Robles Obando, Natalia.
Asignación óptima de la tolerancia final y selección de la mejor secuencia de procesamiento condicionado a las capacidades de manufactura.
Tecnología en Marcha. *Vol. 19-1.*

Asignación óptima de la tolerancia final y selección de la mejor secuencia de procesamiento condicionado a las capacidades de manufactura

Natalia Robles Obando.[1]

Los procesos de manufactura en la vida real siempre experimentan variaciones aleatorias en las formas o tamaños de los productos fabricados. Esta variabilidad –debida a las siempre existentes variaciones aleatorias y a los errores sistemáticos, como los resultantes del desgaste de las herramientas– ha dado lugar a la necesidad de establecer tolerancias.

Palabras clave

Asignación óptima de la tolerancia final, selección de la secuencia de procesamiento, capacidades de maquinado, errores de medición, capacidades del proceso, pérdida de calidad.

Resumen

Esta investigación se centra en el desarrollo de un modelo tanto para la optimización de las tolerancias de los componentes de un ensamble como para la selección de la secuencia de procesamiento que pueda maquinar la dimensión de un componente con estas tolerancias. Para obtener tolerancias óptimas para todos los componentes de un ensamble, así como su más adecuada secuencia de procesamiento, el modelo propuesto se basa en la minimización del costo de manufactura así como la "pérdida de calidad" (*quality loss*) que resulta de la percepción del cliente y cuando no se logran las especificaciones requeridas en las dimensiones. Para ser realista, al modelo se le incorporaron restricciones de manufactura decisivas como las provenientes de las capacidades de maquinado, los errores de medición y las capacidades del proceso.

Introducción

Los procesos de manufactura en la vida real siempre experimentan variaciones aleatorias en las formas o tamaños de los productos fabricados. Esta variabilidad –debida a las siempre existentes variaciones aleatorias y a los errores sistemáticos, como los resultantes del desgaste de las herramientas– ha dado lugar a la necesidad de establecer tolerancias. Hay poca o ninguna posibilidad de producir componentes perfectos todo el tiempo. Así, las tolerancias permiten variaciones menores en los tamaños, orientación, acabado de la superficie y otras características, siempre y cuando se pruebe que estas se encuentren dentro de los límites especificados de aceptación. Por ello el campo del estudio tolerancias, llamado "*tolerancing*", ha sido el objeto de muchas investigaciones. Este campo se ha dividido en dos grandes áreas:

1. Ingeniera y profesora de la Escuela de Ingeniería en Industrial del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo electronico: *(nrobles@itcr.ac.cr)*.

análisis de tolerancias (*tolerance analysis*) y síntesis de tolerancias (*tolerance synthesis*) [1-16].

El presente estudio pertenece al campo de síntesis de tolerancias, que es la distribución de la tolerancia total permitida para un ensamble mecánico entre sus respectivos componentes. Es evidente que esta distribución tendrá un impacto muy significativo en el costo total del ensamble.

Trabajos relevantes

Para obtener un ensamble factible y funcional a un mínimo costo, este estudio enfocará el problema de la síntesis de tolerancias y desarrollará un modelo de optimización de tolerancias. El modelo integra consideraciones esenciales que han sido propuestas en el pasado pero que no han sido consideradas como parte de un solo modelo. En estudios previos no se han integrado en un solo modelo todas las condiciones necesarias para una optimización consistente de las tolerancias de los componentes de un ensamble, como lo son: aspectos relativos a la calidad, limitaciones de maquinado, errores de medición, capacidad de proceso y selección de la secuencia productiva.

La función objetivo para el modelo de optimización de tolerancias envuelve tanto la función de costo-manufactura-tolerancia como la función de "pérdida de calidad".

De esta forma, el modelo propuesto es comprensivo e integra conceptos de investigaciones relevantes realizadas anteriormente.

Enfoque

El modelo de optimización de tolerancias de esta investigación evalúa las posibles secuencias de procesamiento alternativas para manufacturar una dimensión de un componente de un ensamble con una tolerancia óptima. El análisis del ensamble se realizará sobre un mismo eje, horizontal o vertical, y por tanto se dice que se optimiza la tolerancia para la dimensión del componente que esté sobre dicho eje, por ello no se habla simplemente de optimizar la tolerancia de un componente.

El modelo propuesto considera el costo de maquinar una dimensión de un componente a esta tolerancia óptima así como el costo de calidad llamado "pérdida de calidad" o "*quality loss*" que resulta de no satisfacer al cliente con la tolerancia esperada para una dimensión de un componente perteneciente a un ensamble mecánico.

Así, el modelo propuesto es aplicable a ensambles mecánicos donde exista necesidad de maquinar cada dimensión de cada componente del ensamble. Las principales restricciones de manufactura para obtener la tolerancia óptima también se consideran en este estudio.

Formulación del modelo de optimización de tolerancias

El modelo propuesto determina tanto la tolerancia óptima como la mejor secuencia de procesamiento para las dimensiones analizadas de los componentes en un ensamble mecánico. En las siguientes secciones se detallará y discutirá la función objetivo así como las restricciones necesarias.

