

## PORTAFOLIO DE INVERSIÓN EN ACCIONES OPTIMIZADO

### RESUMEN

Este documento expone una metodología para realizar inversiones óptimas en instrumentos de Renta Variable como las acciones, utilizando el procedimiento de Varianza - Covarianza en el modelo matemático de Programación Cuadrática desarrollado en hoja electrónica Excel para determinar la frontera eficiente del portafolio de inversión. Posteriormente, se evalúa el punto óptimo del conjunto establecido a través del criterio de la posibilidad de pérdida.

**PALABRAS CLAVES:** Óptima, acciones, varianza, covarianza.

### ABSTRACT

*This document presents a method to make optimal investments on instruments of Variable Income, like shares, using the Variance- Covariance procedure in the mathematical model of quadratic programming, developed in an Excel electronic sheet, in order to determine the efficient boundary of the investment portfolio. Subsequently, the optimum point of the established set is evaluated through the criteria of the lossing possibility.*

**KEYWORDS:** Optimization stocks, variable rent, value, quadratic programming algorithm..

### EDUARDO ARTURO CRUZ T

Ingeniero Industrial, Ms.C  
Profesor Auxiliar  
Universidad Tecnológica de Pereira  
ecruz@utp.edu.co

### JORGE HERNAN RESTREPO

Ingeniero Industrial, Ms.C  
Profesor Auxiliar  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jhrestrepoco@utp.edu.co

### JOHN JAIRO SANCHEZ C.

Economista, Ms.C  
Profesor Asistente  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jasaca@utp.edu.co

**Grupo de Investigación  
Administración Económica y  
Financiera.**

## 1. INTRODUCCIÓN

En la toma de decisiones sobre inversiones cada vez hay más alternativas con niveles de rentabilidad más competitivas y acompañadas con un mayor riesgo. La diversificación en las inversiones facilita un manejo prudente frente al riesgo de la variabilidad en el retorno de la rentabilidad.

En el proceso decisorio por parte del inversionista es necesario evaluar si las decisiones tomadas en el manejo de los recursos financieros son las más indicadas?

El proceso de inversión en acciones es una labor difícil y compleja porque el retorno sobre la inversión está altamente correlacionada con el riesgo y a mayores tasas de interés mayor es el riesgo.

En este trabajo se presenta la metodología para evaluar en forma técnica la inversión en una acción, luego se toma un grupo de cinco acciones del mercado colombiano para conformar el portafolio de inversión que incluye las variables rentabilidad y riesgo, finalmente, se implementa el método de optimización conocido como varianza-covarianza basado en el modelo matemático de programación cuadrática utilizando la hoja electrónica excel.

## 2. ANÁLISIS TÉCNICO DE LA INVERSIÓN EN UNA ACCIÓN

### 2.1 LA RENTABILIDAD

La rentabilidad  $R_t$ , se calcula mediante la expresión (1) conformada por los siguientes componentes

$$\text{La rentabilidad: } R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t + C_t}{P_{t-1}} \quad (1)$$

Donde:  $\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$  Es la variación del precio de la acción en el mercado accionario

$P_t$  = Es el precio de la acción en el momento "t"

$P_{t-1}$  = Es el precio de la acción en el mercado en un período anterior.

$D_t$  : Es el pago de dividendos por cada acción

$C_t$  Es la prima por nueva emisión de acciones.

Si se asume que la decisión de inversión no incluye la prima por emisión de acciones ni se tiene en cuenta los dividendos ( $D_t$  y  $C_t$  tienden a cero).

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (2)$$

El precio de la acción se calcula a través del precio promedio ponderado diario (PPP), utilizando la información de cantidad y volumen del mercado al contado transmitidos por la bolsa en la que se encuentra inscrita la acción.

$$PPP = \frac{\sum V_i P_i}{N \sum V_i} \quad (3)$$

Donde:  $V_i$  = Volumen de acciones transadas en la ronda "i" de negociación en el día.

$P_i$  = Precio de la acción transada en la ronda "i" de negociación.

"i" = 1,2,3, ..., N número de rondas de negociación.

