

UN MODELO DE PONDERACIÓN PARA LA AUTOEVALUACIÓN DE UN PROGRAMA ACADÉMICO

RESUMEN

En este artículo se describe en forma detallada la construcción de un modelo de ponderación que puede ser utilizado en el Proceso de Autoevaluación con fines de Acreditación de un programa académico. El modelo propuesto es una adaptación, a la ponderación de características e indicadores, de las técnicas desarrolladas por Thomas Saaty para otros propósitos como la toma de decisiones. El modelo utiliza el concepto de vector propio principal de una matriz recíproca y consistente.

PALABRAS CLAVES: Modelo de ponderación, Vector propio principal, Matriz recíproca, Matriz consistente.

ABSTRACT

This paper presents a detailed description of a weighting model that can be used for an academic program Self-assessment Process which aims at the official Accreditation. The proposed model is an adaptation--to the weighting of characteristics and indicators—of the techniques developed by Thomas Saaty for other purposes, such as decision making. The model uses the concept of a principal eigenvector of reciprocal and consistent matrix.

KEYWORDS: *Weighting model, Principal eigenvector, Reciprocal matrix, Consistent matrix.*

LUIS HERNANDO HURTADO

MsC Estadística
Profesor Titular
Universidad del Quindío
Director del Grupo de
Investigación y Asesorías en
Estadística
piesa@uniquindio.edu.co

MARÍA DOLLY GARCÍA

MsC Matemáticas
Profesor Titular
Universidad del Quindío
Directora Maestría en
Biomatemáticas
maesbiomat@uniquindio.edu.co

GLADYS ELENA SALCEDO

MsC Estadística.
Candidato a Doctor en Estadística
(Universidad de Sao Paulo)
Profesor Asociado
Universidad del Quindío.

**Grupo de Investigación y
Asesoría Estadística
Universidad del Quindío**

1. INTRODUCCIÓN

Los parámetros con los cuales el CNA pretende evaluar la calidad de los programas académicos en las Universidades Colombianas, están estructurados en una clasificación jerárquica cuyos niveles de jerarquía son: los Factores, las Características y los Indicadores, [2]. En cualquiera de los niveles de esta clasificación los elementos que la componen no se pueden valorar por igual en cuanto a su aporte a los diferentes componentes de la Calidad de la Educación Superior. Así por ejemplo en el nivel de las Características algunas hacen referencia a cuestiones relacionadas con la razón de ser la Educación Superior, otras apuntan a enriquecer el Ser Universitario y unas cuantas se refieren solamente a condiciones de apoyo.

En forma similar los Factores repercuten de manera muy desigual sobre el desarrollo de la Institución y más desigual aún sobre los diferentes Programas Académicos; lo mismo se puede argumentar para los Indicadores.

En principio es necesario entonces dar un peso diferente a los elementos que componen cada uno de los niveles de esta clasificación, esto es, definir unos ponderadores dentro de cada nivel, lo cual equivale a construir un sistema de ponderación.

2. EL SISTEMA DE PONDERACIÓN PROPUESTO

Las formas de construir ponderadores son muy diversas y van desde las que se apoyan en técnicas matemáticas o estadísticas hasta las que se fundamentan totalmente en el consenso de un grupo. En todas ellas se identifican claramente dos componentes, la recolección de la información y el procesamiento de la misma. La forma como se combinan estas dos componentes es lo que permite distinguir los diferentes sistemas de ponderación.

Como se trata en este caso de ponderar elementos en una estructura jerárquica se construyen vectores de ponderación para cada nivel en la siguiente forma: un vector de ponderación para los 8 factores, 8 vectores de ponderación para las características dentro de cada factor

y 42 vectores de ponderación para los indicadores dentro de cada característica; este conjunto de vectores forma lo que se llamará el Sistema de Ponderación Vertical.

Complementario a este sistema se construye otro que permita valorar las diferentes fuentes de información que se tienen para cada indicador, es decir: documentos, encuestas y entrevistas. Esto último constituye el Sistema de Ponderación Horizontal.

