



Posibilidades de promover una enculturación matemática en la infancia a través del arte

Ibon Ceberio Buesa

Donostia-San Sebastián, Gipuzkoa, cebe1969@yahoo.es

Fecha de recepción: 28-03-2014

Fecha de aceptación: 28-04-2014

Fecha de publicación: 30-11-2014

RESUMEN

Atendiendo a los puentes existentes entre arte y matemáticas, mediante este ensayo se profundiza en la posibilidad de emplear el arte para el aprendizaje matemático. Así, partiendo de los preceptos de la antigua Grecia en cuanto a la educación, se opta por una perspectiva cultural de la educación matemática, analizando cómo se forma esta tecnología simbólica, cuáles son los valores que organizan nuestra cultura matemática concreta, cómo ha de ser la enculturación de los niños, la cabida del arte en el proceso y el encaje de todo ello en la legislación vigente. A través de este análisis teórico, se concluye que el arte puede ser un elemento útil para la educación matemática siempre que se desarrolle e incluya tanto los valores de la cultura matemática como los de las obras empleadas para, de esta manera, evitar la instrumentalización del arte y favorecer una sinergia entre ambas disciplinas.

Palabras clave: Arte, cultura, educación, matemáticas, valores.

Possibilities for promoting mathematical enculturation in the early childhood through art

ABSTRACT

This essay analyzes the possibilities of using art as a mean of mathematical education, in view of the links connecting both subjects. A cultural perspective of maths instruction is suggested, attending to the ancient Greek precepts about education and the structure of this symbolic technology. What are the values organizing our particular mathematical culture? How do we approach children's mathematical enculturation? How do arts fit in the whole educational process and how in the current legislation? After a theoretical analysis of these questions, it is concluded that art can be a useful element for maths education, as long as both mathematical values themselves and those of the chosen artworks are considered, in order to avoid a blurring use of art, but to the contrary, favour the synergy of both disciplines.

Key words: Art, culture, education, mathematics, values.

A Itziar.
Faro, guía y contrapunto
de mi pensamiento.
Sin cuya ayuda,
no hubiera sido posible esta aventura.

1. Introducción

Sorprende observar el rechazo y el terror que originan las matemáticas en una gran parte de la población, dentro de una sociedad tecnológica y avanzada como la actual, cuya evolución es sustentada en gran medida por las mismas. Temor, que sin limitarse exclusivamente a un grupo de bajo nivel formativo, se extiende a lo largo y ancho de todas las etapas educativas, hecho que hace suponer o al menos sospechar de la influencia de la estructura del sistema educativo y del proceso de enseñanza aprendizaje en la generación de dicho rechazo.

Al analizar la estructura de los sistemas educativos puede observarse que la diferenciación de las vías de "ciencias" o "letras" ha permitido grandes avances en muchas de las disciplinas, provocando a su vez una mayor especialización. Fruto de ésta y de la evolución de cada una de las disciplinas, que han posibilitado el gran desarrollo de la sociedad, los puentes entre las mismas se han visto seriamente dañados impidiendo una fácil conexión e intercomunicación. El pensamiento simplificador, como lo define Morin (2003), "aísla lo que separa, y oculta todo lo que religa, interactúa, interfiere" (p. 22). Las letras huyen atemorizadas de las ciencias mientras éstas miran por encima del hombro a las primeras. Éste es el sentir metafórico que puede extraerse de la conversación de muchos de los estudiantes universitarios actuales. Actitud que resta posibilidades a todos ellos de alcanzar un conocimiento más completo o multidimensional.

Por otra parte, la selección, valor identificado por Moreno (2004) para la educación matemática, tan presente en nuestro sistema educativo y fuertemente enraizado en las creencias sociales, tampoco favorece el mitigar del temor hacia esta disciplina. Las matemáticas han sido y son azote de un sinfín de estudiantes, "filtro para seleccionar alumnos con capacidad de estudio" (p. 100).

Tampoco beneficia el presentar las matemáticas dentro del sistema como una materia aislada del resto, reducidas únicamente al manejo de una serie de técnicas aritméticas, como viene siendo el caso. Algo que imposibilita dotarlas de sentido. Esta imagen, conservada a través de los tenues recuerdos en torno a las matemáticas en mi niñez, concuerda con lo observado en alguno de los breves momentos de convivencia en el aula. Desde las etapas iniciales, son expuestas como una materia abstracta que poco o nada tienen que ver la realidad próxima de los alumnos. No se muestra una relación con la necesidad del entorno que origina las ideas matemáticas ni su posible aplicación en distintos contextos. Pasan a configurar un listado de verdades universales carentes de sentido y con la única aplicabilidad de resolver cuestiones que solamente tienen cabida dentro de un aula.

Sin embargo, el mismo sistema educativo proporciona herramientas para poder solventar esta situación. "El carácter globalizador" (p. 474), incluido por el RD 1630/2006 (MEC 2007) para la etapa de educación infantil, favorece la interrelación de los distintos conocimientos, beneficiando la integración de la disciplina matemática en el contexto cercano de los alumnos. Partiendo de este precepto, la etapa de educación infantil ha de conformar las "bases que sostendrán todo el edificio matemático que [los] alumnos/as van construyendo en los diferentes niveles escolares en interacción con el entorno social y cultural donde están inmersos" (Ruiz-Higueras, 2012, p. 2). Bases que se entiende habrán de erigirse desde unos métodos de enseñanza basados en el enfoque investigativo descrito por Baroody (2003), citado en De Castro (2007). Así, las matemáticas se entenderán como "una red de conceptos y procedimientos y como un proceso de investigación" (De Castro, 2007, p. 65). Desde este enfoque el objetivo será tanto el aprendizaje significativo de reglas, formulas y procedimientos como

la adquisición de reglas de razonamiento, representación y resolución de problemas, devolviendo las matemáticas a su hábitat natural, al traspasar las fronteras del aula situándolas en la vida real, dentro de un contexto cercano a los niños.

Ruiz Higuera (2012) indica que "hacer matemáticas,..., es una actividad eminentemente humana,..., lejos de la concepción platónica de las ideas" (p. 2) y en educación infantil "algo tan cercano que se puede hacer con las manos, como contar con los dedos, plegar un papel, hacer una máscara, etc." (p. 3). Se hacen matemáticas "cuando producimos obras de arte,..., cuando observamos, interpretamos y analizamos las obras de otros artistas" (p. 5). Existen múltiples puentes entre el arte y las matemáticas que posibilitan esta interacción. Punto, línea, abierto, cerrado, simetría, equilibrio, proporción son conceptos que pueden suponer un punto de partida para el análisis o composición de una obra artística o apartados de un índice de contenido matemático. Conceptos compartidos por ambas disciplinas, escarapate de una estrecha y profunda relación. La búsqueda de la belleza, la creación de lenguajes propios o la capacidad para generar mundos alternativos son algunos de los elementos identificados como compartidos entre ambas a lo largo del metraje de "los números son bellos" (Rosell, 2012). La historia presenta a menudo la cristalización de esta relación en personajes como Da Vinci, Miguel Ángel o Lewis Carroll (Charles Lutwidge), o en la gran cantidad de matemáticos aficionados a la música y al arte en general.

Moreno (2004) señala que en la escuela se dan dos procesos de socialización. La primaria, mediante la que "el individuo se convierte en miembro de la sociedad", y la secundaria, "que [lo] introduce en un sector nuevo del mundo objetivo de su sociedad" (p. 31). Los contenidos de la socialización primaria poseen una inevitabilidad subjetiva mucho mayor que los de la secundaria y "como el sentido subjetivo de realidad es menor en los contenidos de socialización secundaria resulta más sencillos rechazarlos" (p. 37). Acaso con cierto atrevimiento, basándonos en las cualidades y características del arte, que permiten tanto la creación como la interpretación de las obras desde un ámbito de libertad subjetivo, podemos entender éste como próximo a la socialización primaria, donde el conocimiento generado, por inmerso en una subjetividad, resulta más parecido al tipo de conocimiento adquirido en el entorno familiar, representativo de la socialización primaria, que al tipo de contenido impartido en el aula, característico de la socialización secundaria. Así, el arte puede suponer un verdadero caballo de Troya, facilitando el que se puedan superar esos muros fortificados e infranqueables que en ocasiones representan las matemáticas.

Así mismo, la declaración conjunta de posición de la *National Association for the Education of Young Children* (en adelante NAEYC) y el *National Council of Teachers of mathematics* (en adelante NCTM) sobre las matemáticas en educación infantil (2013), indica que "es importante que los primeros encuentros de los niños con las matemáticas se produzcan dentro de un clima atractivo y estimulante" (p. 5) como el que, entendemos, puede generar el arte. Incluso se refleja que "es importante enlazar las matemáticas, dentro de las experiencias infantiles, con la literatura, el lenguaje,..., el arte, el movimiento, la música" (p. 9), fortaleciendo de este modo, la idea en cuanto a la capacidad del arte para superar el rechazo generado por las matemáticas.

Por otra parte, desde esta misma declaración conjunta se refleja que "en un buen proyecto educativo, los maestros hacen un uso reflexivo de varios enfoques, estrategias y materiales para fomentar el interés infantil hacia las matemáticas y la competencia en las mismas" (NAEYC y NCTM, 2013, p. 10). Este enfoque en cuanto a las matemáticas se entiende aquí de forma amplia, no limitándose a las diversas metodologías didácticas y abarcando las distintas perspectivas desde las que concebir la disciplina. A este respecto, en cuanto a la concepción de la disciplina, resultan interesantes las palabras de Radford (2010) en torno a la visión y la concepción sobre las matemáticas desarrollada por Lizcano. Al reseñar la obra *imaginario colectivo y creación matemática* (Lizcano, 2009), donde "la conceptualización de las matemáticas se inscribe en un orden cultural general que organiza otras maneras semejantes de pensar como la estética [o] la jurídica", Radford, alude al "carácter

supuestamente universal y atemporal de [éstas], imaginadas más allá de de las vicisitudes de la cultura” para justificar la ausencia de estudios desde las grandes escuelas, tanto sociológicas como antropológicas, en cuanto a la manera en que las distintas culturas han conceptualizado las ideas matemáticas a lo largo del tiempo.

Lizcano (2009) concluye que “hay tantas matemáticas como formas de pensar y de hablar en las que los diferentes imaginarios sociales se expresan y se comprenden a sí mismos” (p. 265). Es decir, las matemáticas “discurso de la pureza por excelencia, no,..., nacen armadas y enteras como Atenea de la cabeza de Zeus,..., emergen contaminadas por las significaciones imaginarias colectivas que laten en la razón común propia de cada época y cada cultura” (p. 13). Entendiendo por imaginario colectivo lo que se postula como fuente de cada cultura, un concepto difícil, sino imposible, de definir concreta y claramente. El imaginario supone así el soporte para el pensamiento al tiempo que delimita sus fronteras. Lizcano, a través de un análisis multidisciplinar, desviste, de alguna manera, de misticismo y sacralidad al axis mundi de esta sociedad actual que suponen las matemáticas, imbricando su desarrollo con el propio de cada cultura.

Bishop (1991), desde un análisis próximo a la antropología, indaga en el desarrollo de las distintas matemáticas generadas en las diversas culturas, determinando una serie de actividades universales que dan lugar a las múltiples ideas matemáticas. Describe también, cómo ha de ser el proceso de enculturación matemática incluyendo en el mismo el factor social, término continuamente resaltado al abordar la educación pero casi imperceptible al tratar la educación matemática.

Con la intención de posibilitar una vía de inversión de esta dinámica de rechazo y temor hacia las matemáticas, y empleando las herramientas que el mismo sistema educativo nos ofrece, esta breve investigación trata de ahondar en la interdisciplinariedad. En las posibilidades del arte para la enculturación matemática, partiendo del hermanamiento que puede suponer entre ambas el compartir un mismo origen cultural. “En cierto sentido puede decirse que la matemática,..., es una actividad estrictamente textual, lo que la emparenta antes con la literatura que con las llamadas ciencias” (Lizcano, 2009, p. 30). Así pues, ¿puede el arte suponer un contexto donde los alumnos lleguen a reconstruir las ideas matemáticas? Analizar y dar respuesta a esta cuestión configura el objetivo principal de la investigación. Ante una respuesta afirmativa a esta pregunta, surgen nuevos interrogantes que configuran los objetivos específicos. De este modo, partiendo del enfoque globalizador, “enfoque muchas veces repetido pero todavía poco implementado” (Alsina, 2012, p. 8), cabe analizar, ¿cuál es el mejor modo de empleo del arte con este fin sin caer en una mera instrumentalización del mismo? Y, ¿qué posibilidades metodológicas se presentan como óptimas para la interacción? Finalmente, cabe resaltar que a menudo se destaca la superposición entre ciencia y matemáticas, desde NAEYC y NCTM se indica que “conectar las matemáticas con otras materias, como las ciencias,..., contribuye a la mejora de la comprensión de ambas, así como al conocimiento de la amplia aplicabilidad de las matemáticas” (2013, p. 7). Entendemos que esta relación es extensible a otras disciplinas, de modo que ¿es posible la sinergia entre el arte y las matemáticas, restableciendo los puentes entre las mismas y diluyendo el temor hacia estas últimas?

La naturaleza del documento, la brevedad exigida por el mismo y la selección del enfoque para la investigación impiden profundizar en la naturaleza y la esencia del arte. De esta manera, y a pesar de concebir la no instrumentalización del mismo como uno de los ejes para este proyecto, no se acometen ambas disciplinas desde un grado equivalente de profundización. El término arte, en singular, engloba las distintas disciplinas artísticas, en contraposición a las matemáticas, en plural, que reflejan un grado más profundo de análisis.

1.1. Análisis de la cuestión desde la perspectiva de la cultura griega

Consideramos la educación, entre otras cosas, como un proceso social, interpersonal e individual. Social, ya que mediante el mismo una comunidad transmite a las siguientes generaciones la cosmología, las ideas religiosas, los valores, las destrezas técnicas, los saberes y las características específicas de esa comunidad que servirán al individuo a modo de herramientas para adaptarse a un medio concreto. Interpersonal, pues es un proceso desarrollado en la relación que establecen dos o más personas, el educador y el educando, el enseñante y el aprendiz, el maestro y el alumno y, cómo no, el alumno con el alumno. De acuerdo a este principio, Alvira (1980) señala el diálogo como la herramienta de mayor potencial educativo y el amor como elemento fundamental del proceso, que dota al diálogo de contenido. Finalmente, hay que considerarlo como un proceso personal, por cuanto requiere de la implicación y participación de la persona que quiere aprender o formarse. Al acercarnos a este proceso, a pesar de los siglos transcurridos, la importancia y vigencia de la antigua Grecia direcciona nuestra mirada hacia aquellos tiempos al tratar temas como cultura, educación, arte y matemáticas en busca de referencia e inspiración.

