Administración estratégica de la producción: Modelo con base en la matriz de tecnología Una herramienta de planeación y control de la productividad

Gabriel Turbay Bernal*

Todo buen regulador de un sistema debe tener un buen modelo del sistema regulado
Teorema Conant- Ashby

Recibido: octubre de 2006. Aprobado: marzo de 2008

RESUMEN

El desarrollo de modelos económicos lineales fue uno de los logros más significativos en teoría económica en la Norteamérica de la posguerra. La programación lineal, desarrollada por George B. Dantzig (1947), los modelos de insumo producto de Wassily Leontief (1946) y la teoría de juegos de John. Von Neumann (1944) se constituyeron en tres ramas diferentes de la teoría económica lineal. Sus aplicaciones en variados campos del conocimiento, como la Economía y la Ciencia Política, y en actividades de gestión en la industria y en el gobierno son cada vez más significativas.

El objetivo principal de este trabajo es el de presentar un modelo práctico de los procesos de producción típicos de una fábrica o empresa que transforma insumos en productos. El modelo se desarrolla en el contexto y con los conceptos propios de la teoría de modelos económicos lineales, y el enfoque de la investigación de operaciones, también conocido como el de las ciencias de la administración.

Palabras clave: modelos económicos, administración estratégica, producción, control, planeación, productividad, gerencia.

* Doctor en Filosofía; Ph.D. en Investigación de Operaciones y Teoría de Juegos, Rice University, Houston, USA. Mathematical Sciencies, Modern Practices in Production and Distribution Management (curso de especialización), Massuchusetts Institute of technology (MIT); Sloan Scholl of Management Cambridge, MA. Correo electrónico: gt.gabrielturbay@gmail.com

ABSTRACT

The development of economic models Linear was one of the most significant achievements in economic theory in the postwar North America. Linear programming, developed by George. B. Dantzig (1947), the model input output of Wassily Leontief (1946) and game theory of John. Von Neumann (1944) were established in three different branches of economic theory linear. Its applications in various fields of knowledge such as economics and political science, and management activities in industry and government are increasingly significant.

The main objective of this work is to present a practical model of production processes typical of a factory or company that converts inputs into products. The model is developed in the context and with the concepts of the theory of economic models and the linear approach of operations research, also known as the science of management.

Key words: economic models, strategic management, production, control, planning, productivity management.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de modelos económicos lineales fue uno de los logros más significativos en teoría económica en la Norteamérica de la posguerra. La *programación lineal*, desarrollada por George B. Dantzig (1947), los *modelos de insumo producto* de Wassily Leontief (1946) y la *teoría de juegos* de John. Von Neumann (1944) se constituyeron en tres ramas diferentes de la teoría económica lineal. Sus aplicaciones en variados campos del conocimiento, como la Economía y la Ciencia Política, y en actividades de gestión en la industria y en el gobierno son cada vez más significativas.

Estos modelos lineales son básicamente desarrollos matemáticos que se fundamentan en áreas tales como la teoría de conjuntos, la teoría de matrices y el algebra lineal, con el objeto de identificar las variables de control y las restricciones en las que operan sistemas cuyo desempeño se quiere entender y optimizar. Cualquier aplicación de modelos económicos lineales requiere trabajar con las estructuras de matrices y vectores que caracterizan estos modelos. David Gale (1960) desarrolló modelos lineales de producción que sirvieron de base a muchas aplicaciones y que actualmente conforman parte del material cubierto en los textos de matemática económica.[1]

[1] Ver: Takayama (1985) y Nikaido (1968).

El objetivo principal de este trabajo es el de presentar un modelo práctico de los procesos de producción típicos de una fábrica o empresa que transforma insumos en productos. El modelo se desarrolla en el contexto y con los conceptos propios de la teoría de modelos económicos lineales y el enfoque de la *investigación de operaciones*, también conocido como el de las *ciencias de la administración*.

Con el uso de hojas electrónicas y de datos provistos por las empresas o fábricas en que se aplique el modelo que se describirá a continuación, la gerencia de las empresas y organizaciones podrá tomar y evaluar decisiones estratégicas; evaluar la productividad relativa de la gestión de producción; hacer arqueos de los movimientos de inventarios y la eficiencia de su utilización; estimar requerimientos financieros y de materiales para ordenes de producción, y evaluar estrategias de mercadeo contra pérdidas y ganancias. El nivel de análisis es principalmente gerencial: global y estratégico. Sin embargo, no excluye; por el contrario, complementa cualquier implantación de sistemas integrados de planeación de recursos tipo MRPII.

