

Una aplicación de los modelos ARIMA en la predicción de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos para la ciudad de Medellín, de 1997 al año 2000

Hugo Grisales R.¹

Resumen

El presente artículo muestra algunos elementos teóricos y una aplicación de la técnica de modelación ARIMA en eventos epidemiológicos. Esta aplicación consistió en un análisis de series de tiempo para predecir la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos con base en la información obtenida en la ciudad de Medellín durante los años de 1987 a 1996.

Palabras claves: modelación ARIMA, series de tiempo, predicción de la mortalidad.

Abstract

This article shows some theoretical elements and an application of the Arima modelation technique for the prediction of epidemiological events. This application was made through a time series analysis to

Profesor Facultad Nacional de Salud Pública, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia

predict the mortality due to firearm injuries based on the information obtained in Medellín during 1987-1996.

Key words: *ARIMA modelation, time series, mortality prediction.*

Introducción

El análisis de series de tiempo es una de las técnicas estadísticas más utilizadas para predecir el comportamiento de un evento en el futuro. La utilidad de dichas series de tiempo en eventos de la salud pública se centra en la construcción de modelos predictivos para la planificación de los servicios en salud; también es una herramienta importante en el campo económico, cuya utilización se hace necesaria con la situación presente de pauperización y la necesidad del conocimiento econométrico de los indicadores que permiten medidas para la regulación del mercado. Las series de tiempo también son indispensables para la construcción de sistemas de vigilancia epidemiológica sobre eventos seriales que, conforme a los hallazgos, permitan la implantación de medidas de control y la valoración del impacto de las intervenciones sanitarias en la población. No es aventurado afirmar que la modelación temporal de indicadores sanitarios aporta un elemento clave para la optimización de los recursos disponibles.

Generalidades sobre el modelo ARIMA

Una serie de tiempo, X_t , es un conjunto de observaciones en el tiempo en intervalos igualmente espaciados, cuyos supuestos fundamentales son: X_t se distribuye normalmente con media constante para todo t ; las distribuciones de X_t para todo t son homoscedásticas, es decir, que tienen varianzas constantes y la covarianza entre X_t y X_s , con $t < s$, depende del número de etapas que las separan. Si se cumplen los anteriores requisitos, se dice que la serie de tiempo es estacionaria. Cuando no lo es, puede transformarse en una serie estacionaria mediante una transformación apropiada, tal como una diferenciación de orden d o, en su efecto, la transformación de Box-Cox.²

Un modelo ARIMA (*autorregresive integrated moving average*, por su denominación en inglés) es aquel que reúne en una sola expresión las componentes autorregresiva y de media móvil de la serie de tiempo. La componente autorregresiva se encarga de determinar cada observación

como una combinación lineal de las observaciones anteriores; la componente de media móvil incluye una parte aleatoria. Según este método de modelación matemática, las influencias sobre el valor tomado por una variable en cada momento del tiempo se derivan de cuatro situaciones: valores recientes (remotos) de la variable expresados como autorregresiones no estacionales (estacionales) en el modelo; errores aleatorios en valores recientes (remotos) de la variable, expresados en el modelo con media móvil no estacional (estacionales).

Descripción de los modelos

Los modelos deben ser contruidos sobre una serie X_t estacionaria con respecto a la media, la varianza y las autocorrelaciones. Si la serie X_t no es estacionaria con respecto a la media, para volverla estacionaria hay que aplicar una diferenciación de orden d : $\nabla^d X_t$; si no lo es con respecto a las autocorrelaciones, debe emplearse una diferenciación de orden D ; si no lo es con respecto a la varianza, debe utilizarse la transformación de Box-Cox.

A continuación se hará una breve exposición de los tipos de modelos univariantes temporales discretos según el enfoque de Box y Jenkins. El lector interesado en profundizar sobre la construcción de estos modelos puede consultar libros especializados, como los de

Box y Jenkins,² Chatfield,⁴ Johnson y Montgomery⁷ y Pankratz.⁹

Modelo autorregresivo no estacional general de orden P

Es aquél que puede interpretarse como una regresión en la cual el valor de la variable se explica por medio del valor tomado por ella misma en p -momentos anteriores recientes. En términos prácticos, si cada valor sólo depende del anterior, tómesese $p=1$; si sólo depende de los dos anteriores, $p=2$, y así sucesivamente. Se denota AR(p) o ARIMA ($p,0,0$).

Modelo de media móvil no estacional de orden Q

Este modelo expresa la influencia sobre cada valor de la variable de los ruidos (elementos aleatorios) producidos en el momento mismo y en q momentos anteriores recientes. Esta componente se denota por MA(q) o ARIMA(0,0, q).

Modelo autorregresivo y de media móvil no estacional

Es una composición de los modelos autorregresivo no estacional AR(p) y no estacional de media móvil, MA(q). Representa la influencia conjunta sobre el valor tomado por la variable en cada momento de sus p -valores anteriores, dado en forma parcial por el AR(p) no

estacional y de los ruidos en sus q -valores anteriores, dado en forma parcial por $MA(q)$ no estacional. Se denota como $ARMA(p,q)$ o $ARIMA(p,0,q)$.

Modelo autorregresivo y de media móvil integrado no estacional

Es un modelo construido sobre una serie temporal en la cual se ha hecho una operación de diferenciación simple de orden d para inducirle estacionariedad. Se denota $ARIMA(p,d,q)$.

Modelo autorregresivo estacional general de orden P

Es una representación combinada de la influencia del elemento aleatorio en el momento y la de los valores tomados por la variable misma en momentos pasados, ocurridos en instantes múltiplos exactos de la duración del período estacional sobre el valor de la variable en cada momento. Se denota como $AR(P)$ o $ARIMA(P,0,0)$.