Volviendo al Sistema de Ponderación Vertical, que es sobre el cual se centra la mayor parte del esfuerzo, se considera que es en el nivel de las Características donde mejor se refleja la filosofía de la Autoevaluación, pues los Factores no son más que agregados un poco arbitrarios y los Indicadores obedecen a un asunto fundamentalmente de tipo técnico para valorar las Características [1]. De estas consideraciones surge la siguiente estrategia para construir el Sistema de Ponderación.

E1. Se ponderan las Características en forma global, es decir sin tomar en cuenta el Factor al cual pertenecen en la clasificación jerárquica.

E2. La suma de las ponderaciones de las Características que componen cada Factor, con relación a la suma total, da la ponderación de los Factores.

E3. Las ponderaciones de cada Característica con relación a la suma de las ponderaciones dentro del Factor, da los ocho (8) vectores de ponderaciones de las Características en cada Factor.

E4. El mecanismo de ponderación aplicado en la etapa 1 (E1) se utiliza luego para ponderar los indicadores dentro de cada característica.

2.1 RECOLECCIÓN Y PROCESAMIENTO DE INFORMACIÓN

De acuerdo con la estrategia propuesta basta con detallar la Etapa 1 (E1), puesto que la segunda y tercera tratan sobre un procesamiento simple de datos y la cuarta es una repetición de la primera.

En la construcción de los ponderadores de las características, que se mencionan en la etapa 1 (E1), se identifican dos componentes del trabajo estadístico que son la recolección de la información y el procesamiento de la misma. La recolección de la información se hace en los siguientes pasos:

P1: Se pide a los actores del proceso, (profesores de planta y ocasionales) valorar cada una de las 42 características con relación a la Calidad de la Educación Superior. Esta valoración se hace asignando una calificación a cada característica en una escala cualitativa que tiene cinco niveles como se muestra en la primera columna de la tabla 1 y que se convierten, en algún

momento, a una escala cuantitativa con las equivalencias que se muestran en la segunda columna

| | |
|---------------------------|---|
| Extremadamente importante | 5 |
| Muy importante | 4 |
| Importante | 3 |
| Medianamente importante | 2 |
| Poco importante | 1 |

Tabla 1. Escalas de calificación de las características

P2: Con la escala cuantitativa se encuentra, para cada característica, la calificación que en promedio le da el grupo de los actores.

P3: La calificación promedio de cada característica se convierte de nuevo a una escala cualitativa a través de las equivalencias que aparecen en la tabla 2.

| Calificación promedio | Escala cualitativa |
|------------------------------------|---------------------------|
| Mayor de 4.5 | Extremadamente importante |
| Mayor de 3.5 y menor o igual a 4.5 | Muy importante |
| Mayor de 2.5 y menor o igual a 3.5 | Importante |
| Mayor de 1.5 y menor o igual a 2.5 | Medianamente importante |
| Menor o igual a 1.5 | Poco importante |

Tabla 2. Equivalencias para convertir las calificaciones promedio a la escala cualitativa

P4: Las calificaciones promedio, convertidas ahora a la escala cualitativa, se someten a discusión del grupo de actores y como resultado de la discusión se puede llegar a modificar algunas calificaciones hasta lograr el consenso del grupo.

P5: El vector de calificaciones de las características, obtenido del consenso, se convierte de nuevo a una escala cuantitativa con las equivalencias mencionadas en la tabla 1 y a partir de este vector se construye una matriz para aplicar la técnica estadística de Análisis Multiobjetivo conocida como "Método del Análisis Jerárquico", ([3], [4]), que permite obtener el vector de ponderaciones para las 42 características mencionadas en la etapa E1.

2.2 EL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Como se mencionó antes, el procesamiento de la información suministrada por los actores se hace aplicando el Método de Análisis Jerárquico de Thomas Saaty que se fundamenta en el siguiente enunciado:

“Cuando en un proceso decisorio varias alternativas están siendo consideradas por un grupo de personas, la elección de una u otra dependerá de la importancia relativa entre las alternativas”.

