incluido el vector o cualquier paralelo a ella.

Sentido: lo que da la orientación del vector.

Punto de aplicación, origen



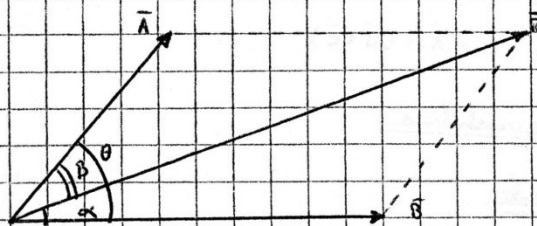
Luego de esta introducción se define al vector así: “es un segmento de línea recta orientada que sirve para representar a las magnitudes vectoriales”; como en la clase de física el vector es una “representación”. Luego explica la notación y los elementos (punto de aplicación, intensidad, sentido y dirección). Se mencionan y caracteriza lo que denomina tipo de vectores: colineales, concurrentes, coplanares, iguales, opuestos.

En el desarrollo de la suma de vectores se explicitan los mismos métodos gráficos enseñados en física: el del paralelogramo, el del triángulo y el de la poligonal. Enuncia a continuación las propiedades de la adición de vectores: conmutativa y asociativa. Más tarde, se explicita dos métodos analíticos para sumar vectores: una para vectores colineales y otra para vectores concurrentes y coplanares. A continuación se muestra uno de los métodos analíticos propuesto a los alumnos:

b. Suma de vectores concurrentes y coplanares.

En este caso el módulo de la resultante se halla mediante la siguiente fórmula.

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$



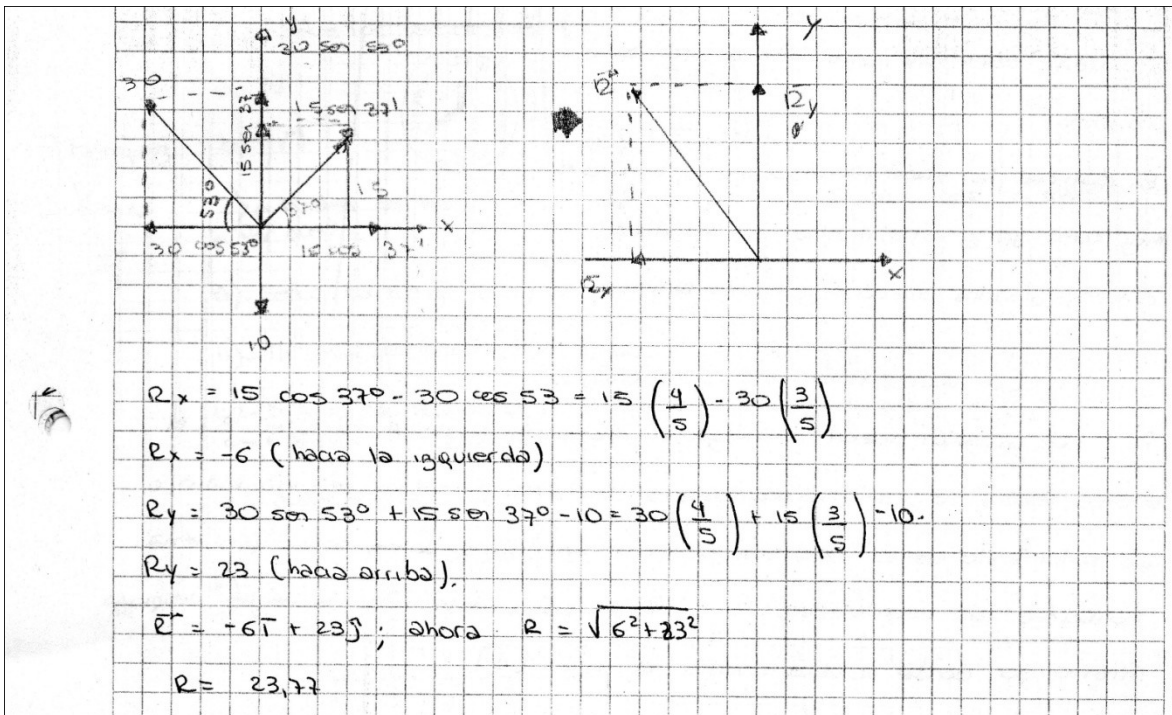
La dirección del vector resultante se halla mediante la ley de senos.

