Elementos teóricos para el análisis empírico de la demanda

Introducción

El presente artículo constituye una síntesis de la teoría de la demanda y su única pretensión es la de establecer el nexo -poco usual entre nosotros- entre esa teoría y sus aplicaciones, para lo cual es necesario destacar algunos aspectos particulares. Después de un breve repaso a los elementos básicos entraremos a detallar algunas características que debe cumplir una función de demanda para que resulte adecuada a los requerimientos teóricos, así como algunas restricciones resultantes de la propia ecuación presupuestal y que imponen límites a los valores de las elasticidades. Por último, se presentan algunos aspectos de la dualidad en la teoría de la demanda que son especialmente útiles en el manejo empírico.

I. La teoría básica.

La demanda individual de una mercancía determinada se considera como el resultado de la maximización de la función de utilidad por parte de un consumidor (una unidad de consumo, en general) dotado de un ingreso conocido (M) y enfrentado a un mercado en el cual los precios son exógenos

(P_i). La función de utilidad, por su parte, es una representación del orden de preferencias del consumidor expresado sobre canastas de mercancías. El problema es, pues:

$$\begin{aligned} &\text{Max } U = U(X_1, X_2, \ldots, X_n) \\ &\text{s.a. } \sum P_i X_i = M \end{aligned} \tag{1}$$

el cual puede resolverse empleando el método de los multiplicadores de Lagrange. Para ello se construye una nueva función en la cual está involucrada la restricción.

$$L = U(X_1, \ldots, X_n) + \lambda(M - \sum P_i X_i) \tag{2}$$

Las condiciones necesarias[1] para la existencia de un máximo constituyen un sistema (o **forma estructural** del modelo) de n+1 ecuaciones con n+1 incógnitas (las X_i y λ):

$$\begin{aligned} &U_i(X_1, \ldots, X_n) = \lambda P_i, \; i = 1,2,\ldots,n \\ &\sum_{i=1}^{n} P_i X_i = M, \end{aligned} \tag{3}$$

cuya solución (o **forma reducida**) es un sistema de n+1 ecuaciones en las que cada una de las variables endógenas está expresada en términos de las variables exógenas:

$$\begin{aligned} &X_i = X_i(P_1, \ldots, P_n, M), \; i = 1,2,\ldots,n \\ &\lambda = \lambda(P_1, \ldots, P_n, M), \end{aligned} \tag{4}$$

cada una de las primeras n ecuaciones es una **función de demanda**.

Si en una de estas funciones se fijan los precios de las demás mercancías y el ingreso del consumidor, se obtiene la **curva de demanda** de la mercancía en cuestión. Si se fijan los precios de todas las mercancías y se deja variar el ingreso del consumidor se obtiene la **curva de Engel**.

Las elasticidades de la demanda son parámetros de gran interés y su determinación es muchas veces el propósito de los trabajos empíricos. Las

1 Las condiciones necesarias son suficientes si la función de utilidad es cuasicóncava. Sobre estos temas veáse, por ejemplo, Madden (1987).

elasticidades son medidas de la sensibilidad de la cantidad demandada de una mercancía a las variaciones de los argumentos de la función: los precios y el ingreso.

En general, se puede definir la **elasticidad-precio** de la demanda como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial X_i}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_i} = \frac{\partial \ln X_i}{\partial \ln P_j} \tag{5}$$

Si $i \neq j$ estamos definiendo la elasticidad precio cruzada de la demanda la cual básicamente nos indica si el bien **i** es un **sustituto bruto** o un **complemento bruto** del bien **j**, según que el signo de esta elasticidad sea positivo o negativo.

Si $j = i$ definimos la elasticidad precio directa de la mercancía i, la cual es siempre negativa cuando la mercancía está definida como **ordinaria**, por lo cual casi siempre nos referimos a su valor absoluto. Este puede variar de cero a infinito, pero es de especial importancia el valor unitario, pues él marca un límite entre las demandas inelásticas y las elásticas. Dependiendo de la forma funcional que adopte la demanda, la elasticidad puede ser diferente en cada punto de la curva o igual en todos ellos.

