

# LA CIENCIA MATEMÁTICA EN LA ECONOMÍA

Armando Gil Ospina

La economía es una ciencia esencialmente social que tiene como objeto la optimización de la asignación de los recursos escasos para la producción y distribución de bienes y servicios que satisfacen necesidades humanas.

El concepto de escasez es un aspecto de capital importancia para entender el complejo rol que tiene la ciencia económica como “cantera” de soluciones de problemas que derivan de la organización social, de la naturaleza y de las interacciones y su influjo sobre el hombre social. Esta preocupación fue atendida por la escuela del pensamiento neoclásico el siglo pasado, por medio de la elaboración de la teoría del valor-utilidad. Su propósito consistía en formalizar la economía a través de la utilización de modelos matemáticos más refinados que hacían uso del cálculo infinitesimal que estaba en apogeo en aquella época.

La situación anterior condujo a la construcción de teorías y modelos basados en la observación del comportamiento empírico de los sujetos de la actividad económica en una dimensión tiempo-espacio universal, en relación con un orden institucional y legal, es decir aparece la nueva imagen del ser humano en lo que se dio en llamar el hombre económico.

En concordancia con el análisis efectuado sobre teoría y modelo en las ciencias sociales y las características esencialmente cuantitativas de las informaciones con que se trabaja en el análisis económico, se presenta el siguiente concepto de modelo: Modelo en economía es un conjunto de relaciones matemáticas que expresan, en forma simplificada e idealizada, las características básicas y esenciales de:

- a. Un orden institucional y legal vigente.
- b. Una tecnología incorporada a la actividad económica objeto de análisis.
- c. La regularidad observada en el comportamiento real de los sujetos de la

actividad económica.

En este orden de ideas, un modelo se especifica mediante un sistema de relaciones matemáticas. Más estrictamente, un modelo resulta especificado por un conjunto de ecuaciones o funciones, entre las variables más relevantes que concurren a explicar un fenómeno económico. Además, en toda ecuación (relación matemática entre variables) interviene otra categoría matemática que son los parámetros, o sea, los factores de ponderación correspondientes a cada variable explicativa que mide el efecto de las fluctuaciones de éstas sobre la variable explicada.

### APLICACIÓN E IMPORTANCIA DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN LA INTERPRETACIÓN ECONÓMICA

Habida cuenta que la mayor parte de los conocimientos apprehendidos a través de las enseñanzas impartidas en el proceso de aprendizaje de la economía como ciencia se transmite en forma tradicional por medio de esquemas

y modelos que aparentemente no tienen ninguna aplicación, se llega a la conclusión apremiante que toda persona que tenga la pretensión de ser considerada como economista, está en obligación de tener una solidez científica adecuada en los conceptos básicos de las matemáticas. En nuestros días es raro el número de cualquier revista profesional cuyas páginas no están repletas de fórmulas y símbolos, por ejemplo, la revista *American Economic Journal* es especializadísima en artículos económicos con base en la formalización matemática. Se da por descontado, con pocas excepciones, que los estudiantes graduados deben aprender a emplear por lo menos las herramientas matemáticas más rudimentarias ¡las matemáticas son para usarlas!.

Son pocos los teóricos de alguna reputación que escriben sin hacer un uso bastante amplio del álgebra.

Siendo incuestionable, pues, el uso de las matemáticas en la ciencia económica, no tiene sentido hablar de economía matemática y otra economía. La ciencia económica es, actualmente,



independiente e interdependiente de otras ciencias que le sirven de apoyo para el análisis e interpretación de los distintos fenómenos de estudio; en otras palabras, la ciencia económica es una con diversas ramas en las que cabe considerar distintas direcciones para una mayor especialización y profundización.

Teniendo claro que existen dos grupos de economistas, unos los que amplían las fronteras del conocimiento, y otros, los que se dedican a aplicar lo ya conocido, no se admite argumento alguno para cohonestar con aquellos oponentes (¿legos en matemáticas?) a la utilización de las matemáticas en la ciencia económica.

Para el profesional que realiza el análisis económico, el instrumental matemático es de gran ayuda para la elaboración de los modelos generales; es así como cada ecuación explica un sector (agricultura, manufactura, gobierno, etc.), o una categoría (consumidores, productores, inversores, instituciones financieras, etc.) de la actividad económica producto de investigación.

En otras palabras, la matemática es una herramienta para el trabajo profesional y no sólo por elegancia en la formalización modelística.

Para la teoría económica se ha convertido en una urgente necesidad el uso de la matemática. Sería en extremo difícil, punto menos que imposible la primera sin la segunda. En la aplicación, la matemática queda fundida en aquella por medio del siguiente proceso: identificación del problema, definición del modelo o esquema, definición de variables exógenas y endógenas y planteamiento del supuesto *ceteris paribus*; en otras palabras, es mucho más simple y fácil pensar un problema social y económico en términos matemáticos (¡la matemática es para usarla!).

