

## Espectro Energético de un Electrón en Doble Nanohilo Coaxial NAN-OWIRES W. L. VEGA <sup>1</sup>, E. CRUZ <sup>2</sup>, R. MUÑOZ<sup>3</sup>



### <sup>1</sup>M.SC.(C) WILMAR LEONARDO

Físico de la Universidad Industrial de Santander UIS – Docente de Ingeniería Biomédica ECCI – En maestría en Física Médica –Universidad Nacional de Colombia –Temas y grupos de investigación: trabajo con el grupo de óptica y tratamiento de señales (GOST-UIS) en la realización de un correlador Vanderlugt.

### <sup>2</sup>M.SC.(C) EMETERIO CRUZ SALAZAR

Docente de Física de Ingeniería Biomédica ECCI-, Actualmente en Maestría en Física Médica – Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá – grupo de investigación de Innovación y Desarrollo Tecnológico Aplicado –Temas de Investigación “Desarrollo de Tecnología para Protección Radiológica en Medicina Nuclear” y diseño de instalaciones en Medicina Nuclear adecuadas para el manejo de vertimientos de material radiactivo. Correo : emeteriocrs@yahoo.com.



### <sup>3</sup>M.SC.(C) RICARDO MUÑOZ IBAÑEZ

Físico egresado de la Universidad Nacional de Colombia, Ms(c) Ciencias-Física, Ms(c) Física Médica. Docente de física y matemáticas en instituciones académicas como la Universidad Nacional de Colombia y la Escuela Colombiana de Carreteras Industriales, ECCI. Ha participado en diferentes proyectos de investigación relacionados con la Física Médica.

## RESUMEN

Este trabajo presenta el estudio del espectro energético de un electrón en dos nanotubos coaxiales de GaAs/Ga(Al)As cuando están en presencia de un campo magnético homogéneo dirigido a lo largo del eje de simetría. Debido a la simetría de la estructura la Ecuación de Schrödinger para este modelo que es de variable separable y las soluciones para la energía y las funciones de onda pueden ser encontradas en forma exacta. La solución para la función de onda exacta puede ser expresada en forma de una combinación lineal de funciones hipergeométricas, mientras que los valores de la energía se hallan de las raíces de la ecuación trascendente expresadas en términos de las mismas funciones.

Como método alternativo para resolver la parte radial de la ecuación de Schrödinger ha sido considerado el método numérico de barrido trigonométrico.

**Palabras clave:** método de barrido trigonométrico; Efecto Aharonov-Bohm; nanohilo.

**ABSTRACT**

We study the energy spectrum of an electron confined in two coupled coaxial nanotubes GaAs / Ga (Al) As in the presence of a homogeneous magnetic field applied along the axis of symmetry. Due to the structure symmetry the variables in the Schrödinger equation can be separate and the energies and wave functions can be found exactly. The exact wave functions are expressed in the form of a linear combination of hypergeometric functions, while the energies are found as roots of a transcendent equation expressed in the terms of the same functions. As alternative method for solving the radial part of the Schrödinger equation has been considered the numerical trigonometric sweep method.

**Keywords:** trigonometric sweep method.; Aharonov-Bohm effect; nanowires .

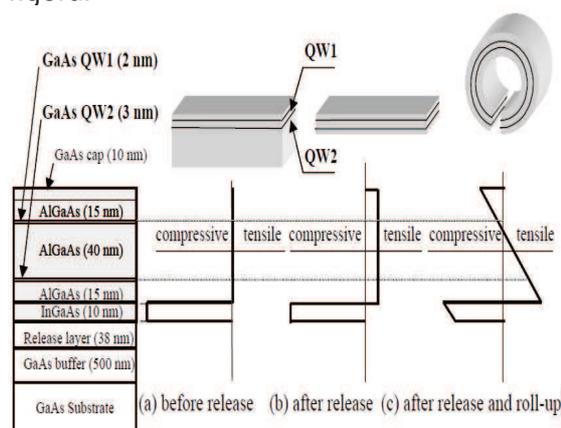
**INTRODUCCIÓN**

Durante las últimas décadas del siglo XX, la física ha cambiado el concepto de los fenómenos microscópicos, la cual presenta una serie de fenómenos un poco confusos respecto a los que normalmente llamamos Nanofísica; la cual se dedica a estudiar las propiedades cuánticas que emergen en un régimen intermedio entre la física atómica y la física macroscópica. [1]