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \beta}$$

Caso particular

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Se realiza primero la exposición de los diferentes métodos, mostrando un ejemplo para cada caso. Luego se introduce las componentes de un vector, mostrando a las componentes rectangulares utilizando las razones trigonométricas (lo mismo que hizo el profesor de física) se agregan otros conceptos: vector unitario y versores rectangulares. A continuación el ejemplo que copian los alumnos en su carpeta, que muestra como se utilizan las componentes rectangulares:



Antes de realizar actividades para hacer uso de los diferentes métodos expuestos el profesor toma ejemplos de la física para mostrar una aplicación del concepto Vector, y este es el concepto de Fuerza y otro en el campo de la geometría como es el de desplazamiento de figuras:

LA FUERZA: UN VECTOR.

LA FUERZA: UN VECTOR.

La fuerza es una magnitud vectorial, por tanto se representa mediante un vector. Ahora: sumar dos o más vectores no implica necesariamente sumar sus módulos, ello dependerá de la posición en que se encuentren. En el presente caso, los vectores fuerzas son colineales por tal razón habrá que aplicar el método de vectores colineales para la determinación del vector resultante.

EL VECTOR DESPLAZAMIENTO.

El desplazamiento es un vector: Si el objetivo fuese darle a la bola amarilla con la roja, esta última tendría que recorrer la distancia d ; sin embargo podría elegirse también otros caminos convenientes en cuyos casos los vectores formados serían componentes del vector \vec{d} (d_1 y d_2 son componentes del vector \vec{d}).

Al comentar en uno de los encuentros que ambos profesores habían desarrollado el tema vectores, el profesor de Matemática se sorprendió porque los alumnos no evidenciaron conocer el tema, cuando él lo desarrolló, y que varios alumnos tuvieron dificultad al usar los diferentes métodos.

En esta selección y comparación de los escritos elaborados ya sea en las clases de matemática o en las clases de física, se observa similitudes para enseñar el tema y hasta coincidencia en los registros simbólicos utilizados.

Similitudes para mostrar que es un vector, y diferencia para abordar su estudio. El docente de física muestra los diferentes métodos en un orden que le permite avanzar en la enseñanza de nuevos conceptos físicos. En cambio el docente de matemática, desarrolla el tema al principio apoyado en la diferencia entre magnitudes, determina al vector como una representación de las magnitudes vectoriales y luego desarrolla una teoría práctica en los distintos tipos de vectores que describe y deja para el final mostrar para qué sirven los vectores.

4.2 Cuando se necesita conocer un objeto matemático para desarrollar un conocimiento físico.

En cambio al desarrollar en la materia física los temas Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV), Caída libre y Tiro vertical, el docente espera que los alumnos posean conocimientos de función cuadrática para graficar las curvas a partir de las fórmulas que describen los fenómenos físicos mencionados. Los temas mencionados de física y de matemática se enseñaron durante la cursada de 2º año en el ciclo lectivo 2010.

4.2.1 Como se abordó la enseñanza de función cuadrática en matemática

El profesor de matemática introduce a mediados de junio el tema función cuadrática, para presentar este tema recurre a dos situaciones que describen fenómenos físicos, el lanzamiento de un proyectil y la ejecución de un tiro libre realizado por un jugador de fútbol.

En uno de los encuentros preguntamos al profesor de matemática si había desarrollado el tema función cuadrática sabiendo que el profesor de física lo requerirá más adelante. La respuesta fue un no, que era un tema que debería haberse dado en 1º año por eso planifiqué darlo ya que considera que es un contenido que el alumno debe saber.