Función objetivo para el modelo de optimización de las tolerancias

La función objetivo para el modelo de optimización de tolerancias envuelve tanto la función de costo-manufactura-tolerancia como la función de "pérdida de calidad".

La función continua de costo-manufactura-tolerancia más aplicada para estos análisis de tolerancias es la función recíproca [15]. A pesar de que existen otras funciones aplicables, incluso algunas que describen mejor la situación, la función recíproca es una buena selección. Esto por cuanto siendo fácil de aplicar conduce a una aproximación satisfactoria que refleja la realidad de la manufactura bastante bien.

En esta investigación se aplica la función recíproca de la forma:

$$A + B / T$$

donde:

A es el costo fijo de manufactura de un proceso, el cual es principalmente su costo de poner en marcha el proceso (*set-up cost*)

B es el costo de maquinar una dimensión de un componente hasta dejarla dentro de la tolerancia especificada; es un costo variable.

T es la tolerancia para la dimensión analizada para un componente de un ensamble.

La otra función agregada a la función objetivo es la correspondiente a la pérdida de calidad, "*quality loss*". Esta es una pérdida económica debida a un rendimiento del producto inferior al esperado. Para minimizar el costo total, se adicionó este criterio a la función objetivo, mediante la función de pérdida de calidad de Taguchi (*Taguchi's quality loss function*):

Nótese que se va a encontrar el proceso final requerido para manufacturar la dimensión de un componente con la tolerancia óptima determinada.

$L(y) = k(y - m)^2$ por unidad, o en términos de: $L(y) = (A_c / \Delta_c^2)(y - m)^2$

Donde:

y: es la característica de interés medida para el producto.

k: es el coeficiente de pérdida de calidad.

El coeficiente de pérdida de calidad k usualmente se determina como un promedio entre los puntos de tolerancia permitidos, esto es en:

$$m \pm \Delta_c$$

Donde Δ_c es la semitolerancia del cliente, un valor igual de tolerancia a ambos lados del valor especificado para la dimensión analizada cuyo valor esperado como meta se denota m.

La pérdida económica fuera de estos límites de especificación se denota como Δ_c, que puede medirse en colones o dólares. De esta manera:

$A_c = L(m \pm \Delta_c) = k(m \pm \Delta_c - m)^2$,

de donde se obtiene, $k = A_c/\Delta_c^2$

Suponiendo que cada dimensión de un componente tiene una medida media μ_j, que puede ser estimada de datos históricos, y una varianza σ_j^2, la pérdida de calidad esperada del ensamble, $E(L_{ensamble})$, se puede expresar como [4]:

$$E(L_{ensamble}) = E\left(\sum_{j=1}^{n} k_j (y_j - m_j)^2\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} k_j (\sigma_j^2 + (\mu_j - m_j)^2$$

Donde:

$L_{ensamble}$ pérdida de calidad del ensamble.

i es el proceso final seleccionado para producir la dimensión j de un componente (de m_j procesos disponibles).

j es la dimensión del componente analizado (de n componentes existentes en el ensamble, sobre el eje analizado).

Nótese que se va a encontrar el proceso final requerido para manufacturar la dimensión de un componente con la tolerancia óptima determinada. Este proceso final, por ende, indicará la secuencia de procesamiento por seguir.

Se supone que la desviación estándar, σ, y la tolerancia, T, están relacionadas como:

$\sigma = \theta T$ (donde $0 < \theta < 1$, y a su vez es aproximadamente una constante para procesos bajo control estadístico).

Se supone también que la diferencia entre el valor medio obtenido para la dimensión del componente en estudio y el valor medio esperado para este, δ, es:

$$\delta = \mu - m$$

Donde m representa el valor especificado ideal o meta para la dimensión del componente analizado, μ el valor obtenido, y δ tal y como se ha indicado, la diferencia para la "media meta" (*mean target difference*).

En los procesos que están bajo control estadístico, se puede suponer δ como constante. Así, la pérdida de calidad esperada puede ser expresada y aplicada como:

$$E\,(L_{\text{ensamble}}) = \sum_{i=1}^{mj} \sum_{j=1}^{n} Q_{ij} k_j \,[(\theta_{ij} T_{ij})^2 + \delta_{ij}^{\,2}]$$

donde Q_{ij} es el coeficiente de selección de la secuencia de procesamiento (tal y como se explicará más adelante).

Maquinar un componente dentro de sus tolerancias óptimas tiene impacto en la pérdida de calidad esperada en el ensamble. Un cambio en el parámetro de la varianza de un componente θ_{ij} genera un cambio en su tolerancia T_{ij}, y también en las tolerancias de todos los otros componentes del ensamble. De igual forma, un cambio en la diferencia δ_{ij} entre el valor medio obtenido para la dimensión de un componente en relación con la especificación genera una pérdida de calidad.