El modelo es de gran utilidad para la gerencia en sus labores de planeación, control y logro de efectividad operacional. En general, la efectiva administración de la producción y de la logística de operaciones constituye una dimensión crítica y condición necesaria para la perdurabilidad de las empresas. El modelo desarrollado contribuye significativamente al logro de la efectividad operacional y permite retroalimentar las decisiones, con base en los resultados de los procesos.

Desde un punto de vista matemático, el modelo es muy elemental; sin embargo, su manejo requiere familiaridad con operaciones matriciales. Ha sido trabajado con éxito en fábricas de alimentos y de confecciones. Aquí se presenta en forma instrumental, con el objeto de aportar su utilización en las empresas de Coremco,[2] como parte del convenio Coremco-Urosario mediante el cual se establece el Laboratorio Empresarial en Perdurabilidad.

1. DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

Actividad: la unidad fundamental de análisis en modelos de sistemas económicos lineales es *la actividad* productiva. Consiste, básicamente, en una función de transformación que convierte una serie de insumos en un producto (bien o servicio). Desde el punto de vista del modelo, queda completamente definida por

[2] Corporación Empresarial del Centro y Oriente.

las cantidades de insumos requeridos para generar una unidad de producto. El de actividad es, en esencia, un concepto de caja negra. De esta manera, la actividad puede describirse por medio de un vector de m componentes, donde m = número de insumos del proceso de producción. También puede describirse mediante una caja negra, indicando las cantidades unitarias asociadas con los insumos que entran en la actividad para producir una unidad de producto.

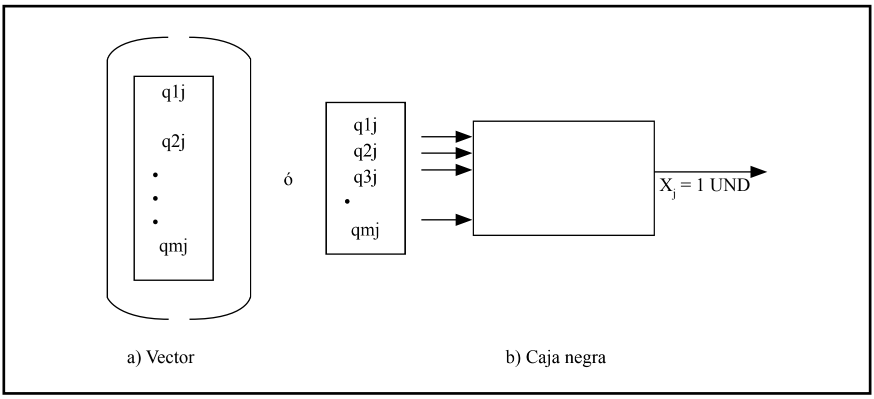
La actividad define un estándar de proceso. Al realizarla, la cantidad de insumos puede variar con respecto a dicho estándar. En general, es deseable minimizar las desviaciones con respecto a este.

Matriz tecnológica: en una fábrica o en cualquier proceso de producción de varios productos, cada producto es generado por una actividad productiva descrita en los términos anteriores. El conjunto de vectores de producción para n-productos que utilizan m-insumos (no todos los m-insumos sino algunos son compartidos en algunos de los n- productos) define una matriz de producción conocida como la matriz de tecnología, que contiene los insumos unitarios que se requieren para la elaboración de una unidad de cada producto con el estado actual de la tecnología utilizada. Esta matriz, en forma de tabla, tiene la siguiente conformación:

Aquí, el coeficiente q_{ij} denota la cantidad de insumo i requerida para producir una unidad de producto j, para todo *i = 1, ..., n ; y j = 1,..., m.*

En forma matricial, la de producción o de tecnología se define como una matriz de dimensiones *mxn*, dada por:

Figura 1. Descripción de una actividad. Producción de una unidad de producto j



Fuente*: del autor*

Tabla1. Matriz de tecnología

	Producto 1	Producto 2	Producto 3	. . .	. . .	Producto n
Insumo 1	q_{11}	q_{12}	q_{13}	. . .	. . .	q_{1n}
Insiumo 2	q_{21}	q_{22}	q_{23}	. . .	. . .	q_{2n}
Insumo 3	q_{31}	q_{32}	q_{33}	. . .	. . .	q_{3n}
.						
.						
.						
.Insumo m	q_{m1}	q_{m2}	q_{m3}	. . .	. . .	q_{mn}