En ambos problemas seleccionados, que se muestran más abajo, observamos que en el enunciado se explicitan los términos “parábola” y “función cuadrática”. Para estos alumnos es la primera aproximación al nuevo tema. Hay una expresión algebraica y preguntas.

Problema 1

Funciones cuadráticas 14-06-20

Supongamos que un jugador de fútbol de la selección Argentina pateó un tiro libre de modo tal que la trayectoria de la pelota, mientras se encuentra en el aire, es la parábola que corresponde a la función $y = -0,05x^2 + 0,7x$, donde y es la altura en metros de la pelota cuando esta se encuentra a x metros de distancia horizontal desde el punto en el que fue lanzada.

¿Cuál será el alcance del tiro libre?

Problema 2

DISPARO DE EMERGENCIA.

Desde un barco que se haya en situación de emergencia se efectúa un disparo, en forma vertical, con una pistola de señales.

El destello podrá verse desde la base naval más cercana únicamente mientras se encuentra a una altura no menor de 195 m sobre el nivel del mar,

Las técnicas que integran la tripulación estiman que, de acuerdo con las características de las pistolas de señales y con las condiciones en que se dispara, la altura del destello estará dada por la siguiente fórmula: $h(t) = 80t - 5t^2$, donde h es la altura sobre el nivel del mar, en metros, cuando hayan transcurrido t segundos desde el momento del disparo.

Esta fórmula corresponde a una función cuadrática. ¿Cuánto tiempo se verá el destello desde la base naval? ¿de ser así, durante cuánto tiempo? Como todo objeto lanzado verticalmente hacia arriba, el destello que produce la señal luminosa ascenderá hasta el punto más alto y luego comenzará a caer.

Por ejemplo, en el problema 2 aparece la fórmula $h(t) = 80t - 5t^2$, explicándose en el enunciado que representa cada variable en la expresión algebraica y anunciando que $h(t)$ es una función cuadrática. La actividad pide al alumno hacer uso de la fórmula para dar las respuestas requeridas. No se valida por qué esa fórmula describe el fenómeno descripto, los alumnos escriben en sus carpetas:

la fórmula de la función nos permite evaluar con esa actitud la altura del destello en cada instante posterior al disparo.

Observese que la alumna escribe “esa actitud” cuando en realidad se había dicho “exactitud”.

Luego el docente realiza una tabla de valores, que se muestra a la derecha.

Escoge los valores de la variable independiente y calcula junto a los alumnos el valor de h que le corresponde.

tiempo (s)	altura (m)	$h(t) = 80t - 5t^2$
0	80.0	$-5 \cdot (0)^2 = 0$
2	80.2	$-5 \cdot (2)^2 = 140$
3	80.3	$-5 \cdot (3)^2 = 195$
4	80.4	$-5 \cdot (4)^2 = 240$
6	80.6	$-5 \cdot (6)^2 = 300$
8	80.8	$-5 \cdot (8)^2 = 320$
10	80.10	$-5 \cdot (10)^2 = 300$
12	80.12	$-5 \cdot (12)^2 = 240$
13	80.13	$-5 \cdot (13)^2 = 195$
14	80.14	$-5 \cdot (14)^2 = 140$
16	80.16	$-5 \cdot (16)^2 = 0$

A partir de la tabla, el docente realiza la representación gráfica, él muestra en el pizarrón como se ubican los puntos y traza la curva mostrando que no se trata de segmentos unidos, los alumnos la copian, como se puede observar en la fig. 1. Le preguntamos al docente de matemática como explicó a la clase porque la curva tenía ese trazo y dijo que les indicó como se hacía el trazo y que se llamaba parábola.

Ambos problemas enuncian una situación problemática que requiere reconocer conceptos físicos: velocidad y caída libre. El tema caída libre se estudiara en ese curso más adelante según lo planificado por el docente de física. Es decir, que se aborda la enseñanza de un nuevo concepto matemático apoyándose en la modelización de fenómenos físicos cuando el alumno todavía no tuvo ningún tipo de acercamiento a dichos fenómenos. Estos alumnos se aproximan a los nuevos conceptos matemáticos haciendo uso de su intuición para interpretar el fenómeno físico que se describe favoreciendo en ellos la utilización de conceptos en acto (Vergnaud) erróneos que pueden darse por la interpretación del problema dado.