Selección del proceso de maquinado

En la manufactura usualmente se requiere de más de un proceso para producir una pieza o componente; incluso puede darse el caso de tener procesos alternativos para manufacturar un componente. Por ello, además de las funciones de costo que integran la función objetivo, esta requiere la introducción de un coeficiente de selección de la secuencia de procesamiento. Así la función objetivo se va a formular para buscar en todo el espacio disponible de procesos de maquinado para obtener cada dimensión de cada componente con la tolerancia óptima. El espacio de búsqueda es considerable. Considere por ejemplo un ensamble que tiene N componentes y n_i procesos disponibles para cada uno de los i_{th} componentes, se tendrán así n_1 x n_2 x …x n_N combinaciones de secuencias de procesamiento para evaluar. El coeficiente de selección del procesamiento Q_{ij}, se añade a la función objetivo para seleccionar un solo proceso final para la dimensión del componente. Este proceso final marcará la secuencia de procesamiento pues será el proceso que dará el acabado de mayor precisión. Así se introducirá un coeficiente de selección de la secuencia productiva que evaluará todos los procesos disponibles para cada dimensión de un componente y seleccionará la mejor.

Este coeficiente tendrá la propiedad de $Q_{ij} \in \{0,1\}$ para j=1 a n, y i=1 a m_j, y debe satisfacer:

$$\sum_{i=1}^{m_j} Q_{ij} = 1, \quad para\ j = 1, 2, \ldots,$$

Restricción de la capacidad de maquinado para un proceso

A pesar de que hay secuencias de procesamiento alternativas para producir una misma dimensión de un componente, se espera que exista una secuencia óptima para producirlo al mínimo costo. Una secuencia productiva tendrá una relación de costo similar a la dada en la figura 1.

A pesar de que hay secuencias de procesamiento alternativas para producir una misma dimensión de un componente, se espera que exista una secuencia óptima para producirlo al mínimo costo.

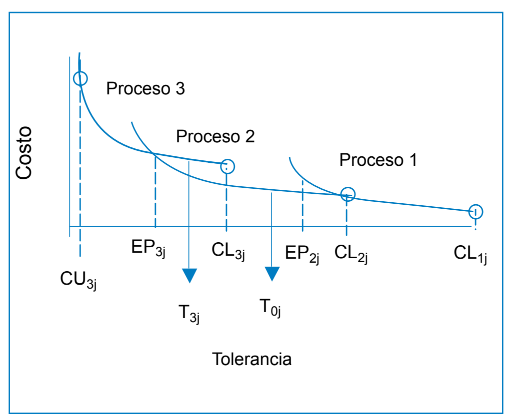

Figura 1. Modelo de costo para la tolerancia de secuencia de procesos de maquinado

Las curvas de costo de las tolerancias en la figura 1 están basadas en la función recíproca. Estas revelan que cualquier proceso de maquinado con la capacidad de generar una mayor precisión en la superficie de la prueba tiene un costo constante más alto, esto es un costo de arranque o *set-up* mayor. El costo de procesamiento se vuelve asintótico a infinito conforme las tolerancias se reducen. Por tanto se sabe que trabajar con las tolerancias mínimas no es económicamente factible [1]. De hecho, los coeficientes de costo se relacionan de la siguiente forma:

$$A_{1j} < A_{2j} < A_{3j} \text{ y } B_{1j} > B_{2j} > B_{3j}$$

Así, conforme se pasa a procesos que pueden generar tolerancias menores, más precisos, el costo fijo de arranque del proceso es mayor, pero en altos volúmenes el costo unitario es menor.

Al diseñar el proceso de manufactura de un producto no se debe esperar que las tolerancias y secuencias de procesamiento que se definan para un componente sean las óptimas.

Al diseñar el proceso de manufactura de un producto no se debe esperar que las tolerancias y secuencias de procesamiento que se definan para un componente sean las óptimas. Considere para una dimensión de un componente dado la tolerancia inicial T_{0j}. Esta se puede lograr al maquinarlo en el proceso 2, como muestra la figura 1. Cuando se realice la optimización, el valor de tolerancia con seguridad va a cambiar a un nuevo valor óptimo, suponga que este se denota T_{ij}, que puede ser más amplio o angosto que la tolerancia inicial. Esta tolerancia óptima, T_{ij}, puede permanecer dentro del rango de capacidad de maquinado del proceso inicial o puede cambiar al rango de tolerancia de otro proceso. De la figura 1, T_{ij} tiene un valor que está dentro de los rangos de capacidad de maquinado a una tolerancia dada para ambos procesos 2 y 3. A pesar de que el proceso 2 es capaz de maquinar la dimensión del componente a su tolerancia óptima T_{ij}, este puede no ser capaz de hacerlo al mínimo costo. Puede que sea mejor manufacturar el componente en el proceso 3. La selección de este proceso final es un asunto de costo-beneficio. Cuando T_{ij} se mantiene en el rango de tolerancia del proceso inicial, suponiendo este como el proceso 2, la diferencia en costo debida a la asignación de la tolerancia óptima puede ser calculada: $\Delta TC_{0j} = B_{2j}\ (1/T_{ij} - 1/T_{0j})$.