Para este caso se seleccionaron los precios semanales de cinco acciones (ver figura 1): Cementos Argos, Bavaria, Banco de Bogotá, Bancolombia y Cementos Caribe [1].

	A	B	C	D	E	F
1	FECHA	CEMENTOS ARGOS	BAVARIA	BANCO BOGOTA	BANCOLOM BIA	CEM_CARIBE
2	02/01/2002	6260.78	7401.00	4400.00	1250.00	5500.00
3	08/01/2002	6250.33	7802.00	4399.96	1260.00	5500.00
4	14/01/2002	6400.00	8040.00	4300.40	1239.04	5399.52
5	21/01/2002	6952.08	8614.04	4709.21	1366.91	5900.00
6	28/01/2002	7100.95	8669.06	4724.45	1300.25	5817.17
7	05/02/2002	7110.78	8424.37	4521.01	1253.62	5799.00
8	12/02/2002	7003.46	8343.11	4792.02	1280.75	5735.19
9	19/02/2002	6576.00	7900.15	4688.86	1199.36	5500.00
10	26/02/2002	6600.67	7796.00	4695.74	1179.77	5234.21
11	04/03/2002	6310.22	7918.13	4649.73	1186.72	5250.00
12	11/03/2002	6550.00	7994.71	4815.02	1228.15	5399.66
13	18/03/2002	6718.90	8200.00	4750.04	1226.58	5399.72
14	26/03/2002	6505.86	8072.40	4927.83	1246.04	5350.00
15	04/04/2002	6500.00	8200.00	4917.08	1265.89	5350.00
16	11/04/2002	6714.47	8320.31	5100.16	1309.86	5561.61
17						

Figura 1. Precios de las acciones preseleccionadas en Excel [2]

**2.2. La rentabilidad esperada de una acción**

Se calculan las variaciones de los precios, con respecto a los precios inmediatamente anteriores de acuerdo con la ecuación (4):

$$\text{Variación de Precio} = \text{VARPPP} = \frac{PPP_t - PPP_{t-1}}{PPP_{t-1}} \quad (4)$$

Siendo  $PPP_t$ : El precio en la semana Actual  
 $PPP_{t-1}$ : El precio en la semana Anterior

Los valores de las variaciones de los precios se presentan en la figura 2.

La rentabilidad esperada de una acción se calcula con el valor promedio de las variaciones de los precios de la acción.

$$\text{RENTABILIDAD ESPERADA} = \text{VARPRECIO}_{\text{promedio}} = \frac{1}{N} \sum (\text{VARIACION DE } PPP_T) \quad (5)$$

$$\text{VARPRECIO}_{\text{promedio}} = \frac{1}{N} \sum \left( \frac{PPP_T - PPP_{T-1}}{PPP_{T-1}} \right) \quad (6)$$

**2.3. El riesgo de una acción**

El riesgo en que se incurre con respecto a la rentabilidad esperada de una acción se determina por el método de Varianza / Covarianza.

La primera propiedad del promedio es que al sumar las desviaciones de una variable con respecto a su promedio daría cero.

La varianza como medida de dispersión de cada uno de los datos con respecto a su promedio para evitar la dificultad de la primera propiedad del promedio, se

procede a elevar al cuadrado estas desviaciones y se suman, y se divide la suma de los cuadrados de las diferencias por el número de valores tomados en la muestra. La varianza se obtiene de las variaciones de los precios de las acciones. (Ver ecuación 7)

$$\text{VARIANZA} = \frac{1}{N-1} \sum (\text{VARPPP}_i - \text{VARPRECIO}_{\text{promedio}})^2 \quad (7)$$

Siendo "N" el número de variaciones tomadas.

$\text{VARPPP}_i$ : la variación del precio promedio ponderado

La varianza se expresa en unidades tomadas al cuadrado, para solucionar el inconveniente se trabaja con la desviación estándar que mide la dispersión en términos lineales y se expresa matemáticamente como la raíz cuadrada de la varianza. La desviación estándar mide la dispersión de los valores de una variable con respecto a su promedio, el riesgo. (ver expresión 8)

DESVIACION ESTANDAR =

$$\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (\text{VARPPP}_i - \text{VARPRECIO}_{\text{promedio}})^2} \quad (8)$$

Las variaciones calculadas con la ecuación (4), se presentan en formato porcentual para cada una de las acciones seleccionadas en la figura 2.