Funciones Cuadráticas

23/06/10

Llamamos función cuadrática a toda función de la forma:

$$f(x) = \underbrace{a \cdot x^2}_{\text{TÉRMINO CUADRÁTICO}} + \underbrace{b \cdot x}_{\text{TÉRMINO LINEAL}} + \underbrace{c}_{\text{TÉRMINO INDEPENDIENTE}}$$

$a, b, c \in \mathbb{R}$
PERTENECEN

$a \neq 0$

Vamos a analizar la función $f(x) = x^2$

En la fórmula de $f = a = -1$ $b = 0$ $c = 0$

Actividad:

Completar la tabla, marquen los puntos en el gráfico y tracen la parábola que los contiene.

x	y
-2	$(-2)^2 = 4$
-1	$(-1)^2 = 1$
0	$(0)^2 = 0$
1	$(1)^2 = 1$
2	$(2)^2 = 4$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$

Excelente!!
23/06

fig.1
 Como vemos en la fig. 1, a la clase siguiente define a la función cuadrática a partir de su característica como polinomio de 2º grado.

4.2.2 Como se abordó la enseñanza de MRUV en física

A mediados de septiembre el profesor de Física comienza a desarrollar el tema Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. Los alumnos llevan adelante una experiencia de

laboratorio⁵, la cual consiste en cronometrar los tiempos que tarda en deslizarse una esfera en un riel elevado a diferentes alturas. Con esto el docente pretende que a través de la observación e experimentación los alumnos se aproximen al concepto de aceleración. Los datos obtenidos se disponen en una tabla.

Luego, el docente les pide que grafiquen las relaciones: Posición vs. Tiempo, Velocidad vs. Tiempo y Aceleración vs. Tiempo. Los estudiantes no lograron, según relató el profesor de física en un encuentro posterior a esas clases, identificar que los puntos marcados en el gráfico correspondían a una rama de la parábola, unieron con segmentos los puntos que iban determinando.

Se da una clase expositiva mostrando las diferentes fórmulas que describen el MRUV, no se explicita como se llega a ellas, solo se las enuncia y se da un problema para mostrar su uso y luego un trabajo práctico donde deben hacer uso de las fórmulas enseñadas.

Además, cuando se pidió que graficaran a partir de la fórmula que describe la relación posición-tiempo, los alumnos no anticiparon que lo que iban a obtener era una rama de la parábola, otra vez unieron los puntos con segmentos. Esto nos muestra que a pesar de modelizar mediante una fórmula cuadrática, los alumnos no identifican su forma, lo que indicaría que las actividades realizadas previamente en el estudio de funciones cuadráticas durante las clases en matemática, no le resultaron significativas. En otras palabras, los alumnos no han generado algún tipo de representación que les permite reconocer en otro contexto que están frente a una función cuadrática, que la gráfica que se espera obtener es una parábola. Consideramos que esta carencia, en los alumnos, está ligada a la ausencia de un estudio exploratorio por parte del alumno para adquirir representaciones provenientes del marco algebraico, marco geométrico, entre otros (Douady, 1983) y favorecer la adquisición de registros semióticos (Duval, 1997) que le den significado al objeto matemático función cuadrática: “...los objetos matemáticos no son directamente accesibles de la percepción o de una experiencia intuitiva inmediata, ¡como lo son los objetos comúnmente señalados como “reales” o “físicos” Es necesario, entonces, poder proporcionar representantes. Además, la posibilidad de efectuar tratamientos sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótica utilizado” (Duval, 1997)

5

Extraído del libro: Física 4 Aula Taller de J. M. Mautino, 1996, editorial Stella, Bs. As.