Por otro lado, cuando es posible que la nueva tolerancia óptima no se produzca en el proceso actual, es necesario cambiarse a otro proceso, supóngase uno más preciso, que pueda manufacturar el componente con una menor tolerancia, el costo de arranque o *set-up* de este otro proceso debe ser considerado. Si los ahorros son suficientes, sería inteligente cambiarse al nuevo proceso en el primer momento en que la tolerancia óptima encontrada esté dentro del rango de capacidad de tolerancia de dicho proceso. Un proceso se vuelve disponible en su límite inferior de capacidad de maquinado, denotado CL_{ij}, que es la tolerancia más amplia posible que el proceso i puede lograr para la dimensión j de un componente. Por el contrario, el limite superior de capacidad de maquinado, CU_{ij}, representa la tolerancia más angosta que un proceso puede alcanzar. El proceso 3 se vuelve disponible en el CL_{3j}, como lo muestra la figura 1. Sin embargo, la decisión de cambiar al siguiente proceso de mayor capacidad de obtener tolerancias pequeñas no puede simplemente recaer en el hecho de que T_{ij} es menor que $CL_{(i+1)j}$. La decisión depende de un punto de equivalencia económica entre los procesos EP_{ij} que representa el valor de tolerancia donde los dos procesos son económicamente equivalentes [13].

El punto de equivalencia económica EP_{3j} se puede obtener comparando el costo de la diferencia entre quedarse en el proceso, en el ejemplo, proceso –una vez que CL_{3j} ha sido alcanzado– con la diferencia en costo de cambiarse al proceso 3 en este punto obtenido CL_{3j}. La diferencia en costo de mantenerse en el proceso 2, moviéndose de la tolerancia CL_{3j} a EP_{3j} es: $\Delta TC_{0j} = B_{2j}$

($1/EP_{3j}$ - $1/CL_{3j}$). La diferencia en costo de cambiarse al proceso 3 en CL_{3j} es: $\Delta TC_{1j} = B_{3j}(1/EP_{3j} - 1/CL_{3j}) + A_{3j}$. Suponiendo $\Delta TC_{0j} = \Delta TC_{1j}$ entonces:

$$EP_{3j} = \frac{(B_{2j} - B_{3j})*CL_{3j}}{A_{3j}*CL_{3j} + B_{2j} - B_{3j}},$$

El punto de equivalencia general EP_{ij}, entre dos procesos (i-1) e i, es:

$$EP_{ij} = \frac{(B_{(i-1)j} - B_{ij})*CL_{ij}}{A_{ij}*CL_{ij} + B_{(i-1)j} - B_{ij}}$$

Este punto de equivalencia se incorporará en el modelo como una restricción para determinar si el proceso es o no capaz de lograr una tolerancia dada –por medio de los límites de capacidad de maquinado CU_{ij} y CL_{ij}– y también si es capaz de hacerlo a un costo óptimo, pues estos son puntos de equivalencia económica. Si el proceso i es seleccionado como el proceso final de la secuencia de procesamiento para lograr una tolerancia T_{ij} para la dimensión j de un componente, este deberá cumplir con:

$CU_{ij} <= T_{ij} <= CL_{ij}$

así como:

$EP_{(i+1)j} <= T_{ij} <= EP_{ij}$

Por tanto, la restricción por incorporar en el modelo será:

$\max(EP_{(i+1)j}, CU_{ij}) <= T_{ij} <= \min(EP_{ij}, CL_{ij})$

Restricción del diseño para la tolerancia

La restricción del diseño para la tolerancia se deriva de los requerimientos de diseño del ensamble y tiene la intensión de cumplirlos. En investigaciones anteriores, se ha considerado la holgura o claro libre del ensamble como la restricción de diseño, por cuanto el estudio ha consistido en distribuir la tolerancia total permitida para un ensamble entre sus respectivos componentes.

En varios estudios se ha encontrado que la variación dimensional de un componente manufacturado en un ensamble sigue una distribución normal [10]. Para formular el análisis de tolerancia es necesario aceptar que las variaciones en las dimensiones de las partes se aproximan a una distribución normal. Como se mencionó anteriormente, las partes se seleccionan aleatoriamente, la distribución de las holguras que se obtiene también es prácticamente normal. Estos supuestos llevan a:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots + \sigma_n^2$$

Donde:

σ^2_{Σ} es la varianza de la dimensión resultante, (esto es la varianza para el ensamble).

σ^2 es la varianza de cada dimensión de un componente en la cadena de un ensamble.

La relación anterior se puede modificar para incluir el efecto de las tolerancias y las capacidades del proceso en el diseño del ensamble.

Los índices de capacidad del proceso Cp son ampliamente utilizados para ayudar a medir el rendimiento de un proceso. Un índice Cp es una función sin unidades de los parámetros de proceso (μ,σ) y los límites de especificación del proceso (LSL, USL). En el caso de análisis de tolerancias bilaterales, un Cp se expresa como:

$$Cp = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{3\sigma}$$

USL: límite de especificación superior,

LSL: límite de especificación inferior,

σ: desviación estándar,

T: tolerancia (tolerancia a ambos lados de la especificación meta).