La **elasticidad-ingreso** de la demanda se define como:

$$\eta_i = \frac{\partial X_i}{\partial M}\frac{M}{X_i} = \frac{\partial \ln X_i}{\partial \ln M} \tag{6}$$

En este caso nos interesa conocer tanto el signo como la magnitud de esta medida. El signo nos dice si la mercancía es **normal** o **inferior**. En el primer caso las variaciones de la cantidad demandada son del mismo signo que las variaciones del ingreso, es decir, el consumo aumenta cuando lo hace el ingreso y disminuye cuando éste lo hace. El segundo caso se considera mas bien excepcional y no obedece a una característica de la mercancía, sino a las circunstancias particulares de los consumidores: una misma mercancía puede ser inferior para unos consumidores y normal para otros, e inclusive, normal en ciertas condiciones e inferior en otras para el mismo consumidor. Para las mercancías normales nos interesa conocer si la magnitud de la elasticidad ingreso es mayor, igual o menor que la unidad, lo cual indica si las variaciones porcentuales del consumo son superiores, iguales o menores que las variaciones porcentuales del ingreso del consumidor.

II. Homogeneidad de grado cero

De lo anterior se desprenden algunas restricciones que debe cumplir necesariamente una función de demanda y que deben verificarse en el trabajo empírico. Estas restricciones garantizan la consistencia con la teoría de la utilidad.

En primer lugar, la función debe ser **homogénea de grado cero** en los precios de todas las mercancías y el ingreso. Es decir, si todos los precios y el ingreso se multiplican por un mismo factor, la cantidad demandada no debe alterarse:

$$X_i(tP_1, tP_2, \ldots, tP_n, tM) = X_i(P_1, \ldots, P_n, M) \tag{7}$$

El caso bidimensional, que puede visualizarse gráficamente, ilustra bien esta restricción: si los precios de las dos mercancías se multiplicaran por una misma constante, se produciría un desplazamiento paralelo de la ecuación de presupuesto, pero al multiplicar también el ingreso del consumidor por la misma constante, la ecuación de presupuesto se desplazaría paralelamente en sentido contrario y en la misma magnitud. El resultado sería entonces un equilibrio idéntico al existente antes de las variaciones de los precios y el ingreso. (Los interceptos de la ecuación de presupuesto serán: $t.M/t.P_i = M/P_i$).

Ahora bien, según el teorema de Euler, cuando una función es homogénea de grado **r** se debe verificar:

$$rX_i = \sum_j \frac{\partial X_i}{\partial P_j} P_j + \frac{\partial X_i}{\partial M} M \tag{8}$$

que para el caso de la homogeneidad de grado cero y dividiendo todos los términos de la ecuación anterior por X_i, se convierte en:

$$\sum_j \frac{\partial X_i}{\partial P_j} \frac{P_j}{X_i} + \frac{\partial X_i}{\partial M} \frac{M}{X_i} = 0 \tag{9}$$

lo que equivale a:

$$\sum_j \varepsilon_{ij} + \eta_i = 0, \quad i = 1,2,\ldots,n \tag{10}$$

es decir, la suma de todas las elasticidades precio de cada bien con su elasticidad ingreso se debe anular.

III. Condiciones de agregación

Las funciones de demanda resultantes del sistema de ecuaciones visto antes deben ajustarse a la restricción presupuestal. Si en esta restricción mantenemos constantes los precios y permitimos que varíe el ingreso, obtenemos:

$$\sum_i P_i \partial X_i = \partial M \Rightarrow \sum_i P_i \frac{\partial X_i}{\partial M} = 1 \qquad (11)$$

que es la denominada **condición de agregación de Engel** según la cual la suma ponderada de los efectos ingreso es la unidad. Esta condición puede expresarse también en términos de las elasticidades ingreso, multiplicando y dividiendo cada término por X_i/M:

$$\sum_i \frac{P_i X_i}{M} \frac{\partial X_i}{\partial M} \frac{M}{X_i} = 1 \Rightarrow \sum_i \alpha_i \eta_i = 1 \qquad (12)$$

donde α_i es la participación del bien **i** en el gasto total del consumidor.