Fuente: *del autor*

$$
Q_{mxn} = \begin{bmatrix} q_1 & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{12} & q_2 & \cdots & q_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & q_1 \\ q_{am\,1} & q_{am\,2} & \cdots & q_{mxn} \end{bmatrix}
$$

Orden de producción o programa: cuando en un proceso general de transformación de insumos en productos se producen x_1 unidades de producto *1*, x_2 unidades de producto *2*, …, x_n unidades de producto n, las cantidades establecidas constituyen un programa de producción que en forma vectorial se describe como un vector columna de n componentes, el cual viene dado por:

$$
\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \end{pmatrix}
$$

$x =$ ó $x^t = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

Orden de requisición: cuando se programa una orden de producción $x^t = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, la matriz de producción Q permite calcular las cantidades de insumos que se necesitan para elaborar cada producto en la determinada cantidad. Claramente, se asume una relación lineal entre los insumos y el producto. Esta suposición es la que se utiliza de manera elemental en la elaboración de recetas de cocina. Significa que si la receta establece las cantidades requeridas para la elaboración de una porción, entonces para elaborar dos porciones se requiere el doble de insumos, para tres, el triple y así sucesivamente. Esta suposición es generalmente válida dentro de ciertos rangos y para ciertos procesos.

Para dar un ejemplo de cómo puede no cumplirse la suposición de linealidad, supóngase que un obrero realiza el enchape con baldosas de un baño en ocho horas. El mismo baño puede ser enchapado por dos obreros en tres horas, porque la cooperación mejora la productividad por obrero. En este momento ya no opera la linealidad. Mucho menos se cumple si se llega a pensar en lo que pasaría si a la misma actividad se asignaran 100 obreros. Evidentemente, la relación 8/100 no sería un estimativo adecuado del tiempo requerido para enchapar el baño, si todos los 100 obreros participaran activamente. Haciendo esta salvedad, la cantidad de insumos requeridos para producir la orden x, viene dada por el vector $r^t=(r_1, r_2, ..., r_m)$, donde:

$r=Qx$

Y Qx denota la multiplicación de una matriz de dimensiones mxn por un vector de dimensión nx1, para obtener un vector de dimensión mx1.

Costos de producción: Asociado con cada insumo existe un precio unitario de mercado, de manera que el vector de precios $c^t = (c_1, c_2, ... , c_m)$ denota los costos unitarios correspondientes a cada insumo. Así, el costo de producir la orden x viene dado por:

$C(x)=c^tr=c^tQx$

El costo obtenido corresponde a los costos variables de producción. Este costo aumenta en proporción directa al número de unidades producidas. El vector $s^t=(s_1, s_2, ... , s_n)$ Dado por,

$s^t=c^tQ$

da el costo unitario de cada producto, de manera que:

$C(x)=c^tr=c^tQx=s^tx$

Ingresos por ventas: si se asume que las cantidades de producto estipuladas en la orden de producción $x^t = (x_1, x_2, ..., x_n)$ están vendidas a precios de mercado, de manera que las componentes del vector de precios $p^t = (p_1, p_2, ..., p_n)$ estipulan el precio unitario correspondiente a cada producto, entonces los ingresos por ventas de la producción $\boldsymbol{x}$ vienen dados por:

$I(x)=p^tx$

Frontera de equilibrio: se asume que asociados con el sistema de producción que permite producir la orden de producción x, existen unos costos fijos que se identifican con la variable CF. Entonces, el costo total $CT(x)$ de producir la orden x viene dado por:

$CT(x)=CF+C(x)$

Y para que los costos no excedan los ingresos se requiere $\boldsymbol{x}$ tal que:

$I(x)=CT(x)\geq 0, x\geq 0$

O equivalentemente,

$(p\text{-}s)^t xCF, x \geq 0$,

lo cual indica que cualquier programa (no negativo) de producción contenido en la intersección del correspondiente hiperplano con el ortante no negativo de dimensión n:

$(p\text{-}s)^t x = CF, x \geq 0$,

es un punto de equilibrio.