De esta expresión del índice de capacidad de proceso, es evidente que la desviación estándar se puede expresar como:

$\sigma = \dfrac{T}{3\,Cp}$, por lo que la varianza de la dimensión resultante del ensamble, σ^2_{Σ}, se puede expresar como:

$$\sigma^2_{\Sigma} = \left(\frac{T_1}{3Cp_1}\right)^2 + \left(\frac{T_2}{3Cp_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{T_n}{3Cp_n}\right)^2$$

Para obtener las tolerancias óptimas para las dimensiones de los componentes en un ensamble y seleccionar la mejor secuencia de procesamiento para producirlos, el efecto de la selección del proceso debe añadirse a la restricción de diseño de las tolerancias, por lo que se modificaría de la siguiente forma:

$$\sum_{i}^{m_j}\sum_{j}^{n} Q_{ij}\left(\frac{T_{ij}}{3Cp_{ij}}\right)^2 \leq \left(\frac{T_{req}}{3Cp_r}\right)^2$$

Donde:

Cp_{ij} índice de capacidad del proceso i para producir la dimensión j de un componente

T_{req} la tolerancia requerida para la dimensión resultante del ensamble (holgura total).

Cp_r pseudocapacidad de proceso para la tolerancia resultante (puede ser calculada o suponerse como constante para la tasa de aceptación requerida para la tolerancia resultante.

La varianza de la dimensión resultante del ensamble, expresada como $(T_{req}/(3Cpr))^2$, es la máxima holgura que no debe ser sobrepasada, por tanto, la sumatoria de todas las varianzas de los componentes se escriben como menor o igual a esta.

La variación final real de una dimensión de un componente incluye la variación ocurrida en el proceso de manufactura realizado para maquinar la dimensión a dicha tolerancia, así como de los errores de medición. Por ello, en este modelo se consideran las variaciones debidas a los errores de medición como parte de la restricción de la tolerancia para el diseño. Con el fin de considerar los errores de medición dentro del análisis estadístico de las tolerancias, estas fueron supuestas como independientes y normalmente distribuidas con varianza σ^2_m, esto es, N $(0,\sigma^2_m)$. La varianza de un componente se puede expresar como [10]:

$\sigma^2_c = \sigma^2_p + \sigma^2_m$, donde σ^2_c es la varianza del componente, σ^2_p es la varianza del proceso y σ^2_m es la varianza de la medición. Las varianzas de la medición y del proceso, σ^2_m y σ^2_p, respectivamente, van a variar dependiendo del proceso seleccionado y del componente que está siendo manufacturado. La restricción de diseño de las tolerancias entonces se transforma en:

$$\sum_{i=1}^{m_j}\sum_{j=1}^{n} Q_{ij}\left[\left(\frac{T_{ij}}{3Cp_{ij}}\right)^2 + \sigma^2_{m_{ij}}\right] \leq \left(\frac{Treq}{3Cpr}\right)^2$$

Donde:

σ^2_{mij} es la varianza de la medición del proceso i para producir la dimensión j de un componente.

Formulación del modelo de optimización de las tolerancias

Función objetivo

Minimizar Z =

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m_j} Q_{ij}\left(A_{ij} + \frac{B_{ij}}{T_{ij}}\right) + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m_j} Q_{ij}k_j\left((\theta_{ij}T_{ij})^2 + \delta_y^{\,2}\right)$$

Restricción del coeficiente de selección de la secuencia de procesamiento (1)

$$\sum_{i=1}^{mj} Q_{ij} = 1, \quad para \quad j = 1, 2, \ldots, \mathrm{n}$$

Restricción de la capacidad de maquinado del proceso (2)

max $(EP_{(i+1)j}, CU_{ij}) <= T_{ij} <=$ min (EP_{ij}, CL_{ij}) *para j=1 a n*

Restricción del diseño para la tolerancia (3)

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m_j} Q_{ij}\left[\left(\frac{T_{ij}}{3Cp_{ij}}\right)^2 + \sigma^2{}_{m\,ij}\right] \leq \left(\frac{T_{req}}{3Cpr}\right)^2$$

Este modelo de optimización de tolerancias es un problema de programación no lineal discreta (0,1). La no-linealidad del problema se debe a que la función objetivo abarca una función de costo de las tolerancias y una función de pérdida de calidad (*quality loss function*), ambas no lineales. El problema de ser discreto viene del coeficiente para la selección de la secuencia de procesamiento, que se añadió a la función objetivo, Q_{ij}, que solo puede tomar los valores de 0 o 1. Las tres restricciones del modelo de tolerancias tienen un impacto tanto en la optimización como en la selección de la mejor secuencia de procesamiento. La primera restricción, la del coeficiente de selección de la secuencia de procesamiento, es de la forma discreta, esto es 0 o 1, para el coeficiente y se utiliza para asegurarse de que se seleccione un solo proceso como proceso final de la secuencia productiva para una dimensión de un componente.

La segunda restricción, la de capacidad de maquinado del proceso, verifica la capacidad técnica y económica de un proceso de manufacturar un componente a una tolerancia óptima encontrada.