Modelo de media móvil estacional de orden Q

El modelo de promedio móvil estacional de orden Q expresa la influencia sobre cada valor de la serie de los elementos aleatorios que se producen en q momentos anteriores remotos. Esta componente se denota como $MA(Q)$ o $ARIMA(0,0,Q)$.

Modelo autorregresivo y de media móvil estacional

Utilizado para la modelación de la estacionalidad de la serie de tiempo. Son similares a los no estacionales pero con retardos mayores en el establecimiento de las influencias de valores y ruidos pasados sobre el valor considerado de la variable. Otro hecho importante en estos modelos es que los retardos empleados en las dependencias son múltiplos del período estacional de la serie. Se denotan como $ARMA(P,Q)$ o $ARIMA(P,0,Q)$.

Modelo autorregresivo y de media móvil integrado estacional

Es un modelo para una serie no estacionaria X_t , sobre el cual se realiza una operación de diferenciación simple de orden D para inducirle estacionariedad; se denomina modelo $ARIMA(P,Q)$ o $ARIMA(P,D,Q)$.

Metodología en la construcción de un modelo ARIMA

Para la construcción del modelo ARIMA debe hacerse previamente una inspección del gráfico de líneas, con el fin de evaluar el comportamiento de la serie temporal en cuanto a la existencia de estacionariedad o estacionalidad en la serie de datos. En caso de que la serie de datos no sea estacionaria, debe utilizarse una transformación específica. Para la detec-

ción formal de la estacionalidad se utiliza el periodograma con extracción de la media que sirve en la determinación de la duración de los periodos oscilatorios.

Otro de los aspectos importantes para considerar –previa construcción del modelo ARIMA– consiste en efectuar una separación de la serie de tiempo en dos: una conforma la serie base y la otra, la serie complemento, con el fin de evaluar la sensibilidad del modelo obtenido.

Para la identificación del modelo se utilizan las gráficas de la función de autocorrelación simple (FAS) y de la función de autocorrelación parcial (FAP). La FAS y la FAP se emplean como principales herramientas de diagnóstico para identificar un conjunto de modelos y con cada uno de ellos evaluar su poder predictivo. Estos se estiman usando algoritmos de máxima verosimilitud, variantes del método de Marquathd; cuando los parámetros son estadísticamente significativos, se especifican los residuales del modelo.⁸ Si no hay tendencia en la función de autocorrelación de los residuales y las estadísticas de Box-Ljung (test de Portmanteau) en cualquier rezago son no significativas, el modelo se cataloga como adecuado.

Una aplicación

Con el objetivo de ejemplificar la modelación ARIMA, se

expone a continuación la construcción de un modelo para predecir el comportamiento de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos –CIE-965, según la clasificación internacional de enfermedades– del año 1997 al año 2000, con datos derivados de la investigación de tipo descriptivo realizada sobre el comportamiento de la mortalidad por las cinco primeras causas en la ciudad de Medellín y su modelación temporal de 1987 a 1996.⁵

Al contemplar el gráfico de líneas donde se muestra el comportamiento de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos en el decenio en estudio (figura 1), se percibe una figura en forma de arco o concavidad de la serie. Desde 1987 hasta 1991 ésta posee una tendencia ascendente, variando repentinamente para convertirse en descendente desde 1992 hasta 1996. En los meses de diciembre, en todos los años, se presentan picos importantes de defunciones por esta causa que llevan a sospechar la presencia de estacionalidad. En la detección de ésta mediante el periodograma con extracción de la media (figura 2) se observa una amplitud destacada de 3.422,67 y le corresponde una frecuencia (f) de 0,0083. Al calcular el período (p) para esta frecuencia, se obtiene: $p = 1/f = 1/0,00833 = 120$ mes/ciclo; por cuanto este valor corresponde a la extensión total de la serie, no es el período estacional. No obstante, se pre-

sentan otras amplitudes destacadas, correspondientes a períodos de 13, 24 y 11 ciclos/mes, lo

cual induce a considerar una estacionalidad anual en la serie (12 meses).