Se tiene entonces que si w_1, w_2, \dots, w_n son las calificaciones dadas por los actores a las n alternativas consideradas, la importancia relativa entre la alternativa i con respecto a la alternativa j se puede representar

por el cociente $\frac{w_i}{w_j}$ y la importancia relativa entre todas

las posibles parejas de alternativas se puede resumir por medio de la matriz

$$W = \begin{pmatrix} 1 & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & 1 & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Tres propiedades para destacar en esta matriz son las siguientes:

1. Los elementos de la diagonal principal valen 1 puesto que expresan la importancia relativa de cada alternativa consigo misma.
2. La matriz W es **recíproca** con relación a la diagonal principal, esto es

$$\frac{w_i}{w_j} = \left(\frac{w_j}{w_i}\right)^{-1}, \text{ o sea que los elementos ubicados}$$

por debajo de la diagonal principal son el recíproco de los que están por encima de la misma.

3. La matriz W es **consistente** ya que si llamamos

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}, \text{ se cumple que}$$

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik}, i, j, k = 1, \dots, n.$$

La tercera de estas propiedades implica la segunda y el cumplimiento de ambas garantiza que la matriz W tenga asociado un vector denominado de **prioridades** el cual captura la dominancia entre las alternativas. Además si W es una matriz consistente se cumple también lo siguiente:

1. La matriz W tiene un valor propio real positivo denotado λ_{\max} el cual domina en módulo todos los

demás valores propios, su correspondiente vector propio es único y es el vector propio principal.

2. El valor propio $\lambda_{\max} = n$ y los demás valores propios son cero.
3. El vector propio principal de W coincide con el vector de prioridades.

En teoría la forma que tienen los elementos de la matriz W hace que sea siempre consistente y por lo tanto recíproca; pero en la práctica, al construir la matriz de comparaciones de alternativas W , es imposible usar todos los decimales de cada componente w_i/w_j , así que necesariamente hay truncamientos y la matriz resultante, que llamaremos U , no es recíproca y consecuentemente tanto tampoco es consistente. Sin embargo cuando la matriz U es apenas una pequeña perturbación de W , se dice que U es **casi consistente** y las anteriores propiedades se modifican ahora en la forma siguiente [3]:

1. U tiene un valor propio real positivo denotado λ_{\max} el cual domina en módulo todos los demás valores propios, su correspondiente vector propio es único y es el vector propio principal.
2. El vector propio principal de U coincide con el vector de prioridades.
3. El valor propio principal $\lambda_{\max} \geq n$ y los demás valores propios son en módulo muy cercanos a cero.

El cumplimiento de las dos primeras propiedades garantiza que a partir de las calificaciones de n alternativas se forme una matriz que resulta **casi consistente** y con su vector propio principal normalizado se puedan construir los ponderadores. La normalización del vector propio en este caso se hace utilizando como norma la suma de las componentes (norma L_1).

La tercera propiedad ofrece la posibilidad de construir un índice que cuantifica el grado en que la matriz U se aleja de la consistencia; una forma de este índice es la siguiente

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

Donde IC es el índice de consistencia y n es el número de alternativas consideradas (características en este caso).

3. PONDERADORES DE CARACTERÍSTICAS Y FACTORES PARA UN PROGRAMA ACADÉMICO

Con el propósito de ilustrar las ideas presentadas en este artículo se muestra a continuación un ejemplo en donde se detalla la forma como se pueden construir los ponderadores de las características y los factores en un programa académico

El vector de calificaciones de cada una de las 42 características se obtiene de un taller elaborado previamente con los docentes del Programa aplicando el procedimiento descrito en la sección 2.1. Supongamos que el resultado del taller produce el siguiente vector de calificaciones promedio para las 42 características:

| | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| C1 | 4.23 | C12 | 5.00 | C23 | 4.51 | C34 | 3.5 |
| C2 | 4.27 | C13 | 4.6 | C24 | 4.18 | C35 | 4.18 |
| C3 | 4.2 | C14 | 4.32 | C25 | 4.51 | C36 | 3.5 |
| C4 | 4.51 | C15 | 3.82 | C26 | 4.8 | C37 | 3.93 |
| C5 | 3.27 | C16 | 3.4 | C27 | 4.6 | C38 | 3.43 |
| C6 | 4.18 | C17 | 3.64 | C28 | 3.55 | C39 | 4.05 |
| C7 | 3.45 | C18 | 4.77 | C29 | 4.51 | C40 | 4.32 |
| C8 | 4.55 | C19 | 4.18 | C30 | 4.23 | C41 | 4.86 |
| C9 | 3.68 | C20 | 4.09 | C31 | 4.45 | C42 | 3.4 |
| C10 | 4.18 | C21 | 4.00 | C32 | 3.41 | | |
| C11 | 4.6 | C22 | 4.51 | C33 | 4.27 | | |