	G	H	I	J	K
1	arg	bav	bog	col	car
2					
3	-0.1669%	5.4182%	-0.0009%	0.8000%	0.0000%
4	2.3946%	3.0505%	-2.2627%	-1.6637%	-1.8270%
5	8.6263%	7.1398%	9.5063%	10.3205%	9.2691%
6	2.1413%	0.6387%	0.3236%	-4.8772%	-1.4040%
7	0.1384%	-2.8226%	-4.3061%	-3.5859%	-0.3123%
8	-1.5092%	-0.9646%	5.9945%	2.1638%	-1.1004%
9	-6.1036%	-5.3093%	-2.1527%	-6.3543%	-4.1008%
10	0.3751%	-1.3183%	0.1467%	-1.6336%	-4.8325%
11	-4.4003%	1.5666%	-0.9798%	0.5891%	0.3016%
12	3.7999%	0.9672%	3.5548%	3.4915%	2.8506%
13	2.5786%	2.5678%	-1.3495%	-0.1284%	0.0012%
14	-3.1707%	-1.5561%	3.7429%	1.5865%	-0.9208%
15	-0.0901%	1.5807%	-0.2181%	1.5936%	0.0000%
16	3.2995%	1.4672%	3.7233%	3.4732%	3.9553%
17					

Figura 2. Variación de precios en términos porcentuales

**2.4. Posibilidad de pérdida de una acción**

Para medir la posibilidad de pérdida de una acción o la posibilidad de alcanzar determinado nivel de rentabilidad, se aprovecha la relación existente entre el área bajo la curva y la probabilidad de los valores de la variable rentabilidad esperada que sigue una distribución normal. El área total bajo la curva normal representa el 100% de la probabilidad relacionada con dicha variable. Adicionalmente, como la curva es simétrica con respecto a su media, la probabilidad de obtener un valor menor o igual a la media será de 50%, lo mismo que obtener un valor mayor o igual a la media 50%.

En términos generales, cualquiera que sea la configuración de la distribución normal, e independientemente del valor de su media y su desviación estándar, se puede determinar la proporción o área bajo la curva normal que se encuentren entre tantas veces la desviación estándar, con respecto a la media.

**2.4.1. La normalización**

Se utiliza la media de la variación de los precios como punto de referencia y su desviación estándar. Esto equivale a estandarizar o normalizar los valores de las acciones en otra escala o variable llamada "Z", la cual expresa el número de veces que se toma a cada lado del promedio la desviación estándar.

La posibilidad de perdida es la medida del área bajo la curva de la distribución normal estándar con una rentabilidad experimental de cero ó menos, señalada por el límite "Z".

Para poder comparar las acciones bajo los mismos parámetros se realiza la normalización para establecer la ubicación dentro de una función de distribución normal estándar, es decir, con media igual a cero y desviación estándar igual a 1. El valor zeta, se determina de acuerdo a un número experimental, en este caso se toma la rentabilidad de cero o menos, como límite para medir la posibilidad de perdida menos el promedio y dividido por la desviación estándar.

$$Z = \frac{\text{Valor experimental} - \text{promedio}}{\text{Desviación estándar}} \tag{9}$$

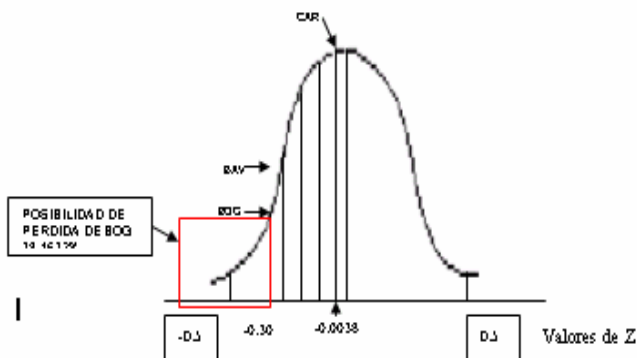


Figura 3. Función de distribución normal estándar.