La segunda restricción, la de capacidad de maquinado del proceso, verifica la capacidad técnica y económica de un proceso de manufacturar un componente a una tolerancia óptima encontrada.

Ninguna de las restricciones anteriores se requiere en realidad para determinar las tolerancias óptimas. Para ello se necesita únicamente la tercera restricción, la de diseño para las tolerancias, porque esta toma en cuenta las holguras que el ensamble debe satisfacer, por ende es significativa para la asignación de las tolerancias óptimas y es la que se utiliza para determinarlas.

Procedimiento de solución para el modelo de optimización de tolerancias

Como el algoritmo (0,1) es discreto, a menos que la búsqueda de la mejor secuencia de procesamiento se haga sobre todo el espacio existente de secuencias de procesamiento disponibles para maquinar la dimensión de un componente a su tolerancia óptima, no se puede garantizar que se encuentre un mínimo óptimo global, solo se garantizaría obtener un mínimo local. Como consecuencia de esta situación, el mejor proceso final para producir cada componente del ensamble hasta una tolerancia óptima, no puede ser determinado en un solo paso. Es necesario buscar en todo el espacio existente. Sin embargo, el método de enumeración exhaustiva, garantiza la obtención del valor óptimo global en la solución del algoritmo discreto (0,1).

Este método, examina todas las posibles secuencias de procesamiento para cada dimensión de un componente en un ensamble. El número de combinaciones de secuencias depende del número de dimensiones de los componentes en el ensamble y del número de posibles procesos finales para las secuencias de procesamiento de cada uno de ellos. Si un ensamble tiene N componentes, y cada uno tiene n_i posibles procesos finales, hay: n_1 x n_2 x …x n_N combinaciones de secuencias a evaluar. Por tanto, si el número de componentes o procesos a seleccionar para cada uno aumenta considerablemente, el espacio de búsqueda se hace inmenso. Por esta razón el método de enumeración exhaustiva puede ser usado en casos con menos de 25 ó 30 variables. Generalmente los problemas de optimización de tolerancias caen dentro de este rango [3], pues la mayoría de las partes no requieren ser procesadas más de cinco o diez procesos para completarse.

Por tanto, para la selección de la mejor secuencia de procesamiento, se aplicará el método de enumeración exhaustiva, para resolver el algoritmo (0,1) del modelo de optimización. Las tolerancias óptimas se van a determinar primero para todas las posibles secuencias de procesamiento de los componentes del ensamble. Posteriormente, el método de enumeración exhaustiva, evaluará todas las secuencias y determinará si el proceso final seleccionado para cada componente es capaz de lograr esa tolerancia a un costo mínimo.

De este modo, antes de evaluar todas las posibles combinaciones de secuencias que se necesitan para el ensamble, es necesario determinar las tolerancias óptimas para cada una de estas secuencias.

Como se mencionó anteriormente, el problema de optimización de las tolerancias requiere de la función objetivo y de la tercera restricción del modelo, la restricción del diseño para las tolerancias. Para resolver el problema de determinar las tolerancias óptimas se utilizará el método de los multiplicadores de Lagrange. La asignación de las tolerancias óptimas requiere de la función no lineal de la función objetivo y la restricción de diseño para las tolerancias. Usualmente los problemas de optimización no lineal se resuelven aplicando el Método de Multiplicadores de Lagrange. Además se puede recurrir a *software* como Matlab para facilitar la búsqueda de la solución.

Como se mencionó anteriormente, el problema de optimización de las tolerancias requiere de la función objetivo y de la tercera restricción del modelo, la restricción del diseño para las tolerancias.

Una vez que se encuentran las tolerancias óptimas para todas las posibles combinaciones de secuencias de procesamiento para cada dimensión de un componente en el ensamble, la segunda restricción debe verificar que el proceso seleccionado sea capaz de conseguir esta tolerancia óptima.

Finalmente, las combinaciones de secuencias que satisfacen esta segunda restricción: (combinaciones de secuencias factibles), deben sustituirse en la función objetivo para determinar cuál es la de menor costo.

Para agilizar este procedimiento de solución, se diseñó un algoritmo en C++ para evaluar el considerable número de combinaciones de secuencias en un programa autónomo.

Caso de estudio: Ensamble lineal en una-dirección

Considere el ensamble mostrado en la figura 2 donde los bloques 1, 2 y 3 deben ser insertados en la ranura que posee el bloque receptor según se muestra. Este es un análisis en una dirección, en un eje horizontal. El tamaño de la dimensión horizontal para cada bloque es decisivo para lograr la factibilidad del ensamble. Cada bloque tendrá un tamaño determinado que no deberá sobrepasar porque el conjunto de piezas no tendría la holgura especificada en la figura 2.

