

APLICACIÓN DE ERRORES DE PROPAGACIÓN PARA LA ESTIMACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD APPLICATION ERROR PROPAGATION FOR ESTIMATING A PROFIT FUNCTION

Oscar Javier Herrera Ochoa¹



OSCAR JAVIER HERRERA OCHOA¹

Ingeniero Industrial, Universidad Distrital, Opcionado a Título de Maestría en Ingeniería Industrial, Docente de la Escuela Colombiana de Carreras Industriales ECCI. Bogotá, Colombia. Correo electrónico: ojavierho@gmail.com.

RESUMEN

En el presente trabajo se muestra el uso de la técnica de errores de propagación dentro del área de los métodos numéricos como forma de estimar el cálculo de una función de utilidad basada en un pronóstico que tiene un error específico, de forma que se obtenga un valor de la función de utilidad con una buena estimación de su error. Este caso en particular se aplicó en el análisis de la utilidad de una empresa dedicada a la manufactura de partes en concreto en el municipio de Cota, cercano a Bogotá, Colombia.

Palabras Clave: Métodos numéricos, errores de propagación, pronósticos, errores de pronóstico, utilidad.

RESUMEN

In this paper illustrates the use of the technique of error propagation within the area of numerical methods as a way to estimate the calculation of a utility function based on a forecast that has a specific error, so as to obtain a value utility function with a good estimate of the error. This particular case was applied in the analysis of the value of a company engaged in the manufacture of parts in particular in the municipality of Cota, near Bogota, Colombia.

Key Words: Numerical methods, error propagation, forecasts, forecast errors, utility.

1. INTRODUCCIÓN

En el mundo empresarial moderno en el que se busca trabajar con mayor eficiencia y ahorro de los recursos disponibles tratando de ser lo más precisos a la hora de planear y programar las actividades productivas, es que cobra vital importancia el manejo de herramientas que sean cada vez más precisas en su asertividad, de forma que se consiga un valor lo más cercano a la realidad, o sea que el error en su cálculo sea el menor posible.

En este orden de ideas, es que cobra vital importancia el uso de técnicas de análisis como el de error de propagación como forma de poder evaluar cómo se puede extender o propagar los errores en funciones matemáticas, en este caso en particular en una función de pronóstico de la utilidad en un sistema real productivo de nuestro entorno.

2. ESTRUCTURA TEÓRICA Y METODOLÓGICA

En primer lugar se quiere destacar el papel que juegan los pronósticos en la toma de decisiones acertadas a nivel de gestión de cualquier tipo de actividad empresarial, pues son ellos los que determinan los niveles de unidades a producir, manejar y/o requerir para el desarrollo competitivo de las operaciones productivas (Ensenada, 2010), además se destaca el hecho que en los sistemas de producción controlados por el mercado de la actualidad, los pronósticos son más importantes que nunca, (Sipper & Bulfin, 1998), por ello cobra gran importancia tener un alto grado

de acertividad su cálculo, de tal manera que se obtengan buenas decisiones productivas de forma que se reduzcan los costos.

Es así como se puede dar por entendido como pronóstico en su aseveración más sencilla como; *“un inicio o una señal por donde se puede saber una cosa futura mediante indicios”* (Enciclopedia Sopena).

De una forma más específica un pronóstico se conoce como aquel valor de estimación de los niveles futuros de comportamiento de alguna variable, la cual por lo general es de la demanda o de las ventas. (Herrera Ochoa, 2011). Estas mediciones pueden tener un fuerte impacto sobre todas las áreas funcionales de una organización, puesto que se utilizan para la toma de una gran cantidad de decisiones.

De una forma general, no es posible imaginar la actividad de gestión empresarial sin los pronósticos; los gerentes necesariamente pronostican variables como ventas futuras, niveles de precio, capacidad requerida, tendencias tecnológicas y legales, etc. Ahora bien, mientras que, a pesar de sus ventajas, la mayoría de las empresas no cuenta con sistemas formales de pronóstico, otras sí han desarrollado esquemas para el tratamiento sistemático de los valores que las variables de interés tomarán en el futuro, (Makridakis Wheelwright, 1990).