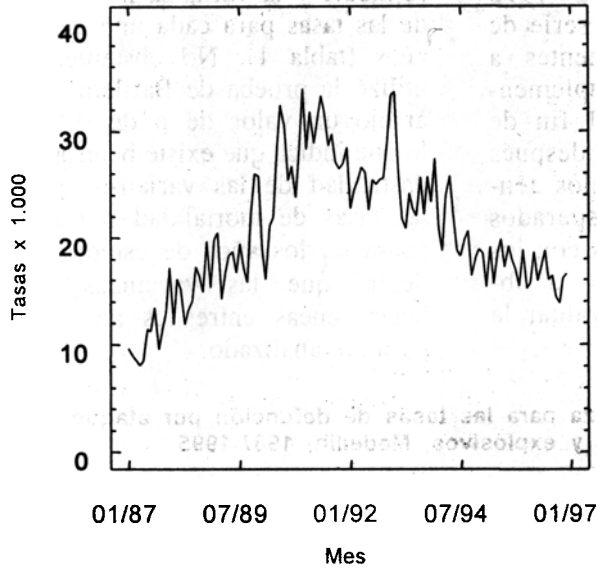


Figura 1. Mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

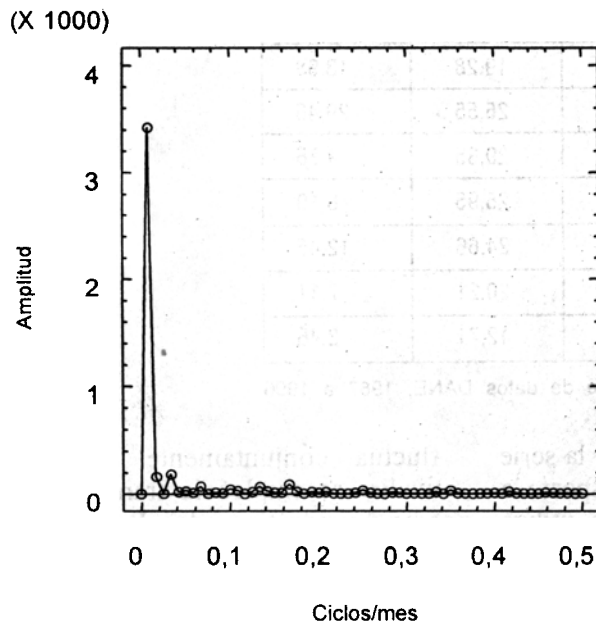


Figura 2. Periodograma para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

Para efectos de validación del modelo que se construyó en la prueba de contrastación del pronóstico, se tomó la serie de defunciones de 1987 a 1995 como la serie base y la serie de defunciones correspondientes a 1996, como la serie complemento; esto se hizo con el fin de hallar con la serie base, después de elegir algunos modelos tentativos, los valores esperados para 1996 y compararlos con los de la serie complemento u observada con el fin de evaluar la sensibilidad del modelo.

Si se contempla la fluctuación de la serie en cada período anual, se distingue una varianza inestable, lo cual se corrobora al hallar la media y la varianza mensuales de las tasas para cada uno de los años (tabla 1). No obstante, se utilizó la prueba de Bartlett, que arrojó un valor de p de 0,589, lo que indica que existe heteroscedasticidad de las varianzas para las tasas de mortalidad por esta causa en los años de estudio, es decir, que las varianzas son heterogéneas entre los años del período analizado.

Tabla 1 Media y varianza para las tasas de defunción por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

Año	Media	Varianza
1987	10,90	7,03
1988	15,47	6,83
1989	19,28	13,98
1990	25,55	29,46
1991	29,35	4,76
1992	25,95	8,19
1993	24,66	12,45
1994	20,21	7,11
1995	12,71	2,46

Fuente: base de datos DANE, 1987 a 1996.

Hugo Grisales R. Lo anterior sugirió que la serie no es estacionaria con respecto a la varianza y por ello se utilizó la transformación de Box-Cox para reducir dicha inestabilidad. Para tal efecto, ya que la varianza no

fluctúa conjuntamente con la media, se empleó la transformación cuadrática de Box-Cox, $w_i = 2\sqrt{g(\sqrt{z_i + \lambda_2} - 1)}$ tomando $\lambda_1 = 0,5$ y $\lambda_2 = 0$ y el valor calculado de la media geométrica: 19,9667.⁷

Al ajustar un modelo de tendencia lineal simple a la serie transformada, se observó que la pendiente era significativamente diferente de cero, esto es, la serie transformada era inestable (no estacionaria) con respecto a la media. Ello motivó hacer sobre la serie transformada una diferenciación simple ($d=1$). Sin embargo, la serie transformada diferenciada no estacionalmente conservaba inestabilidad en las autocorrelaciones (no estacionariedad), lo cual indujo a utilizar una diferenciación estacional, tomando como referencia la longitud de estacionalidad de 12 meses. Obsérvese la gran cantidad de transformaciones que se hicieron cuando en teoría, en la mayoría de las ocasiones, el efecto colateral que

trae la transformación de Box-Cox consiste en estabilizar autocorrelaciones y media. La serie así transformada, diferenciada no estacionalmente y estacionalmente, con longitud de estacionalidad de 12 meses, es estacionaria con respecto a los tres momentos.

Para la identificación del modelo definitivo se utilizaron los gráficos de la función de autocorrelación simple (FAS) y de la función de autocorrelación parcial (FAP). Al observar el FAS y el FAP de la serie base con las operaciones indicadas antes, se detectó un amortiguamiento lento, o sea, una pérdida paulatina de significación de los coeficientes (figuras 3 y 4).⁹

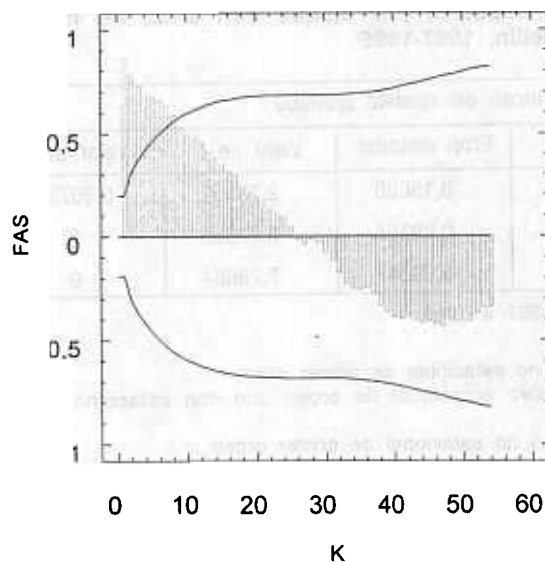


Figura 3. Autocorrelaciones simples estimadas de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