Derivando la restricción presupuestal con respecto a Pj, obtenemos:

$$\sum_i P_i \frac{\partial X_i}{\partial P_j} + X_j = 0 \qquad (13)$$

la **condición de agregación de Cournot** que también puede expresarse en términos de las elasticidades precio si a la ecuación anterior le hacemos las transformaciones adecuadas:

$$\sum_i \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_j} \right) \varepsilon_{ij} + 1 = 0, \; j = 1,2,\ldots, n \qquad (14)$$

IV. Efecto sustitución negativo

El efecto que el cambio de uno de los precios tiene sobre la cantidad demandada de cada uno de los bienes ha sido tradicionalmente descompuesto, para efectos analíticos, en dos partes. La **ecuación general de Slutsky**[2] expresa esta descomposición de manera aproximada[3]:

2 En Henderson y Quandt (1986), se encuentra una deducción de la ecuación empleando diferenciales en Varian (1992) hay una deducción más rápida y elegante.

3 Para un mejor entendimiento de los efectos sustitución e ingreso , ver Varian (1992).

$$\frac{\partial X_i}{\partial P_j} = \frac{\partial X_i^c}{\partial P_j} - X_j \frac{\partial X_i}{\partial M} \tag{15}$$

Donde X^c representa la demanda compensada o Hicksiana. El primer término de la derecha es el **efecto sustitución** que muestra el cambio en la cantidad demandada que se produce cuando al consumidor se le compensa por la variación en el precio del bien mediante una variación del ingreso, de tal modo que pueda alcanzar el mismo nivel de utilidad original. Este efecto puede entenderse también como la pendiente de la **curva de demanda compensada o demanda hicksiana**[4]. El segundo término es una medida del **efecto ingreso**, el cual se produce cuando se suprime la compensación.

Puede demostrarse (Varian (1988)) que el efecto sustitución siempre actúa en sentido contrario al del cambio en el precio del bien:

$$\frac{\partial X_i^c}{\partial P_j} = \frac{\partial X_i}{\partial P_j} + X_j \frac{\partial X_i}{\partial M} < 0 \tag{16}$$

de aquí se sigue además que una curva de **demanda ordinaria o marshalliana** sólo puede tener pendiente positiva si el bien es **inferior** y lo es en tal medida que el efecto ingreso pueda llegar a sobrepasar al efecto sustitución.

La ecuación general de Slutsky puede expresarse en términos de las elasticidades precio:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^* - \alpha_j \eta_i \tag{17}$$

donde ε_{ij}^* es la denominada **elasticidad de Hicks-Allen** o elasticidad de la curva de demanda compensada. En particular:

$$\varepsilon_{ii}^* = \varepsilon_{ii} + \alpha_j \eta_i < 0 \tag{18}$$

4 Las llamadas demandas hicksianas o demandas compensadas son el resultado de la solución del problema de minimizar el gasto del consumidor necesario para alcanzar un determinado nivel de utilidad. Este problema es el dual de la maximización de la utilidad. En la sección VII se presenta un desarrollo de la teoría de la dualidad.

V. Condición de Simetría (Efectos cruzados simétricos)

En conexión con lo anterior, se puede demostrar[5] que los efectos de sustitución cruzados son simétricos[6]:

$$\frac{\partial X_i^c}{\partial P_i} = \frac{\partial X_j^c}{\partial P_i} \tag{19}$$

lo que equivale, según la ecuación general de Slutsky[7] a:

$$\frac{\partial X_i}{\partial P_j} + X_j\left(\frac{\partial X_i}{\partial M}\right) = \frac{\partial X_j}{\partial P_i} + X_i\left(\frac{\partial X_j}{\partial M}\right) \tag{20}$$

Con las transformaciones adecuadas esta última ecuación puede expresarse en términos de las elasticidades de la demanda como:

$$\alpha_i \varepsilon_{ij} + \alpha_i \alpha_j \eta_i = \alpha_j \varepsilon_{ji} + \alpha_i \alpha_j \eta_j \tag{21}$$