Margen bruto y valor agregado: el margen de utilidad *U(x)*

$U(x) = (p\text{-}s)^t x - CF = v^t x - CF$

Solo está limitado por la capacidad de producción del sistema y, naturalmente, por la demanda por cada uno de los productos en la orden de producción ***x.***

Los elementos del vector del vector $v^t = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ dan la contribución unitaria a la creación de valor por producto. De esta manera, la formulación de estrategias relacionadas con precios y promociones puede hacer evaluaciones de los impactos de medidas estratégicas sobre el desempeño de las utilidades.

2. PLANEACIÓN, CONTROL Y ESTRATEGIAS DE MERCADEO

Las metas de producción son generalmente el resultado de una respuesta interactiva y adaptativa entre el sistema de producción y las condiciones de mercado. En principio, existe un vector $k^t = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ de capacidades límites donde cada componente determina el máximo número de productos que el sistema puede producir en un determinado periodo de tiempo. Esto es:

$0 \leq x \leq \min(k,d)$

Donde $d^t = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ define la demanda correspondiente a cada producto.

También pueden existir restricciones asociadas con los insumos, de manera que:

$Q\,x \leq b$

Así, el programa de producción podría posiblemente ser el resultado de tratar de maximizar la función lineal de utilidad *U(x)*, sujeto a las restricciones anteriormente señaladas. En cualquier caso, independiente de la forma como se determine la orden de producción, los desarrollos en el numeral anterior permiten:

Planificar los inventarios de insumos y asignación de recursos para elaborar la orden de producción.

Elaborar órdenes globales de requisición de bodega justificadas por producto a elaborar.

Determinar los requerimientos de capital de trabajo para financiar la orden de producción.

Costear las órdenes de producción.

Analizar la eficiencia en la utilización de insumos, comparando la utilización final real con la derivada de los estándares de producción.

Hacer arqueos de control de inventarios por periodos, con base en los datos de de producción.

Evaluar diferentes escenarios de producción, con combinaciones de productos que optimicen el margen de utilidad.

Evaluar estrategias que contemplen manejo de precios, promociones, costos variables y costos fijos, con miras a aumentar la utilidad.

Analizar condiciones de producción para punto de equilibrio.

3. ASPECTOS COMPUTACIONALES

Es relativamente sencillo desarrollar un *software* genérico que procese los datos del modelo lineal de producción. En una alternativa más directa, el modelo se monta fácilmente en una hoja electrónica tipo Excel. Los datos que se deben levantar y la secuencia de operaciones se detallan así:

1. Obtener la matriz de tecnología Q_{mxn}, m insumos y n productos.
2. Fijar los niveles de producción deseables para cada producto dando un valor específico a las componentes del vector $x^t = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.
3. Con los anteriores datos se obtiene el vector de requerimientos $r=Qx$
4. Se consiguen los costos unitarios de cada insumo $c^t = (c_1, c_2, \dots, c_m)$.
5. Se costea la orden mediante la operación $C(x) = c^t r$
6. Se obtiene el costo directo unitario de cada producto $s^t = c^t Q$
7. Se verifica que $s^t x = c^t r$

8. Se consiguen el precio de venta de los productos $p^t = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$

9. Se calcula el ingreso por ventas de la orden $I(x) = p^t x$

10. Se obtiene la contribución unitaria al valor agregado por producto
$$v = (p - s)^t$$

11. Se consigue el total de los costos fijos *CF*

12. Se calcula el costo total *CT(x)=CF+C(x)*

13. Se calcula la utilidad bruta *U(x)=I(x)-CT(x)*

14. Se verifica $U(x)=v^t x\text{-}CF$

15. Obtener las estimaciones de capacidad de producción máxima para cada producto: máxima producción posible por periodo $k^t = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$.

16. Obtener estimativos de máxima demanda $d^t = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$.

17. Obtener vector de límites de producto $l^t = (l_1, l_2, \ldots, l_n)$, donde $l_i = min(k_i, d_i), i=1,\ldots,n$

18. Obtener vector de límites de recursos $b^t = (b_1, b_2, \ldots, b_m)$.

19. Resolver programa lineal.

MAX	$U(x)=v^t x\text{-}CF$
Sujeto	*a* $Qx \leq b$
	$0 \leq x \leq l$

Analizar estrategias de mercadeo y promociones (p. ej.: vender docenas de 13 unidades, siendo el producto adicional de promoción). Una vez desarrollado el modelo con datos específicos, estrategias relacionadas con precios, promociones, calidad, diferenciación en productos y servicios post-venta pueden ser evaluados contra el P&G de la empresa.