Otro problema interesante y de gran actualidad es el análisis de sistemas de pocas partículas confinadas en nanotubos. Debido a una gran variedad de posibilidades para aplicaciones que pueden tener este tipo de heteroestructuras, existe un gran interés de investigar sus propiedades opto-electrónicas [2,5] realizadas sobre el espectro electrónico de donadoras, dos electrones, excitones, y triones en nanohilos; en estas estructuras fueron hechos para un nanotubo solitario [3]. Pero recientemente fueron fabricados

nanotubos coaxiales [4] cuya estructura es parecida a un doble pozo cuántico considerado como el primer candidato para celdas de computación cuántica [6].

Experimentalmente los dobles nanotubos se construyen colocando capas de diferentes materiales; por último, se coloca una capa de un material diferente que soporte la tensión a la hora de enrollarse para formar el nanohilo, como muestra la figura:



FUENTE: K. Kubota et al. / *Physica E* 13 (2002) 313 – 316.

## 1. MODELO

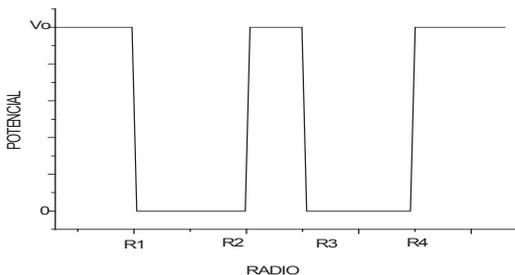
En la formulación de nuestro modelo, se considera un doble nanohilo coaxial de forma circular centrado en el origen e inmerso en un campo magnético uniforme y paralelo al eje de simetría Z, de intensidad B. La ecuación diferencial para el problema de un electrón en un doble nanohilo coaxial es:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \Psi \right) + \left( \frac{m^2}{\rho^2} + \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} + V(\rho) + \gamma m + k^2 \right) \Psi = -E \Psi$$

Como los valores  $\gamma m$  y  $k^2$  son valores constantes se pueden adicionar a  $V(\rho)$  para reducirla. Así el valor de la energía E será:

$$E = \varepsilon - \gamma m - k^2$$

El valor  $k$  de será para este caso diferente de cero y a este valor se le llama piso de subbanda pues es un valor aditivo. El potencial de confinamiento tiene la forma de un doble pozo como se dijo anteriormente, donde  $V_0 = 0$  en el interior del pozo y diferente de cero en las demás regiones:



Para reducir la ecuación anterior aun más, llamaremos:

$$V_{effe} = \frac{m^2}{\rho^2} + \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} + V(\rho)$$

Donde:

$$V_{effe}(\rho) = \begin{cases} V_{effe}(\rho) & \text{si } r < R_4 \\ V_{effe}(R_4) = V_f & \text{si } r > R_4 \end{cases}$$

De esta manera es más fácil utilizar el método de barrido trigonométrico y los valores de los niveles de energía se pueden calcular por medio de la siguiente expresión:

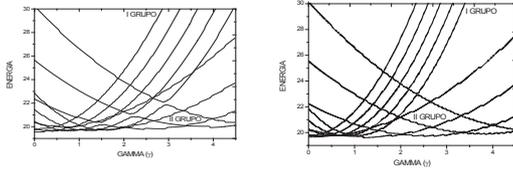
$$\theta(R_4, E_{n,m}) = \left[ \gamma \frac{\dot{\kappa}_m(\eta R_4)}{\kappa_m(\eta R_4)} \right] - n\pi$$

Luego la solución de la ecuación anterior nos da los valores de la energía en función de los números cuánticos  $m$  y  $n$ , además, como podemos ver, la expresión dada en la ecuación es una ecuación diferencial de primer grado que, con condiciones iniciales definidas, se transforma en un problema de Cauchy, y como es bien sabido, este problema puede solucionarse utilizando diferentes métodos numéricos, por ejemplo, el método de Runge-Kutta, el cual fue utilizado en el método de programación.