De otra parte, los signos de las derivadas parciales de las curvas de demanda permiten determinar las relaciones existentes entre los bienes, así:

a. Si la derivada parcial de la **demanda marshalliana** del bien **i** con respecto al precio del bien **j** es positiva, el bien **i** es un **sustituto bruto** del bien **j**. Como el signo de esta derivada determina el de la elasticidad-precio cruzada de la demanda, si $\varepsilon_{ij} > 0$, ***i*** es un sustituto bruto de ***j***.
b. Si la derivada parcial de la **demanda hicksiana** del bien ***i*** con respecto al precio del bien ***j*** es positiva (o bien, si lo es la elasticidad de Hicks-Allen, ε^*_{ij}) el bien **i** es un **sustituto neto**(o sustituto en el sentido de Hicks-Allen) del bien ***j***.
c. Si las derivadas parciales de la demanda marshalliana y de la demanda hicksiana son negativas con respecto al precio del bien j, o, lo que es lo

5 Para ello se requiere -entre otras cosas- que la función de utilidad sea dos veces diferenciable, pues en tal caso, de acuerdo con el Teorema de Schwarz, $U_{ij} = U_{ji}$.

6 Vale la pena hacer notar que si bien los efectos de sustitución cruzados son simétricos, esta simetría no se traslada a las elasticidades de Hicks-Allen, de modo que, en general: $\varepsilon^*_{ij} \neq \varepsilon^*_{ji}$

7 La matriz cuyos elementos son los efectos de sustitución se denomina **matriz de Slutsky** y es simétrica.

mismo, si lo son las elasticidades ε_{ij} y ε^*_{ij}, el bien ***i*** será un **complementario bruto** o un **complementario neto** del bien ***j***, respectivamente.

En la ecuación general de Slutsky puede verificarse que para el caso de bienes normales ($\partial X_i/\partial M > 0$)la sustitución neta es compatible tanto con la sustitución como con la complementariedad bruta, mientras que para la complementariedad neta es necesaria la complementariedad bruta.

Si en la misma ecuación general tomamos la suma de todas las elasticidades precio de un bien, obtenemos:

$$\sum{}_j\varepsilon_{ij} = \sum{}_j\varepsilon^*_{ij} - \sum{}_j\alpha_j\eta_i$$
$$\Rightarrow \sum{}_j\varepsilon_{ij} = \sum{}_j\varepsilon^*_{ij} - \eta_i$$
$$\Rightarrow \sum{}_j\varepsilon^*_{ij} = \sum{}_j\varepsilon_{ij} + \eta_i \qquad (22)$$

pero de acuerdo con la restricción resultante de la homogeneidad de grado cero de la función de demanda con respecto a los precios y al ingreso del consumidor:

$$\sum{}_j\varepsilon_{ij} + \eta_i = 0 \qquad (23)$$

de donde:

$$\sum{}_j\varepsilon^*_{ij} = 0 \qquad (24)$$

Cada uno de los términos de esta sumatoria está dividido por X_i, de modo que si los multiplicamos por X_i, obtenemos:

$$\sum{}_j\varepsilon^*_{ij} = \left(\frac{\partial X_i}{\partial P_1}\right)_u P_1 + \left(\frac{\partial X_i}{\partial P_2}\right)_u P_2 + \ldots + \left(\frac{\partial X_i}{\partial P_n}\right)_u P_n = 0 \qquad (25)$$

lo cual significa que la curva de demanda compensada o hicksiana es homogénea de grado cero en todos los precios.

Pero $\varepsilon^*_{ii} < 0$, lo cual implica que al menos una de las otras elasticidades debe ser positiva para que la suma se anule, es decir, al menos para un $i \neq j$:

$$\left(\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right)_u > 0 \qquad (26)$$

de donde se concluye que cada uno de los bienes debe tener al menos un sustituto en el sentido de Hicks-Allen.