	D	E	F	G	H	I
19		ARG	BAV	BOG	COL	CAR
20	rentab	0.5652%	0.8876%	1.1230%	0.4125%	0.1343%
21	varianza	0.1395%	0.1038%	0.1388%	0.1705%	0.1209%
22	desv estan	3.7353%	3.2213%	3.7253%	4.1286%	3.4770%
23	z	-0.151318183	-0.27552613	-0.301459	-0.0999136	-0.0366232
24	pos perdida	43.9862%	39.1456%	38.1532%	46.0206%	48.4595%

Figura 4. Rentabilidad, riesgo y posibilidad de perdida de las acciones seleccionadas.

**2.4.2. Resultados obtenidos**

Todas las cinco acciones tienden a la rentabilidad, es decir, las posibilidades de perdida son menores al 50% en todas las acciones.

La acción que presenta mayor rentabilidad esperada es Banco de Bogotá con una rentabilidad semanal de 1.1230%.

Se aprecia que la acción con más bajo riesgo es Bavaria con un valor de 3.2213%.

La posibilidad de perdida permite considerar los dos factores rentabilidad y riesgo simultáneamente. La posibilidad de perdida mide el área bajo la curva de una distribución normal estándar, partiendo del lado izquierdo hasta el límite marcado por el valor Zeta.

La acción con mayor posibilidad de perdida es Cementos Caribe ya que tiene el nivel de rentabilidad esperada más baja de 0.1343% con un valor de posibilidad de perdida de 48.4595%. Ver figura 4.

La acción con menos posibilidad de perdida es la de Banco de Bogotá con un porcentaje de 38.1532% Seguida de Bavaria con un porcentaje de 39.1456%. Ver Figura 4.

En la posibilidad de perdida se ve claramente una influencia mayor de la rentabilidad que el riesgo. Si una acción presenta perdida, la posibilidad de perdida dará un valor superior al 50%.

En este caso se aprecia el dominio de unas acciones sobre otras, como es el caso de Bavaria sobre Cementos Caribe, Mayor rentabilidad y menor riesgo. Ver figura 4.

El estudio previo que se ha realizado hasta el momento permite afinar más la preselección de acciones y descartar aquellas que presentan una posición desventajosa en ambos sentidos: rentabilidad y riesgo.

**3. PORTAFOLIO DE ACCIONES**

Un portafolio más que una lista de acciones es un todo balanceado que protege al inversionista y le da alternativas con respecto a un amplio rango de contingencias. El inversionista debe construir su portafolio con base en satisfacer sus necesidades. Un buen criterio toma en cuenta lo importante y lo no importante.

La conformación de portafolios es una estrategia para disminuir el riesgo, es decir, el riesgo del portafolio debe ser menor que la suma de los riesgos de las acciones que lo conforman.

### 3.1 Rentabilidad del portafolio

Es la sumatoria ponderada de las rentabilidades esperadas de cada una de las acciones.

$$R_p = \sum R_j * A_j \tag{10}$$

Donde:  $R_p$  = La rentabilidad esperada del portafolio

$R_j$  = Es el rendimiento esperado de la acción "J"

$A_j$  = Es la proporción del total de fondos invertidos en el título "J"

La ecuación (10) expresa, que el rendimiento esperado del portafolio es un promedio ponderado de los rendimientos esperados para los valores que comprenden ese portafolio.

	D	E	F	G	H
37	PONDERACION DE LA INVERSION				
38	I	X	RENTAB	VARI	XX
39	ARG		0.5652%	0.1395%	0.0000%
40	BAY		0.8876%	0.1038%	0.0000%
41	BOG		1.1230%	0.1388%	0.0000%
42	COL		0.4125%	0.1705%	0.0000%
43	CAR		0.1343%	0.1209%	0.0000%
44		0%			

Figura 5. Ponderación de la inversión en acciones

En la figura 5, la ultima columna, XX es el cuadrado del porcentaje de inversión en cada acción, en este momento aún no se ha resuelto el modelo y los valores están en cero .