Los sistemas formales de pronósticos presentan dos tipos de ventajas: las “clásicas” y las “derivadas de las prácticas de clase mundial”. Entre las primeras están la reducción de *stocks* y capital inmovilizado, la reducción de órdenes

pendientes de entrega, el establecimiento de una base objetiva para la planificación, la construcción razonada de escenarios, la posibilidad de analizar la influencia conjunta de numerosas variables y la capacidad del sistema para explicar la realidad.

Están, por otro lado, las “prácticas de clase mundial”, es decir, los métodos de trabajo que tienen las empresas exitosas del entorno global, cualquiera sea el lugar de sus operaciones.

Por otro lado se entiende, que estos estimativos no son exactos en un 100%, lo cual genera algunos errores, los cuales miden la precisión del modelo de pronóstico que se ha usado, comparando los valores pronosticados con los valores reales u observados. Si $F(t)$ denota el pronóstico en el periodo t , y $A(t)$ denota la demanda real del periodo t , el error de pronóstico (o desviación) se define como: *demanda real – valor pronosticado* = $A(t) - F(t)$. En pronósticos los más utilizados son la *Desviación Absoluta Media* (MAD), cuyo valor se calcula sumando los valores absolutos de los errores individuales del pronóstico y dividiendo entre el número de periodos de datos (n), también esta el *Error Cuadrático Medio* (MSE), el cual es una segunda forma de medir el error global del pronóstico y se define como el promedio de los cuadrados de las diferencias entre los valores pronosticados y observados, y finalmente entre los más usados se tiene el *Error Porcentual Absoluto Medio* (MAPE); este se calcula como el promedio de las diferencias absolutas entre los valores pronosticados y los reales y se expresa como porcentaje de los valores reales.

De otra forma y con respecto a la teoría de errores numéricos, se aclara que estos son aquellos que se generan con el uso de aproximaciones para representar las operaciones y cantidades matemáticas. (Chapra & Raymond P., 1995). De acuerdo con la forma en que se producen o generan los errores, se tienen los siguientes tipos (Nieves Hurtado, 1997):

- *Error de redondeo*: Se debe a que la computadora sólo puede representar cantidades con un número limitado de dígitos, por lo tanto los valores verdaderos no son expresados exactamente ya que parte de la fracción decimal están redondeada pues ha sido acortada después del dígito final.
- *Error de truncamiento*: Se debe a las aproximaciones utilizadas en la fórmula matemática del modelo. Los errores de truncamiento representan la diferencia entre una formulación matemática exacta del problema y la aproximación dada por un método numérico.
- *Error significativo*: Ocurre cuando al ejecutar una operación en una máquina calculadora, el número de cifras válidas es menor que lo esperado.
- *Error propagado*: En el error que se obtiene en la salida (respuesta) generada en los pasos sucesivos debido a la ocurrencia de un error anterior. Sobre este tipo de error se pretende trabajar en el siguiente documento como técnica para determinar cómo los errores en números pueden propagarse en las funciones matemáticas, específicamente en los pronósticos usados en la gestión productiva.

Este tipo de error permite que una función $f(x)$ de una variable independiente x , donde se tiene que x' es una aproximación de x , de forma tal que se pretende evaluar el efecto de la discrepancia entre x y x' en el valor de la función; esto sería:

$$\Delta f(x') = |f(x) - f(x')| \quad (1)$$

La dificultad para evaluar $\Delta f(x')$ es que se desconoce $f(x)$ porque se desconoce x . Se supera esta dificultad si x' esta cercana a x y $f(x')$ es continua y diferenciable. Si se satisface estas condiciones se utiliza una serie de Taylor para calcular $f(x)$ cerca de $f(x')$.

$$f(x) = f(x') + f'(x')(x-x') + \frac{f''(x')(x-x')^2}{2} + \dots \quad (2)$$

Quitando el Segundo término, los de orden superior y reordenando se obtiene:

$$f(x) - f(x') \cong f'(x')(x-x') \quad (3)$$

$$\Delta f(x') = |f'(x')| (x-x') \quad (4)$$

Donde $\Delta f(x') = |f(x) - f(x')|$ representa una estimación del error de la función y $\Delta(x') = |x - x'|$ representa una estimación del error de x . La ecuación 4 proporciona la capacidad de aproximar el error en $f(x)$ dando la derivada de una función con una estimación del error en la variable independiente.