Tabla 3. Calificaciones dadas por los actores a las 42 características

A partir de la Tabla 3, que resume el vector de calificaciones de las 42 alternativas, se construye la matriz U de comparaciones de alternativas, de la cual se muestra a continuación solamente la parte que corresponde a las primeras 9 filas y 9 columnas.

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1,000 | 0,991 | 1,007 | 0,938 | 1,294 | 1,012 | 1,226 | 0,930 | 1,149 |
| 1,009 | 1,000 | 1,017 | 0,947 | 1,306 | 1,022 | 1,238 | 0,938 | 1,160 |
| 0,993 | 0,984 | 1,000 | 0,931 | 1,284 | 1,005 | 1,217 | 0,923 | 1,141 |
| 1,066 | 1,056 | 1,074 | 1,000 | 1,379 | 1,079 | 1,307 | 0,991 | 1,226 |
| 0,773 | 0,766 | 0,779 | 0,725 | 1,000 | 0,782 | 0,948 | 0,719 | 0,889 |
| 0,988 | 0,979 | 0,995 | 0,927 | 1,278 | 1,000 | 1,212 | 0,919 | 1,136 |
| 0,816 | 0,808 | 0,821 | 0,765 | 1,055 | 0,825 | 1,000 | 0,758 | 0,938 |
| 1,076 | 1,066 | 1,083 | 1,009 | 1,391 | 1,089 | 1,319 | 1,000 | 1,236 |
| 0,870 | 0,862 | 0,876 | 0,816 | 1,125 | 0,880 | 1,067 | 0,809 | 1,000 |

Tabla 4. Primeras 9 filas y 9 columnas de la matriz de comparaciones de alternativas

El valor propio máximo, $\lambda_{max} = 42.0003$, por lo tanto el índice de consistencia (IC) toma el valor $IC =$

0.0000073 , lo cual garantiza que la matriz U es una pequeña perturbación de una matriz consistente

El vector propio principal de la matriz U , asociado a λ_{max} , o vector de prioridades, se muestra a continuación en su forma normalizada, es decir después de dividir cada una de sus componentes entre la suma de todas ellas. Esta forma normalizada es finalmente el vector de prioridades o de pesos relativos de las características que se muestra en la Tabla 5 a continuación.

| | | | | | | | |
|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|------|
| V ₁ | 0.02 | V ₁₂ | 0.03 | V ₂₃ | 0.03 | V ₃₄ | 0.02 |
| V ₂ | 0.02 | V ₁₃ | 0.03 | V ₂₄ | 0.02 | V ₃₅ | 0.02 |
| V ₃ | 0.03 | V ₁₄ | 0.02 | V ₂₅ | 0.03 | V ₃₆ | 0.03 |
| V ₄ | 0.03 | V ₁₅ | 0.02 | V ₂₆ | 0.03 | V ₃₇ | 0.02 |
| V ₅ | 0.02 | V ₁₆ | 0.02 | V ₂₇ | 0.03 | V ₃₈ | 0.03 |
| V ₆ | 0.02 | V ₁₇ | 0.02 | V ₂₈ | 0.02 | V ₃₉ | 0.02 |
| V ₇ | 0.02 | V ₁₈ | 0.03 | V ₂₉ | 0.03 | V ₄₀ | 0.02 |
| V ₈ | 0.03 | V ₁₉ | 0.02 | V ₃₀ | 0.02 | V ₄₁ | 0.03 |
| V ₉ | 0.02 | V ₂₀ | 0.02 | V ₃₁ | 0.02 | V ₄₂ | 0.02 |
| V ₁₀ | 0.02 | V ₂₁ | 0.02 | V ₃₂ | 0.02 | | |
| V ₁₁ | 0.03 | V ₂₂ | 0.03 | V ₃₃ | 0.02 | | |