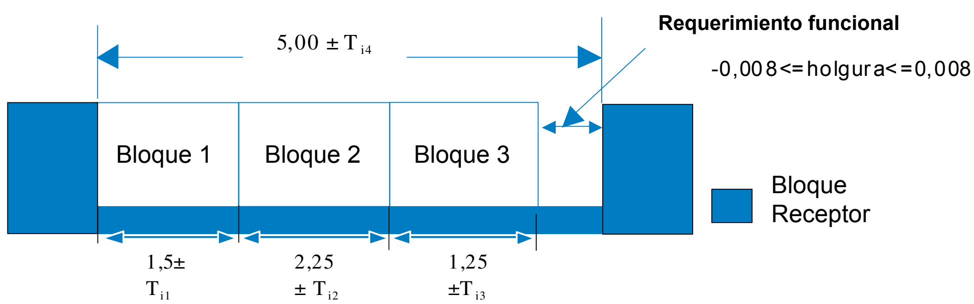

Figura 2. Condiciones del ensamble

También hay una limitación del mínimo tamaño que puede tener cada bloque para no dejar una holgura mayor a la especificada.

Los índices de capacidad de proceso Cp_{ij} se supondrán como constantes conocidas. La holgura requerida $-T_{req}$ es 0,008 pulgadas, como se muestra en la Figura 2. El índice de capacidad de proceso Cpr para este caso se supone como 1.

Función objetivo

Minimizar

$$Z=\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{3}Q_{ij}(A_{ij}+\frac{B_{ij}}{T_{ij}})+\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{3}Q_{ij}k_j\left((\theta_{ij}T_{ij})^2+\delta_{ij}^{\;2}\right)$$

Restricción de selección del proceso final de la secuencia de producción (1)

$$\sum_{i=1}^{3}Q_{ij}=1,\quad para\quad j=1,2,\ldots,4$$

Restricción de la capacidad de maquinado del proceso (2)

max $(EP_{(i+1)j}, CU_{ij}) <= T_{ij} <= \min (EP_{ij}, CL_{ij})$ *para j=1 a n*

Estos resultados han sido comparados con una especificación inicial basada en la experiencia de un diseñador de este tipo de procesos [12], y el modelo presentado en esta investigación fue capaz de reducir el costo total del maquinado en un 4%.

Restricción de diseño para las Tolerancias (3)

$$\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{3}Q_{ij}\left[\left(\frac{T_{ij}}{3Cp_{ij}}\right)^2+\sigma^2{}_m\right]\leq\left(\frac{T_{req}}{3Cpr}\right)^2$$

El cuadro1 presenta los datos de pérdida de calidad mientras que el cuadro 2 ofrece los datos de manufactura. Debido al número considerable de combinaciones de secuencias de procesamiento por evaluar, 81, se utilizó el algoritmo escrito en C++. El cuadro 3 presenta los procesos finales y tolerancias para cada dimensión analizada de cada componente. Estos resultados han sido comparados con una especificación inicial basada en la experiencia de un diseñador de este tipo de procesos [12], y el modelo presentado en esta investigación fue capaz de reducir el costo total del maquinado en un 4%. Evidentemente, considerando las limitaciones de capacidad de maquinado, capacidad del proceso, errores de medición. es posible reducir los costos totales. Por tanto, las tolerancias óptimas y la selección de la secuencia de procesamiento obtenidas aplicando el modelo propuesto pueden ser aplicadas y se recomienda hacerlo.

Cuadro 1

Datos para calcular la pérdida de calidad (*Quality Loss*)

Component	A_c (\$)	Δ_c (inches)	$k= A_c /\Delta^2_c$
Bloque 1	2.500	0,0035	204.081,633
Bloque 2	280	0,0040	17.500,000
Bloque 3	800	0,0040	50.000,000
Bloque con ranura	500	0,0035	40.816,327

Cuadro 2

Datos de manufactura

Dimensión componente	Proceso secuencia	Costos A_{ij}, B_{ij}	Capacidades CiU,CiL (x 10^{-3} in.)	θ_{ij}	δ_{ij}	σ^2_{ij} (in^2)	Cp_{ij}
Bloque 1	Afilado (*disk filing*) Contorno (*shaping*) Refinado (*polishing*)	15,0,85 20,0,75 80,0,50	10, 20 1,8,10 0,05,0,2	0,25 0,30 0,25	0,0008 0,0009 0,0007	$1e^{-6}$ $1e^{-6}$ $1e^{-6}$	1 1 1
Bloque 2	Afilado (*disk filing*) Contorno (*shaping*) Refinado (*polishing*)	15,0,85 20,0,75 80,0,50	10,20 1,8,10 0,05,0,2	0,35 0,30 0,30	0,001 0,002 0,001	$1e^{-6}$ $1e^{-6}$ $1e^{-6}$	1 1 1
Bloque 3	Pulverizado disco (*disk grinding*) Fresadora (*milling*) Pulverizado (*grinding*)	10,0,90 25,0,70 60,0,20	10, 20 1,8,10 0,18,1,8	0,3 0,25 0,25	0,0005 0,0004 0,0006	$1e^{-6}$ $1e^{-6}$ $1e^{-6}$	1 1 1
Bloque con ranura	Pulverizado disco (*disk grinding*) Fresadora (*milling*) Pulverizado (*grinding*)	10,0,90 25,0,70 60,0,20	10, 20 1,8,10 0,18,1,8	0,25 0,30 0,25	0,0007 0,0006 0,0006	$1e^{-6}$ $1e^{-6}$ $1e^{-6}$	1 1 1