### 3.2. Riesgo del portafolio

Depende del riesgo de los valores individuales que constituyen el portafolio y de la relación existente entre los mismos. Al seleccionar títulos que tienen poca relación unos con otros, el inversionista puede reducir el riesgo relativo.

La varianza es la forma de medir el riesgo en términos cuadráticos de la rentabilidad esperada del portafolio. La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza y muestra el riesgo del portafolio en términos lineales

$$RIESGO = \sqrt{\sum \sum A_j A_k COVAR_{JK}} \tag{11}$$

## 4. OPTIMIZACION DEL PORTAFOLIO

### 4.1. Modelo matemático de programación cuadrática propuesto por markowitz – tobon – takayama y batterham, adaptado en hoja electronica excel. [3]

$$MAX \text{ RENTABILIDAD} = \sum A_i VARPPP_i \tag{12}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$(\sum \sum A_i A_j COVAR_{ij})^{1/2} \leq B$$

$$\sum A_i = 100\%$$

$$A_i \geq 0$$

Donde:  $A_i$  porcentaje de inversión en la acción "i".

$VARPPP_i$  Variación de los precios ponderados de las acciones

$COVAR_{ij}$  Covarianza entre cada par de acciones del portafolio

B Nivel deseado de riesgo

Para el análisis de las acciones y su relación entre si, se utiliza la regresión simple lo cual permite un análisis entre cada par de acciones; como se comportan las dos acciones una respecto a la otra.

### 4.1.1 La covarianza

La covarianza indica la forma en que las variaciones de los precios de las acciones se comportan entre si con respecto a la rentabilidad esperada de cada acción. Ver ecuación (13).

$$\text{Covarianza}(A1, A2) = (1/(n-1)) * \sum (A1_i - U1)(A2_i - U2) \tag{13}$$

Donde:  $A1_i$  = Variación de precio de la acción 1

$A2_i$  = Variación de precio de la acción 2

$A1$  = Acción 1

$A2$  = Acción 2

$U1$  = rentabilidad esperada de la acción 1

$U2$  = rentabilidad esperada de la acción 2

Si  $(A1_i - U1)$  es positivo y  $(A2_i - U2)$  positivo, o  $(A1_i - U1)$  es negativo y  $(A2_i - U2)$  es negativo, se dice que la relación entre las dos acciones es directa.

Si  $(A1_i - U1)$  es positivo y  $(A2_i - U2)$  negativo, o  $(A1_i - U1)$  es negativo y  $(A2_i - U2)$  es positivo, se dice que la relación entre las dos acciones es inversa, es decir, mientras una acción aumenta su variación de precio con respecto a la rentabilidad esperada, la otra acción disminuye su variación de precio frente a su rentabilidad esperada.

### 4.1.2. Coeficiente de correlación (r)

El coeficiente de correlación, ver expresión (14), Indica el grado de relación entre las dos acciones. Determina si la relación entre las dos acciones es directa o inversa incluyendo el riesgo (las desviaciones estándar) respectivamente.

$$r = \frac{COVARIANZA(A1,A2)}{RIESGO A1 * RIESGO A2} \tag{14}$$

Donde:

$R = -1$ , Si la correlación es perfecta e inversa

$R = 1$ , si la correlación es perfecta y directa.

$R = 0$ , quiere decir que las dos acciones no están correlacionadas

En la figura 6, el valor XI y el valor XJ son los porcentajes de inversión en cada una de las acciones del portafolio a ser calculados de manera optima en la sección 4.2, de acuerdo con el modelo (12).