La importancia de Grecia en la historia, visible en el legado de producciones artísticas, la filosofía, la mayor de sus creaciones, o las continuas ocasiones en las que la cultura occidental ha acudido a aquellas fuentes procede del ingenio y del espíritu de aquel pueblo. Jaeger (2006, p. 8) expone que la "importancia universal de los griegos, como educadores, deriva de su nueva concepción de la posición del individuo en la sociedad". El autor elabora su discurso partiendo de la primera acepción del concepto cultura, tal como lo elaboró Grecia, referido al cultivo del espíritu humano y las facultades intelectivas del hombre, y lo desarrolla a partir de cualidades como la visión orgánica y sistémica de la naturaleza, la incesante y continuada búsqueda de un logos o ley universal y su naturaleza antropocéntrica. La visión de la naturaleza, donde las partes no son consideradas como algo aislado sino que están todas interrelacionadas generando una interconexión viva u orgánica, produce la búsqueda de esa esencia, el logos o ley universal que los griegos aplicarán en todas las áreas y facetas de la vida. La esencia de las cosas regirá las producciones artísticas, consiguiendo bellas proporciones en esculturas y arquitectura, quedará reflejada en la literatura a través de la exposición de las pasiones humanas y quedará también patente en el debate entre lo público y lo privado establecido por aquel pueblo. Todos, ejemplos que tienen al hombre como elemento central. La escultura antropomórfica, la literatura versando sobre la esencia de lo humano y el lugar del hombre en la sociedad, la más humana de las construcciones, justifican cómo a lo largo de la historia de Grecia podemos observar un descenso paulatino de la filosofía desde el cosmos a la tierra, culminando Sócrates, Platón y Aristóteles dicho descenso, al situar al hombre en el centro del problema. La conjunción de todas estas características hace que la educación en Grecia se vaya transformando a lo largo del tiempo en un proceso que busca formar al hombre conforme a su esencia, siguiendo un modelo con validez universal. El hombre delimita el epicentro del universo griego, cuya base espiritual es el humanismo, en cuanto a la esencia de la humanidad, concediendo al hombre una dignidad y un valor próximo al conferido por el cristianismo al alma individual humana.

Considerando a Sócrates y Platón en la cúspide de la evolución de un pueblo que termina confiriendo tal dignidad al individuo, que sitúa en sí mismo las causas de su conducta y pensamiento, resulta interesante indagar su concepción sobre temas como la educación, las matemáticas o el arte. Parece existir consenso en que mayéutica, palabra referida al método socrático, deriva del término griego referido al arte de las parteras. Incluso encontramos una fuerte conexión emocional, para aceptar esta teoría, en el oficio de partera ejercido por la madre de éste. Así, Sócrates a través de la mayéutica, mediante la interrogación, trataba de dar a luz al conocimiento que residía dentro del discípulo. La partera colabora en los procesos de alumbramiento pero no cabe duda de que la mayor parte del esfuerzo y del trabajo recaen sobre la mujer que alumbraba. Del mismo modo, la mayéutica requiere de un trabajo, esfuerzo e implicación, por parte del discípulo, para lograr la consecución del objetivo, hacer aflorar esa verdad que reside dentro de uno mismo. Sócrates no dejó escrito alguno, pero

considerar el análisis de un texto concediendo tanta importancia a lo que se dice como lo que no se dice o se omite, implica tanto comprender la redacción y el porqué se redactó como la omisión y su razón, obligándonos, cuando menos, a tratar de "leer" esa omisión absoluta de texto escrito. Continuando con esta argumentación, se puede interpretar que la mayéutica no puede llevarse a cabo siguiendo un texto sino que, atribuyendo una gran importancia a la oralidad y a la relación interpersonal establecida entre el alumno y el discípulo, se requiere de la participación de los dos agentes. Se aboga por una educación personalizada donde la implicación y participación del alumno es totalmente necesaria.

En cuanto a la naturaleza del saber y la educación, según la perspectiva de la obra de Platón, Jaeger (2006, p. 560) expresa: "en el Menón desarrolla el profundo concepto del saber,.... Éste, cuando es verdadero, no consiste en una asimilación pasiva, sino en una búsqueda esforzada, la cual sólo es posible mediante la participación espontánea de quien quiere aprender." Así, Platón, al igual que Sócrates anteriormente, y ambos conformes al carácter activo del espíritu griego, vuelven a situar al individuo en el centro de todo proceso, requiriendo de su participación e implicación para la consecución de un logro.

Al analizar el valor asignado a las matemáticas por estos autores, nos encontramos con dos concepciones contrarias. Jaeger (2006) atribuye a Sócrates una valoración educativa de las matemáticas conforme a la utilidad práctica que pudiese extraerse de ellas. Platón otorga un papel mucho más relevante a las matemáticas dentro del proceso educativo. Se tiene conocimiento de su empleo en la academia, e incluso se puede intuir cierta relación entre la dialéctica platónica y el modo de operar de las matemáticas. A este respecto cabe señalar las palabras del mismo autor:

... separados por más de dos mil años de la época en que las matemáticas griegas recibieron a través de Euclides su forma científica consagrada como clásica,...., no nos resulta fácil retrotraernos a la situación espiritual en que esta forma se hallaba todavía en gestación,.... . Si tenemos en cuenta que fue obra de pocas generaciones, comprenderemos cómo la labor concentrada de un puñado de investigadores geniales,...., creó una atmósfera de confianza, más aún, de seguridad en la victoria, y que en un ambiente plétórico de estímulos espirituales como el de la Atenas del siglo IV tenía necesariamente que imprimir un impulso extraordinario al pensamiento filosófico. La filosofía veía ante ella una idea de saber de una exactitud y de una perfección probatoria y de construcción lógica como el mundo no la había soñado,...., La atención que precisamente el aspecto metódico de los problemas despertaba por aquel entonces en los círculos matemáticos hacía que este modelo fuese de un interés inapreciable para la nueva ciencia de la dialéctica, desarrollada por Platón a base de los diálogos socráticos sobre la virtud. Ni la filosofía Platónica ni cualquier otra gran filosofía podría concebirse sin la influencia fecundadora de los nuevos problemas planteados y de las nuevas soluciones ofrecidas por la ciencia de aquella época,...., las matemáticas dieron impulso principalmente a las operaciones realizadas con objetos puramente noéticos, como lo eran las ideas Platónicas. Y, a su vez, Platón, gracias a sus nuevos conocimientos lógicos, se hallaba en condiciones de impulsar con la mayor intensidad la construcción sistemática de su ciencia, estableciéndose así una relación de intercambio, como señala la tradición. (2006, p. 708)

Platón ya no sitúa el conocimiento en el interior de las personas, sino que éste reside en otro mundo: el mundo de las ideas. Se distinguen dos mundos, el sensible y el inteligible, y a este último pertenecen las ideas a las que podemos acceder a través del pensamiento. Los entes matemáticos son concebidos dentro del mundo inteligible, pero por debajo de las ideas. Existen muchos triángulos ideales, pero solamente una idea del triángulo. Así, valora, no la practicidad de las matemáticas sino las características de su conocimiento.

Al tratar, a través de distintas citas, las consideraciones referidas a las matemáticas a lo largo de la historia, resulta cuando menos interesante constatar la semejanza que encierran algunas de ellas, bien sean referidas a dicha materia en la época de Platón o en la época actual. Así, Jaeger (2006) señala que "las matemáticas deben despertar el pensamiento del hombre" (p. 703), al referirse al punto de vista

de Platón sobre las mismas. Esta definición guarda gran parecido y equivalencia en cuanto al significado con las siguientes palabras de Brousseau: "Saber matemáticas no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es ocuparse de problemas que, en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones" (1985), citado en (Chamorro 2006, p. 10). El mantenimiento de esta consideración al discurrir los siglos resalta su valor y el potencial implícito en la misma, al mismo tiempo que justifica la concepción de Jaeger sobre Grecia, como origen temporal y espiritual de los pueblos helenocéntricos, entre los que nos encontramos. Hecho que, a su vez, justifica nuestro propósito de comenzar el análisis desde este momento histórico.

Grecia también ocupa un lugar destacado en la historia del arte. La belleza de las producciones plásticas aún hoy conmueve y estremece nuestras almas. Una belleza obtenida a través de la armonía existente entre todos los elementos compositivos. Grecia, en busca de la esencia de las cosas, de la ley universal, consiguió cuantificar la armonía mediante la proporción aurea, destacando ya desde la antigüedad la relación entre arte y matemáticas. Pero la relación de este pueblo con el arte no se reduce al descubrimiento y el empleo de este número de oro. Hauser (2005) sitúa en la Grecia arcaica la liberación del arte de la magia, del culto, de ser mero instrumento de propaganda, consumándose el nacimiento del "arte por el arte y por la belleza" (p. 128).

El arte, como anteriormente las matemáticas, vuelve a generar consideraciones enfrentadas entre Sócrates y Platón. El primero no muestra rechazo ante las artes plásticas. Jaeger (2006) señala que Sócrates deseaba que las artes plásticas trataran de "reproducir también la expresión del ser moral" (p. 423) sin limitarse únicamente a reproducir la belleza física. Platón, por su parte, presenta una actitud negativa y de rechazo ante el arte, por no suponer más que una serie de copias realizadas a partir del mundo sensible. Las producciones representan copias de otras copias. Hauser (2005) justifica esa actitud, no en cuanto a la procedencia del mundo sensible de los modelos empleados, sino porque es en esa época cuando "surgen las primeras señales de un modo estetizante de ver el mundo,..., más cuando la cultura estética alcanza un desarrollo en el que el gusto por las formas trae consigo una perfecta indiferencia por los contenidos" (p. 156).

Las consideraciones conjuntas de estos dos autores recuerdan acaso a uno de los artistas más provocadores que ha dado la historia. Manzoni (Gago 2008), a través de sus obras, reflexiona sobre cuestiones como dónde se encuentran los límites del arte, relacionado con la aspiración socrática de reproducir lo invisible, o por qué obtienen algunas obras esa valoración económica, realizando duras críticas a la mercantilización del arte y, por qué no, a ese modo estetizante de ver el mundo.

2. Marco teórico

2.1. La enculturación matemática desde la perspectiva de Bishop

La posición que Jaeger (2006) otorga a la antigua Grecia en cuanto a la configuración de nuestra cultura actual deriva, para éste, en la existencia de un resurgir de aquel espíritu griego cada vez que se reflexiona sobre la esencia de la educación abandonando la idea de adiestramiento. Se convierte en fuente de inspiración y renovación a la que acudir en busca de sólidos criterios desde los cuales explorar nuevas direcciones. Así, Bishop (1991), como guiado por el hilo de Ariadna, vuelve a plantearse este tipo de cuestiones reencontrándose con planteamientos similares a los elaborados por los pensadores griegos. Al realizar un análisis del currículo actual entorno a las matemáticas, destaca un potencial riesgo de adiestramiento. Describe una enseñanza basada en textos, que genera un aprendizaje impersonal consecuencia de un currículo dirigido al desarrollo de técnicas. Éste no ayuda a comprender o elaborar significados ni posibilita la adopción de una postura crítica: "Un currículo dirigido al desarrollo de técnicas no puede educar. Solo puede instruir y adiestrar" (Bishop, 1991, p.

26). La educación, para dicho autor, constituye un acceso a la cultura que requiere de la implicación y la participación activa del alumno, del mismo modo que anteriormente lo supuso para Sócrates y Platón. El alumno no supone un espacio vacío en el que situar conceptos, significados y valores de la cultura a la que accede. No existe un mero trasvase de contenidos. El alumno recrea la cultura, vuelve a construirla a partir de su individualidad, de sus vivencias y experiencias en interacción con personas poseedoras de esas ideas, conceptos y valores. En la teoría de la enculturación parecen incluirse los aspectos anteriormente resaltados en cuanto a las consideraciones de Sócrates y Platón respecto a las matemáticas. Sócrates valora las matemáticas conforme a la utilidad práctica que puedan suponer para la educación. A este respecto, cabe señalar la consideración de Bishop (1991) en cuanto al desarrollo de las mismas a partir de las necesidades derivadas del entorno, hecho que inevitablemente las relaciona con la practicidad o el instrumentalismo. Pero además, este autor, como hemos comentado con anterioridad, promulga una educación alejada del adiestramiento, con la finalidad de que los alumnos puedan llegar a hacer suyo el amplio abanico de herramientas que ofrecen las matemáticas. Excediendo los límites de la disciplina en sí misma y relacionándola con la vida y, por consiguiente, con el proceso educativo general. Esta construcción del conocimiento, implícita en el "hacer suyo el amplio abanico de herramientas", muestra claramente una oposición en cuanto a la consideración de las matemáticas por parte de Bishop y Platón. Platón las sitúa en el mundo de las ideas, aunque en un rango inferior, como un conocimiento que puede ser alcanzado. Inmutables, "desempeñan el papel de ser parte de la realidad y ayudar a disciplinar la mente para alcanzar las ideas eternas" (Moreno, 2004, p. 149). Bishop, desde el prisma de socioconstructivismo concibe que el "conocimiento matemático se deriva del diálogo y las negociaciones interpersonales" (Moreno, 2004, p. 152), es decir, supone un conocimiento que se construye en interacción. Pero, a pesar de estas consideraciones tan encontradas, ambos autores coinciden en otorgar a las matemáticas el mismo papel vehicular. Las matemáticas poseen la capacidad o la cualidad de hacernos lograr otro fin más elevado. Despertar el pensamiento del hombre, en el caso de Platón, posibilitando el alcanzar las ideas eternas, y una "manera de conocer" (p. 24), para Bishop (1991), suponiendo el acceso a una amplia gama de herramientas que facilitan el comprender y actuar en el entorno.

