

INFORME CIENTÍFICO Y TÉCNICO – UNPA SUPRIMIR E INTERCALAR CEROS

Un análisis y reflexión a partir de la resolución de actividades hechas por estudiantes del primer año del profesorado en matemáticas de la UNPA-UACO

Guillermo Martínez, Estudiante Prof. en Ciencias de la Educación, UNPA-UACO,
lgmguille@hotmail.com
Codirectora de Proyecto: Prof. Julia Corrales Docente Investigador UNPA-UACO,
julia_corrales@hotmail.com
Directora de Proyecto: Mg. Silvia Etchegaray- Docente Investigador UNPA-UACO
setchegaray@exa.unrc.edu.ar

Universidad Nacional de la Patagonia Austral- Unidad Académica Caleta Olivia
Santa Cruz – Argentina
Marzo 2014

RESUMEN: Este documento oficia de informe del proceso de investigación llevado a delante en el año 2013 sobre el cero y los números decimales. A partir de la aplicación de un instrumento de indagación a un grupo de estudiantes del primer año del profesorado en matemáticas de la UNPA-UACO. Entre las diversas observaciones y análisis que se realiza, la misma puede convertirse en una invitación a la reflexión de la ubicación y la importancia del lenguaje, que genere precisión en las argumentaciones, clarifique y promueva el dialogo para el abordaje y construcción de nuevos conocimientos sobre distintos objetos matemáticos.

Palabras claves: Cero y Números Decimales, Lenguaje, Investigación, Formación Docente.

1. INTRODUCCION

El presente trabajo corresponde al informe de becario dentro del Proyecto de Investigación: Análisis de significados y conflictos semióticos en los Sistemas de Prácticas del conocimiento Matemático-Geométrico en distintos espacios de la Formación Docente.

Para la construcción del mismo, y motorizado por la participación en el curso de posgrado: “Estudios epistémico/cognitivos de situaciones-problemas en el contexto de los números decimales” (Patricia Konic, 2013), se toma como conocimiento matemático u objeto matemático para su abordaje a los números decimales, y en específico a la utilización del “cero” en dicho números decimales.

Para la realización del trabajo de investigación, se utilizó una parte del instrumento validado y utilizado en la tesis doctoral: “Evaluación de conocimiento de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales” (2011) de la autora Patricia Konic.

El instrumento fue aplicado en un grupo de estudiantes del primer año del profesorado en matemáticas de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral, cuya Unidad Académica tiene sede en la localidad de Caleta Olivia.

Con la aplicación de este instrumento, me propongo como objetivos lo siguiente:

- Aplicar parte de lo incorporado en el curso “Estudios epistémico/cognitivos de situaciones-problemas en el contexto de los números decimales” (2013).
- Identificar posibles conflictos u obstáculos del grupo de estudiantes involucrados frente a los números decimales.
- Analizar las argumentaciones y los procesos de abstracción que realizan los estudiantes en las resoluciones de los ítems

En este escrito, el lector se encontrará con una primera parte referida o dedicada a la aclaración de algunas conceptualizaciones tomadas. Una segunda parte destinada a la presentación del instrumento utilizado (en anexo su resolución experta y cuadro con calificaciones). Y una última parte, en la que se incorpora una serie de análisis y reflexiones relacionadas con lo abordado.

2. MARCO DE REFERENCIA TEÓRICO-CONCEPTUAL

Dado que el proyecto de investigación se enmarca en el **Enfoque Ontosemiótico sobre la Cognición matemática (EOS)**, cuyo principal referente e iniciador es el Dr. Juan Díaz Godino (Granada, España), genera que esta producción tenga tintes de esta parada o enfoque. Mencionado enfoque, desde una perspectiva global articula distintos puntos de vistas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje.

Ahora, también es necesario definir otros aspectos:

Patricia Konic (2011:21) citando a Ruiz (2004) describe a las concepciones como modos diferentes de comprender una misma noción, las que, según el ámbito y condiciones resultan con mayor pertinencia o adecuación unas sobre otras.

En relación a esto, se puede afirmar que existen diferentes concepciones y/o definiciones sobre los números decimales, es decir, y aunque los números decimales son contenidos a abordar en la educación primaria, no existe un total acuerdo en relación a qué se llama números decimales.

Así, por ejemplo, la expresión “número decimal” indica un número escrito en base diez. Pero también puede ser definido como un número con coma, que distingue una parte entera de otra que es decimal. Se puede encontrar definiciones como la siguiente: Los números decimales son valores que denotan números racionales e irracionales, es decir que los números decimales son la expresión de números no enteros. Existen múltiples definiciones que denotan diversas concepciones, diversas conceptualizaciones más o menos abarcativas de los decimales.