	D	E	F	G	H	I
25	ANÁLISIS DE REGRESIÓN SIMPLE					
26	I	J	COVARIANZA	CORRELAC	XI	XJ
27	ARG	BAY	0.0774%	69.2660%	0.0000%	0.0000%
28	ARG	BOG	0.0619%	47.9406%	0.0000%	0.0000%
29	ARG	COL	0.0873%	60.9757%	0.0000%	0.0000%
30	ARG	CAR	0.0870%	72.1570%	0.0000%	0.0000%
31	BAY	BOG	0.0447%	40.1007%	0.0000%	0.0000%
32	BAY	COL	0.0841%	68.1040%	0.0000%	0.0000%
33	BAY	CAR	0.0704%	67.7146%	0.0000%	0.0000%
34	BOG	COL	0.1187%	83.1207%	0.0000%	0.0000%
35	BOG	CAR	0.0812%	67.5049%	0.0000%	0.0000%
36	COL	CAR	0.1142%	85.6699%	0.0000%	0.0000%

Figura 6. Covarianza y correlación entre las acciones

### 4.2. Máxima rentabilidad del portafolio

	D	E	F	G	H	I
38	I	X	RENTAB	VARI	XX	
39	ARG		0.5652%	0.1395%	0.0000%	
40	BAY		0.8876%	0.1038%	0.0000%	
41	BOG		1.1230%	0.1388%	0.0000%	
42	COL		0.4125%	0.1705%	0.0000%	
43	CAR		0.1343%	0.1209%	0.0000%	
44	PORTAFOLIO					
45	RENTABILIDAD 0.0000%					
46	VARIANZA 0.0000%					
47	RIESGO 0.0000%					

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

Máximo  Mínimo  Valores de:

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

Figura 7. Parámetros de optimización en solver

En la figura 7, la celda objetivo es la celda E46 que contiene la sumatoria de la rentabilidad ponderada de las acciones. Las celdas a cambiar son el vector E39:E43, son las celdas que contienen la inversión porcentual en cada una de las acciones cuando se busca maximizar la rentabilidad. La celda E44 debe ser igual a 1, es decir, exigirle al modelo que la sumatoria de las inversiones en cada una de las acciones debe ser igual al 100% de la inversión. Los valores determinados en el modelo obviamente deben ser mayores o iguales a cero para que no se presenten inversiones con valores negativos.

Al solucionar el modelo planteado, ver modelo (12), los resultados obtenidos se presentan en la figura 8, se aprecia que la inversión sugerida se concentra en la acción de banco de Bogotá, ya que es la más rentable frente a las demás, el riesgo del portafolio corresponde a la acción del banco de Bogotá.

### 4.3. Mínimo riesgo del portafolio

El enfoque del siguiente portafolio, tomando el mismo paquete de acciones es minimizar el riesgo, este tipo de inversión se debe sugerir a los inversionistas que prefieren inversiones estables o de bajo riesgo así sea que se sacrifique parte de la rentabilidad.

	D	E	F	G	H	I
19		arg	bav	bog	col	car
20	rentab	0.5652%	0.8876%	1.1230%	0.4125%	0.1343%
21	varianza	0.1395%	0.1038%	0.1388%	0.1705%	0.1209%
22	dev estan	3.7353%	3.2213%	3.7253%	4.1286%	3.4770%
23	z	-0.151318183	-0.27552613	-0.301459	-0.0999136	-0.0386232
24	pos perdida	43.9862%	39.1456%	38.1532%	46.0206%	48.4595%
25	ANÁLISIS DE REGRESIÓN SIMPLE					
26	I	J	COVARIANZA	CORRELAC	XI	XJ
27	ARG	BAY	0.0774%	69.2660%	0.0000%	0.0000%
28	ARG	BOG	0.0619%	47.9406%	0.0000%	100.0000%
29	ARG	COL	0.0873%	60.9757%	0.0000%	0.0000%
30	ARG	CAR	0.0870%	72.1570%	0.0000%	0.0000%
31	BAY	BOG	0.0447%	40.1007%	0.0000%	100.0000%
32	BAY	COL	0.0841%	68.1040%	0.0000%	0.0000%
33	BAY	CAR	0.0704%	67.7146%	0.0000%	0.0000%
34	BOG	COL	0.1187%	83.1207%	100.0000%	0.0000%
35	BOG	CAR	0.0812%	67.5049%	100.0000%	0.0000%
36	COL	CAR	0.1142%	85.6699%	0.0000%	0.0000%
37	PONDERACION DE LA INVERSION					
38	I	X	RENTAB	VARI	XX	
39	ARG		0%	0.5652%	0.1395%	0.0000%
40	BAY		0%	0.8876%	0.1038%	0.0000%
41	BOG		100%	1.1230%	0.1388%	100.0000%
42	COL		0%	0.4125%	0.1705%	0.0000%
43	CAR		0%	0.1343%	0.1209%	0.0000%
44	PORTAFOLIO					
45	RENTABILIDAD 1.1230%					
46	VARIANZA 0.1388%					
47	RIESGO 3.7253%					