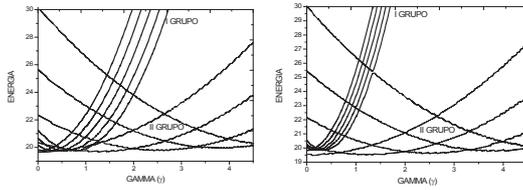
## 2. RESULTADOS

Para todas las graficas se tiene que la barrera de potencial es igual a 100Ry. Para graficar los niveles energéticos en función de intensidad de campo magnético se realizaron cálculos para diferentes valores gamma  $\gamma$ . En la Grafica.3 se presentan las dependencias de los primeros 10 niveles energéticos respecto de la variación de intensidad de campo magnético para el caso cuando los anchos de los pozos coaxiales se mantienen fijos e iguales a 0.5 radio de Bohr, el radio del nanohilo interno se mantiene fijo e igual 1.25 radios de Bohr mientras que el radio del hilo externo se va

umentando desde 2, 25 hasta 4,25 radios de Bohr.



*Gráfica 1*

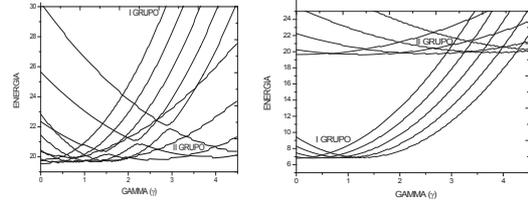


*Gráfica 2.*

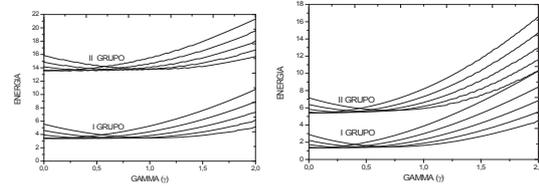
Se ve que hay dos grupos de líneas separadas entre sí. El primer grupo corresponde a oscilaciones AB en el hilo ex-terno y el segundo grupo corresponde a las oscilaciones en el hilo interno. Se puede ver que el primer grupo se confina a medida que el radio del nanohilo externo aumenta y este hecho muestra que este grupo de líneas realmente corresponde a las oscilaciones en el hilo externo. Además, se puede ver que el grupo de líneas exteriores se mantiene inmóvil y no depende del cambio del radio del hilo exterior y por esta razón este grupo de líneas corresponde a las oscilaciones AB en el hilo interior.

En la grafica 5 se presentan los niveles energéticos respecto a la variación de intensidad de campo magnético para el caso cuando el ancho del primer pozo se mantiene constante e igual a 0.5 radio de Bohr y el ancho del segundo pozo se empieza a variar desde 0.5 a 3 radios de Bohr, por otro lado, el radio del hilo interno permanece constante e igual 1.25 radio

de Bohr y el radio del hilo externo se va aumentando desde 2, 25 hasta 3,5 radio de Bohr.