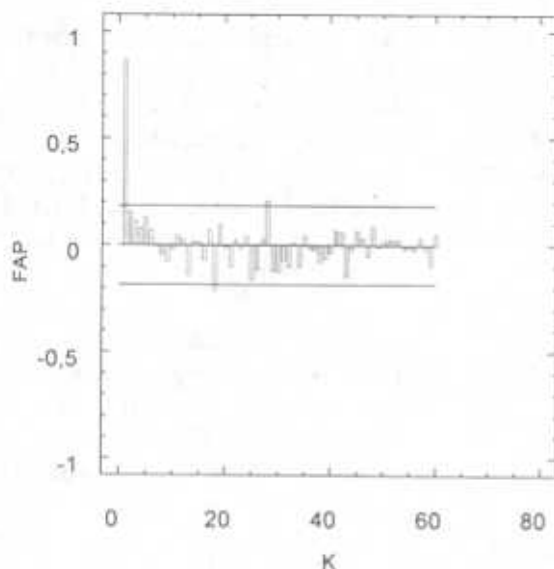


Figura 4. Autocorrelaciones parciales estimadas de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

Se identificaron 8 modelos tentativos que fueron ajustados uno por uno con el fin de elegir el más adecuado; el más perti-

nente, por la bondad de sus estimaciones, fue el modelo ARIMA (1,1,1) ARIMA(1,1,0)₁₂ (tabla 2).

Tabla 2. Estimación del modelo ARIMA(1,1,1)ARIMA(1,1,0)₁₂ para las tasas de mortalidad mensuales por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

Resumen del modelo ajustado				
Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Valor de p
AR (1) ^a	0,41335	0,15088	2,73952	0,00739
SAR (12) ^b	-0,55002	0,09355	-5,87953	0
MA (1) ^c	0,81251	0,09247	8,78664	0

Fuente: base de datos DANE, 1987 a 1996.

Convenciones:

^a AR(1): término autorregresivo no estacional de primer orden.

^b SAR(12): término autorregresivo estacional de orden uno con estacionalidad de 12 meses.

^c MA(1): término de media móvil no estacional de primer orden.

El modelo convergió en 5 iteraciones mediante la aplicación del método de máxima verosimilitud, algoritmo de Marquardt. La

media no fue significativa, lo que apoyó el no empleo de la constante en el modelo. Los coeficientes fueron altamente significativos

($p < < < < 0,05$); los FAS y los FAP del residuo producido sobre la serie base, con todas las operaciones ejecutadas para inducir estacionariedad, muestran que no aparecen FAS ni FAP con significación, evidenciándose que el modelo ha captado convenientemente las correlaciones internas

de la variable en la serie, con producción de un residuo incorrelacionado. Lo anterior se corroboró formalmente mediante el test de Portmanteau, $p=0,198406$, que indica un ajuste significativo, es decir, que las autocorrelaciones de los residuales corresponden a una serie aleatoria (figuras 5 y 6).

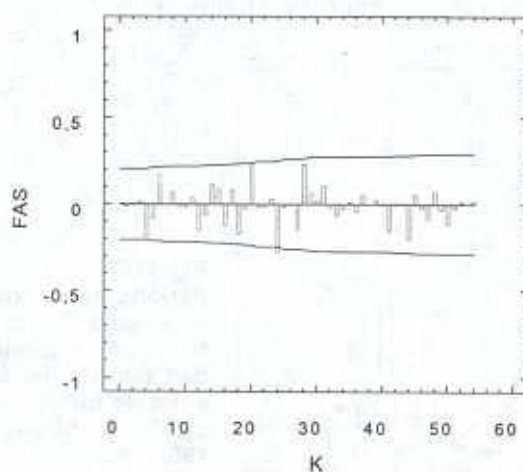


Figura 5.
Función de autocorrelación residual simple estimada para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

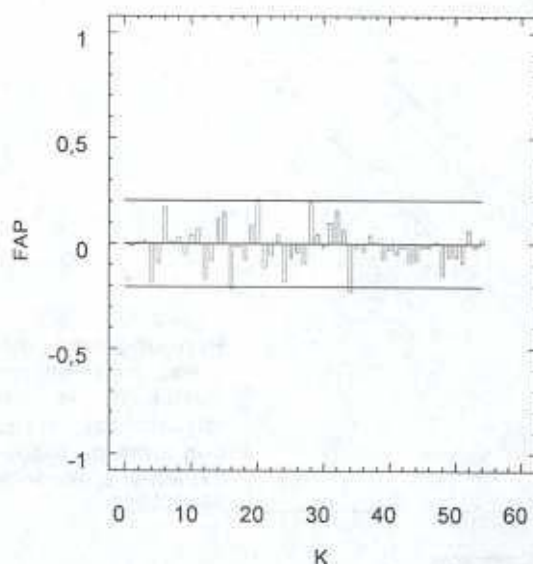


Figura 6.
Autocorrelaciones parciales estimadas del residuo para mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

El periodograma para los residuos sin extracción de la media y en su escala natural presenta una configuración típica para ruido blanco (presenta amplitudes destacadas en toda la gama de frecuencias y así produce un ruido aleatorio con media cero) (figura 7).

El periodograma acumulativo de los residuos presenta, con res-

pecto de la recta teórica, una curva de amplitudes acumuladas con una desviación sostenida, en la zona de altas frecuencias que no es significativa (no sigue patrón de correlación), lo cual se comprueba ya que ellos no se salen de los intervalos de confianza del 75% y del 95% de Kolmogorov-Smirnov (figura 8).