El siguiente apartado supone un resumen de ideas que han sido extraídas de la lectura de Bishop (1991). El autor, desde la perspectiva de la enculturación matemática, aborda el cómo se generan las ideas matemáticas. Como el arte o el lenguaje, éstas son concebidas como un fenómeno cultural y no exclusivas de una sociedad. Distintas matemáticas han sido elaboradas por diferentes culturas. Brousseau (2007), identifica la enseñanza como "una actividad que concilia dos procesos: uno de enculturación y otro de adaptación independiente" (p. 14). En el desarrollo de su teoría Bishop (1991) profundiza, sobre todo, en el primero de los procesos, el de la enculturación. La interacción necesaria entre los distintos actores adquiere un papel protagonista en dicho proceso. Se vuelve a dar relevancia a las características social e interpersonal referidas a la educación, pero tan olvidadas al acometer la educación matemática. Estas dos razones, el hermanamiento con el arte, en cuanto a la génesis cultural de ambas disciplinas, y la consideración de la construcción del conocimiento matemático como resultado de la interacción entre los actores implicados, constituyen dos causas determinantes para contemplar la obra de este autor como nuestro marco teórico.

Se describe la educación como un proceso social, abordando la educación matemática desde una perspectiva cultural. Las matemáticas son consideradas como un fenómeno cultural, permitiendo relacionarlas con el entorno físico y social. A lo largo de los siglos, y más aún con el desarrollo de las ciencias sociales, el término cultura y su acepción han ido variando. Ya no supone aquel de la antigua Grecia relativo al cultivo del espíritu. Ortiz-Osés (2006) define al ser humano como un animal cultural que se adapta al medio valiéndose de la cultura forjada por él mismo. De esta manera, se puede considerar que la función de la cultura es la de relacionar al hombre tanto con el hombre como con el entorno. White (1959) comparte esta visión y describe los componentes que forman la cultura desglosándolos en cuatro categorías. La categoría ideológica: que enmarca las creencias y depende de símbolos y filosofías. La categoría sociológica: delimitada por costumbres, instituciones, normas y

pautas de comportamiento interpersonal. La categoría sentimental: configurada por actitudes y sentimientos relacionados con personas. Y la categoría tecnológica, referida a la fabricación y el empleo de instrumentos y utensilios. Las cuatro categorías están relacionadas entre sí, siendo la tecnológica la principal que determina el contenido de la ideológica, sentimental y sociológica. Los instrumentos referidos dentro de la tecnología cultural son entendidos en un amplio sentido, no limitándose exclusivamente a utensilios, de tal manera que posibilitan la inclusión de los sistemas instrumentales. Bruner (1964) describe tres tipos de sistemas instrumentales como son los amplificadores de las capacidades motrices, los amplificadores de la capacidad sensorial y los amplificadores de la capacidad de razonamiento. Esta última categoría de amplificadores de razonamiento está compuesta por el habla, el lenguaje escrito y la simbolización matemática, hecho que posibilita definir y entender las matemáticas como una tecnología simbólica. Así, las matemáticas quedan definidas como un fenómeno cultural, que supone una tecnología simbólica, que a su vez, nos brinda la posibilidad de explorar tanto la ideología, como los sentimientos y la sociología creados por la misma e indagar en cuáles son los valores implícitos en la cultura matemática.

Definir las matemáticas como un fenómeno cultural, es suponer que todas las culturas realizaron y realizan las matemáticas, así pues, "¿cuáles son las actividades matemáticas equivalentes a la comunicación, que dio lugar al desarrollo del lenguaje?" (Bishop, 1991, p. 42). El mismo autor describe seis actividades universales que implican un desarrollo matemático, bien aisladamente o bien por interacción entre las mismas. Contar y medir, actividades que implican el número pero que se derivan de necesidades contextuales diferentes. Localizar y diseñar, que implican una estructuración del espacio, la primera relacionada con aspectos topográficos y cartográficos y la segunda con la idea de la forma. Jugar y explicar, incluidas dentro de la función de la cultura de relacionar a unas personas con otras. Todas estas actividades favorecen y posibilitan el desarrollo de la tecnología simbólica que llamamos matemáticas.

La evolución tecnológica se da en función de las necesidades percibidas en el entorno, tanto físico como social. Encontramos diversos sistemas para contar asociados a distintas necesidades derivadas de múltiples entornos. Como ejemplo, podemos destacar la existencia de más de 500 formas de contar en Papúa-Nueva Guinea o el desarrollo de los números pequeños por los aborígenes australianos, reflejado en el lenguaje. Contar es una actividad estimulada por procesos como el clasificar o el buscar pautas, que tiene un reflejo en el lenguaje, para llegar a comunicar los productos de dicha actividad.

Medir es una actividad empleada para cuantificar, comparar u ordenar distintas cualidades según su valor o importancia. El qué cualidades tienen importancia y cómo se valoran las cosas, puede diferir de una cultura a otra. Nuevamente, encontramos el entorno local y las necesidades provocadas como el fundamento para esta valoración, como fuente que proporciona las cualidades a medir y los sistemas de medición. Las peculiaridades de cada cultura quedarán reflejadas en los cuantificadores, tanto para contar como para medir, generados por el lenguaje. La medición mantiene una estrecha relación con los procesos económicos y comerciales, implicando tanto aspectos numéricos como sociales. En cuanto al desarrollo de unidades y sistemas de unidades para la medición, parece ser que una mayor necesidad ambiental o social propicia una medición más detallada, sistemática y precisa.

Localizar, la necesidad de conocer el entorno, explorar nuevos territorios por tierra y mar, es inherente al ser humano, ya sea para buscar alimento o por el comercio. Sociedades distintas han elaborado diferentes sistemas de codificación para representar el entorno. Lugares de orografía escarpada, como ciertas zonas de Papúa-Nueva Guinea, han generado un lenguaje que puede reflejar distintos grados de inclinación, pero con el que no es sencillo describir la horizontalidad. Son el entorno y las necesidades derivadas del mismo lo que facilita el desarrollo de las ideas matemáticas para la localización. Localizar ha generado muchas ideas geométricas y continúa haciéndolo.

Diseñar es la actividad implicada en la conformación del entorno. Supone crear una forma determinada en la naturaleza o abstraer una forma del entorno. Imaginar supone un motor para la evolución de las matemáticas, el diseño, el plan o proceso de abstracción, contiene una importancia mayor que la ejecución de dicho plan, ya que es con el diseño y la representación cuando se desarrolla la idea de figura o forma. El análisis de los productos diseñados por una cultura puede dar idea de las matemáticas elaboradas en ese contexto.

| <i>Actividad</i> | <i>Desarrolla</i> |
|------------------|---|
| <i>Contar</i> | Lenguaje - imágenes espaciales - sistemas numéricos |
| <i>Medir</i> | Lenguaje de cuantificadores - unidades - sistemas de medición |
| <i>Localizar</i> | Lenguaje - imágenes espaciales - sistemas de coordenadas |
| <i>Diseñar</i> | Imágenes - formas - ideas geométricas |

Tabla1. Actividades universales y correspondientes desarrollos matemáticos

El juego y la explicación son dos actividades que promueven la relación de unas personas con otras. Se pueden identificar elementos matemáticos en distintos juegos de azar, como el juego de dados, o de estrategia extendidos por todo el mundo, como el mancala. Son juegos que pueden ser llevados a cabo mediante el azar o generando estrategias que requieran de cálculos o la estimación de infinidad de combinaciones posibles. Pero el juego no resulta únicamente interesante, desde las matemáticas, por la implicación de formas, figuras o números. Una de las cualidades más apreciadas por los matemáticos es que, del mismo modo que su disciplina, es una actividad regida por reglas. Por otra parte los juegos llamados de imitación, parten de una modelización de la realidad que en su proceso pueden potenciar en el jugador el desarrollo de estrategias, precisión y astucia. El juego supone un funcionamiento hipotético, una modelización de la realidad y una actividad regida por reglas que todos los jugadores deben aceptar. Así, puede llegar a ser considerado como la fuente del pensamiento hipotético, el primer paso de alejamiento de la realidad para su posterior reflexión y posible modificación imaginaria.

“Explicar centra la atención en las abstracciones y formalizaciones que se derivan de las otras actividades” (Bishop, 1991, p. 71). Es una actividad encaminada a responder el porqué, relacionando unos fenómenos con otros, potenciando la búsqueda de una teoría que explique la razón de los hechos. La clasificación y la similitud, relacionadas con las matemáticas, configuran formas de explicación. La similitud fundamenta el lenguaje, que supone una representación de la misma. El lenguaje da forma a los relatos, cuyos conectores lógicos resultan interesantes desde un punto de vista matemático. La clasificación supone una forma explicativa menos elaborada, pero el modo de clasificar es propio de cada cultura, por lo que mientras las cinco actividades anteriores permiten transferencias de una cultura a otra, la explicación presenta una mayor resistencia. Las ideas viajan fácilmente entre culturas pero el modo en que estas se conectan o se relacionan dentro de una concreta, el modo de clasificar, permanece constante generalmente.

Todas las culturas han desarrollado la tecnología simbólica de las matemáticas a partir de estas seis actividades, bien por separado o en interacción, en función de las necesidades físicas y sociales determinadas por el entorno. Este origen cultural, la interacción, los conflictos y los desarrollos interculturales, han dado como resultado la elaboración de las matemáticas “occidentales”, que han recibido el mayor impulso de una sociedad cada vez más fundamentada en la tecnología. El desarrollo teórico de Bishop (1991) en cuanto a la concepción de las matemáticas, basado en las teorías de White y Bruner, brinda la posibilidad de explorar la ideología, la sociología y el sentimiento creado por la tecnología simbólica matemática e indagar cuáles son los valores implícitos en la misma. Los valores serán los que diriman la organización de una cultura, de modo que es necesario conocer los valores de las matemáticas para poder acometer el proceso de enculturación de los niños.

En cuanto al componente ideológico se identifican los valores de racionalismo y objetismo. La razón es el valor que otorga autoridad a las matemáticas. La lógica y la razón están muy arraigadas en nuestra cultura, pero las cosas y las personas no son entes lógicos. Así, juzgamos lógica la actuación de un individuo al relacionarla con una explicación lógica. Lo que es lógico es el desarrollo interno de las matemáticas. El racionalismo parte de la separación entre objetos e ideas ya empleada en el desarrollo filosófico platónico, parte de un modo de pensar, el de la antigua Grecia, "articulado sobre procesos de abstracción" (Lizano, 2009, p. 19). De este modo, se observa que para valorar el racionalismo es necesario ser consciente de la abstracción y la teorización.

El objetismo, es un término empleado por el autor para "caracterizar una visión del mundo dominada por imágenes de objetos materiales" (Bishop, 1991, p. 91). Tanto el racionalismo como el objetismo son ideologías que pueden considerarse deshumanizadas, que refuerzan la visión materialista y objetiva del mundo, ante la subjetiva. El poder "objetificar" las abstracciones con las que trabajan las matemáticas, permite un mejor manejo de las mismas, siendo el repertorio de símbolos el vehículo más importante para emplear ideas matemáticas como si fueran objetos.

En cuanto al componente sentimental de la cultura se describen los valores contrapuestos de control y progreso. El conocimiento supone un sentimiento de control. Se genera una sensación de seguridad al poder predecir ciertos acontecimientos. Pero para controlar algo el comportamiento se ve modificado. Así, las personas que viven en un entorno de gran desarrollo tecnológico, que posibilita un control elevado, deben aprender a adaptarse al mismo, modificando su comportamiento. A pesar de esa necesidad de modificar el comportamiento, el control está relacionado con aspectos estáticos mientras el valor complementario de progreso lo está con los dinámicos. El progreso se relaciona con el cambio o la evolución e implica que lo desconocido puede llegar a conocerse. Del mismo modo, las abstracciones matemáticas permiten formular generalizaciones que posibilitan partir de algo conocido para encaminarnos a algo que puede ser conocido.

La apertura y el misterio son los valores relacionados con el componente sociológico. Los principios matemáticos expresados mediante demostraciones suponen un tipo de conocimiento abierto y seguro. Representan verdades universales, independientemente del lugar o la cultura desde la que los abordemos, y están siempre abiertos para poder ser sometidos a examen por cualquier persona. El hecho de que la escritura matemática sea despersonalizada posibilita concebir que sea un conocimiento que pertenece a todos. El misterio hace referencia a ese "desconcierto" que generan las matemáticas, a pesar de la apertura y la accesibilidad que las caracterizan. Este hecho puede ser consecuencia de no entender qué son las matemáticas, aunque también resultan relevantes, y habrán de tenerse en cuenta en cuanto al misterio, las palabras de Lizcano (2009) en base a Castoradis (1988). "La matemática no puede dejar de estar sobredeterminada por el magma de las significaciones imaginarias de la sociedad que la construye" (p. 29), esto es, "en cualquier entorno, por restringido que sea, de una operación o concepto matemático siempre hay significaciones que lo exceden" (p. 28) Hecho que acrecienta el misterio de las matemáticas justificando que "no hay aritmética sin mito" (Castoradis, 1988), citado en (Lizcano, 2009, p. 29).

De manera semejante a la de Bishop (1991), Moreno (2004) identifica los valores complementarios de instrumentalismo–abstracción y selección–integración, referidos ya no a la cultura matemática sino a la educación matemática. "El instrumentalismo es uno de los valores más declarados para la consideración de la matemática como materia educativa" (Moreno, 2004, p. 97), en base a la funcionalidad de la disciplina para el desenvolvimiento en la vida real. Valor relacionado con el desarrollo tecnológico, "se asocia con valores sociales como la igualdad, la justicia, la solidaridad,..., la democracia" (Moreno, 2004, p. 98). Por otra parte, "la abstracción es un valor,..., tradicionalmente asociado a la capacidad intelectual" (Moreno, 2004, p. 99). Un desequilibrio hacia este valor encamina hacia la selección. Es un valor asociado con valores propios de la cultura matemática como el racionalismo y el objetismo, en los que se encuentra contenido.

El siguiente par de valores contrapuesto está integrado por la selección y la integración. El primero, supone un "filtro para seleccionar alumnos con capacidad de estudio" (Moreno, 2004, p. 100). "Se desarrolla en sistemas educativos en los que la matemática se presenta como una materia de difícil aprendizaje" (Moreno, 2004, p. 101), asociándose con los valores de control y misterio. Mientras, la integración supone su par complementario y contrapuesto, relacionado con el progreso y la apertura. Es el valor que defiende que "las matemáticas son para todos, todos pueden tener acceso a ellas" (Moreno, 2004, p. 101). Implica que la disciplina sea útil para todos, no en función de las aptitudes individuales, relacionadas con la selección, sino del empleo que cada uno les dé.