En el presente escrito se trabaja con la definición que adopta Dra. Patricia Konic:

“Entendemos los números decimales como los números racionales para los cuales existe al menos una expresión decimal finita, o de manera equivalente, los racionales expresables mediante una fracción decimal” (Konic, 2010:58)

Cabe aclarar que al referirme a la obstaculización u obstáculos, guarda relación con la mirada de Gastón Bachelard, al inicio de su obra “La formación del espíritu científico” escribe las siguientes palabras:

“Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos [...] en el acto mismo de conocer, íntimamente, es donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones. Es ahí donde mostraremos causas de estancamiento y hasta de retroceso, es ahí, donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos. El conocimiento de lo real es una luz que siempre proyecta alguna sombra; jamás es inmediata y plena. Al volver sobre un pasado de errores, se encuentra la verdad [...]. En efecto, se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos y superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza [...]. La noción de obstáculo epistemológico puede ser estudiada en el desarrollo histórico del pensamiento científico y en la práctica de la educación” (Bachelard, 1988: 15, 19)

El autor D'Amore (2012) en su texto “El número cero”, realiza una clasificación de obstáculos, los cuales son: Obstáculos Ontológicos (ligados al alumno y a su naturaleza), Obstáculos Didácticos (ligados al profesor y a sus elecciones), Obstáculos epistemológicos (ligados a la naturaleza misma de los argumentos de la matemática).

“obstáculo es una idea que, al momento de la formación de un concepto, ha sido eficaz para afrontar los problemas (incluso cognitivos) precedentes, pero que se revela como fracaso cuando se quiere aplicar a un problema nuevo.” (D’Amore, 2012:122)

3. RESULTADOS ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

3.1. Materiales y método: *EL INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN UTILIZADO*

Se tomó una parte del instrumento validado y utilizado en el trabajo de tesis doctoral de Patricia Konic, específicamente el “ítem 4”, el cual fue llevado a un aula del profesorado en matemáticas de la UNPA – UACO, para que los estudiantes que allí se encontraban realizaran su resolución¹:

Las consignas dadas al grupo de alumnos:

Tarea:

- a) ¿Se podría suprimir un cero en el número 470,05 de tal manera que se obtenga un número mayor? ¿Y un número menor? Justifica ambas respuestas.
- b) ¿Se podría intercalar un cero en el número 19,38 de tal manera que se obtenga un número mayor? ¿Y para obtener un número menor? Escribe todas las posibilidades. Justifica las respuestas.
- c) Un número está formado por unidades, decenas, centenas, decimas y centésimas. ¿En qué posición intercalaría un 0 para obtener un número mayor? ¿En qué posición intercalaría un 0 para obtener un número menor? Justifica las respuestas.

Al entregarse esta tarea, no hubo un desarrollo previo del tema, y las explicaciones se limitaron a una presentación de cuál sería el fin del mismo. Si bien, como ya se dijo, no hubo una exposición del tema, estas actividades implican la utilización de conocimiento previo, pues no se resuelve sólo desde el sentido común, como ya adelanta la Dr. Patricia Konic en su tesis:

“Este ítem permite evaluar los siguientes contenidos curriculares: El contenido 2. Expresión decimal de un número racional (Valor posicional de las cifras; parte entera, parte decimal) y el Contenido 8. Ordenación de números decimales. Se halla focalizado en tres elementos de significado centrales (procedimiento/ expresión/ propiedad) siendo la argumentación el elemento que atraviesa el proceso requerido para la resolución.” (Konic, 2011: 202)

¹ Ver en anexo “resolución experta” de las consignas.

3.2. Resultados: Resultados y observaciones obtenidas de las resoluciones.

A continuación se expone los resultados obtenidos de la aplicación del instrumento, en un grupo de alumnos del primer año del profesorado en matemáticas de la UNPA-UACO.²