En la actualidad es creciente la aplicación de las matemáticas en las distintas ramas, esferas o sectores de la economía. El uso más significativo del análisis matemático es en los pro-

blemas que implica un nivel muy considerable de complejidad: multiplicidad de funciones y profusión de interrelaciones. Donde se dan tales características con mayor frecuencia es en el análisis del equilibrio general. Un ejemplo lo constituye el teorema de Slutsky, que afirma que se mantiene constante el poder adquisitivo real de un sujeto que maximiza su utilidad, y que en un descenso del precio de una mercancía le conduce a comprar más (o en todo caso no menos) de esa mercancía. Otro ejemplo lo proporciona el teorema según el cual, en ausencias de economías y diseconomías externas, la competencia pura conduciría a una asignación óptima de los recursos. En cada uno de estos operamos con múltiples variables, cada una de las cuales se encuentra potencialmente en acción recíproca con todas las demás y, sin la ayuda de los instrumentos matemáticos, es imposible seguir la pista de los resultados.

Otro aspecto sumamente importante de la utilidad de las matemáticas se refiere a la teoría de la dualidad de la programación lineal, que

demuestra que en los óptimos de la programación lineal están implícitos todos los conceptos típicos del análisis marginal: la lucratividad marginal de cada insumo y el coste de oportunidad de cada producto. En el fundamento de esta teoría se hallan los multiplicadores de Lagrange, que permiten la interpretación económica a partir de un análisis marginal.

Un ejemplo adicional tiene que ver con la paradoja de la imposición de Edgeworth, en la que el análisis demuestra que, en ciertas circunstancias con discriminación de precios, un impuesto apropiado establecido para gravar al monopolista puede hacer que resulte lucrativo para él el reducir sus precios simultáneamente para todos sus clientes.

Es interesante denotar la enorme importancia que ha adquirido en las últimas décadas la teoría de los juegos, cuya difusión ha sido notoria a partir de la publicación del libro de Von Neuman y Morgenstern "Teoría de juegos y comportamiento económico". Esta teoría fue desarrollada con

el propósito de analizar situaciones en las cuales es indispensable estudiar la interacción de diversos agentes, puesto que lo que obtiene uno de ellos depende de las acciones de todos; a diferencia de los métodos de optimización clásica, en los cuales las únicas decisiones que importan para el resultado son las del agente que se está estudiando.

La teoría de juegos ha tenido aplicación amplia en distintos campos, pero sobre todo en las situaciones económicas del oligopolio. Entre los principales ejemplos de problemas que se han tratado con la teoría de juegos están: Duopolio con un bien homogéneo, doupolio con productos heterogéneos, localización, oferta laboral, modelos de votación y modelos de intercambio.

Con relación al medio ambiente, se ha elaborado una teoría económica ambiental con fuerte base matemática, la cual permite resolver problemas como la limpieza de un río, la contaminación atmosférica, auditiva y visual, las externalidades, el capital humano, entre otros.

Acerca de las externalidades, el profesor Ronald Coase desarrolla el teorema que analiza las preferencias cuasilineales del consumidor y plantea soluciones paretianas.

Finalmente se presentan algunos modelos de uso frecuente en el análisis económico y que explican elocuentemente su utilidad en la ciencia económica:

- La ley de Pareto para la distribución de ingresos de una población dada es:  $N = 16 \times 10^{12} / X^{5/3}$  nos permite solucionar interrogantes como "cuántas personas tienen ingresos por debajo de X?", "cuántas personas tienen ingresos arriba de X pero debajo de Y?", "cuál es el mayor ingreso de las 20 personas con mayores ingresos?".

- La ecuación de R. Solow para el crecimiento económico de un determinado país:

$PT = AK^{\alpha}T^{\beta}$ ; en donde:

PT= producto total generado por la economía.

K= stock de capital

T= mano de obra

A= coeficiente de proporcio-



nalidad entre  $K$  y  $T$ .

$\alpha$  y  $\beta$  = parámetros que cuantifican el grado de participación de  $k$  y  $t$  en la generación del producto.

- La ley de la demanda definida por A. Marshall:

$$Q_d = Q_d(P_1, P_2, \dots, P_n, Y, G, E) \text{ o}$$

$$Q_d = f(p) = a - bp \quad (a, b > 0)$$

Siendo  $Q_d$  la cantidad demandada de una mercancía.  $P_1, P_2, P_n$  los precios del bien en cuestión y de otros bienes relacionados  $Y, G, E$  otros factores que determinan la demanda; por ejemplo, el ingreso, los gustos, las expectativas.