2.2. La enculturación en las aulas

El proceso de educación supone una vía de acceso a la cultura y por ende a la cultura matemática. Un camino que posibilita la disposición del amplio abanico de posibilidades inherentes a esta tecnología simbólica, para lo cual cada individuo habrá de hacer propios los modos y estilos de razonamiento implícitos en la misma. Toda cultura se organiza en función de sus valores y toda educación transmite, aunque sea de manera no consciente, unos valores determinados. Hoy día se constata un desequilibrio entre los valores de la cultura matemática y los derivados del desarrollo del currículo actual. Éste, dirigido al desarrollo de técnicas, no facilita la concepción de ser una materia dirigida a la reflexión, "está formado por procedimientos, métodos, aptitudes, reglas y algoritmos" (Bishop, 1991, p. 24). Generalmente basado en libros de texto, relega el papel docente al de mero transmisor de la palabra escrita, propiciando un aprendizaje impersonal donde las ideas de los niños no tienen cabida. Así, el desequilibrio prioriza el objetismo frente al racionalismo, el control frente al progreso y el misterio frente a la apertura. Consecuentemente, también se inclina la balanza de los valores de la educación matemática, adquiriendo la abstracción y la selección un mayor peso que el instrumentalismo y la integración. Objetismo, control y misterio generan un rechazo hacia la disciplina, alimentando la selección y limitando el acceso al amplio abanico de herramientas que ofrecen las matemáticas, redundando negativamente en la integración. El currículo que permita una enculturación matemática debe ofrecer opciones para reflexionar sobre el conjunto de valores, su interacción y equilibrio dentro de la sociedad. Desde la perspectiva cultural, la educación requiere de una implicación por parte del niño. La cultura no se puede transmitir de una generación a otra como si fuese un ente inalterable en forma y contenido. El acceso a la misma constituye un proceso dinámico donde el papel activo de las personas implicadas no se limita únicamente a absorber el contenido, sino que éste es recreado partiendo de la propia individualidad. Los alumnos van construyendo su conocimiento cultural al interactuar con otras personas poseedoras de ideas, normas y valores de esa cultura. De este modo, la enculturación matemática ha de poseer la capacidad de iniciación en símbolos, conceptos y valores de la cultura matemática, suponiendo una responsabilidad para con la cultura y el niño.

El currículo cultural debe asociar las seis actividades universales con el desarrollo de la tecnología simbólica representando los valores de la cultura matemática, hecho que ha de repercutir en el equilibrio de los valores de la educación matemática. Al describir este currículo, el autor emplea la terminología, aquí respetada, de principios, componentes y procesos, en lugar de los habituales objetivos, contenidos y método. De esta manera, describe cinco principios dentro del currículo de enculturación.

La representatividad: debe representar la cultura matemática, tanto la tecnología, relacionada con la seis actividades universales, como los valores. La ausencia de demostraciones en el currículo actual repercute negativamente en el racionalismo, del mismo modo, ofrecer pocas situaciones propicias para ser creativos e innovadores repercute negativamente en el progreso y la falta de sentido y comprensión por parte de los alumnos fomenta el misterio restando relevancia a la apertura. El currículo debe corregir estos desequilibrios representando la cultura matemática en su totalidad.

El formalismo: el currículo debe estar dirigido al nivel formal¹ de la cultura matemática, mostrando conexiones con el nivel informal y suponiendo una introducción al nivel técnico. La estructuración, basada en las seis actividades universales, confiere una base cultural a las matemáticas, indica la razón del porqué forman parte de la cultura y posibilita relacionarlas con las matemáticas de otras culturas.

La accesibilidad: la educación matemática debe ser accesible a todo el mundo. El contenido curricular ha de ser acorde a las capacidades de los alumnos. Debe atender a la necesidad de crear oportunidades para niños concretos, en función de sus intereses y vivencias, que permitan profundizar más en las ideas matemáticas abandonando la estructuración de arriba-abajo empleada en el currículo tradicional.

El poder explicativo: el currículo debe explicar. La perspectiva actual dirigida al desarrollo de técnicas ofrece unas matemáticas reducidas al "hacer". El enfoque cultural parte del "hacer", como necesidad para explicar, ofreciendo las matemáticas como "una manera de conocer" (Bishop 1991, p. 24). El poder se transmitirá a través de fenómenos, derivados del entorno cercano, accesibles y conocidos por los niños que aún no han sido explicados. El hecho de dirigir el currículo al entorno específico de los alumnos favorece que éste refleje distintas necesidades sociales, posibilitando a su vez el diseño y la elaboración de distintos documentos de acuerdo a la diferencia entre países o contextos. Que las verdades matemáticas sean universales no puede degenerar en la universalidad del currículo. La enculturación, atendiendo a las diversas realidades a las que supone un acceso, no puede tender a la homogeneidad. Las necesidades específicas del entorno devienen en distintos currículos, del mismo modo que la personalidad y las vivencias de cada niño hacen que un mismo currículo sea experimentado de distintas maneras. La individualidad es, factor fundamental de la recreación cultural.

La Concepción amplia y elemental: el poder explicativo de las matemáticas puede abarcar una amplia gama de fenómenos y conviene resaltar esta amplitud. La limitación impuesta por el tiempo en todo currículo y la importancia dada a la amplitud de las explicaciones y al contexto conlleva que el contenido trabajado sea relativamente elemental.

La aplicación de los principios tendrá consecuencias en los valores de la educación matemática. La accesibilidad, por ejemplo, compensa el desequilibrio entre la selección y la integración. Fortalece la integración al erigirse sobre la idea de que las matemáticas son para todos: "las matemáticas se construyen desde ese saber común que todos los moradores de una cultura compartimos, y..., por tanto basta ese saber común para tener acceso a cualquier construcción matemática" (Lizcano, 2009, p. 17). Al mismo tiempo, atiende a la necesidad de crear oportunidades para cada niño, en función de sus de sus intereses y vivencias, permitiendo una profundización individual, acaso un acceso al nivel técnico, y, por consiguiente, una selección.

Del mismo modo, el formalismo, el poder explicativo y la concepción amplia y elemental fortalecen el instrumentalismo y la integración frente a sus valores complementarios de abstracción y selección. El hecho de no estar dirigidas a un nivel técnico, como suele ser el caso, junto con el énfasis en el poder explicativo, aplicado al ámbito y el entorno cercano de los niños, favorece que éstos puedan hacer suyo, construyendo significativamente el conocimiento matemático, el amplio abanico de herramientas que ofrece esta tecnología simbólica. Respetando la individualidad que hemos determinado como fundamento de la enculturación, pueden llegar a superarse ciertas situaciones paradójicas que se dan en la actualidad. Así, hoy día, se puede constatar en mucha gente que manifiesta un rechazo y un temor hacia las matemáticas, unos modos de pensamiento típicos de esta cultura, como la búsqueda de pautas y la elaboración de modelos, en acciones y situaciones cotidianas

¹ Davies (1973) identifica tres niveles el informal, el formal y el técnico. Atendiendo al empleo de las matemáticas, en el nivel informal las simbolizaciones y conceptualizaciones son empleadas de forma imprecisa, al contrario del nivel formal que supone de un empleo consciente y asunción de los valores. El nivel técnico supone el desarrollo del sistema simbólico desde dentro de la cultura matemática.

para la posterior toma de decisiones. Desde la individualidad, la aceptación de las distintas características de cada persona, y la integración, que prima la utilidad de las matemáticas en cuanto al uso que cada uno haga de ellas, las matemáticas se presentan como una serie de técnicas, relacionadas con el hacer, y una serie de reglas de pensamiento, relacionadas con el conocer. La validación, por parte de estos principios, de un acercamiento natural, fruto de las características de la persona, hacia los modos de razonamiento en detrimento del empleo de técnicas, puede solventar esta paradoja, reduciendo el temor de estas personas hacia las matemáticas, al entender que también están disponiendo de las herramientas que ofrece esta disciplina.

El enfoque cultural incluye tres componentes, no excluyentes, que reflejan las seis actividades universales y los valores de la cultura matemática. El Componente simbólico, donde se exploran los valores del racionalismo y el objetismo, está basado en conceptos y debe organizarse en torno a las seis actividades. Los conceptos derivados de contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar deberían estar englobados en torno a centros de interés. De este modo, las actividades mediante las que se trabajen deben incluir variedad de contextos y situaciones, estar centradas en tareas y problemas estimulantes, llevarse a cabo con distintos materiales y en referencia al entorno físico y social.

El componente societal, que expone los usos de las matemáticas en la sociedad, facilita el desarrollo de los valores de control y progreso. Reflexionar sobre el empleo de las matemáticas en el pasado, en el momento actual e incluso aventurarse a preverlo en el futuro, puede ayudar a hacerse conscientes de los valores derivados de las mismas. Este componente supone una dimensión histórica del desarrollo matemático factible de ser trabajado a través de proyectos.

El componente cultural, indicado para los valores de apertura y misterio, muestra las matemáticas como fenómeno cultural. Si el componente simbólico muestra las ideas matemáticas que resulta interesante conocer y el societal cómo se utilizan esas ideas, el componente cultural refleja cómo y por qué se generaron éstas, promoviendo una reflexión sobre qué son las matemáticas. Es un componente orientado a criterios propios e internos de la disciplina, llevado a cabo mediante investigaciones que facilitan imitar algunas de las actividades desempeñadas por los matemáticos.

Estos componentes, con la dimensión histórica y la visión interna de la disciplina, sin llegar a conformar un método genético, tratando de "reconstruir el clima psicológico que envuelve a cada momento creador que haya supuesto un salto cualitativo en la historia de las matemáticas" (González, 2004, p. 22), sí que presentan la capacidad para subsanar las consecuencias negativas de la exclusiva exposición deductiva. Es decir, los estudiantes no tienen porque sentirse "engañados al hacerles creer que las matemáticas han sido creadas por grandes genios que a partir de unos principios y por vía exclusivamente lógica obtenían los teoremas y su demostración impecable" (González, 2004, p. 20), algo que, lógicamente, podría derivar en un rechazo hacia las matemáticas, acomplejando al alumno al no poder emular a esos grandes genios.

Bishop (1991) propone un currículo que presenta un equilibrio entre actividades, proyectos e investigaciones. Se sugiere comenzar trabajando exclusivamente los conceptos, para ir introduciendo gradualmente proyectos e investigaciones en la medida en que se asciende a lo largo de los distintos niveles y etapas educativas.

El proceso de enculturación debe tener en cuenta el contexto social, ser formal, desarrollarse de manera interpersonal e interactiva, ocupándose de conceptos, significados, procesos y valores y ser para todos. El término de enculturación resalta la importancia de los valores desechando la idea de educación como un mero proceso de transmisión de ideas instrumentales, impersonales y mecanicistas actuales. Aboga por una concepción humanista del proceso, a pesar del valor objetismo, que fomenta la visión mecanicista del mundo. El valor ha supuesto un impulso para las matemáticas. Aun así, la primera cuestión a la que debe hacer frente la enculturación es la de alejarse del

mecanicismo, resaltando el proceso como una tarea conjunta entre los alumnos y el docente. El maestro debe conformar significados, conceptos, valores y procesos mientras que el alumno los desarrolla, los construye a partir del enseñante y el entorno físico y social.

3. La enculturación matemática: espacio para el arte

3.1. Un espacio para el arte en la enculturación matemática

La vía de acceso a la cultura matemática descrita posibilita un espacio para la inclusión del arte en dicho proceso. En primer lugar y suponiendo tal vez una entrada indirecta, cabe resaltar las continuas referencias al entorno para el desarrollo de las ideas matemáticas. En nuestro entorno más próximo, dentro de esta sociedad tecnológica y avanzada, la presencia del arte es un hecho habitual. Nuestra cotidianidad mantiene una constante relación con las obras de arte. Ya no nos vemos obligados a acudir a espacios concretos y limitados, como museos o galerías, para poder disfrutar de una experiencia estética-artística. El arte forma parte del entorno. Diversas obras o reproducciones embellecen todo tipo de espacios. Las creaciones artísticas han traspasado los muros de los lugares de exposición. Oteiza y Chillida, por nombrar un ejemplo de los muchos que se repiten a lo largo de nuestra geografía, flanquean las playas de San Sebastián resaltando aún más la belleza natural del entorno e inundándolo de formas geométricas, simetrías, equilibrios y otras ideas matemáticas. No resulta extraña la transformación del espacio público y urbano en un espacio artístico a través de distintas formas de arte contemporáneo como las performances o instalaciones.

Las metodologías mencionadas para el desarrollo de los distintos componentes, es decir, los centros de interés, los proyectos y las investigaciones, abogan por una interdisciplinariedad pudiendo enmarcarse dentro del llamado enfoque globalizador. Zabala (1999) adscribe dos principios a este enfoque, que son compartidos desde la perspectiva cultural de la educación matemática: El constructivismo y la función social de la enseñanza, que orienta el estudio a la realidad, tratando de comprenderla para intervenir en ella y transformarla. La idea de las matemáticas como una materia de reflexión y una manera de conocer, junto con la pretensión de que la educación esté dirigida a todo el mundo propiciando el acceso a la amplia gama de posibilidades que brindan, concuerda con el principio descrito por Zabala. El enfoque globalizador, de acuerdo con el sincretismo de Claparède o el globalismo de Decroly, trata de alcanzar una visión global y holística de la realidad. Partiendo desde una perspectiva metadisciplinar, y una pretensión transdisciplinar, se llega a alcanzar la interdisciplinariedad. Esto permite captar la realidad en todas sus dimensiones, generando conceptos generales y transferibles y potenciando las estructuras de conocimiento. A este respecto, Bishop (1991) indica la posibilidad de que se produzcan conexiones y superposiciones entre distintas disciplinas como la ciencia y el arte, por ejemplo. Los conceptos transferibles trabajados mediante actividades, susceptibles a la inclusión del arte, destacan los significados y explicaciones ofrecidos por las matemáticas, resaltando la importancia de las demostraciones y el racionalismo.