Tabla 5. Vector de prioridades o vector propio normalizado

Partiendo del vector e prioridades se construyen los ponderadores de los Factores en la siguiente forma:

El ponderador del Factor 1 es la suma de los cuatro primeros componentes, la ponderación del Factor 2 se obtiene al sumar los siguientes cinco componentes, el ponderador del Factor 3 resulta de sumar los componentes 10 al 17, para el Factor 4 es la suma de los componentes 18 a 31, el ponderador del Factor 5 es el valor del componente 32, el del Factor 6 se obtiene al sumar los componentes 33 al 36, el ponderador del Factor 7 se obtiene al sumar los componentes 37 a 39 y finalmente la ponderación del Factor 8 es la suma de las componentes 40 a 42.

En estas condiciones el vector de ponderación de los ocho Factores es el siguiente:

| FACTORES | PONDERADORES |
|--|--------------|
| Misión y proyecto institucional | 0.10 |
| Estudiantes | 0.11 |
| Profesores | 0.19 |
| Procesos académicos | 0.35 |
| Bienestar institucional | 0.02 |
| Organización, administración y gestión | 0.09 |
| Egresados e impacto sobre el medio | 0.07 |
| Recursos físicos y financieros | 0.07 |

Tabla 6. Ponderadores para los ocho Factores

Para hallar los ponderadores de las características correspondientes al Factor 1 se dividen los componentes 1 a 4 del vector de prioridades entre el ponderador del Factor 1, es decir por 0.10. Para hallar los ponderadores de las características correspondientes al Factor 2 se dividen los componentes 5 a 9 del vector de prioridades entre el ponderador del Factor 2 (0.11) y así sucesivamente. Los ponderadores de las Características en cada Factor se muestran en la tabla 7.

| FACT 1 CARAC. 1-4 | FACT 2 CARAC. 5-9 | FACT 3 CARAC. 10-17 | FACT 4 CARAC. 18-31 | FACT 5 CARAC. 32 | FACT 6 CARAC. 33-36 | FACT 7 CARAC. 37-39 | FACT 8 CARAC. 40-42 |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| [1] 0.25 | [5] 0.17 | [10] 0.12 | [18] 0.08 | [32] 1.00 | [33] 0.28 | [37] 0.34 | [40] 0.34 |
| [2] 0.25 | [6] 0.22 | [11] 0.14 | [19] 0.07 | | [34] 0.23 | [38] 0.30 | [41] 0.39 |
| [3] 0.24 | [7] 0.18 | [12] 0.15 | [20] 0.07 | | [35] 0.27 | [39] 0.35 | [42] 0.27 |
| [4] 0.26 | [8] 0.24 | [13] 0.14 | [21] 0.07 | | [36] 0.23 | | |
| | [9] 0.19 | [14] 0.13 | [22] 0.07 | | | | |
| | | [15] 0.11 | [23] 0.07 | | | | |
| | | [16] 0.10 | [24] 0.07 | | | | |
| | | [17] 0.11 | [25] 0.07 | | | | |
| | | | [26] 0.08 | | | | |
| | | | [27] 0.08 | | | | |
| | | | [28] 0.06 | | | | |
| | | | [29] 0.07 | | | | |
| | | | [30] 0.07 | | | | |
| | | | [31] 0.07 | | | | |

Tabla 7. Ponderadores de las Características en cada Factor

4. BIBLIOGRAFÍA

[1] Comité Central de Acreditación. *Guía de Autoevaluación para Programas de Formación*, 220 páginas, Universidad del Quindío, Armenia, 2004.

[2] Consejo Nacional de Acreditación. *Lineamientos para la Acreditación de Programas*, 119 páginas, Bogotá, 2003.

[3] Saaty, T. L. and Vargas, L. G. Decision-Making with the AHP: Why is the Principal Eigenvector Necessary?. University of Pittsburgh. PA 15260, 2001, in publication.

[4] Saaty T. L. *Método de Análise Hierárquica*, 367 páginas, McGraw-Hill, Makron, São Paulo, 1991.