Comentarios finales

El análisis de estas carpetas, elaboradas por los estudiantes mientras cursaban matemática y física en 2° año del Polimodal, nos permite tener una aproximación de cómo los docentes abordan la enseñanza de los diferentes contenidos.

Si nos detenemos a analizar que en ambas materias se elaboraron clases para enseñar el concepto Vector en distintos momentos del año, primero se enseñó en las clases de física y luego al abordarse su enseñanza en las clases de matemática el docente no tuvo indicios por parte de los alumnos que estos ya conocían el tema, al contrario mostraron dificultad. Y cuando primero se enseñó en las clases de matemática el objeto matemático Función Cuadrática las experiencias de aula llevada adelante por estos alumnos alrededor de este tema no favoreció a que meses después reconocieran a la función cuadrática dada ya sea gráficamente o como fórmula de 2° grado en las clases de física cuando abordaban el tema MRUV.

Las prácticas docentes llevadas adelante por los docentes en forma aislada no beneficiaron a los estudiantes en la adquisición de los conceptos “Función cuadrática” y “Vectores”.

El análisis de las carpetas y los encuentros con los docentes nos muestra no sólo una desarticulación entre los contenidos de física y matemática sino también un desarticulación al abordar los conceptos matemáticos. El modo en que se le propone abordar el estudio de las funciones cuadráticas no permite al alumno comprender el significado de las variables que intervienen en la expresión algebraica y como esta determina la curva que se llama parábola.

Si consideramos los trabajos realizados en didáctica de la física por Celia Dibar Ure y Silvia Pérez (2000) cuando ellas afirman que: *“El problema del lenguaje matemático en la física es bien conocido por los docentes. La necesidad de cuantificar para avanzar en la comprensión y resolución de problemas, presenta dificultades asociadas tanto al álgebra en sí como a la comprensión del significado de las variables que intervienen en las fórmulas. Aún cuando los alumnos puedan comprender un concepto físico, e incluso puedan relacionarlo con su experiencia en el mundo natural, la aparición del lenguaje matemático suele funcionar como obstáculo. Aunque los alumnos dominen el álgebra elemental, la “traducción” al mundo de la física no es de ninguna manera espontánea.”*

Observamos que es necesario realizar un trabajo con los docentes que les permita por un lado discutir cuándo es necesario recurrir al modelo matemático para describir el fenómeno físico sin perder de vista que se trata de describir con él un fenómeno natural. Y por otro que no puede abordarse la enseñanza de la función cuadrática apoyándose en conceptos físicos que los alumnos todavía no conocen.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G; (1983) Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques. 4.2 164-198

Brousseau,G; (1987) Fondaments et méthodes de la didactique. Recherches en didactique des mathématiques. 7.2 33-115. (Existe versión en español publicada por la Facultad de Matemática Astronomía y Física de la Universidad de Córdoba).

Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? (Primera parte). Enseñanza de las Ciencias, 8 (3), 259-267.

Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda parte). Enseñanza de las ciencias, 9 (1), 10-21.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona: ICE/ Horsori.

Chevallard, Y. (1998). La trasposición didáctica. Del Saber Sabio al Saber Enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.

Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. Conferencia dada en la 3ª «Université d'été Animath», Saint-Flour, 22-27 de Agosto de 2004. Publicado en La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire, APMEP, 239-263.

Dibar Ure M. C., Pérez S. (2000) Dominios y representaciones: ejemplos de la física y la matemática en la física. Versión preliminar en Actas del V SIEF, Santa Fe, Argentina.

Douady, R; (1984) Relación enseñanza aprendizaje. Dialéctica Instrumento-objeto, juego de marcos. Cuadernos de didáctica de las matemáticas.

Duval R. (1997) Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento, Investigaciones en Matemática Educativa II (Cinvestav, México) pp. 173-201

McEwan H., Egan K. (2005) “10. Las narrativas en el estudio de la docencia” en el libro La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación. Amorrortu editores. Buenos Aires.

Vergnaud G.; (1990) La teoría de los campos conceptuales, Recherches en didactique des mathématiques, vol. 10, nº 2,3 pp. 133-170.