La dimensión estética y la belleza de las cosas no son cualidad exclusiva del arte pero sí comúnmente asociada a dicha disciplina. El racionalismo, a través de la coherencia y cohesión de los argumentos, también comparte esta cualidad. Uno de los mayores exponentes de la belleza de un desarrollo racional puede ser asociado a la poesía. Pessoa, quien llegó a escribir que "El binomio de Newton es tan bello como la Venus de Milo. Lo que hay es poca gente que se dé cuenta de ello" (1994, p. 260), supone uno de los posibles ejemplos de la belleza implícita en el raciocinio, aunque con una obra excesivamente complicada para trabajar con los niños. Aun así, la poesía no deja de ser un buen instrumento con el que trabajar el valor racionalismo. Emile Chartier, pensador y profesor de filosofía francés, llegó a referir que "en educación infantil bastaría con enseñar geometría y poesía" (2002), citado en González (2008, p. 31), afirmación que corrobora el potencial de este arte. El potencial de la literatura no se limita exclusivamente a la poesía. El folclorista Joaquín Díaz expresa, al referirse a la

literatura de tradición oral, que "los cuentos encierran la sabiduría que se quería transmitir, el bagaje de conocimientos que servían para la vida" (López, 2010). Así, el cuento es un material susceptible de incluir en el lenguaje empleado los aspectos matemáticos generados a partir de las seis actividades universales. Asociaciones, incluidas en el desarrollo del pensamiento lógico matemático para la etapa de educación infantil, como las metáforas, conectores lógicos propios del lenguaje, elementos comparativos, referencias espaciales, temporales o magnitudes son a menudo empleadas en los cuentos. La misma narrativa se estructura a menudo en series, sucesiones u ofreciendo ciertas pautas de repetición asimilables a los contenidos matemáticos trabajados en la educación infantil.

Las seis actividades universales para el desarrollo de las matemáticas también suponen un acceso del arte a la enculturación matemática. Nos centraremos sobre todo en dos de ellas, diseñar y jugar, por entender que suponen una mayor relación entre el arte y las ideas matemáticas. Las ideas de forma y de figura se desarrollan a través del diseño. Desde la perspectiva matemática es la planificación, y no la elaboración, la que adquiere mayor importancia. Ciertas artes plásticas, como la escultura, también han evolucionado en la misma dirección, reconociendo la autoría de grandes obras, como Chillida u Oteiza, a quien las diseñó obviando la fundición donde se produjeron. El arte y las matemáticas pueden ser considerados, desde el diseño, como las dos caras de la misma moneda. Así, Gerdes (1986), citado en Bishop (1991), analiza las ideas matemáticas implícitas en los trabajos artesanales de los mozambiqueños, demostrando que esa cultura, como todas las demás, también hacía matemáticas. El arte se orienta a la construcción y la composición mientras las matemáticas se basan en el análisis y descomposición de los diseños.

Como hemos mencionado, los juegos pueden implicar distintos contenidos matemáticos como formas, figuras o números. El tipo de naturaleza de cada juego también puede presentar beneficios para la educación matemática. Así, a través del juego simbólico o imitativo es factible la conformación de diversos contextos en los que distintos contenidos matemáticos adquieran una mayor significatividad. El juego libre presenta la virtud o la capacidad de superar ciertos problemas derivados del contrato didáctico. Los niños juegan en función de unos objetivos y unas reglas determinadas por ellos mismos. No existe miedo a equivocarse, ni directrices ni requerimientos por parte del maestro. Los alumnos no estipularán la edad de 44 años para el capitán de un navío que en el que se embarcan 26 ovejas y 18 cabras para dar respuesta a la pregunta absurda de un profesor (Brousseau, 2007, p. 75)². Por otra parte, cualidades artísticas y estéticas pueden ayudar a explicar la razón del porqué unos juegos han perdurado a lo largo del tiempo y otros no, aludiendo a que éstas generan una mayor o menor atracción y distintas sensaciones placenteras.

La modelización de la realidad es otra de las virtudes del juego desde el punto de vista matemático. Esta misma cualidad es empleada por Hardy (1999), citado en González (2008), para relacionar ya no el juego y las matemáticas sino el arte y las matemáticas, al tratar el tema de la belleza dentro de estas últimas. Matemáticos, poetas y pintores son equiparados por ser todos constructores de modelos. Ambas modelizaciones provienen de la abstracción, pero difieren en su naturaleza. Las matemáticas generan un modelo universal y cerrado, objetivo y mecanicista, en cuanto que éste con una lectura única puede emplearse para la resolución de otros problemas. Se parte de la realidad para crear un modelo que permite una respuesta y puede volver a aplicarse al mundo real con esa capacidad de resolución. El arte, con un modelo universal y abierto parte desde una perspectiva subjetiva, crea un modelo desde un análisis personal de la realidad que a su vez es captado y analizado desde el

2 Godino J.D., Batanero C. y Font V. (2003, p. 72) se refieren al contrato didáctico como "una serie de normas no explícitas... que guían la colaboración de los alumnos, y sus obligaciones, así como su forma de reaccionar ante un error o una indicación del profesor". Brousseau (2007), al tratar el contrato didáctico, narra una experiencia en la que se investiga si los niños tienen en cuenta la adecuación de los datos a la pregunta planteada. Se intercalan en los enunciados pseudoproblemas: incompletos, sin solución, etc., entre los que se encuentra el referido. Al preguntar a los niños, una vez han dado la solución, si no les pareció raro el problema, contestan que sí pues las ovejas nada tienen que ver con la edad del capitán. Pero respondieron porque la maestra lo pedía.

contexto individual de cada persona. Aun así, de acuerdo a las palabras recogidas en el RD 1631/2006 (MEC 2007) donde "elaborar modelos exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo" (p. 751), la modelización artística puede suponer un vía para el análisis de la realidad y la búsqueda de las cualidades relevantes, aspectos imprescindibles para crear modelos matemáticos, y una vía hacia la abstracción.

Así, la investigación del entorno propicia un nuevo ámbito de relación entre el juego y el arte. De Bartolomeis (1994, p. 17), dentro de la metodología de evaluación productiva, que comprende a los niños como artistas, indica que éstos en sus investigaciones, necesarias para la producción artística, se enfrentan a tres tipos de problemas: de contenido, de materiales e instrumentos y de rendimiento formal y técnicas. Estas investigaciones están relacionadas con la realidad del entorno y el niño interioriza ese mundo exterior a través del juego. El juego manipulativo o exploratorio permite responder a la preguntas de qué y cómo es el material. La exploración implica un análisis de la naturaleza y las cualidades del objeto. El juego simbólico responde a la cuestión de qué se puede hacer con eso, ahondando en su capacidad representativa (Edo, 2008). Abad (2008), en la investigación sobre una metodología para la educación artística estructurada a partir del juego, considera el cuerpo como un elemento generador de aprendizaje, de acuerdo al modo en que se producen los aprendizajes matemáticos en educación infantil.

En la educación infantil, los aprendizajes matemáticos se estructuran en tres etapas: La primera recurre a una actividad motriz global, que requiere del movimiento de todo el cuerpo,..., La segunda,..., pone en juego una actividad motriz restringida, afecta sobre todo a las extremidades superiores, y muy especialmente a los dedos y a las manos,..., La tercera..., es la de la representación mental o fase de abstracción. (Berdonneau, 2008, p. 23)

La propuesta de Abad (2008), parte de experiencias artísticas contemporáneas como las instalaciones o las performances y reconociendo y desarrollando el carácter estético del juego, contribuye al desarrollo creativo, de procesos sociales y comunicativos y del pensamiento, entre otros, que consideramos puede incluir también el desarrollo de las matemáticas.

3.2. El aula: un espacio para el diálogo entre el arte y las matemáticas

La evolución de la didáctica de las matemáticas y las ciencias de la educación, junto con el enfoque globalizador que rige la educación infantil, están derivando en una enseñanza global desde la que resulta plausible el aprovechamiento de los puentes y las relaciones existentes entre las distintas disciplinas. Las características psicológicas y evolutivas de los niños en educación infantil, donde el niño capta la realidad de forma global, eliminan cualquier atisbo de extrañeza ante la interdisciplinariedad, resultando natural el trabajar contenidos matemáticos desde distintas disciplinas como el arte.

Distintos autores vienen trabajando esta vía interdisciplinar entorno a las matemáticas y el arte. Edo (2008) describe una propuesta metodológica implementada tanto en infantil como en primaria. Dicha propuesta posibilita el acceso de los alumnos a distintos significados matemáticos relacionados con la geometría, al tiempo que permite el desarrollo de emociones estéticas y sentimientos derivados de la contemplación y el análisis de diversas producciones artísticas. Partiendo de los elementos compartidos desde la didáctica de las matemáticas y la educación artística, a través de la geometría y la alfabetización visual, se diseña una metodología estructurada en dos tareas. La primera comprende la observación, el análisis y la interpretación de las obras de arte, llevada a cabo en dos distintas fases. La centrada en la observación y el análisis, atiende a los elementos compositivos de las obras facilitando un proceso de alfabetización visual que contextualiza y dota de sentido y significado a los distintos conceptos geométricos como puntos, líneas, volúmenes, figuras, etc., suponiendo una

oportunidad para su aprendizaje. La segunda fase consiste en una evocación creativa de las obras atendiendo a su naturaleza artística. Qué sugiere, qué emociones transmite, qué provoca, acaso narra algo, genera algún recuerdo o qué título representaría la escena, son cuestiones que pueden ser planteadas. Una vez acometida esta primera tarea, se realiza la producción de distintas creaciones inspiradas en la obra analizada. Esta segunda tarea se ve enriquecida al retomar y aplicar, los alumnos, los elementos geométricos analizados en la primera.

La manufactura de distintas figuras geométricas, mediante el modelado o recortado por ejemplo, para la posterior producción artística configura un tipo de situaciones donde poder profundizar en el conocimiento de las cualidades y características de las mismas. Así, resulta más sencillo recortar un cuadrado que un círculo empleando las tijeras. Esta situación permite la reflexión sobre los atributos que configuran cada forma geométrica, contextualizando la situación y dotándola de sentido (Edo, 2003).

De Castro y Escorial (2006) parten de la literatura infantil para desarrollar una experiencia dirigida a niños de cinco años en torno a las figuras geométricas. A través de cuentos que muestran las figuras geométricas mediante las que pueden ser representados los objetos, por un lado, y cómo se transforman las figuras al variar sus atributos, como número ángulos y lados, se proporciona un contexto para trabajar contenidos geométricos suponiendo además, una introducción a los materiales manipulativos, así como, de la creatividad en las distintas actividades matemáticas. De Castro, Escorial, Pastor, Pina y Rojas (2009) llegan a plantear, a niños de cuatro y cinco años, problemas sencillos partiendo de la lectura de cuentos infantiles, para desarrollar la modelización como estrategia a emplear en la búsqueda de soluciones. Los niños disponen de una amplia gama de materiales para llevar a cabo la modelización como plastilina, papel y rotuladores, cubos encajables, recta numérica del 1 al 20 y un rekenrek, además, les es permitido emplear cualquier otro tipo de material. Nuevamente la literatura sirve para contextualizar las matemáticas. Así, comentan los autores la muestra de cierta sorpresa por parte de algunos niños al no ajustarse los datos del enunciado del problema, relacionado con el número de patos que caen al agua, con el contenido del cuento, donde es una caja la que cae al mar. La necesidad de contextualizar la actividad también queda reflejada en los distintos modos en que los alumnos resuelven el problema. Éstos, a menudo sienten la necesidad de representar no sólo los objetos implicados en el problema aritmético presentado sino que también son incluidos los objetos necesarios para contextualizar la acción de la que parte la cuestión planteada. Los autores describen como "fundamental" el papel de la literatura dentro de la experiencia de resolución de problemas. Ésta refuerza el aspecto afectivo de la actividad, relacionado con el interés y la motivación generados, y proporciona una historia donde situar el problema, resultando familiar a los alumnos, hecho que posibilita dotarlo de sentido y elaborar un modelo de resolución. La literatura infantil, a través de este estudio, se presenta como un recurso útil para ampliar el interés de los niños hacia campos donde poder desarrollar sus capacidades cognitivas. Las dificultades que encuentran los niños en este tipo de actividades de resolución de problemas son de tipo afectivo, ya que se requiere que susciten una implicación, y no de tipo cognitivo. Uno de los problemas detectados en el transcurso de esta experiencia está relacionado con la capacidad memorística de los alumnos. Así, algunos alumnos mediante la representación de la imagen contenida en el cuento resuelven el problema mediante la estrategia de conteo y no la perseguida de modelización. Este hecho no repercute en la idoneidad del empleo de la literatura sino en el modo de leer o narrar el cuento o presentar los problemas, de modo que los enunciados no concuerden con las imágenes contenidas en el mismo.

De Castro, Escorial y López (2011) presentan las posibilidades del juego de construcción para el aprendizaje matemático. Esta experiencia se incluye dentro de este apartado de diálogos entre el arte y las matemáticas por suponer un juego libre que puede ser desarrollado en función de unos valores estéticos y con una intencionalidad representativa, aspectos implícitos en las producciones artísticas. Las construcciones son un medio para el desarrollo del sentido espacial, pueden suponer una iniciación en el aprendizaje de las formas geométricas tridimensionales, y su descomposición, y el

acceso a significados topológicos como continuidad, abierto, cerrado, dentro, fuera, etc. Los conceptos matemáticos implícitos en el desarrollo del juego pueden llegar a ser intuitivos por parte de los alumnos, pero se hace necesaria la mediación del maestro, a través de una adecuada actuación, para que éstos lleguen a construir el conocimiento matemático.

Todas estas experiencias interdisciplinares comparten elementos incluidos en el enfoque teórico descrito por Bishop (1991). Un modo de trabajo alternativo al de cumplimentar distintas fichas, fácilmente asociable a la enseñanza basada en textos e impersonal, con una estructura vertical de arriba abajo, que como señala Berdonneau (2008), resultan poco eficaces y no llegan a suponer "un paso forzoso hacia la abstracción" (p. 43). Este tipo de experiencias requieren de tiempo para la reflexión. A partir de una estructura más horizontal, se genera un espacio para el diálogo entre compañeros. El hecho de propiciar un tiempo y un espacio apropiados a los alumnos, junto con otros recursos, para que puedan profundizar en los contenidos mediante la interacción con otros niños, constituyen aspectos resaltados desde la declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia realizada por la Asociación Australiana de profesores de Matemáticas e Infancia (2012, p. 3). Hablar, comentar sin miedo a la equivocación, facilita la recreación de los distintos significados y conceptos matemáticos. Se posibilita el poner nombre al concepto trabajado y emplearlo en diferentes circunstancias y contextos, profundizando en los dos tipos de conocimiento matemático identificados por Alsina (2012); los contenidos matemáticos, por una parte, y los procesos matemáticos, por otra, pudiéndose inscribir dentro de los procesos investigativos de Baroody (2003).