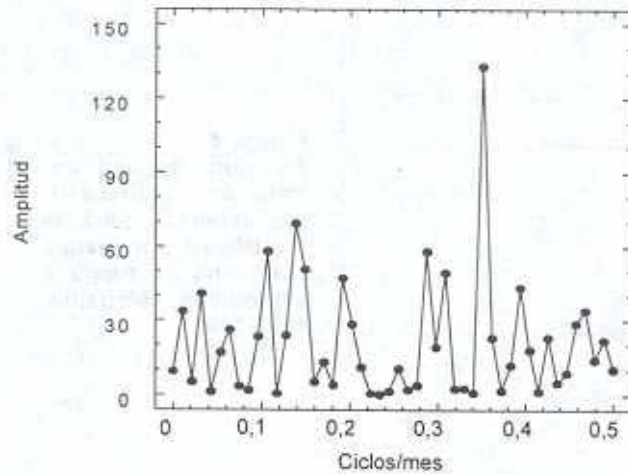


Figura 7. Periodograma residual para la serie base de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

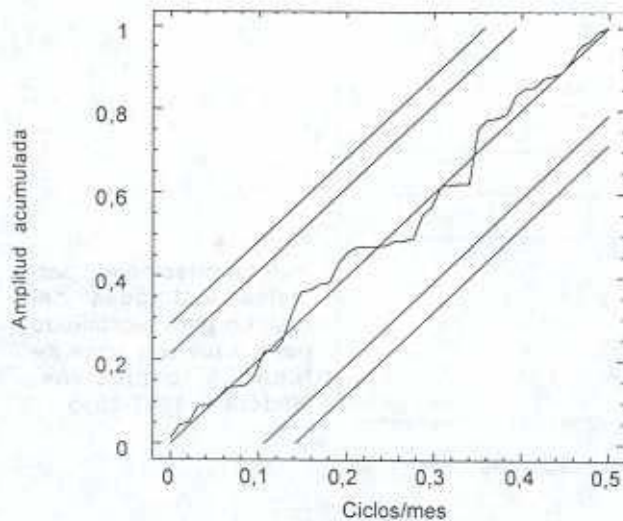


Figura 8. Periodograma integrado para los residuales de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

La prueba de normalidad para el residuo del modelo presenta las frecuencias del residuo siguiendo muy de cerca la dirección de la recta teórica de frecuencias para una secuencia aleatoria en el rango residual-

con distribución normal de probabilidades. Esto permite aseverar la inclusión, con una confianza del 95%, de los valores de la variable en los intervalos de pronóstico en situación normal del proceso (figura 9).

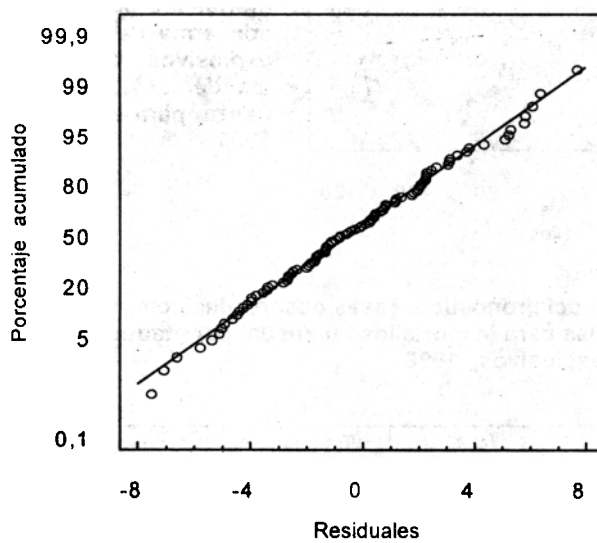


Figura 9. Probabilidad normal de los residuales para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1995

La prueba de contrastación del pronóstico ofrecida por este modelo para 1996, con los valores observados en la serie complemento —previa antidiferenciación

estacional y no estacional y transformación inversa de Box-Cox con media geométrica de 19, 9667— se presenta a continuación (tabla 3 y figura 10).

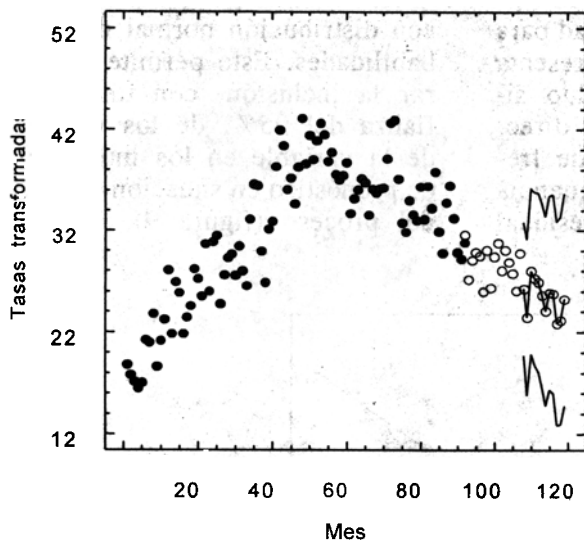


Figura 10. Pronósticos para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, con límites del 95% de confianza, para el año de 1996

Tabla 3. Contrastación del pronóstico. Tasas observadas comparadas con tasas esperadas para la mortalidad mensual por ataque con arma de fuego y explosivos, 1996

Mes	Tasa observada 1996	Tasa esperada 1996	Tasa mínima esperada 1996	Tasa máxima esperada 1996
1	15,1926	15,5794	10,3145	21,9261
2	15,7201	13,2108	7,70991	20,1841
3	18,6214	17,1831	10,4286	25,6155
4	15,9311	16,4957	9,65028	25,1651
5	17,3554	16,1562	9,19542	25,0658
6	18,7797	15,0436	8,19393	23,9582
7	15,9838	13,7058	7,06834	22,521
8	16,4586	15,2468	8,03634	24,7465
9	14,4013	15,1572	7,82737	24,8871
10	13,821	12,7288	5,98929	21,9792
11	16,1948	12,9577	6,02617	22,5105
12	16,5641	14,6933	7,09927	25,0191

Hugo Grisales R.