3. APLICACIÓN METODOLÓGICA

El estudio realizado se llevó a cabo en la empresa *Formas en Concreto Ltda.*, ubicada en el municipio de Cota Cundinamarca,

cerca de la ciudad de Bogotá Colombia, para uno de los productos más representativos de esta compañía. Se trabajó con este producto en el cálculo del valor de la utilidad para un determinado mes del año productivo del año 2011, a través de determinar una función que representara este comportamiento por medio de un análisis de regresión basada en datos históricos, teniéndose previamente establecido un pronóstico de demanda para el mes en referencia y calculando su respectivo valor de error por medio del método de *Desviación Absoluta Media MAD*.

Los datos del comportamiento histórico de la demanda, así como los valores de la utilidad, se presentan en las graficas 1 y 2 respectivamente que a continuación se muestran:

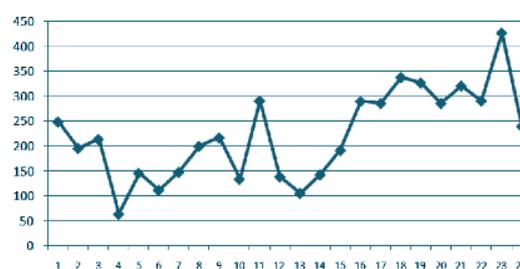


Gráfico 1. Comportamiento Histórico de la demanda



Gráfico 2. Comportamiento de la Utilidad para el producto seleccionado

Como se puede observar a simple vista, el comportamiento de estas dos variables están muy interrelacionadas entre sí a través del tiempo, pues a medida que cambia una (Demanda), la otra (utilidad) también varía, determinándose una correlación del 0.987 ascendente entre estas variables, por lo tanto se llevó a cabo un análisis de regresión entre estas dos variables.

Con base a esta comparación para un periodo de 24 meses, se estableció una ecuación de utilidad con una proporción de ajuste de la variable dependiente (utilidad) de forma lineal de un 97.4% en función de la cantidad demanda para un mes del año 2011, el cual se presenta en el gráfico 3.

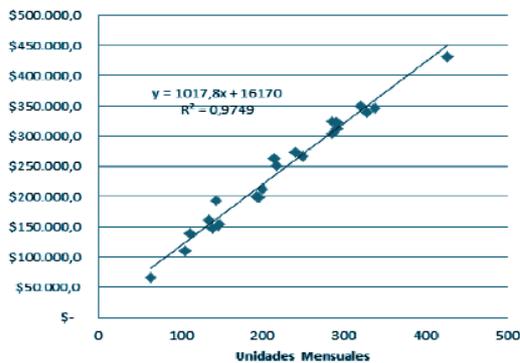


Gráfico 3. Demanda Vs. Utilidades y su función de regresión

De otra forma, el valor de los requerimientos del mercado para el producto manejado, se estableció a través de un pronóstico de demanda usando la técnica de *Promedio Móvil Simple Centrado* PMSC, con el cual se determinó una aproximación del valor real $F_t(x')$ y un error $\Delta(x')$ del 23.4%. A continuación en el gráfico 4, se muestra el comparativo de la demanda histórica (Dtp) junto con el valor pronosticado (Ft) y el

promedio móvil simple centrado con el cual se estableció el pronóstico anteriormente citado.