Abad (2008), compartiendo los principios mencionados, realiza una propuesta basada en el juego para la educación artística que contribuye tanto al desarrollo creativo como al del pensamiento, entre otros. Distintas instalaciones artísticas son ofrecidas a los niños para que jueguen libremente dentro de un contexto de transformación del espacio. Éstos las hacen suyas, conquistan el espacio y lo transforman a través del juego escenificando una performance ante los ojos del observador. La metodología parte de la presentación de la instalación, los alumnos la representan en una hoja en blanco y una vez ya tienen conocimiento del modo de trabajo, incluso, planifican las acciones que van a llevar a cabo. Tras jugar libremente en y con la instalación y los elementos que la componen, vuelven a representar en una hoja en blanco la experiencia incluyendo las acciones realizadas que contienen desplazamientos, direcciones, aspectos topológicos como dentro o fuera, comparación de magnitudes u otros aspectos matemáticos. Las figuras y formas geométricas surgidas o contenidas en el juego pueden analizarse desde la perspectiva matemática, pero contienen también un significado simbólico que las complementa, "el círculo como continente, la espiral como metáfora del crecimiento o el laberinto como espacio para perderse y encontrarse" (Abad, 2006), son significados que resulta interesante tener en cuenta junto con las sensaciones de dinamismo y progreso o control y seguridad derivadas del grado de la naturaleza circular de las figuras.

Arte y juego son fenómenos culturales. "En todas partes del mundo se juega, pero cuando queremos aprovechar los juegos con objetivos educativos la cosa cambia,..., siguen siendo juegos pero se practican con un objetivo concreto, es decir, para aprender algo" (Bishop, 2004, p. 21). La intencionalidad, presente en el proceso educativo, dirigida a la consecución de un objetivo concreto, puede generar una instrumentalización de los recursos empleados al atender no a la totalidad de su naturaleza sino a una parte en particular, la parte que resulta útil para el objetivo propuesto. Por otro lado, la intención de posibilitar aprendizajes matemáticos a través del arte puede generar distintos tipos de actuaciones que favorezcan bien un mayor desarrollo de la capacidad matemática o bien de la capacidad artística. Atender a los valores puede significar una vía donde sea realmente posible la sinergia entre ambas disciplinas, evitando así, la instrumentalización del arte en pos de las matemáticas. Abad (2009) sitúa, entre otras, la comunicación de los valores como una de las funciones que históricamente se han atribuido a las artes. De este modo, la identificación de los valores implícitos en las producciones artísticas empleadas para el desarrollo matemático con los derivados del contenido matemático trabajado mediante alguna o algunas de las seis actividades universales

pude suponer un modo de empleo que, permitiendo profundizar en ambos ámbitos, no repercute en la instrumentalización del arte.

3.3. Posibilidades curriculares para el diálogo arte-matemáticas. El caso vasco

Se acomete el análisis curricular para indagar la viabilidad de un espacio para el arte en la educación matemática a través de una perspectiva cultural. Dicho análisis se centra en el elemento que conforman las competencias básicas, incluidas por la LOE en la legislación española, dentro de la conformación del espacio europeo de educación. Las competencias se definen como “una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto” (Tiana, 2011, p. 65). Las competencias clave, por su parte, son “aquéllas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo” (Tiana, 2011, p. 65). Los decretos de enseñanzas mínimas para educación primaria (MEC 2006) y para la educación secundaria obligatoria (MEC 2007), identifican las competencias básicas y desarrollan el concepto y, junto con el RD 1630/2006 (MEC 2007) para educación infantil, suponen el punto de partida para la elaboración los decretos 12/2009 (Departamento de Educación, Universidades e Investigación, 2009, en adelante DEUI) y 175/2007 (DEUI 2007), por los que se establecen los currículos para educación infantil y educación básica³, respectivamente, y se implantan estas enseñanzas en la Comunidad Autónoma del País Vasco. Documentos que conforman el cuerpo de este análisis curricular.

El currículo de la Educación Infantil del País Vasco (DEUI 2009) describe entre sus objetivos el “desarrollar habilidades comunicativas en diferentes lenguajes y formas de expresión” e “iniciarse en las habilidades lógico-matemáticas,..., y el ritmo para comprender e interpretar el mundo que le rodea” (p. 4).

El decreto 12/2009 (DEUI 2009) incluye entre su articulado referencias a las competencias de la educación infantil, que se definen teniendo en cuenta las competencias educativas generales y las competencias básicas. Éstas “se tendrán en cuenta para plantear la adquisición de competencias del alumnado de Educación infantil desde un enfoque integrador y práctico” (p. 4). Así, el análisis de los currículos para la educación básica se hace relevante para alcanzar una visión más profunda de las disciplinas matemática y artística y de las competencias directamente asociadas a las mismas.

Desde los currículos referidos a la educación básica, las matemáticas se presentan, tanto social como históricamente, como parte de nuestra cultura. No constituyen simplemente un conjunto de ideas y formas de actuar empleando cantidades y formas geométricas sino que conforman un área “capaz de generar preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras” (p. 176), de modo que al analizar el entorno pueden obtenerse informaciones y conclusiones que no estaban implícitas inicialmente, suponiendo una manera de conocer. Se menciona también que:

Las matemáticas son universales (...) lo que no quiere decir que los métodos que se han utilizado históricamente sean iguales: lo que sí son universales son las actividades, muchas entroncadas con la cultura de los pueblos, que han impulsado el conocimiento matemático. De esta manera hablamos de: contar, localizar, medir, explicar, jugar, etc. (p. 176)

Otras características destacadas en los currículos para comprender las matemáticas y saber cómo aplicarlas, hacen referencia a que suponen una ciencia viva, lo que requiere contextualizar adecuadamente los nuevos contenidos presentados. Requiere su utilidad para reconocer, interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana asociados a las necesidades del entorno, tanto físico como social, referidos por Bishop (1991). Suponen, además, un poderoso lenguaje que facilita una comunicación precisa.

³ Los documentos oficiales de la Comunidad Autónoma del País Vasco, en la actualidad, emplean el término Educación Básica con la consideración conjunta de la Educación Primaria y la Educación secundaria Obligatoria.

Las matemáticas se consideran, desde estos documentos, como una ciencia de patrones y relaciones, donde entender y emplear éstos constituye una gran parte de la competencia matemática. Clave en la creación del pensamiento racional, se encuentra estrechamente relacionada con la resolución de problemas que implica encontrar pruebas, criticar argumentos o reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas, entre otras cosas. Por otra parte, poseen un papel instrumental, por la relación con otras disciplinas que necesitan de ella, y formativo, en cuanto contribuye al desarrollo intelectual, fomentando la abstracción, la generalización, el pensamiento reflexivo, el razonamiento lógico, etc.

El anexo IV del decreto 175/2007, (DEUI 2007) por el que se establece el currículo de la Educación Primaria y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco, establece para las matemáticas una mayor influencia del uso de la de las estrategias personales frente a las más académicas y la utilización, como fuente de actividades matemáticas, de los distintos ámbitos de experiencias del alumnado. Al desarrollar los distintos bloques en los que se estructura esta área, se encuentran otras consideraciones coincidentes con el marco teórico descrito. Así, relacionando las matemáticas con las necesidades del entorno, se indica como prioritario realizar la medición en situaciones reales con todo tipo de unidades: corporales y normalizadas. La geometría conforma otro bloque que puede desarrollarse a partir del entorno cotidiano. "Se presta a establecer relaciones constantes con el resto de los bloques y con otros ámbitos como el mundo del arte, [mientras] actividades con juegos pueden desarrollar la capacidad de describir la situación y la posición de objetos en el espacio, estableciendo sistemas de referencia y modelos de representación" (p. 179). Otros juegos como los de azar se presentan como herramientas útiles dentro del bloque relativo al tratamiento de la información y el azar. Unido a los bloques relativos a los números y operaciones, medida, geometría y tratamiento de la información, azar y probabilidad se presenta el bloque denominado "resolución de problemas", con una doble finalidad. Por una parte, dar sentido a las operaciones realizadas en el aula como medidas o cálculos, que adquieren su verdadero sentido al servir para resolver problemas y por otro lado, "conseguir ambientes de aula creativos y realizar investigaciones,..., y proyectos, en los que los elementos relevantes son el tratamiento de la información, la aplicación y el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos de forma cooperativa" (p. 180).

La inclusión de las competencias básicas dentro del marco normativo español requiere tener en cuenta la relación entre éstas y las distintas áreas, donde "todas las áreas deben contribuir al desarrollo de diversas competencias y no hay ninguna de éstas que dependa en exclusiva de una de aquellas" (Tiana, 2011, p. 69). Así, desde el área matemática se contribuye a la competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud, al posibilitar por medio del pensamiento matemático una mejor comprensión y descripción del entorno, a través de la concepción espacial, la medida y la destreza en el empleo de las representaciones gráficas. La contribución a la competencia en tratamiento de la información y competencia digital se realiza mediante destrezas asociadas al empleo de números, como la comparación o la aproximación y mediante el empleo de lenguajes gráficos y estadísticos. La aportación en cuanto a la autonomía e iniciativa personal es dada a través de la resolución de problemas, atendiendo a la planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados. La competencia para aprender a aprender queda asociada al área de matemáticas por medio de las herramientas que favorecen el desarrollo de estrategias que la potencian. En cuanto a la competencia en comunicación lingüística, las matemáticas inciden en dos aspectos. La incorporación de elementos del lenguaje matemático y la precisión en su empleo, por una parte, y los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos, por otra, asociados a la explicación. El trabajo en equipo supone la aportación a la competencia social y ciudadana.

Otras áreas descritas en el anexo relativo a la educación primaria inciden en el desarrollo de la competencia matemática. Entre ellas, la educación física supone "un complemento importante en los conceptos matemáticos desde la perspectiva de uno mismo y los demás en el trabajo de conceptos espaciales, temporales" (p. 90) implícitos en algunas de las actividades descritas en apartados

anteriores. Desde esta área se dota de sentido a procesos y conceptos matemáticos como cálculos de tiempos o distancias. La educación artística se asocia a la competencia matemática por el empleo de "herramientas de pensamiento y recursos propios de la matemática" (p. 66) en la resolución de problemas técnicos derivados de los diversos proyectos artísticos. El área requiere del conocimiento de determinados sistemas de representación espacial, como el trazado de figuras geométricas, diseño de objetos, empleo de medidas y proporciones, etc. La música también presenta asociaciones con la competencia matemática, a través de distintos elementos como los intervalos y las distancias o el empleo de proporciones. "La historia del arte y de la música están llenas de encuentros con el pensamiento matemático, y viceversa, que pueden contemplarse desde las perspectivas de ambos" (p. 66).

El anexo V (DEUI 2007) del decreto establece, para la materia de las matemáticas dentro de la educación secundaria obligatoria, el inicio de procesos de abstracción y formalización, sin abandonar la componente intuitiva. Se mantiene el empleo de los ámbitos de experiencias del alumno como fuente de actividades y la consideración del trabajo en grupo como base del aprendizaje. El aprendizaje de la geometría genera oportunidades para dibujar, medir, construir o clasificar en función de criterios libremente seleccionados. Su estudio ofrece distintas oportunidades para establecer relaciones con otros ámbitos como la naturaleza o el arte. En cuanto a la contribución de las matemáticas a la adquisición de las competencias básicas, desde el anexo se señala que:

No todas las formas de enseñar matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática: el énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, su utilidad para comprender el mundo que nos rodea o la misma selección de estrategias para la resolución de un problema, determinan la posibilidad real de aplicar las matemáticas a diferentes campos de conocimiento o a distintas situaciones de la vida cotidiana. (p. 362)

Se identifican algunas ampliaciones en cuanto a las contribuciones señaladas en el anexo IV (DEUI 2007). Asociada a la concepción espacial se refleja la capacidad para elaborar modelos, que contribuye, mediante una mejor comprensión y descripción del entorno, a la competencia en cultura científica, tecnológica y de la salud.

La diferencia de estructura entre educación primaria y secundaria, a partir de áreas y materias respectivamente, viene acompañada de la descripción de nuevas aportaciones en cuanto al desarrollo de la competencia matemática. Entre otras, cabe destacar que las ciencias sociales, geografía e historia contribuyen en la medida que incorporan operaciones, magnitudes, porcentajes, proporciones, escalas numéricas y gráficas, etc. El empleo de estas herramientas en el ámbito de la realidad social amplía la aplicabilidad de los conocimientos matemáticos. La música comparte con las matemáticas el empleo de representaciones y del pensamiento lógico. En el ámbito de la escucha se "reflexiona en base a modos de pensamiento lógico y espacial" (p. 573). La informática contribuye por tener implícito el empleo de herramientas destinadas al cálculo o la representación de datos y mediante aplicaciones informáticas para la resolución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana. La cultura clásica ofrece una oportunidad para conocer el origen de las matemáticas actuales, además de implicar procesos como la lógica, el orden o la deducción en trabajos de investigación. Las ciencias naturales emplean distintas herramientas matemáticas para comprender mejor la realidad del entorno, mediante la generación de hipótesis, la explicación y predicción de resultados, el registro de la información y la organización de datos, el análisis de pautas y relaciones, causas y consecuencias, etc. Al atender a la contribución desde la educación plástica y visual, tras una referencia a la necesidad de pensamiento matemático que precisa la resolución de problemas técnicos en diversos proyectos artísticos y la necesidad, para desarrollar éstos, de sistemas de representación espacial, conceptos y recursos geométricos para el diseño de objetos o empleo de medidas y proporciones, se señala que:

No podemos olvidar que la historia del arte está llena de encuentros con el pensamiento matemático, y viceversa, y que estos encuentros no hacen sino evidenciar la necesidad humana de

hacer convivir una amplia batería de recursos para la comprensión del mundo, mas allá por supuesto, de la tónica escisión entre la lógica y la intuición, el pensamiento convergente y divergente, lo racional y lo emotivo. Es importante trabajar con el alumno estos terrenos comunes. (p. 547)

De este modo, tras analizar los contenidos recogidos en los decretos, tanto para la educación infantil como para la educación básica, encontramos la justificación legislativa requerida para el marco teórico desarrollado, quedando éste, contenido dentro de un marco normativo. Además, las palabras extraídas de los anexos suponen una base desde la que abordar la interrelación entre el arte y las matemáticas, partiendo de los múltiples encuentros y la diversidad de elementos compartidos.