OBSERVACIONES			
	ITEM A	ITEM B	ITEM C
ESTUDIANTE 1	Justificación incompleta.	Falta justificación.	Interpreta consigna, pero respuesta incorrecta.
ESTUDIANTE 2	Se podría suponer que el estudiante cree que los decimales siempre son números pequeños. No coloca justificación.	Falta justificación.	Se intenta abstraer. Error conceptual en la ubicación de números. Se interpreta intercalar con reemplazar.
ESTUDIANTE 3	Definición incorrecta de mayor/menor.	Definición incorrecta de mayor/menor.	Puede realizar cierta abstracción. Pero maneja conceptos erróneos. No interpreta correctamente la consigna.
ESTUDIANTE 4	No se incluye justificación.	Faltan posibilidades y justificación.	Incompleto.
ESTUDIANTE 5	Interpreta justificar con describir.	Errores en el valor que toma el cero según su posición.	Hay cierta claridad en la utilización de algunos conceptos. Se interpreta intercalar con reemplazar.
ESTUDIANTE 6	---	Faltan algunos elementos para justificación.	Incompleto.
ESTUDIANTE 7	Falta justificación.	Falta justificación.	El estudiante carece de ciertos elementos conceptuales para responder la consigna.
ESTUDIANTE 8	Falta justificación.	problemas conceptuales con el	No interpreta consigna. No

² Ver en anexo tabla de calificaciones.

		valor que toma el “cero”	considera al número decimal.
ESTUDIANTE 9	No corresponde.	Incompleto. Comete errores en el valor que toma el cero según su posición.	El estudiante no toma en cuenta que la consigna refiere a un número decimal.
ESTUDIANTE 10	Se podría suponer que el estudiante cree que los decimales siempre son números pequeños. No coloca justificación.	Faltan posibilidades y justificación.	Faltan posibilidades. No busca la generalización.
ESTUDIANTE 11	Falta justificación	Respuesta incompleta: falta posibilidades, señalar los números menores a 19,38. falta justificación	Incompleto.

3.3. Análisis y Reflexiones para la Discusión

3.3.1. ¿SIEMPRE SE PARTE DE LA “NADA”?

El ejercicio que se realizó con un grupo de estudiantes del profesorado en matemáticas de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral, intenta diagnosticar de qué manera se parte en la formación del profesorado, en relación al conocimiento de una parte del campo de los números decimales. Todos los estudiantes participantes, no realizaron las actividades sin un conocimiento previo, al contrario debían recurrir a ellos.

Bruno D`Amore (2012) toma una postura frente a lo que se está tratando en este apartado:

“Por su naturaleza, el ser humano se forma espontáneamente imágenes (mentales) de aquello con lo cual entra en contacto a través de los sentidos [...] no se debe pensar que él es una tabla rasa o una jarra vacía que debe ser llenada.” (D`Amore, 2012:110)

En este sentido, los estudiantes al recurrir al conocimiento previo, demuestra que coexisten diversas imágenes y “modelos” (erróneos o no), en este caso, sobre los números decimales, que al mismo tiempo se reflejará en la forma de interpretación y resolución de las actividades.

3.3.2. DE LAS RESOLUCIONES DE LOS ESTUDIANTES

- Se pudo constatar que en varios estudiantes la realización de la actividad resultó incorrecta por una falta de interpretación en las consignas, fue común el hecho de considerar como sinónimos el “intercalar” con el de “reemplazar”, por ejemplo. En otros casos la resolución fue incorrecta por el desconocimiento de conceptualizaciones necesarias para la resolución.

- La mayoría de los estudiantes no realizaron la justificación pertinente de los ítems. Varios de ellos, consideraron que la justificación de las respuestas, se efectivizaba con la descripción, en algunos casos detallada, de los procesos que se habían llevado a cabo.
- En algunos casos, cabe destacar, el valor que puede llegar a tomar el cero, según su ubicación o posición, representó un obstáculo. El conflicto con el rol del cero no solo se evidencio en la “parte decimal”, sino que también en la “parte entera”.
- En algunos estudiantes, se puede denotar una concepción, en la cual se concibe a los números decimales como la representación de aquello que es pequeño (números pequeños). También en algunos de los estudiantes el tratar con números decimales, provocó la obstrucción de la determinación de aquello que es “menor” o “mayor”, dificultad con la relación de orden.
- En todos los casos, el ítem “c” no fue respondido correctamente. La gran mayoría se ajustaba a responder buscando ejemplos concretos. Algunos estudiantes, como por ejemplo los estudiantes 2 y 3, aunque de manera incorrecta, se denotaba la búsqueda de una generalidad en el ejercicio.
- Al analizar las actividades, fundamentalmente la referida al inciso “c”, se puede concluir que lo siguiente puede llegar a obstaculizar la correcta resolución del mismo: los números en general, se leen de izquierda a derecha, pero para referenciar la posición de los dígitos y sus respectivos valores posicional, es necesario hacerlo de derecha a izquierda (en enteros). Y en los números decimales, cuya escritura está compuesta por una coma, hay que “barrer” la posición de los dígitos de derecha a izquierda (parte entera), y los dígitos a partir de la coma, de izquierda a derecha. Estas cuestiones pueden llegar a entorpecer la correcta interpretación y resolución de la consigna.
- Debido a que aquellos estudiantes que buscaban responder el inciso “c” desde la generalidad y la abstracción, pero lo hacían con errores conceptuales, cabe preguntarse: ¿Qué hubiese sucedido si en vez de realizar la escritura de la composición del numero (“...número está formado por unidades, decenas, centenas, decimas y centésimas.”), se hubiese colocado la figura de la estructura de ese número (ver ejemplo)?