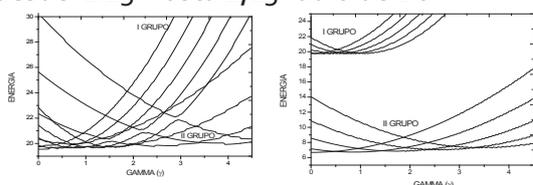
*Gráfica 3*



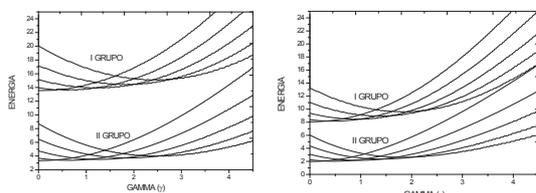
*Gráfica 4.*

El primer grupo corresponde a oscilaciones AB en el hilo externo y el segundo grupo corresponde a las oscilaciones en el hilo interno. A medida que se ancha el segundo hilo los niveles de energía bajan como consecuencia de esto en la Grafica 5. Se puede como los ver dos grupos de líneas se separan y uno baja mientras que el otro se mantiene constante. Cuando el ancho del segundo hilo es lo suficientemente grande los estados bajan tanto que se sitúan a varios estados en el segundo hilo antes de encontrar el primer nivel energético en el primer hilo, por esta razón se ve que los cruces de los niveles energéticos cuando el ancho del segundo pozo del segundo es igual a 1.5 radio de Bohr o mayor, son los mismos. De otro lado, a medida que el ancho del segundo hilo aumenta las curvas empiezan a inclinarse debido a que empieza a comportarse como un hilo muy ancho.

Por último, se analiza el efecto que tiene el ensanchamiento del hilo interno. En la Grafica .6 se presentan los niveles energéticos respecto a la variación de intensidad de campo magnético para el caso cuando el ancho del primer hilo varía desde 0.5 a 2.5 radio de Bohr y el ancho del segundo hilo se mantiene constante e igual a 0.5 a 3 radio de Bohr, por otro lado, el radio del hilo externo se varia debido a que el ensanchamiento del primer hilo lo aleja desde 2.25 hasta 4.25 radio de Bohr, el radio del hilo interno se va aumentando desde 1.25 hasta 2,25 radio de Bohr.



Gráfica 5



Gráfica 6.

Se ve que hay dos grupos de líneas separadas entre sí. El primer grupo corresponde a oscilaciones AB en el hilo externo y el segundo grupo corresponde a las oscilaciones en el hilo interno. A medida que se ancha el primer hilo los niveles de energía bajan, como consecuencia de esto en la grafica 6. se puede ver cómo los dos grupos de líneas se separan y uno baja mientras que el otro se mantiene constante, cuando el ancho del primer hilo es lo

suficientemente grande los estados bajan tanto que se sitúan a varios estados en el primer hilo antes de encontrar el primer nivel energético en el segundo hilo, por esta razón se ve que los cruces de los niveles energéticos cuando el ancho del primer hilo es igual a 1.5 radio de Bohr o mayor son los mismos. También se puede observar que a medida que el ancho del primer hilo aumenta las curvas empiezan a inclinarse debido a que éste empieza a comportarse como un hilo muy ancho.

### 3. CONCLUSIONES

El método implementado permite calcular los niveles energéticos para un doble nanohilo coaxial, además se mostro cómo varía el efecto AB en presencia del doble hilo y cómo varia dicho efecto con los cambio de tamaño. Por otro lado se observa que existe más probabilidad de que se presente el efecto túnel cuando los nanohilos están más juntos debido a que la barrera que los separa es más delgada.

En este trabajo, cabe la posibilidad de hacer una extensión donde se considere no solo el caso de un electrón sino también el caso de un exciton siendo una situación más real, además de otras partículas cargadas.

### REFERENCIAS

[1] Michael R. Geller, Quantum phenomena in Low-Dimensional Systems. Department of Physics and Astronomy, University of Georgia, June 18, 2001  
 [2] G. Bastard. Theoretical investigations of superlattice band structure in the envelope-

function approximation. 26 october 1981

[3] Binding Energies of excitons and donors in a double quantum well in a magnetic field. J Cen and K. K. Bajaj. Department of physics, Emory University Atlanta Georgia, Volume 46, Number 23. 15 December 1992.

[4] K..Kubota. P.O Vaccaro, N Ohtani. Photoluminescence of GaAs/AlGaAs micro-tubes containing uniaxial strained quantum wells. Phisica E 13-2002

[5] A. Bruno-Alfonso and A. Latgé. Aharonov Bohm oscillation in a quantum ring: Eccentricity and electric field effects, Phys. Rev. B 71, 125312(2005).

[6] Michael R. Geller. Quantum Phenomena in Low-dimensional Systems. Department of Physics and Astronomy, University of Georgia (June 18, 2001)