4. Conclusiones

La propuesta de enculturación matemática descrita por Bishop (1991) parte de considerar las matemáticas como un fenómeno cultural, confiriendo a la disciplina una raíz y origen cultural. Este hecho genera una equivalencia y hermanamiento en cuanto a la génesis del arte y las matemáticas. Desde esta observación trataremos de dar respuesta a los distintos objetivos propuestos en esta investigación.

Analizar la capacidad del arte para generar un contexto donde los alumnos lleguen a reconstruir las ideas matemáticas, supone el objetivo general del proyecto. Hemos visto distintas vías de acceso del arte en el proceso de enculturación. La necesidad de atender al contexto social supone la primera vía de entrada del arte en el mismo, analizada en este documento. Los encuentros con el arte inundan nuestra vida diaria a través de esculturas, instalaciones o performances que transforman el espacio urbano en artístico. Los métodos globalizados como los centros de interés, proyectos e investigaciones abogan por una interdisciplinariedad que también justifican nuestro propósito. La literatura tiende puentes entre el arte y las matemáticas a través, por ejemplo, del valor racionalismo, implícito en muchos poemas. El desarrollo de algunas de las seis actividades universales, como diseñar o jugar, también guardan relación con la disciplina artística. Desde el diseño se definen arte y matemáticas como las dos caras de una misma moneda, una orientada a la composición y creación y la otra al análisis y descomposición. El juego, a través de la producción o bien de la transformación de diversas producciones artísticas, genera otra vía de comunicación entre ambas disciplinas.

El análisis de las distintas experiencias didácticas donde se interrelacionan las dos disciplinas muestran la viabilidad de la interdisciplinariedad. Del mismo modo, se intuye que éstas pueden ser incluidas dentro de un marco más amplio y desarrolladas conforme a lo descrito en esta investigación.

La legislación vigente supone un respaldo y una invitación a desarrollar e implementar este tipo de actuaciones. Desde los currículos, tanto de educación infantil (DEUI, 2009) como de educación básica (DEUI, 2007), referidos a la Comunidad Autónoma del País Vasco, se deriva una concepción de la disciplina matemática próxima a la definida por Bishop (1991). Se muestran las matemáticas como una manera de conocer, que parte de actividades universales entroncadas en las distintas culturas y que tiene en cuenta la interacción de los alumnos, generada mediante proyectos e investigaciones, como base del aprendizaje matemático. Estos documentos normativos vuelven a reflejar la estrecha relación entre arte y matemáticas y la necesidad de que la misma sea resaltada y empleada.

Así, podemos concluir que la educación matemática desde una perspectiva cultural, definida por Bishop (1991), permite emplear el arte como elemento a partir del cual los alumnos pueden crear y profundizar en ideas, conceptos, significados y valores de la cultura matemática. El arte tiene la capacidad de generar un contexto donde los alumnos puedan reconstruir los contenidos matemáticos. El papel del maestro en este proceso resulta relevante, en primer lugar por su posición de persona

enculturada, poseedora de dicha cultura, que facilita el contacto y el acceso de los niños a la misma a través de la interacción. En segundo lugar, es función del maestro conformar los distintos contenidos matemáticos para que los alumnos puedan recrearlos. Este papel será más visible y relevante a partir de actuaciones similares a las del juego libre donde los contenidos matemáticos pueden ser simplemente intuitivos.

Indagar sobre el mejor modo de empleo del arte sin caer en una mera instrumentalización del mismo, supone el primero de los objetivos específicos. El tema de la no instrumentalización del arte, hace retomar los argumentos de Hauser (2005) en cuanto a la actitud de rechazo de Platón ante el mismo. El autor justifica dicho rechazo por las señales surgidas, en aquella época, de un modo estetizante de ver el mundo, donde el gusto por las formas acarrea una indiferencia hacia los contenidos. No es propósito de esta investigación analizar hasta dónde puede llegar el arte, su naturaleza y su capacidad de transmitir, pero se entiende que el mero interés por la belleza, el continente, y la indiferencia hacia el contenido, aludidos por Hauser (2005), suponen reducir la naturaleza de éste. Entender la obra artística desde la única perspectiva que supone la belleza. Del mismo modo, parece un error emplear los contenidos matemáticos incluidos en las producciones artísticas como el visor único, la perspectiva desde la que atender la interdisciplinariedad. Este modo de actuar desnaturaliza las producciones artísticas generando una instrumentalización. El empleo del arte requiere de una profundización similar a la expresada en cuanto a las matemáticas. Tener en cuenta los valores implica este requerimiento ya que conlleva un análisis no superficial de las producciones. De esta manera, el propósito de identificar los valores transmitidos a través de las obras de arte empleadas y trabajarlos de manera que coincidan con alguno de los incluidos en la cultura matemática supone una vía para evitar la instrumentalización.

Los valores, elemento clave en la enculturación y en la posibilidad de una sinergia entre el arte y las matemáticas, son aspectos que también requieren de una actuación determinada del maestro. Las producciones de arte contemporáneo empleadas en las experiencias descritas, como cuadros e instalaciones por ejemplo, pueden y suelen generar esa "incertidumbre" aludida anteriormente y referida al valor misterio. Se puede trabajar este valor, adentrarse en los posibles significados de la obra promoviendo la apertura, ya que, como las matemáticas, el lenguaje artístico, a través de la exposición de las obras, está ahí accesible a todo el mundo. El primero generado desde una perspectiva objetiva y el segundo desde una subjetiva. Esta cualidad de lenguaje abierto, en cuanto a la diversidad de lecturas que las producciones artísticas pueden suponer, requiere de un análisis previo para identificar la existencia de una perspectiva desde la que el mensaje de la obra expuesta sea coincidente con alguno de los incluidos dentro de la cultura matemática. La literatura, otro de los elementos artísticos empleados en las experiencias, supone en ocasiones un mensaje menos abierto y más concreto que los emitidos desde las instalaciones u obras pictóricas contemporáneas o abstractas. Muchos de los cuentos infantiles, independientemente de los valores implícitos en el desarrollo de la trama, como suelen ser la amistad o la solidaridad, describen la resolución de un problema. Se parte de una situación-problema conocida y mediante una serie de actos se llega a una nueva situación-solución, coincidiendo con el camino descrito por las abstracciones matemáticas al desarrollar generalizaciones para partir de algo conocido y encaminarse a algo que se puede conocer que define el valor progreso. La actuación del maestro es imprescindible para resaltar los valores y promover una reflexión sobre éstos y su equilibrio.

El siguiente objetivo específico trata de identificar las metodologías óptimas para la interacción entre ambas disciplinas. A este respecto, cabe señalar la necesidad de los alumnos de gozar de oportunidades para profundizar en las ideas matemáticas. La creación de redes, entre alumnos y con el profesor, posibilita la elaboración del conocimiento. Se generan interacciones a partir de las que reconstruir significados, ideas, conceptos y valores. De este modo, se precisa de tiempo para el diálogo, contrastar ideas, debatir o argumentar. Los métodos globalizados, entre los que podemos destacar los centros de interés y los proyectos, se desarrollan de acuerdo a estos principios,

posibilitando las interacciones necesarias para el aprendizaje matemático, mediante el componente simbólico o societal principalmente, considerando el componente cultural, la visión interna de la disciplina, como óptima para otras etapas superiores. Estos métodos, de acuerdo al carácter globalizador de la etapa, no se limitan al área matemática sino que favorecen trabajar otras distintas a través de la convivencia, la resolución de conflictos, el estudio de la naturaleza o la autonomía personal, por ejemplo, presentándose como la metodología óptima para el desarrollo del contenido de esta investigación.

De acuerdo con el requerimiento de tiempo para la interacción y el diálogo, muchas de las experiencias analizadas incluyen la explicación. En ocasiones mediante el recurso de la página en blanco, como en las actividades de transformación del espacio mediante el juego en distintas instalaciones (Abad, 2008), o bien mediante el diálogo implícito en el desarrollo de actividades como las descritas por Edo (2008) o las de resolución de problemas desarrolladas por De Castro, Escorial, Pastor, Pina y Rojas (2009). El recurso de la página en blanco es positivamente valorado por Edo (2008) al tratar el juego y las matemáticas y permite comunicar, "haciendo común lo que antes era particular o aislado" (Abad, 2008, p. 187). La explicación requiere de la teorización y puede suponer un paso hacia la abstracción, acciones implícitas en el racionalismo.

Por otra parte, la interacción, con el maestro y sobre todo entre los alumnos, y elementos como las teorizaciones confieren importancia a la oralidad coincidiendo en este aspecto con la mayéutica socrática. El papel activo del maestro como guía del proceso y "líder matemático del grupo-clase" (Bishop, 1991, p. 170) requiere de unas aptitudes y saber hacer que resaltan el valor y la necesidad de una formación inicial y permanente de calidad.

Analizar la capacidad del modo de empleo del arte y las metodologías óptimas identificadas para favorecer una sinergia entre ambas disciplinas, constituye el último objetivo específico propuesto en esta investigación. Los métodos globalizados, como metodología óptima identificada, abogan por una interdisciplinariedad que va a facilitar la superposición de contenidos incluidos en las distintas disciplinas. Acometer el empleo del arte no únicamente desde los puentes existentes con las matemáticas, sino partiendo de ellos para alcanzar un nivel de profundidad equivalente o similar al requerido por las matemáticas va a dotar de más contenido a estos conceptos compartidos. Así, mediante el arte se puede tener acceso a ideas matemáticas interesantes de conocer, como las figuras geométricas por ejemplo, y se puede ampliar el conocimiento matemático con el significado simbólico de las mismas y con las sensaciones de dinamismo o progreso y de estabilidad o control derivadas de su naturaleza.

El conocimiento de un mismo concepto desde distintas perspectivas va a fortalecer las estructuras de conocimiento de los alumnos. Se produce una sinergia entre ambas disciplinas facilitando un conocimiento multidimensional y más completo.

Experiencias como las analizadas son susceptibles de ser incluidas dentro de un marco más amplio como el descrito en esta investigación. Actividades como las descritas por Edo (2008) pueden desarrollarse a partir de centros de interés desarrollados en torno a la figura de algún artista, contextualizando y profundizando aún más en la vida y obra del mismo. A través de éstas se desarrolla el componente simbólico, las ideas matemáticas que resulta interesante conocer, mediante actividades como el diseñar. Partiendo del diseño, la manipulación y la manufactura de distintas figuras geométricas, que en este caso configuran las ideas matemáticas, se desarrolla el objetismo y el racionalismo. Se favorece la asimilación de ideas abstractas como si de imágenes de objetos se tratara y la manufactura, por ejemplo recortando distintos rectángulos o círculos, permite la experimentación de las distintas cualidades y propiedades de los objetos, favoreciendo la abstracción y la teorización y facilitando el acceso al racionalismo. Así, los niños, justificando sus argumentaciones en las distintas propiedades de las figuras geométricas, teorizan sobre el porqué resulta más complicado recortar un

círculo, por ejemplo. Del cuadro empleado por la autora para el desarrollo de la actividad, Bailando por miedo de Paul Klee, puede también resaltarse el valor progreso, ya que cantar y bailar suponen formas para superar el miedo. En este caso pueden presentarse como acciones encaminadas a superar un estado no deseado alcanzando uno deseado, el placer o la ausencia del miedo. Aprovechando la presencia de este valor en la obra se pueden diseñar actividades para trabajar el mismo valor matemático. Facilitar a los alumnos un geoplano, por ejemplo, para partiendo de las figuras contenidas en el cuadro como los triángulos alcanzar otras de mayor número de lados tratando de establecer una pauta para su transformación. Partir de figuras conocidas para llegar a conocer nuevas figuras.

Del mismo modo, la investigación desarrollada por De Castro, Escorial, Pastor, Pina y Rojas (2009) puede quedar incluida dentro de un método global como los centros de interés o los proyectos o ser desarrollada desde el enfoque globalizador. El cuento es un recurso didáctico ampliamente empleado. Mediante esta experiencia se trabaja el componente societal, el modo de emplear las ideas matemáticas, como los números, mediante el desarrollo de la modelización y la actividad de contar. En experiencias que implican el juego libre como las definidas por Abad (2008), a través de las instalaciones o por De Castro, Escorial y López (2011), en cuanto al juego de construcción, las ideas matemáticas quedan integradas de una manera más informal. A este respecto, Edo (2008) señala al tratar el juego de manipulación o exploratorio, que el hecho de plantear unas cuestiones previas o durante la exploración del material, sin contrariar la naturaleza del juego libre, dirige las exploraciones de los alumnos hacia los objetivos planteados o las características y propiedades que se consideran interesantes desde el punto de vista matemático. Al trabajar las ideas matemáticas de un modo más informal, la mediación del maestro se percibe necesaria para que los alumnos desarrollen y construyan las ideas y conceptos implicados que han podido ser intuitivos. El maestro, mediante la interacción, debe conformar esos conocimientos creando un contexto de viabilidad para el papel de los alumnos.

En conclusión, se considera que la teoría de la educación matemática desde una perspectiva cultural, desarrollada por Bishop (1991), supone un marco desde el que incluir el arte como elemento que facilite los aprendizajes, aprovechando las relaciones existentes entre ambas disciplinas. El análisis curricular justifica el procedimiento descrito en esta investigación suponiendo una base para la actuación interdisciplinar. Así, el arte puede ser un elemento adecuado desde el que los alumnos puedan reconstruir las ideas matemáticas. La metodología definida para este proceso supone la construcción del conocimiento a través de la interacción en las redes establecidas.

Los puentes entre el arte y las matemáticas han establecido, y siguen estableciendo, unas estrechas relaciones entre ambas disciplinas. Incluso desde los documentos normativos se invita al aprovechamiento de estas relaciones para trabajar los terrenos comunes. La línea expuesta por esta investigación explora esta posibilidad. Considera la superposición de conceptos y contenidos y supone que atender a los valores de la cultura matemática y de las obras empleadas implica un grado de profundización que redundará en beneficio de las dos disciplinas.