Fuente: base de datos DANE, 1987 a 1996.

Todos los valores de la serie complemento están dentro de su intervalo de pronóstico del 95% y se distribuyen de forma más o menos balanceada alrededor de los valores esperados. Este resultado confirma la alta adecuación del modelo seleccionado para describir el comportamiento de esta serie. También puede observarse que los intervalos de pronóstico son estables y que se mantienen constantes y simétricos alrededor de los valores esperados.

Dada la adecuación de este modelo a la serie base, se procedió luego a la prueba de estabilidad.³ Para ello, se fueron agregando uno a uno a la serie base original de valores los de la serie complemento; la serie resultante en cada caso se transformó vía Box-Cox, se diferencié no estacionalmente y

estacionalmente y luego se ajustaron uno a uno los modelos. Se observó cómo variaban los parámetros para las consecutivas estimaciones; durante los doce meses de 1996, los modelos ajustados –en total 12– no sufrieron grandes variaciones en las estimaciones de sus parámetros, los cuales fueron creciendo levemente, confirmando el peso de la influencia sobre el valor de la variable de valores y ruidos un mes antes, según se extiende la serie. Los parámetros se mantuvieron con significación en el modelo en todos los ajustes. Se observó, además, que con el aumento de valores en la serie la medida de adecuación disminuyó lentamente. Así, el modelo es razonablemente estable (figuras 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18). A continuación se expone el modelo definitivo (tabla 4).

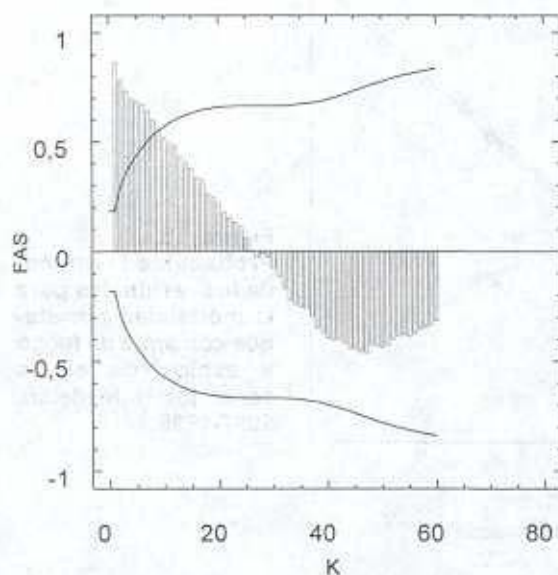


Figura 11. Autocorrelaciones simples estimadas para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1996

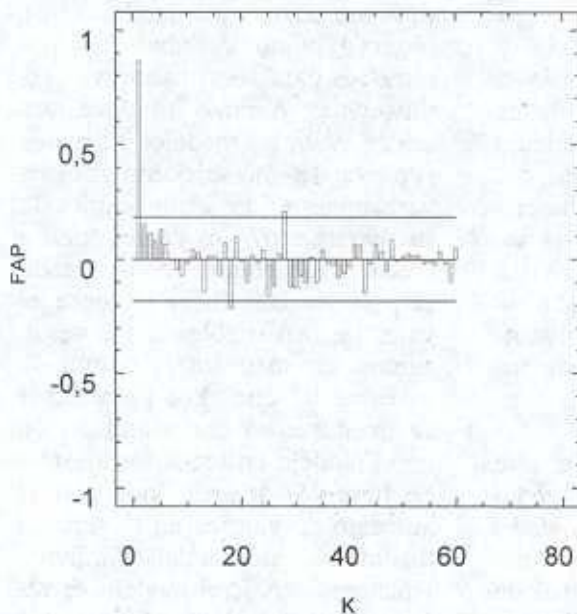


Figura 12. Autocorrelaciones parciales estimadas para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1996

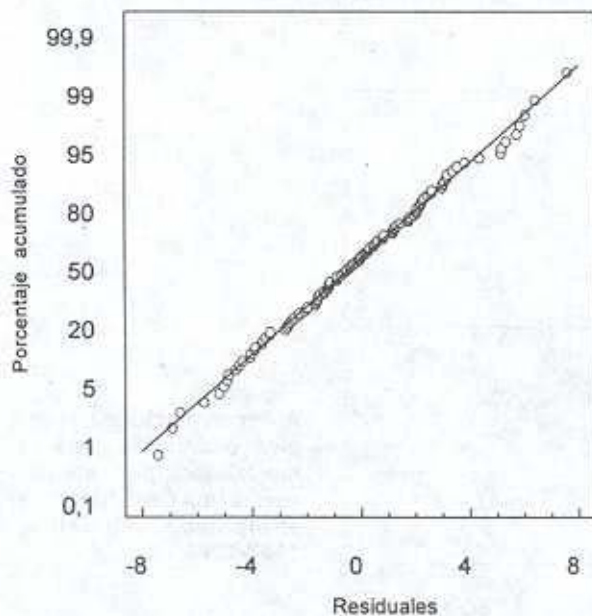


Figura 13. Probabilidad normal de los residuales para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos en la serie total, Medellín, 1987-1996