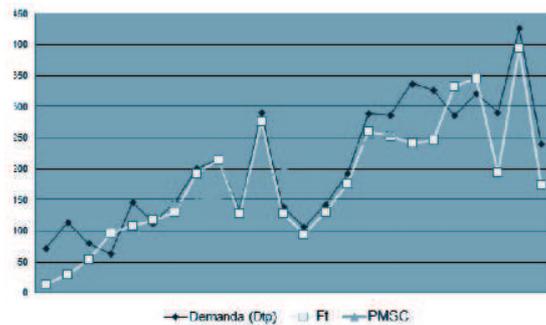


Gráfico 4. Comportamiento de la demanda y su Pronóstico

Ahora, teniendo en cuenta la función de utilidad obtenida a través del análisis de regresión y del estimativo de la demanda por medio del pronóstico utilizado para el determinado mes con su respectiva variación basado en el error obtenido, se calculó el valor de la utilidad con su respectiva estimación del error de la función de utilidad $\Delta f(x')$ fundamentado en la teoría de propagación del error como se explicó anteriormente. Para esto y en primer lugar, se derivó la respectiva función de utilidad verificando que cumpliera con la condición de ser continua y diferenciable, para luego multiplicarla posteriormente por el error de pronóstico. Los datos y el resultado obtenido se presentan a continuación:

- Función de utilidad: $f(x) = 1017x + 16170$
- Aproximación de la variable dependiente: $x' = 123$
- Estimación del error de x ; $\Delta(x') = 0.234$

Calculando la variación del valor real a través de derivar la función de utilidad se obtiene el siguiente valor:

$$\Delta f(x') = \$ 29.391,5$$

Finalmente se obtiene el valor de la función para el valor pronosticado con su respectivo cálculo de error:

$$f(123) = \$ 141.604 \pm \$29.391,5$$

CONCLUSIONES

Se observa que al utilizar la técnica de errores de propagación para calcular el intervalo de variación del error de una función se mantiene un muy buen resultado de la estimación deseada, con lo cual se puede llegar a disminuir la incertidumbre en la predicción futura en los negocios y específicamente se puede llegar a tomar mejores decisiones en el área productiva de forma que sirva de mecanismo para el aumento de la competitividad de las diversas empresas, sectores y en general de un país.

Por otro lado y de manera específica, la aplicación de esta técnica a un caso real en el cual se pueda contar con la disposición de información pertinente, se puede llegar a evidenciar que las técnicas de métodos numéricos son muy útiles para mejorar los niveles de cálculo entre las muchas operaciones de gestión en los sistemas reales, como lo son la planeación, programación y control de las actividades productivas.

Para el caso en particular de este trabajo, se logró estimación de la utilidad para un producto en específico, con base al pronóstico de la demanda utilizando una técnica tradicional de manera que se pueda definir o establecer diversas estrategias de operación productiva y gerencial, proporcionando a los encargados de la toma de decisiones una mayor flexibilidad frente a la dinámica natural de los sistemas productivos.

REFERENCIAS

- Chapra, S. C., & Raymond P., C. (1995). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. Mexico: Mc Graw-Hill.
- Ensenada, L. S. (2010). *Importancia Estratégica del pronóstico de Demanda*. Mexico: BC.
- Enciclopedia Sopena, Editorial Ramón Sopena, S.A. Provenza 95, Barcelona pág. 952
- Herrera Ochoa, O.J. (2011). Optimización de Sistemas Logísticos. *Memorias, Diplomado Gerencia en Logística* (págs. 89-99). Neiva, Huila: Unidad de desarrollo Empresarial UDE.
- Makridakis, S., & Wheelwright, S. C. (1990). *Forecasting Methods for Management*. New York: John Wiley & Sons, Quinta Edición.
- Nieves Hurtado, A. (1997). *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería*. Mexico: Continental.
- Seminario Vásquez, R. (2009). *Métodos numéricos para ingeniería., consultado en* HYPERLINK "<http://www.eumed.net/libros/2009a/488/>" www.eumed.net/libros/2009a/488/
- Sipper, D., & Bulfin, R. L. (1998). *Planeación y Control de la Producción*. Mexico D.F.: Mc Graw-Hill.