Centenas	Decenas	Unidad	Decimas	Centésimas
a	b	c,	p	q

(Ejemplo)

Claro está que errores como colocar la escritura de “decimos” y “centésimos” antes de las “centenas”, no hubiese sucedido, por ejemplo. Con seguridad habría una mayor cantidad de respuestas correctas, pero la realidad evidenciaría que se estaría limitando la potencialidad de la consigna, y la intencionalidad del mismo ya no sería la búsqueda de procesos de generalidad y formas de abstracción. En otras palabras, sería

simplificar y facilitar la consigna, y en este sentido no habría una propuesta abierta y reflexiva que de evidencia de los significados con que cada uno de los alumnos se puede enfrentar a la tarea. Muchos de los conceptos y procesos requeridos para la resolución de la actividad, fueron supuestamente trabajados y debían haber sido trabajados con anterioridad de acuerdo a las currículas del sistema educacional argentino, entonces: ¿Existe una tendencia en las aulas a facilitar las resoluciones de las actividades? ¿No se prioriza actividades en las que se evidencian conflictos, varias posibilidades y alternativas? ¿Qué sucede con aquellas actividades que proponen la búsqueda de la abstracción y la generalidad?

4. CONCLUSIONES

Luego de participar en el curso “Estudios epistémico/cognitivos de situaciones-problemas en el contexto de los números decimales” y conocer el instrumento de indagación utilizado por la doctora Patricia Konic, me propongo utilizar una parte de este para replicarlo, con autorización de la autora, en un grupo de estudiantes del profesorado en matemática de la UNPA-UACO.

Durante este proceso se pudo constatar algunas dificultades al momento de la resolución por parte de los estudiantes, como la interpretación equivocada de parte de la consigna o de algunas palabras.

Las resoluciones mostraron lo frecuente que es suplantar la escritura de una argumentación y/o justificación por una exhaustiva descripción de lo que se realizó “paso a paso”. Además, mostraron que “el cero” más que significar solo la “nada”, presenta varias significaciones, produciendo así mismo varias confusiones, y más aún si se encuentra en el contexto de los números decimales.

Del análisis del instrumento o de las actividades aplicadas en el grupo de estudiantes, es importante resaltar que es necesaria la utilización de un lenguaje que no genere “obstáculos” de ningún tipo, sino que lleve a la clarificación de los objetos matemáticos abordados en una clase.

Y en relación al lenguaje y su precisión uno puede preguntarse, ¿se refleja la precisión de lenguaje en la oralidad de los docentes? ¿Cómo se vive la oralidad en la gestión docente? ¿El lenguaje que se utiliza genera confusión en los estudiantes?

Más allá de los términos o la manera de abordar los diferentes objetos matemáticos, considero que es importante la construcción de un lenguaje que nos coloque en dialogo: En primer lugar, con nuestros alumnos; y en segundo lugar, con compañeros, colegas y otros, para de este modo enriquecer nuestros procesos de construcción del conocimiento.

5. BIBLIOGRAFÍA

- BACHELARD, G. (1988). “La formación del espíritu científico: contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo”. Buenos Aires, Siglo XXI.
- D'AMORE B. (2012) “El número cero. Aspectos históricos, epistemológicos, filosóficos, conceptuales y didácticos del número más misterioso”. Bogotá (Colombia), Cooperativa Editorial Magisterio.
- KONIC, P. (2011) “Evaluación de conocimiento de futuros profesores para la enseñanza de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales” Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.
- KONIC P., GODINO J., RIVAS M. (2010) “Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto” Revista de Didáctica de las Matemáticas.
- PIAGET, J. (1993) “Seis estudios de Psicología”. Ed 2da., España – Barcelona.
- RUIZ, L. (2004) “Construcción de los decimales en la escuela primaria. De las fracciones a la notación decimal.” En Números, formas y volúmenes en el entorno del niño. Ed. C. Chamorro, Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia