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

Máximo  Mínimo  Valores de:

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

Figura 8. Resultados obtenidos al solucionar el modelo

	D	E	F	G	H	I
37	PONDERACION DE LA INVERSION					
38	I	X	RENTAB	VARI	XX	
39	ARG		0.5652%	0.1395%	0.0000%	
40	BAY		0.8876%	0.1038%	0.0000%	
41	BOG		1.1230%	0.1388%	0.0000%	
42	COL		0.4125%	0.1705%	0.0000%	
43	CAR		0.1343%	0.1209%	0.0000%	
44	PORTAFOLIO					
45	RENTABILIDAD 0.0000%					
46	VARIANZA 0.0000%					
47	RIESGO 0.0000%					

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

Máximo  Mínimo  Valores de:

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

Figura 9. Resultados obtenidos al solucionar el modelo

Las condiciones del modelo cambian relativamente poco, ver figura 9, la función objetivo es la celda E48, porque contiene la formula del riesgo de acuerdo con la ecuación (11), que debe determinarse su valor mínimo. Las celdas a cambiar siguen siendo las mismas E39:E43, las restricciones son: inversión total 100%, celda E44 y la segunda condición, es que los valores obtenidos para las inversiones en las diferentes acciones sean mayores o iguales a cero.

Al solucionar el modelo planteado los resultados obtenidos se presentan en la figura 10.

El riesgo del portafolio se espera sea menor que la sumatoria de los riesgos de las acciones, en este caso alcanza un riesgo de 2.8197%, siendo menor que la sumatoria de los riesgos de las acciones, es más su nivel de riesgo es menor que el presentado por cada una. La rentabilidad del portafolio ofrece el 0.8716%, casi igual a la acción de Bavaria que alcanza a ser la segunda acción



con rentabilidad más alta dentro de la conformación del portafolio.

D	E	F	G	H	I
ANÁLISIS DE REGRESIÓN SIMPLE					
	I	J	COVARIANZA	CORRELAC	XI
25	ARG	BAV	0.0774%	69.2660%	10.1828%
26	ARG	BOG	0.0619%	47.9406%	10.1828%
27	ARG	COL	0.0873%	60.9757%	10.1828%
28	ARG	CAR	0.0870%	72.1570%	10.1828%
29	BAV	BOG	0.0447%	40.1007%	49.9041%
30	BAV	COL	0.0841%	68.1040%	49.9041%
31	BAV	CAR	0.0704%	67.7146%	49.9041%
32	BOG	COL	0.1187%	83.1207%	32.1165%
33	BOG	CAR	0.0812%	67.5049%	32.1165%
34	COL	CAR	0.1142%	85.6699%	0.0000%
PONDERACIÓN DE LA INVERSIÓN					
	I	X	RENTAB	VARI	XX
35	ARG	10%	0.5652%	0.1395%	1.0369%
36	BAV	50%	0.8876%	0.1038%	24.9042%
37	BOG	32%	1.1230%	0.1388%	10.3147%
38	COL	0%	0.4125%	0.1705%	0.0000%
39	CAR	8%	0.1343%	0.1209%	0.6079%
40		100%			
PORTAFOLIO					
41	RENTABILIDAD		0.8716%		
42	VARIANZA		0.0795%		
43	RIESGO		2.8197%		

Figura 10. Resultados obtenidos al solucionar el modelo de riesgo

#### 4.4. Frontera eficiente del portafolio

Hasta el momento se han construido dos portafolios, el primero, establece la rentabilidad máxima ver figura 8, el segundo, establece el riesgo mínimo ver figura 9. Dentro de los dos extremos hay infinitas combinaciones posibles para armar el portafolio, lo importante es establecer el conjunto de portafolios que son óptimos pero en cada uno se maneja un nivel de riesgo y rentabilidad diferente, ya es decisión del inversor, determinar en que punto de la frontera quiere ubicarse de acuerdo a su perfil.