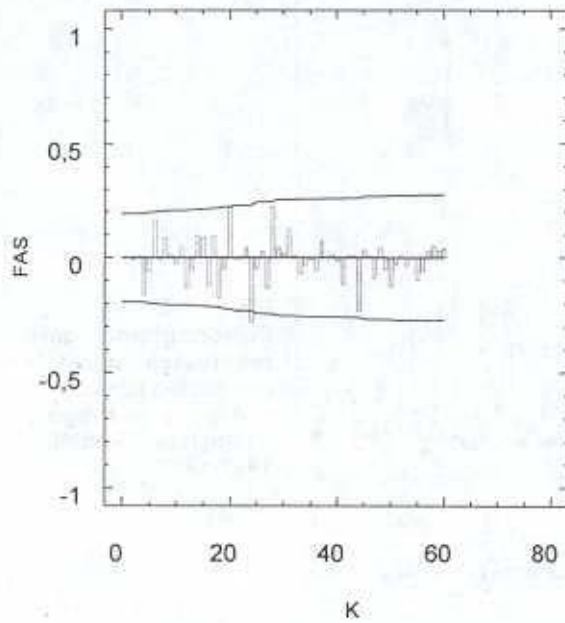


Figura 14.
Residuales estimados para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos para la serie total, Medellín, 1987-1996

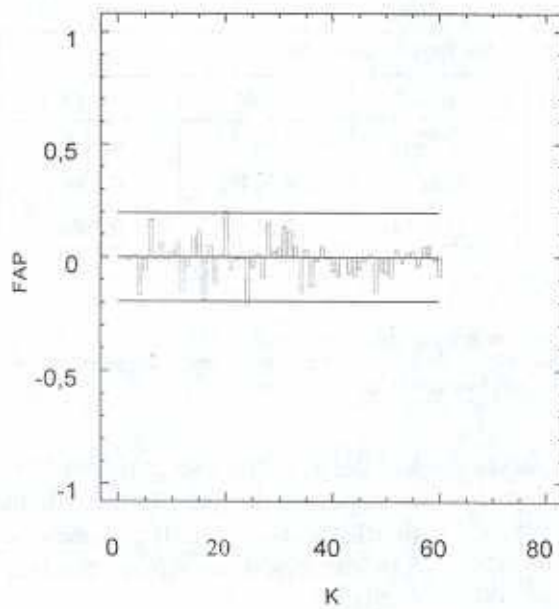


Figura 15.
Residuales parciales estimados para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1996

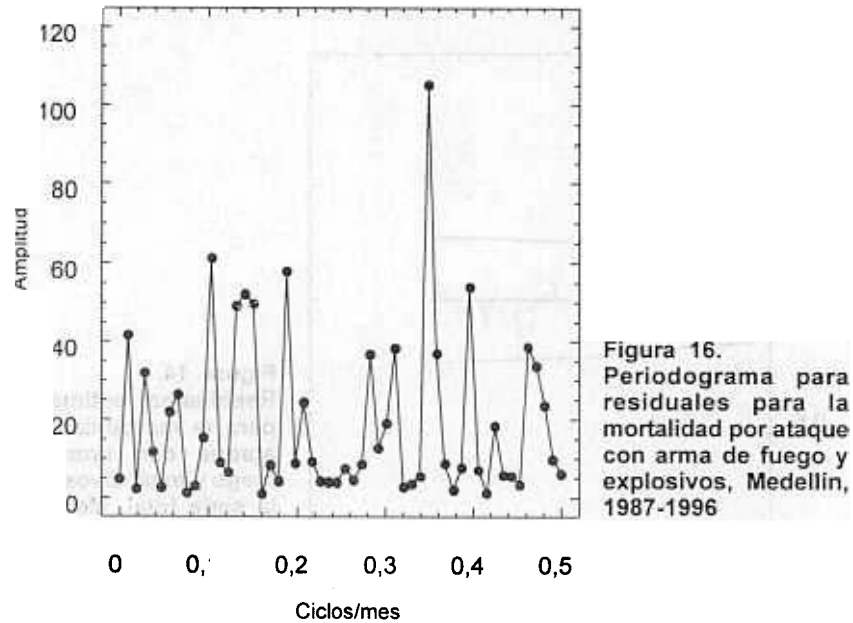


Tabla 4. Estimación final del modelo $ARIMA(1,1,1)ARIMA(1,1,0)_{12}$ para las tasas de mortalidad mensuales por ataque con arma de fuego y explosivos. Medellín, 1987-1996

Resumen del modelo ajustado				
Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Valor de p
AR (1) ^a	0,40653	0,13819	2,94187	0,00402
SAR (12) ^b	-0,53104	0,08604	-6,17210	0,00000
MA (1) ^c	0,81237	0,08114	10,01223	0,00000

Fuente: base de datos DANE, 1987 a 1996.

Convenciones:

^aAR(1): término autorregresivo no estacional de primer orden

^bSAR(12): término autorregresivo estacional de orden uno con estacionalidad de 12 meses

^cMA(1): término de media móvil no estacional de primer orden

Hugo Grisales R.

Los pronósticos de las tasas mensuales de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos del modelo anteriormente validado entre el 1° de enero de 1997 y el 12 de diciem-

bre del año 2000 se exponen bajo el supuesto de que las tendencias de diagnóstico y notificaciones no han cambiado ni van a cambiar (tabla 5).

Tabla 5. Pronósticos para mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1997-2000

Mes	Año			
	1997	1998	1999	2000
Enero	14.584	12.598	11.432	9.980
Febrero	13.201	12.236	10.617	9.451
Marzo	16.285	14.997	13.306	11.942
Abril	13.414	12.431	10.804	9.625
Mayo	15.423	14.007	12.455	11.096
Junio	16.704	15.261	13.624	12.209
Julio	14.190	12.804	11.337	10.035
Agosto	15.329	13.535	12.201	10.761
Septiembre	13.833	11.889	10.763	9.352
Octubre	13.091	11.287	10.147	8.800
Noviembre	13.414	12.554	10.858	9.706
Diciembre	15.222	13.539	12.153	10.741

fuente: Base de Datos DANE 1987 a 1996.