6. ANEXO

CONSIGNAS DEL “ITEM 4”

Las consignas dadas al grupo de alumnos:

Tarea:

- d) ¿Se podría suprimir un cero en el número 470,05 de tal manera que se obtenga un número mayor? ¿Y un número menor? Justifica ambas respuestas.
- e) ¿Se podría intercalar un cero en el número 19,38 de tal manera que se obtenga un número mayor? ¿Y para obtener un número menor? Escribe todas las posibilidades. Justifica las respuestas.
- f) Un número está formado por unidades, decenas, centenas, decimas y centésimas. ¿En qué posición intercalaría un 0 para obtener un número mayor? ¿En qué posición intercalaría un 0 para obtener un número menor? Justifica las respuestas.

RESOLUCIÓN EXPERTA DE LAS ACTIVIDADES

Las actividades se corrigieron en relación a la siguiente resolución:

Respuesta a la consigna “a”: Es posible suprimir un cero en el número 470,05, de modo tal que se obtenga un número mayor: 470,5. Justificación: el numero obtenido es mayor que 470,05 ($470,5 > 470,05$). Es decir:

- 470,5 es equivalente a $470 + 5/10$
470,05 es equivalente a $470 + 5/100$
- $5/10 > 5/100$.

- $5/10 = \frac{5 \times 10}{10 \times 10} = 50/100$ (conversión de decimas a centésimas).
- Entonces **$50/100 > 5/100$** .

Es posible obtener un número menor a 470,05: 47,05. Justificación: $47,05 < 470,05$. Basta con mirar la parte entera del número para dar cuenta lo siguiente: **$47 < 470$** .

Respuesta a la consigna "b": Es posible intercalar un cero en el número 19,38 de tal manera que se obtenga un número mayor y otro menor.

Buscando todas las posibilidades: 109,38 – 190,38 – 19,038 – 19,308.

$$\frac{190,38 > 109,38 > \boxed{19,38} > 19,308 > 19,038}{\text{Mayor} \qquad \qquad \qquad \text{Menor}}$$

- Se puede obtener dos números mayores a 19,38 y otros dos números menores que 19,38.

Justificación:

- Números Mayores: $190,38 > 109,38 > 19,38$. Basta con mirar la parte entera de los números para dar cuenta lo siguiente: **$190 > 109 > 19$** .
- Números Menores: $19,038 < 19,308 < 19,38$.
 - **$19,038 < 19,38$** : 19,038 es equivalente a $19 + 038/1000$ (38/1000).
19,38 es equivalente a $19 + 38/100$.
 - $38/100 = \frac{38 \times 10}{100 \times 10} = 380/1000$
 - Entonces $38/1000 < 380/1000$
 - **$19,308 < 19,38$** : 19,308 es equivalente a $19 + 308/1000$.
19,38 es equivalente a $19 + 38/100$.
 - $38/100 = \frac{38 \times 10}{100 \times 10} = 380/1000$
 - Entonces $308/1000 < 380/1000$

Respuesta a la consigna "c":

Un numero formado por:

Centenas	Decenas	Unidad	Decimas	Centésimas
a	b	c,	p	q

- Se obtendrá un número mayor si se intercala el cero entre unidades y la “coma”, entre decenas y unidades, y entre centenas y decenas:

a b c “0”, p q

a b “0” c , p q

a “0” b c , p q

- Se obtendrá un número menor si se intercala el cero entre la “coma” y las decimas, y entre decimas y centésimas:

a b c , “0” p q

a b c , p “0” q

TABLA DE CALIFICACIONES

Cada columna está representada por una letra y un número, la letra indica a que ítem del instrumento corresponde, y los números equivalen a sub-ítems que se ha marcado para su evaluación.

Se indica con B (Bueno), R (Regular), M (Malo) de acuerdo a como fue su resolución. Los resultados obtenidos son:

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3
Estudiante 1	B	B	R	B	B	B	M	M	M	M
Estudiante 2	M	B	M	B	B	B	M	M	M	M
Estudiante 3	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
Estudiante 4	B	B	M	B	B	M	M	M	M	R
Estudiante 5	B	B	M	B	M	M	M	M	M	M
Estudiante 6	B	B	B	B	B	B	R	R	R	M
Estudiante 7	B	B	M	B	B	B	M	M	M	M
Estudiante 8	B	B	M	B	B	R	M	M	M	M
Estudiante 9	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M
Estudiante 10	M	B	M	B	B	M	M	R	R	M
Estudiante 11	B	B	M	B	M	M	M	M	M	M