5. Prospectiva

El documento elaborado configura un punto de partida para distintas actuaciones relativas a la teoría y la práctica docente. La naturaleza teórica de la investigación requiere de una propuesta didáctica, ser desarrollada en el aula y poder evaluar la valía de los argumentos expuestos a través del cuerpo de este documento. Así, la actuación se considera imprescindible para la obtención de unos datos que validen la metodología planteada y permitan analizar la concordancia entre lo expuesto a través de las conclusiones y la respuesta de los niños. Poder evaluar si, de acuerdo al espíritu e intención de esta investigación, el nivel de profundización y la atención a los valores transmitidos a través de la producción artística son factores que determinan el grado de instrumentalización y las posibilidades

de sinergia entre las disciplinas, proporcionando un enriquecimiento del conocimiento, por el fortalecimiento de su estructura, y un desarrollo integral del niño.

La puesta en escena de una propuesta didáctica basada en esta investigación requiere de la existencia de unas condiciones previas que la posibiliten. La definición de las competencias básicas como elemento central del sistema educativo y referencia para la organización de la enseñanza, requiere de un enfoque integrador que permita relacionar unos conocimientos con otros para ponerlos en acción conjuntamente en las situaciones pertinentes. Este fin requiere de un trabajo coordinado y cooperativo del profesorado que en la etapa de educación infantil, debido a sus características y estructura, se verá reducido, al recaer en un solo docente la responsabilidad de implementar el proceso. La integración del currículo desarrollada por el trabajo en equipo de diversos docentes en educación básica se plasma, como consecuencia de un trabajo personal, en un solo docente. Éste debe adquirir y desarrollar la capacidad de interrelacionar distintos conocimientos de diversas áreas de acuerdo al carácter global esgrimido anteriormente. De este modo, la formación inicial y permanente configuran procesos relevantes para dotar al docente de esta capacidad y visión, que se traduzca en un cambio de dinámica, presentando las matemáticas de manera no aislada, referida al entorno de los niños y resaltando los puentes existentes con otras disciplinas. Un análisis de la propuesta didáctica basada en la metodología descrita en la investigación puede revelar las carencias y necesidades que tendrán que tenerse en cuenta a la hora de diseñar la formación permanente de los docentes. El maestro de educación infantil sin ser filósofo, ni matemático, ni artista, requiere de profundidad en sus reflexiones, de un conocimiento matemático elemental, saber cómo éste es desarrollado por los niños y una actitud creativa y de entusiasmo ante las producciones artísticas y ante el desarrollo de la labor docente que permita la integración de distintos conocimientos. El maestro debe ser consciente de que su actuación transmite unos valores determinados y una imagen de la sociedad y del lugar del individuo en la misma.

Al profundizar en los contenidos de esta investigación, se constata un desequilibrio en torno a las distintas consideraciones de las matemáticas. Del análisis curricular se deriva una consideración acorde al socioconstructivismo. Puede incluso intuirse que la teoría de Bishop (1991) ha sido tenido en cuenta a la hora de perfilar los documentos normativos. Sin embargo, de la actuación de muchos docentes resulta una consideración platónica. Encontramos varias razones que justifican esta realidad. En primer lugar, la "espontaneidad irreflexiva" la sacralidad, argumentada por Serres (1991), citado en Lizcano, (2009, p. 35), desde la que nos acercamos a la historia de las ciencias, de las matemáticas y a ellas mismas, produciendo una visión inmutable de éstas, próxima al platonismo. Por otra parte, y constatando esto mismo, Moreno (2004, p. 151) citando a Dossey (1992), indica que "la mayor parte de los matemáticos profesionales piensan poco en los fundamentos de su disciplina", algo que puede extrapolarse a los docentes de matemáticas. De este modo, la formación, tanto inicial como permanente, de los maestros vuelve a considerarse como relevante para superar estos desequilibrios.

En el transcurso de la investigación y de forma paralela se ha intuido la apertura de otra vía de investigación referida al aspecto afectivo de los procesos educativos. Una mayor participación por parte de los alumnos en distintas experiencias, incluyendo en las actividades a aquellos que presentan un menor índice de implicación, actitudes colaborativas en cuanto a la resolución de los problemas, interacciones entre los niños donde se reconstruyen las ideas y significados, el establecimiento de redes como base para el conocimiento y sentimiento de pertenencia a un grupo o referencias al interés y la motivación generados por el arte posibilitan esta nueva línea de investigación. La inclusión del arte dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje matemáticos puede llegar a configurar un tipo de situaciones desde la que los alumnos desarrollan creencias y actitudes favorables a la hora de enfrentarse a dichos contenidos, desarrollando emociones que estimulen el aprendizaje. Se presenta, como nueva línea de investigación, la influencia del empleo del arte en la formación de creencias, actitudes y emociones en torno a las matemáticas y cómo estas facilitan o predisponen para su aprendizaje.

La estimación en las conclusiones de Escorial y De Castro (2006), en cuanto a la naturaleza de las dificultades a las que se enfrentan los niños de 4-5 años en la resolución de problemas son más de tipo afectivo, interés y motivación, que de tipo cognitivo, sugiere una serie de cuestiones que pueden suponer otra línea de investigación. Teniendo en cuenta que "el pensamiento formal no es universal,..., está constituido por un conjunto de estrategias o esquemas que se adquieren unitariamente y que dependen decisivamente del contenido de la tarea a la hora de resolver los problemas planteados" (Nortes y Martínez, 1994, p. 66), cabe plantearse la cualidad catalizadora del arte a la hora de alcanzar los distintos estadios evolutivos. Hasta donde llega la capacidad del arte para motivar a los alumnos presentando problemas de interés que requieran del desarrollo de las estrategias cognitivas.

Finalmente, en vista de la relación de los valores de la cultura y la educación matemáticas con ciertos valores sociales, destacada por Bishop (1991) y más profundamente por Moreno (2004), se abre una nueva línea de investigación. Analizar en qué medida el desarrollo de una propuesta didáctica basada en la metodología descrita favorece el desarrollo de la cultura democrática.

Referencias

- Abad, J. (2006). Escenografías para el juego simbólico. *Aula de infantil*, 34, 10-16.
- Abad, J. (2008). *Iniciativas de educación artística a través del arte contemporáneo para la escuela infantil*. Tesis doctoral inédita. Madrid: Departamento de Didáctica de la Expresión Plástica, Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de: <http://eprints.ucm.es/9161/>
- Abad, J. (2009). Usos y funciones de las artes en la educación y el desarrollo humano. En Jiménez, L, Aguirre, I. y Pimentel, L (Coord.), *Educación artística, cultura y ciudadanía* (pp. 17-23). OIE-Fundación Santillana. Recuperado de <http://www.oei.es/metas2021/EDART2.pdf>
- Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 80, 7-24.
- Alsina, A. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 1(1), 1-14.
- Alvira, R. (1980). La educación como arte suscitador. *La investigación pedagógica y la formación de profesores*, 1, 25-37.
- Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia (2012). Declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 1(2), 1-4.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. España: Editorial Graó.
- Bishop, A. (1991). *La enculturación matemática*. España: Paidós editorial.
- Bishop, A. (2004). El papel de los juegos en la educación matemática. En L. Segarra, A. Bishop, M. Pazos J. Giménez, L. Carbó, T. Colomer, N. Ramos et al., *Matemáticas re-creativas*. (pp. 19-30). Barcelona: Graó.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Bruner, J. (1964). The course of cognitive growth. *American psychologist*, 19, 1-15.
- Chamorro, M^a. C. (Coord.) (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid: Pearson educación.
- Departamento de Educación, Universidades e Investigación (2009). DECRETO 12/2009, de 20 de enero, por el que se establece el currículo de la Educación Infantil y se implantan estas enseñanzas en la Comunidad Autónoma del País Vasco. *Boletín Oficial del País Vasco*, 21, de 30 de enero de 2009, pp. 1-41. Disponible en: http://www.euskadi.net/cgi-bin/k54/bopv_20?c&f=20090130&a=200900469
- Departamento de Educación, Universidades e Investigación (2007). DECRETO 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. *Boletín Oficial del País Vasco*, 218, de 13 de noviembre de 2007, núm. 218, pp. 26035-26074. Disponible en: <http://www.euskadi.net/bopv2/datos/2007/11/0706182a.pdf>

- Departamento de Educación, Universidades e Investigación (2007). Anexo III: Competencias Básicas, del DECRETO 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. *Boletín Oficial del País Vasco*, 218, de 13 de noviembre de 2007, núm. 218, suplemento, pp. 8-27. Disponible en: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2459/es/contenidos/informacion/dif10_curriculum_berria/es_5495/f10_c.html
- Departamento de Educación, Universidades e Investigación (2007). Anexo IV: Educación Primaria, del DECRETO 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. *Boletín Oficial del País Vasco*, 218, de 13 de noviembre de 2007, núm. 218, suplemento, pp. 28-224. Disponible en: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2459/es/contenidos/informacion/dif10_curriculum_berria/es_5495/f10_c.html
- Departamento de Educación, Universidades e Investigación (2007). Anexo V: Materias de Educación Secundaria Obligatoria, del DECRETO 175/2007, de 16 de octubre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. *Boletín Oficial del País Vasco*, 218, de 13 de noviembre de 2007, núm. 218, suplemento, pp. 225-654. Disponible en: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2459/es/contenidos/informacion/dif10_curriculum_berria/es_5495/f10_c.html
- De Bartolomeis, F. (2001). *El color de los pensamientos y los sentimientos*. Barcelona: Ediciones Octaedro.
- De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *UNIÓN: Revista iberoamericana de educación matemática*, 11, 59-77.
- De Castro, C., Pina, L. C., Pastor, C., Rojas, M. I. y Escorial, B. (2009). Resolución de problemas con niñas y niños de 4 y 5 años: Matemáticas a través de la literatura infantil. En Comité Organizador Local de las XIV JAEM (Coord.), *Actas de las XIV Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Girona: Servicio de Publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Recuperado de <http://eprints.ucm.es/12785/>
- De Castro, C., Escorial, B. y López, D. (2011). Posibilidades del juego de construcción para el aprendizaje de las matemáticas en la educación infantil. *Pulso*, 34, 103-124.
- Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *UNO, revista de didáctica de las matemáticas*, 47, 37-53.
- Edo, M. (2003). Intuir y construir nociones geométricas desarrollando sentimientos y emociones estéticas. En L. Balbuena y D. de la Coba (Eds), *Actas de las XI JAEM* (pp. 233-249). Tenerife: FESPM.
- Edo, M. (2008). Matemáticas y arte, un contexto para el aprendizaje. En *Matemáticas en la etapa de educación infantil: Retos y propuestas de futuro*. Bilbao: Universidad del País Vasco. Curso de Verano '08. Recuperado de <http://ehutb.ehu.es/es/video/index/uuid/509281b54f1a5.html>
- Edo, M. (2008). Juegos y matemáticas. En *Matemáticas en la etapa de educación infantil: Retos y propuestas de futuro*. Bilbao: Universidad del País Vasco. Curso de Verano '08. Recuperado de <http://ehutb.ehu.es/es/video/index/uuid/50910ef150736.html>
- Escorial, B. y De Castro, C. (2006). Las figuras geométricas a los cinco años: exploraciones a través de la literatura infantil. En J. L. Lupiáñez, J. M. Cardeñoso y M. García (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. La geometría* (pp. 203-212). Granada: S.A.E.M. THALES y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Recuperado de <http://eprints.ucm.es/12641/>
- Gago, S. (2008). Los límites del arte. *Cuadernos del Centro de Estudios de Diseño y Comunicación*, 26, 21-28.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/>, 10 de mayo de 2012
- González, P.M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso diáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, 45, 17-28.
- González, P.M. (2008). Matemática y lenguaje y matemática constructora de lenguaje. *Suma: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, 57, 31-42.
- Hauser, A. (2005). *Historia social de la literatura y el arte*. España: RBA coleccionables.
- Jaeger, W. (2006). *Paideia: los ideales de la cultura griega*. México: Fondo de cultura económica.
- Jefatura del Estado (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 106, de 4 de mayo de 2006, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

- Lizcano, E. (2009). *Imaginario colectivo y creación matemática: la creación social del número, el espacio y lo imposible en China y en Grecia*. Barcelona: Gedisa.
- Martínez, G. (Prod.), y López, J.L. (Dir.) (2010). *La memoria de los cuentos* [Documental]. España: Sociedad Estatal de Conmemoraciones Culturales.
- Martínez, R. y Nortes, A. (1994). Psicología piagetiana y educación matemática. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, 21, 59-70.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín oficial del estado*, 293, de 8 de diciembre de 2006, pp. 43053-43102. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/12/08/pdfs/A43053-43102.pdf>
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria obligatoria. *Boletín oficial del estado*, 5, de 5 de enero de 2007, pp. 677-773.
Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil. *Boletín oficial del estado*, 5, de 4 de enero de 2007, pp. 474-482. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/04/pdfs/A00474-00482.pdf>
- Moreno, J.A. (2004). *Idelología y educación matemática: el proceso de infusión ideológica*. Barcelona: Ediciones Octaedro.
- Morin, E. (2003). *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- NAEYC y NCTM (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 2(1), 1-23.
- Ortiz-Osés, A. (2006). *Euskal mitología: izena duen guztia omen da / Mitología vasca: todo lo que tiene nombre es*. Donostia-San Sebastián: Fundación Kutxa.
- Pessoa, F. (1994). *Fernando Pessoa poesía 107*. Madrid: Alianza editorial.
- Radford, L. (2010). *Matemáticas, cultura y algunos pensamientos subversivos*. Recuperado el 20 de diciembre de 2013, de <http://madriddiario.es/noticia/190621>
- Ruiz Higuera, L. (2012, Junio). *¿Qué es hacer matemáticas en la escuela infantil?* Ponencia presentada en el X encuentro provincial del profesorado de educación infantil, Jerez, España.
- Tiana, A. (2011). Análisis de las competencias básicas como núcleo curricular en la educación obligatoria española. *Bordón*, 63, 63-75.
- Vilanova, M. (Prod.) y Rosell, A. M. (Dir.) (2012). *Los números son bellos. Tres 14: arte y matemáticas* [Programa de televisión]. España: RTVE.
- White, L. (1959). *The evolution of culture*. Nueva York: McGraw-Hill.
- Zabala, A. (2011). *Enfoque globalizador y pensamiento complejo. Una propuesta para la comprensión e intervención en la realidad*. Barcelona: Editor.

Ibon Ceberio Buesa. Graduado en magisterio en educación infantil. Técnico superior en química ambiental. Colabora con la página de reseñas de literatura infantil y juvenil. <http://literatil.com/>
Email: cebe1969@yahoo.es