Obsérvese que, según el patrón de pronósticos, la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos tiende a disminuir en los años de 1997 y 1998. En reciente reportaje al doctor Juan Diego Restrepo,¹⁸ se corrobora la anterior información en el sentido de que en los seis primeros meses de 1998, las defunciones por ataque con arma

de fuego y explosivos se han reducido en un 12% con respecto al acumulado de los seis primeros meses de 1997. No obstante la disminución de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos en nuestra ciudad, sigue latente el espectro de la violencia, secuela de los grandes conflictos vividos entre 1989 y 1992.

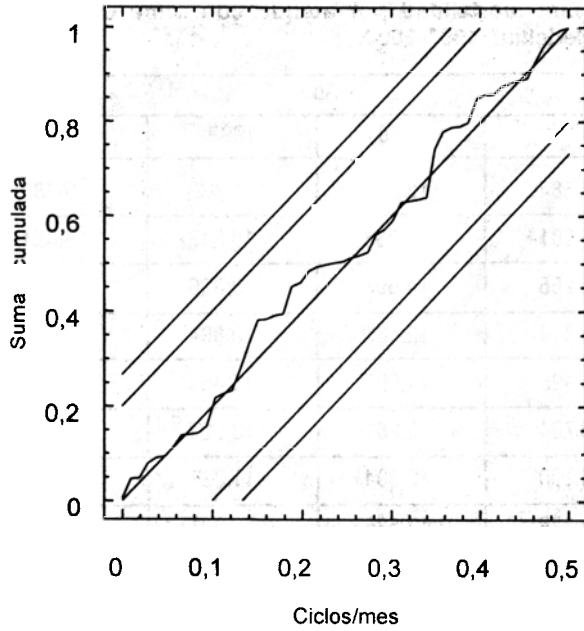


Figura 17.
Periodograma integrado para la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos, Medellín, 1987-1996

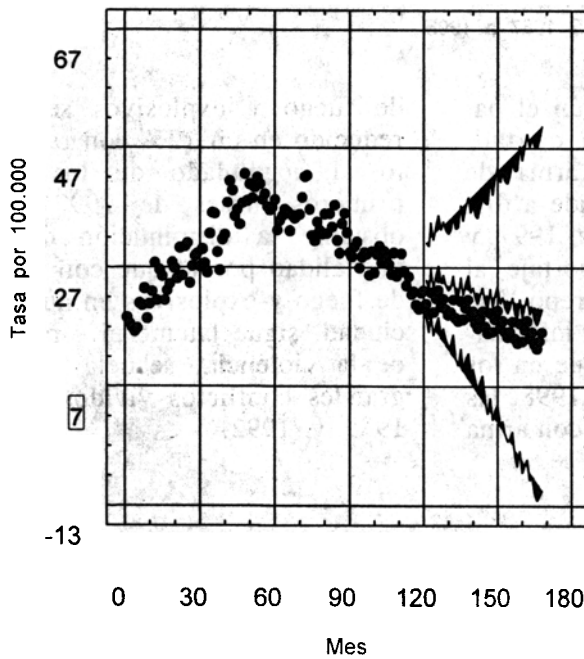


Figura 18.
Pronósticos de la mortalidad por ataque con arma de fuego y explosivos de 1997 al año 2000

El modelo prevé una disminución del número de muertes violentas para los años de 1997 al 2000 –hecho que hasta el año en curso, 1999, es coherente con los resultados proporcionados por dicho modelo–. Según el *Informe de la situación de violencia, derechos humanos y derecho internacional humanitario en Antioquia*, elaborado por el Instituto Popular de Capacitación, la violencia se encuentra en un proceso de reacomodamiento y adaptación a las nuevas dinámicas de los conflictos urbanos, donde se presentan, como elementos dinamizadores importantes, los pactos de no agresión y convivencia entre diferentes grupos armados como bandas, milicias, “combos”, etc.¹

Referencias

- Angarita PE, Restrepo N, Vélez JF, Arias D, Costello P, Osorio C. Guerra, paz y derechos humanos en Antioquia. Informe de la situación de violencia, derechos humanos y derecho internacional en Antioquia. Diagnóstico y tesis interpretativas. Medellín: Instituto Popular de Capacitación; 1998. p. 162-163.
2. Box G, Jenkins GM. Time series analysis, forecasting and control. Oakland: Holden-Day; 1976.
 3. Box G, Jenkins GM. Time series analysis, forecasting and control. San Francisco: Holden-Day; 1996.
 4. Chatfield C. The analysis of time series. An introduction. New York: Chapman-Hall; 1984.
 5. Agudelo HB, Grisales H. Estructura de la mortalidad según cinco primeras causas y su modelación temporal, Medellín, 1987-1996. Medellín, 1998. Tesis de grado (Magister en Salud Pública y Magister en Epidemiología). Universidad de Antioquia. Facultad Nacional de Salud Pública.
 6. Hurtado LH, Salcedo GH. Teoría y aplicaciones de las series temporales. En: Séptimo Seminario Departamental de Matemáticas, Universidad del Quindío, Armenia; 1992.
- Montgomery DC, Johnson LA. Forecasting and time series analysis. New York: McGraw-Hill; 1976.
8. Nazem SM. Applied time series analysis for business and economic forecasting. New York: Marcel Dekker; 1988.
 9. Pankratz, A. Forecasting with Univariate Box-Jenkins Models. New York: John Wiley and Sons; 1983.