VI. Elasticidad de sustitución de Allen-Uzawa

Las elasticidades de Hicks-Allen son una buena medida de los efectos que producen los cambios en los precios cuando el consumidor es compensado mediante un cambio en el ingreso que lo devuelva al mismo nivel de utilidad anterior a la variación en el precio. Sin embargo, estas elasticidades no son simétricas por lo cual una medida más útil es la **elasticidad de sustitución de Allen-Uzawa:**

$$\sigma_{ij} = \frac{\varepsilon^*_{ij}}{\alpha_j} \tag{27}$$

que posee la propiedad de la simetría como puede verificarse fácilmente:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial X^c_i}{\partial P_j}\frac{P_j}{X_i}\frac{M}{X_j P_j} = \frac{\partial X^c_j}{\partial P_i}\frac{P_i}{X_j}\frac{M}{X_i P_i} = \sigma_{ji} \tag{28}$$

La elasticidad de Allen-Uzawa es, pues, una medida de la sustitución entre los dos bienes que no sólo no depende de las unidades escogidas -propiedad que comparte con cualquiera otra elasticidad- sino que tampoco depende del orden en que sean considerados los bienes como ocurre con la elasticidad de Hicks-Allen.

En el caso bidimensional la elasticidad de Allen-Uzawa es la que se conoce simplemente como elasticidad de sustitución, de cuyo valor depende la profundidad de la curvatura de las líneas de indiferencia.

VII. La dualidad

Hasta ahora hemos obtenido las funciones de demanda como solución al problema de maximizar la utilidad cuando se cuenta con un ingreso fijo y los precios de los bienes están dados en el mercado. El dual de este problema es la minimización del gasto necesario para alcanzar un determinado nivel de utilidad[8]. Si el nivel de utilidad alcanzado como solución al primer proble-

8 Existen otras concepciones sobre la dualidad y, de hecho, diversas formas de entender el término. Para Russsell y Wilkinson (1983), por ejemplo, el problema dual es el de encontrar los precios para los cuales se minimiza la **función de utilidad indirecta**, dada una combinación de bienes y el gasto del consumidor. En este caso el resultado son las **funciones inversas de demanda** en las que aparecen los precios como función de las cantidades y del gasto total.

ma fuera puesto como restricción a la minimización del gasto en el segundo, el gasto mínimo necesario para alcanzarlo coincidiría con el ingreso del consumidor que era un dato en el primer problema. Una posición de equilibrio del consumidor puede considerarse, entonces, indistintamente, como solución a cualquiera de los dos problemas; recientemente, sin embargo, el segundo enfoque se ha revelado como especialmente útil en el análisis empírico de la demanda.

El desarrollo de la teoría de la dualidad junto con el de las **formas funcionales flexibles**[9] ha abierto grandes posibilidades al análisis empírico, tal como intentaremos mostrar a continuación.

Según hemos dicho, el problema dual es:

$$\begin{aligned} &\text{Min. } M = \sum P_i X_i \\ &\text{s.a. } U(X_1,\ldots,X_n) = U \end{aligned} \tag{29}$$

el cual se resuelve mediante el método de los multiplicadores de Lagrange:

$$F = \sum P_i X_i + \mu\{U(X_1,\ldots,X_n) - U\} \tag{30}$$

obteniendo las derivadas parciales de esta ecuación con respecto a sus argumentos (X,μ) e igualándolas a cero, tendremos un sistema de $n+1$ ecuaciones y otras tantas incógnitas (modelo estructural), cuya solución (o modelo reducido) es otro sistema de ecuaciones que expresa cada una de las X y μ en términos de los precios y de la utilidad que habíamos fijado (U). Las primeras n ecuaciones de este sistema son las denominadas **demandas hicksianas**:

$$\begin{aligned} X_i^h &= h_i(P_1,\ldots,P_n,U) \\ X_i^h &= h_i(P,U), \quad i = 1,2,\ldots,n \end{aligned} \tag{31}$$

reemplazando estas funciones de demanda en la función objetivo de nuestro problema de optimización, obtenemos la **función de costo o de gasto** que muestra el gasto mínimo necesario para alcanzar el nivel de utilidad a los precios P:

9 Una forma funcional flexible es una función que proporciona una aproximación de segundo orden a una función arbitraria dos veces diferenciable. Las más utilizadas son: la tanslogarítmica, la generalizada de Leontief y el sistema de demanda casi ideal (AIDS).

$$\sum P_i h_i(P,U) = C(P,U) = M \tag{32}$$

como esta función es creciente en U, podemos encontrar su inversa:

$$U = V(P,M) \tag{33}$$

que es la denominada **función de utilidad indirecta**, la cual muestra la máxima utilidad que es posible alcanzar a los precios P con el ingreso M.

Si en la función de demanda hicksiana sustituimos la utilidad por su expresión en la función de utilidad indirecta, tendremos la función de demanda marshalliana:

$$X_i^h = h_i(P,V(P,M)) = X_i(P,M) \tag{34}$$

Partiendo de la función de utilidad indirecta, es posible también obtener directamente las funciones de demanda marshalliana, mediante el **Teorema de Roy**[10]:

$$X_i = -\frac{\dfrac{\partial V(P,M)}{\partial P_i}}{\dfrac{\partial V(P,M)}{\partial M}} \tag{35}$$

Finalmente, el **Lema de Shephard** permite obtener las funciones de demanda compensada o hicksianas a partir de la función de gasto:

$$h_i(P,U) = \frac{\partial C(P,U)}{\partial P_i} \tag{36}$$

Así, pues, la teoría de la dualidad brinda los medios para que sea posible moverse "hacia arriba" y "hacia abajo" por las diversas funciones que se postulan.

VIII. Restricciones particulares de la función de demanda

Hasta ahora se han presentado las condiciones generales de la función de demanda como son agregación, homogeneidad y simetría. Sin embargo, existen al menos dos condiciones particulares de la demanda que tienen un gran significado teórico y empírico y están directamente relacionadas con

10 En Shone(1980) se encuentra una demostración de este teorema.

la teoría de la utilidad y desde el punto de vista práctico con la reducción del número de parámetros a estimar en un sistema de ecuaciones de demanda.

a. Aditividad

Esta propiedad particular de la demanda implica que la utilidad que genera el consumo de un bien *X* es independiente del consumo de cualquier otro bien. Formalmente un función aditiva se puede representar de la siguiente manera:

$$U = f(X_1 X_2, \ldots, X_n)$$
$$U = f_1(X_1) + f_2(X_2) + \ldots + f_n(X_n) \tag{37}$$

Esto implica independencia en las utilidades marginales cuando aumenta el consumo de algún otro bien. Así:

$$\frac{\partial U}{\partial X_i} = \frac{\partial f_i}{\partial X_i} \tag{38}$$

y adicionalmente

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X_i \partial X_j} = 0 \tag{39}$$

para $i \neq j$.

Es importante señalar que la independencia de la utilidad marginal del bien *i* cuando aumenta el consumo de cualquier otro bien *j* no implica que un cambio en el precio del bien *j* no afecte la demanda por el bien *i*. El efecto sustitución cruzado no desaparece.

b. Separabilidad

¿Bajo qué condiciones los argumentos de la función de utilidad pueden ser agregados? Se puede hacer una partición del consumo en subconjuntos de bienes que incluyen productos que son sustitutos cercanos o complementarios entre sí. Por ejemplo, la función de utilidad $U=f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ puede ser expresada así: $U=f(A,B)$ donde $A=f_a(X_1,X_2)$ y $B=f_b(X_3, X_4, X_5)$.

Para que una función de utilidad sea separable la condición necesaria y suficiente es que la tasa marginal de sustitución (MRS) entre dos bienes que pertenezcan al mismo grupo sea independiente de la cantidad de cualquier otro bien perteneciente a un grupo distinto. Esta condición define la **separabilidad débil**. Un ejemplo nos ayudará a aclarar este concepto.