- La función de Lagrange (método de los multiplicadores) que se emplean en la resolución de problemas de máximos y mínimos, los cuales son utilizados cuando se trata de minimizar costes de producción o de maximizar el nivel de producción dada una estructura de costes:

$$L = L(\lambda, X, Y) = U(X, Y) + [M - H(x, y)]$$

Donde  $\lambda$  se conoce como el multiplicador indeterminado de Lagrange

$U(x, y)$  = función de utilidad de los bienes  $x$  e  $y$ .  
 $M = H(x, y)$  = la restricción presupuestal.

La ecuación cuantitativa de Irving Fisher que plantea la teoría a partir de una identidad expresada por  $M_s V_t = P T$ . Como en cada transacción interviene un comprador y un vendedor, se entiende que la acción de intercambio permite igualar los valores de la compra y la venta, por ende, el valor de las ventas debe ser igual al número de transacciones realizadas durante un período de tiempo determinado, multiplicado por el precio medio al que se han llevado a cabo. A su vez, el valor de las compras debe ser igual a la cantidad de dinero en circulación en la economía, multiplicada por el número medio de veces que éste cambia de mano durante el mismo período de tiempo.

El empleo de las matemáticas en la economía data de tiempo atrás. La presentación de los modelos formales de las distintas escuelas del pensamiento económico se evidencia en las obras de los teóricos más relevantes. Así mismo, los tipos de

matemáticas para la utilización en la economía varían al igual que las proporciones de las técnicas aplicadas, pues son muy distintas las que se emplean en la teoría económica de las que se usan en las aplicaciones empíricas. En ésta última, por ejemplo, predomina la teoría de las probabilidades adosada en la herramienta del computador, lo que permite desarrollar significativamente la teoría econométrica; incluso, se pueden alcanzar grandes resultados al plantear modelos de equilibrio general computable o modelos de oligopolio por medio de sistemas de ecuaciones diferenciales, ecuaciones en diferencia, cálculo diferencial e integral, el álgebra matricial, etc. Con respecto al campo de la teoría económica, es proverbial el uso del análisis gráfico microeconómico a través de métodos geométricos; por ejemplo, las curvas de indiferencia plantean la hipótesis que sólo hay disponibles dos bienes para el consumidor. Esta abstracción se debe, en lo fundamental, al grado de complejidad de trazar e interpretar gráficas tridi-

mensionales, máxime tratándose de cuatro o más dimensiones que se convertirían en una imposibilidad física. Es aquí, precisamente, donde adquiere capital importancia el uso de las matemáticas por medio de los sistemas de ecuaciones para zanjar tal restricción y alcanzar soluciones numéricas óptimas en el caso más general de  $n$  bienes.

Otro importante avance en el análisis económico con base en las contribuciones matemáticas se presenta, concretamente, en la teoría de juegos. A partir de la publicación del libro de Von Neuman y Morgenster (Teoría de Juegos y Comportamiento Económico) se estudian las relaciones recíprocas de los distintos agentes económicos, pues cada uno de ellos es interdependiente de las acciones de los demás, a diferencia de los métodos de optimización propios de la escuela clásica, donde sólo importan, al fin de cuentas, las decisiones del consumidor que se

estudia. Los modelos que se plantean en esta obra se refieren a disímiles aspectos, uno de ellos es el caso de oligopolio.

Los principales ejemplos de problemas que se han tratado con teoría de juegos son, entre otros, los que siguen: Duopolio con un bien homogéneo, duopolio con productos heterogéneos, localización, oferta laboral, modelos de votación y modelos de intercambio.

Finalmente, se hace necesario denotar que existen doctrinas económicas contrarias al uso de las matemáticas en la teoría económica y elaboran acres planteamientos sobre el formalismo abstracto y las relaciones cuantitativas que pretenden explicar lo complejo de las relaciones sociales y la conducta humana.

No obstante, existe una escuela del pensamiento económico que aboga por el continuo y creciente uso de la formalización en la definición e interpretación de los distintos fenómenos económicos, incluso, da como válido lo que sólo se puede expresar en relaciones numéricas, fórmulas y estructuras formales.

Para alternar en esta situación pendular y, en aras de mayor ecuanimidad, se encuentran aquellos dedicados a las ciencias aplicadas, que explican el cabal uso y el significado matemático en el análisis económico. La defensa por el uso de las técnicas matemáticas se realiza con el argumento de sustituir razonamientos prolijos y abstrusos a simbolismos sencillos y comprensibles, siempre y cuando dicho procedimiento no altere las ideas, supuestos y teorías de la ciencia económica.