Cuadro 3

Tolerancias óptimas para las dimensiones analizadas de los componentes de un ensamble

Dimensión (j)	Secuencia de procesamiento seleccionada (i)	Tolerancia óptima (pulgada)
1-Bloque 1	Afilado (*disk filing*) Contorno (*shaping*)	0,0023
2-Bloque 2	Afilado (*disk filing*) Contorno (*shaping*)	0,0029
3-Bloque 3	Pulverizado disco (*disk grinding*) Fresadora (*milling*)	0,0027

Conclusiones

El modelo desarrollado es una unificación de varios modelos de optimización de tolerancias, que incorpora las consideraciones necesarias para asegurar la obtención de tolerancias factibles y óptimas para reducir costos. El modelo incorpora la pérdida económica debida a la calidad, pues refleja el criterio del valor del producto para el cliente. Igualmente, considera los límites de capacidad de maquinado y las capacidades de proceso –esto es, las limitaciones que los procesos tengan para satisfacer requerimientos de tolerancia dados– por lo que se asegura una efectiva selección de la secuencia productiva que considera los niveles de calidad en el producto.

Finalmente, el modelo considera los errores de medición, porque la variación real en una dimensión de un componente terminado depende de las mediciones, las cuales están sujetas a error.

Finalmente, el modelo considera los errores de medición, porque la variación real en una dimensión de un componente terminado depende de las mediciones, las cuales están sujetas a error.

A pesar de que para agilizar la presentación, se ha expuesto un caso de estudio relativamente simple, esta metodología es aplicable a casos de mayor complejidad. Para ello bastará con segmentarlos en lo necesario e introducir los ejes que requieran atención [13].

Referencias

Bjorke, Oyvind. *Computer Aided Tolerancing*. 2nd Edition, University of Trondheim, Norway, 1989.

Chase, K.W. and Greenwood, W.H. “Design Issues in Mechanical Tolerance Analysis”, *Manufacturing Review*, Vol.1, N.°1, March 1988, 50-59.

Chase, K.W.; Greenwood, W.H, Loosli, B.G. and Hauglund, L.F. “Least Cost Tolerance Allocation for Mechanical Assemblies with Automated Process Selection”, *Manufacturing Review*, Vol.3, N.°1, March 1990, 49-59.

Cheng,B. and Maghsoodloo,S. “Optimization of Mechanical Assembly Tolerances by Incorporating Taguchi’s Quality Loss Function”, *Journal of Manufacturing Systems*, Vol.14, N.°4,1995, pp. 264-276.

Creveling, C.M., *Tolerancing Design, A Handbook for Developing Optimal Specifications*, Addison Wesley, 1997, 1-24, 79-81, 199-245, 324-359, 361-388.

Dong, Z. and Hu,W., “Optimal Process Sequence Identification and Optimal Process Tolerance Assignment in Computer Aided Process Planning”, *Computers in Industry*, Vol.1, October 1991, 19-32.

Dong, Z.; Hu, W. and Xue, D. “New Production Cost Tolerance Models for Tolerance Synthesis”, *Journal of Engineering for Industry,* Vol.116, May 1994, 199-206.

Lee, Woo-Jong and Woo, T.C. “Optimum Selection of Discrete Tolerance”, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design,* Vol.111, 1989, 243-251.

Lee, Woo-Jong and Woo, T.C. “Tolerance: Their Analysis and Synthesis”, *Journal of Engineering for Industry*, Vol.112, 1990, 113-121.

Lin, S.; Wang,H. and Zhang,C., “Optimal Tolerance Design for Integrated Design, Manufacturing, and Inspection with Genetic Algorithms”, *Advanced Tolerancing Techniques*,1997, 261-281.

Ostwald, P.F. and Huang, J. “A Method for Optimal Tolerance Selection”, *Journal of Engineering for Industry*, August 1977, 558-565.

Robles, N. “Optimal Tolerance Allocation and Process-Sequence Selection Incorporating Manufacturing Capacities and Quality Issues”, Master’s Thesis, *Syracuse University*, November 2001.

Robles, N.; Roy, U. “Optimal Tolerance Allocation and Process-Sequence Selection Incorporating Manufacturing Capacities and Quality Issues”, *NAMRC*, 2003

Roy, U. and Fang, Y. “Optimal Tolerance Reallocation for the Generative Process Sequence”, *IIE Transactions*, 1997, 37-44.

Speckhart, F. H. “Calculation of Tolerance Based on a Minimum Cost Approach”, *Journal of Engineering for Industry*, May 1972, 447-453

Wu, Z; Elmaraghy, W.H. and Elmaraghy, H.A. “Evaluation of Cost–Tolerance Algorithms for Design Tolerance Analysis and Synthesis”, *Manufacturing Review*, Vol.1, N.° 3, October 1988, 168-179.