Sean *i*, *j* y *k* bienes que pertenecen a una categoría más amplia de productos *r* o *q*. Por ejemplo, pollo y cerdo pertenecen a la categoría de carnes, en tanto que leche y queso pertenecen a la categoría de lácteos. Se puede decir que lácteos y carnes son débilmente separables si un cambio en el consumo de leche que pertenece a la categoría de lácteos no afecta la tasa marginal de sustitución (orden de preferencias) entre el pollo y el cerdo que pertenecen a la categoría de carnes. Formalmente, podemos representar la condición de separabilidad débil como sigue:

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial f}{\partial X_{ri}} \Big/ \frac{\partial f}{\partial X_{rj}}\right)}{\partial X_{qk}} = 0 \qquad (40)$$

Donde *i* y *j* pertenecen a la misma categoría *r*, y *k* pertenece a la categoría *q*. La igualdad a cero de esta derivada nos dice de nuevo que la tasa marginal de sustitución entre *i* y *j* no resulta afectada por la cantidad de *k*. Por lo tanto, el grupo al cual pertenecen los dos primeros bienes (*r*) es débilmente separable del grupo al cual pertenece *k* (*q*).

De otro lado, la separabilidad puede ser **fuerte** cuando comparamos bienes que pertenecen a tres categorías diferentes como sigue:

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial f}{\partial X_{Ii}} \Big/ \frac{\partial f}{\partial X_{Jj}}\right)}{\partial X_{Qk}} = 0 \qquad (41)$$

donde I, J y Q son categorías diferentes de bienes.

Un ejemplo notable de la aplicación de estos procedimientos que combinan las formas funcionales flexibles con el tema de la dualidad es el "sistema casi ideal de funciones de demanda" de Deaton y Muellbauer(1980). Este modelo se conoce en la literatura como el Modelo AIDS (Almost Ideal Demand System) o Sistema de Demanda Casi Ideal. Se parte de una forma funcional flexible que constituye una aproximación de segundo grado a la función de gasto, aplicando el lema de Shephard se obtienen las participaciones en el gasto implícitas en las demandas hicksianas, invirtiendo la función de gasto se obtiene la función indirecta de utilidad que, reemplazada en las ecuaciones de participación, permite obtener funciones de demanda marshallianas (bajo la forma de participaciones en el gasto) que cumplen las propiedades teóricas adecuadas.

En la actualidad el modelo AIDS es el que más aplicaciones prácticas ha desarrollado. Sin embargo existen otros modelos como el Análisis de Stone, el modelo de Gasto Lineal o LES por sus siglas en Inglés (Linear Expenditure System) y el modelo Rotterdam. En un próximo artículo se hará una presentación detallada de este tipo de modelos haciendo énfasis en las estudios aplicados del modelo AIDS y su versión de diferenciación por fuentes.

Las propiedades generales y particulares de las funciones de demanda que se han presentado en este artículo son importantes no sólo desde la perspectiva teórica sino también en términos de estimación toda vez que contribuyen a reducir el número de parámetros a estimar en un sistema de ecuaciones de demanda.

Referencias

DEATON, Agnus y MUELLBAUER, John (1980). "An Almost Ideal Demand System". *American Economic Review*, No. 70, pp. 312-326.

INTRILIGATOR, Michael D. (1978). *Econometric models, techniques and applications*. Prentice-Hall.

LAYARD, P.R.G. y WALTERS, A.A. (1978). *Microeconomic Theory*. McGraw-Hill.

MADDEN, Paul (1987). *Concavidad y optimización en microeconomía*. Madrid, Alianza Universidad.

PHLIPS, Louis (1983). *Applied Consumption Analysis*. Amsterdam, North-Holland.

RUSSELL, Robert y WILKINSON, Maurice (1983). *Microeconomía*. Síntesis de las teorías neoclásicas y modernas. Barcelona. Ed. Hispano Europea.

SHONE, R. (1980). *Análisis Microeconómico Moderno*. Barcelona, Ed. Hispano Europea.

VARIAN, Hal R. (1987). *Microeconomía Intermedia*. Barcelona, Antoni Bosch.

______. (1992). *Microeconomic Analysis*. New York: W.W. Norton &Company.