La frontera eficiente es el conjunto de portafolios optimizados dentro de un rango considerado, con la característica de maximizar la rentabilidad con un nivel de riesgo predeterminado.

D	E	F	G	H
PONDERACIÓN DE LA INVERSIÓN				
I	X	RENTAB	VARI	XX
ARG		0.5652%	0.1395%	0.0000%
BAV		0.8876%	0.1038%	0.0000%
BOG		1.1230%	0.1388%	0.0000%
COL		0.4125%	0.1705%	0.0000%
CAR		0.1343%	0.1209%	0.0000%
	0%			
PORTAFOLIO				
RENTABILIDAD		0.0000%		
VARIANZA		0.0000%		
RIESGO		0.0000%		

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

Máximo  Mínimo

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restric

Figura 11. Condiciones en solver para generar la frontera eficiente

Dentro de la frontera eficiente ver figura 12, el inversionista de acuerdo a su perfil selecciona la composición de la inversión teniendo en cuenta la rentabilidad y el riesgo del portafolio. Se toman variaciones comprendidas entre los dos extremos presentados anteriormente: Máxima rentabilidad hasta el mínimo riesgo optimizado.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
INVERSIÓN EN CADA ACCIÓN									
1	ACCION								
2	ARG	10%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
3	BAV	50%	45%	36%	29%	23%	18%	13%	9%
4	BOG	32%	55%	64%	71%	77%	82%	87%	91%
5	COL	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
6	CAR	8%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
FRONTERA EFICIENTE DEL PORTAFOLIO									
8	RENTABILIDAD PORTAFOLIO	0.87%	1.02%	1.04%	1.06%	1.07%	1.08%	1.09%	1.10%
9	RIESGO DEL PORTAFOLIO	2.82%	2.92%	3.02%	3.12%	3.22%	3.32%	3.42%	3.52%

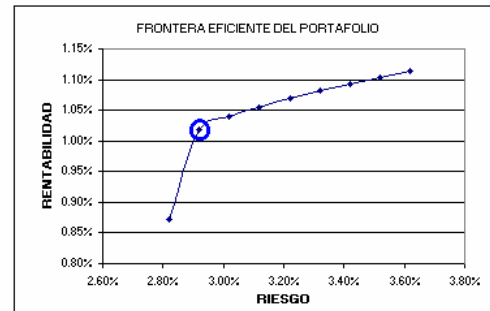


Figura 12. Frontera eficiente del portafolio

### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al analizar la figura 12, es notable que el segundo punto, cuando el riesgo es 2.92% y la rentabilidad es 1.02%, es el más conveniente en este caso, ya que el riesgo se incrementa solo 0.1% y la rentabilidad aumentó 0.15%, en los demás puntos, la rentabilidad crece pero en menor proporción que el riesgo.

La composición del portafolio quedaría entonces: BOG = 55% y BAV 45%, es decir, si se invierte \$1.000.000, se tendría 550.000 en Bog y 450.000 en Bav.

Cuando se busca mínimo riesgo sin tener en cuenta el nivel de rentabilidad, la composición del portafolio se concentra en cuatro acciones ARG, BAV, BOG y CAR.

En la medida en que se va buscando maximizar la rentabilidad, así se tenga que incurrir en un mayor riesgo, el portafolio se concentra en solo dos acciones; BAV y BOG con 45% y 55% respectivamente, ver figura 12 Columna C.

Es necesario diversificar para disminuir el riesgo como se muestra en este caso y la frontera eficiente garantiza que es la mejor composición del portafolio en cada uno de sus puntos.

### 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sitio Web de la superintendencia de valores, <http://supervalores.gov.co>
- [2] Software Microsoft office 2000 Excel
- [3] DAHL, H. Some financial optimization models part 1, primera edición, 80 páginas, grupo philadelphia, 1991.