CONCLUSIÓN

La declaración que "todo buen controlador de un sistema debe tener un buen modelo del sistema controlado", conocida como el teorema de Conant y Ashby en cibernética, es una consecuencia de la llamada "ley de variedad requerida de Ashby", la cual establece que la complejidad sistémica (variedad) del controlador debe ser mayor o igual a la del sistema controlado. Esta declaración es uno de los resultados más sorprendentes y menos controvertidos del pensamiento sistémico cibernético. Así, el interruptor que controla un bombillo tiene dos posiciones o posibles estados que corresponden a los posibles estados del bombillo: encendido o apagado.

La caja de control de un sistema de ascensores en un edificio tiene necesariamente que tener un modelo del sistema de ascensores dentro de la caja, de manera que cuando un ascensor se encuentra en el primer piso y otro en el séptimo y solicitan uno desde el segundo piso, entonces el que atiende la llamada es el ascensor que se encuentra en el primer piso y no el del séptimo. De manera análoga, es de esperarse que para poder controlar efectivamente una empresa sea necesario tener un buen modelo de la empresa.

El desarrollado en este trabajo es un modelo genérico para sistemas de producción. El sistema de producción es el subsistema de las actividades primarias, el cual le da identidad a las empresas e integra la cadena de valor. Por esto, para efectos de planeación, control y mejoramiento continuado de la efectividad del desempeño, desarrollar un modelo de producción como el aquí expuesto es una condición necesaria para efectos de planeación y control, para lograr efectividad operacional en las empresas y contribuir al despliegue de la estrategia de la empresa a través de la implantación de estrategias funcionales.

Aunque el modelo ha sido implantado en algunas fábricas[3] y restaurantes, en ejercicio de consultoría privada, el objeto inmediato es realizar aplicaciones en sectores estratégicos conformados por empresas afiliadas a Coremco, de manera que contribuya a la productividad y competitividad de las empresas y permita hacer pronunciamientos sobre la estructura de la rentabilidad en los mencionados sectores.

REFERENCIAS

Ali, A.I. & Seiford, L. M. (1993). "The Mathematical Programming Approach to Efficiency Analysis," in Fried, H.O.; Lovell, C.A.K. & Schmidt, S.S. (eds.), *The Measurement of Productive Efficiency*. Oxford University Press.

Ashby W. Ross . (1957). *Introduction to Cybernetics.* Chapman & Hall. London

Dantzig, G.B. (1963). *Linear Programming and Extensions.* New Jersey, USA: Princeton University Press.

Dorfman, R.; Samuelson, P. A. & Solow, R. M. (1958). *Linear Programming and Economic Analysis.* New York, USA: Mc Graw Hill.

Everett, E. A. & Ebert, R. J. (1992). *Production and Operations Ma-*

[3] La Productora Andina de Dulces Splendid, Textiles Ego, Yofrut y Restaurantes The Place.

nagement. Englewood Cliffs, USA: Prentice Hall.

Gale, D. (1960). *The Theory of Linear Economic Models*. New York, USA: McGraw Hill.

Gaver, D.P. & Thompson, G.L. (1973). *Programming and Probability Models in Operations Research*. Monterey, USA: Brooks / Cole.

Koopmann, T. C (1951). *Activity Analysis of Production and Allocation,* New York, USA: Wiley.

Licona, W. y Vélez, R. (2005a). *Marco lógico: Laboratorio Empresarial Coremco-Urosario*. Documento interno Facultad de Administración, Universidad del Rosario, Bogotá D.C.

Licona, W. y Vélez, R. (2005b) *Laboratorio empresarial Coremco –Universidad del Rosario: un reto futuro de presente*. Documento interno Facultad de Administración, Universidad del Rosario, Bogotá D.C.

Leontief, W. (1966). *Input-Output Economics*. New York, USA: Oxford University Press.

Mercado, E.; Díaz, E. y Flores, D. (1997). *Productividad base de la competitividad.* México: Limusa.

Nikaido, H. (1968). *Convex Structures and Economic Theory*. New York, USA: Academic Press.

Takayama, A. (1985). *Mathematical Economics*. Cambridge, UK: Cambridge Academic Press.

von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, USA: Princeton University Press.